

53. *Ueber die Verwendung
des Electrodynamometers im Nebenschluss;
von Max Wien.*

Um mit demselben Instrument Wechselströme sehr verschiedener Intensität messen zu können, ist es vielfach wünschenswerth das Electrodynamometer — ebenso wie bei constantem Strom das Galvanometer — im *Nebenschluss* zu verwenden. Dabei muss die *Selbstinduction* des Dynamometers berücksichtigt werden. Im Folgenden sind die bezüglichlichen Formeln abgeleitet.

Die Abzweigung (shunt) habe den Widerstand w_1 und das Selbstpotential p_1 ; die entsprechenden Grössen des Dynamometerzweiges seien w_2 und p_2 und es fliesse im Hauptzweig der Strom $e^{\text{int.}}$; dann bestehen nach den Kirchhoff'schen Regeln für Wechselstrom zwischen den Intensitäten k_1 und k_2 und den Widerstandsoperatoren $a_1 = w_1 + i n p_1$ und $a_2 = w_2 + i n p_2$ der Verzweigung folgende Gleichungen:

$$1 = k_1 + k_2, \quad a_1 k_1 = a_2 k_2.$$

Hieraus $k_2 = a_1/a_1 + a_2$. Fliesst im Hauptzweig der Strom $\sin n t$, so ist die Amplitude des Sinusstromes im Dynamometerzweig

$$= \text{Mod. } k_2 = \sqrt{\frac{w_1^2 + n^2 p_1^2}{(w_1 + w_2)^2 + n^2 (p_1 + p_2)^2}}.$$

Macht das Dynamometer den Ausschlag α , und besitzt es den Reductionsfactor r , so ist das Quadrat der Amplitude im Hauptzweig gegeben durch

$$A^2 = 2 r^2 \alpha \cdot \frac{(w_1 + w_2)^2 + n^2 (p_1 + p_2)^2}{w_1^2 + n^2 p_1^2}.$$

Wenn statt eines einfachen Sinusstromes im Hauptzweig ein *beliebiger Wechselstrom* vorhanden ist:

$$A_1 \sin (n t + \epsilon_1) + A_2 \sin (2 n t + \epsilon_2) + A_3 \sin (3 n t + \epsilon_3) + \dots,$$

so würde der Ausschlag des direct eingeschalteten Dynamometers sein

$$= \frac{1}{2 r^2} \{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + \dots\},$$

jedoch im Nebenschluss

$$= \frac{1}{2 r^2} \left\{ A_1^2 \frac{w_1^2 + n^2 p_1^2}{(w_1 + w_2)^2 + n^2 (p_1 + p_2)^2} + A_2^2 \frac{w_1^2 + 4 n^2 p_1^2}{(w_1 + w_2)^2 + 4 n^2 (p_1 + p_2)^2} + \dots \right\}.$$

Wegen der complicirten Abhängigkeit des Ausschlags von der Schwingungszahl erscheint die Verwendung des Dynamometers im Nebenschluss in dieser allgemeinen Form nicht praktisch. Besser jedoch liegt die Sache in folgenden speziellen Fällen:

1. Es sei $p_1 : p_2 = w_1 : w_2$. Dann ist

$$\alpha = \frac{1}{2 r^2} \frac{w_1^2}{(w_1 + w_2)^2} \{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + \dots\}.$$

Wir erhalten hier also, wie bei directer Einschaltung, die Summe der Amplitudenquadrate, nur multiplicirt mit dem Quadrat des Zweigverhältnisses; die Schwingungsdauer fällt heraus.

Analog erhält man für jeden beliebigen variablen Strom J z. B. für einen Stromstoss, dass, wenn $p_1 : p_2 = w_2 : w_1$ ist, der Ausschlag des Dynamometers

$$= \frac{w_1^2}{r^2 (w_1 + w_2)^2} \int J^2 dt,$$

also gleich dem Ausschlag bei directer Einschaltung multiplicirt mit dem Quadrat des Zweigverhältnisses ist.

Dies wird daher die gewöhnliche Einrichtung des Nebenschlusses sein. Um sie zu realisiren, bringt man eine passende Inductionsrolle in den Zweig 1 einer Wheatstone'schen Brückencombination $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ und in den Zweig 2 das Dynamometer; die Zweige 3 und 4 sind einfache bifilare Widerstände. In den Brückenweig bringt man ein Hörtelephon, beschickt das System mit einem Wechselstrom und stellt in der bekannten Weise durch Aenderung von w_1 und von w_3/w_4 die Brücke auf Null ein. Dann ist $w_1 : w_2 = p_1 : p_2 = w_3 : w_4$. Damit ist die gewünschte Beziehung zwischen Widerstand und Selbstpotential in der Abzweigung erreicht, und gleichzeitig erhält man aus $w_3 : w_4$ das Zweigverhältniss.

Durch Wickelung von Inductionsrollen zu diesem Zweck kann man sich ganz bestimmte Zweigverhältnisse, z. B. 1:10 herstellen. Man macht die Abzweigung passend ganz aus Kupferdraht, um von der Temperatur unabhängig zu sein.

Man kann mithin in dieser Weise Wechselströme sehr verschiedener Intensität mit demselben Dynamometer messen: ein Kohlrausch'sches Dynamometer habe z. B. einen Widerstand von 100 Ohm und ein Selbstpotential von 10^8 cm und gebe einen Ausschlag von 1 mm für $3 \cdot 10^{-4}$ Amp., so kann dasselbe Instrument zur Messung von Strömen von 10—50 Amp. dienen unter Vorschaltung einer Abzweigung von $\frac{1}{100}$ Ohm Widerstand und 10^4 cm Selbstinduction, was sich beides noch mit genügender Genauigkeit abgleichen lässt.¹⁾

2. Es sei $p_1 = 0$, also die Abzweigung ein einfacher bifilarer Widerstand und $n^2 p_2^2$ gross gegen w_2^2 , was eventuell durch Zuschaltung von Inductionsrollen zum Dynamometer bewirkt werden kann. Dann ist:

$$\alpha = \frac{w_1^2}{2r^2} \left\{ \frac{A_1^2}{(w_1 + w_2)^2 + n^2 p_2^2} + \frac{A_2^2}{(w_1 + w_2)^2 + 4n^2 p_2^2} + \frac{A_3^2}{(w_1 + w_2)^2 + 9n^2 p_2^2} + \dots \right\}.$$

Da in dem Nenner die Glieder mit p_2 der Voraussetzung nach viel grösser sind als die mit $w_1 + w_2$, so ist die Einwirkung der Oberströme ($A_2, A_3 \dots$) auf den Ausschlag verhältnissmässig gering. Wenn die Oberströme an und für sich schwach, d. h. der Wechselstrom annähernd sinusförmig ist, so kann man die von den Oberströmen herrührenden Glieder überhaupt vernachlässigen und setzen:

$$A_1 = \frac{r}{w_1} \sqrt{2\alpha \{(w_1 + w_2)^2 + n^2 p_2^2\}}.$$

Ist z. B. $A_2 = A_1/10$, so ist der durch A_2 bedingte Fehler bei der Messung von A_1 nur ca. 1 promille. Für die höheren Oberströme ist er noch geringer. Man misst also auf diese Weise die Amplitude des Grundstromes allein, was in manchen Fällen bequem ist. Umgekehrt kann man auch $n^2 p_1^2$ gross machen gegen w_1^2 und durch Zuschaltung von Widerstand zum Dynamometer w_2^2 gross gegen $n^2 p_2^2$; dann werden die Ober-

1) Vgl. M. Wien, Wied. Ann. 53. p. 928. 1894.

ströme wesentlich verstärkt auf den Ausschlag des Dynamometers einwirken.

Durch passende Aenderung von w_1 p_1 w_2 p_2 kann man theoretisch *alle Componenten eines Wechselstromes bestimmen*, indem man für m Aenderungen m lineare Gleichungen für $A_1^2 - A_m^2$ erhält. Praktisch werden die meisten Oberströme so schwach sein, dass die Quadrate ihrer Amplituden neben dem Grundstrom zu vernachlässigen sind. Nur einige wenige, meist A_2 und A_3 , pflegen stärker ausgebildet zu sein, und diese lassen sich dann leicht in der angegebenen Weise bestimmen.

Bei allem Vorstehenden ist es Voraussetzung, dass das Dynamometer einen „reinen“ Widerstand w_2 und ein „reines“ Selbstpotential p_2 besitzt, d. h. dass diese Grössen nicht merklich von der Schwingungszahl abhängig sind.

Es darf also bei der Construction des Instruments kein Eisen oder Stahl in der beweglichen Rolle oder an Stelle derselben (Bellati-Giltay) vorhanden sein, auch dürfen keine zusammenhängenden Metallmassen in der Nähe der Rollen sich befinden. Die Zuleitung zur beweglichen Rolle durch verdünnte Schwefelsäure und platinirtes Platinblech ist wenigstens bei langsamen Schwingungen wegen der Polarisirung von Einfluss; auch wirkt dieselbe bei der Aichung mit constantem Strom störend.¹⁾ Rollensysteme dürfen nur unter der Voraussetzung parallel geschaltet werden, dass ihre Selbstpotentiale sich verhalten wie ihre Widerstände.

Bei den meisten Dynamometern — die ja auch nicht für diesen Zweck gebaut sind — ist auf alles dieses keine Rücksicht genommen: so zeigte z. B. ein im hiesigen Institut befindliches Kohlrausch'sches Dynamometer folgende wesentlich durch Wirbelströme bewirkte Aenderungen von Selbstpotential und Widerstand bei verschiedenen Schwingungszahlen:

$\frac{n}{2\pi}$	0	64	128	256	512	
p	—	1,070	1,063	1,041	0,962	10^3 cm
w	79,9	82,8	88,9	102,5	130,1	Ohm

1) G. Stern, Wied. Ann. 42. p. 637. 1891.

Will man ein solches Instrument im Nebenschluss verwenden, so muss für jede vorkommende Schwingungszahl wirksamer Widerstand und Selbstpotential bestimmt werden, was natürlich nicht sehr bequem ist.

Ich habe mir daher ein Kohlrausch'sches Dynamometer machen lassen, bei dem die *grösseren Metallmassen* in geeigneter Weise durch *Holz oder Hartgummi* ersetzt waren. Die Zuleitung zur beweglichen Rolle geschah durch eine dünne Drahtspirale, die Dämpfung wurde durch zwei Glimmerflügel in Paraffinöl bewirkt.¹⁾ Die *Constanten* des Instruments sind folgende: Widerstand = 117,1 Ohm bei 18,5° C., Selbstpotential = $1,178 \cdot 10^8$ cm. Dieselben waren nicht merklich von der Schwingungszahl abhängig. Hingegen nahm das Selbstpotential — wie zu erwarten — etwas ab, wenn ein Ausschlag der beweglichen Rolle erfolgte. Jedoch war diese Abnahme gering: für 500 mm Ausschlag bei einem Abstand der Scala von 2 m nicht ganz 1 Proc. Das Dynamometer zeigte einen Ausschlag von 1 mm für einen Strom von $2,35 \cdot 10^{-4}$ Amp. bei 2 m Scalenabstand.

Würzburg, Physik. Inst. der Univ., October 1897.

1) Das Instrument wurde von dem Mechaniker Hrn. Siedentopf in Würzburg hergestellt und ist für ca. 250 Mk. zu beziehen.