

dazu dient die Correction wegen Exstinction in der Atmosphäre zu erhalten, nach Weiss, A. N. Nr. 2100. Die vorletzte Columne enthält demzufolge die corrigirten Werthe für die Grösse in der mittleren Opposition, deren Mittel 10^m89 ist, und die letzte Columne die Abweichungen vom Mittel. Man sieht, dass diese nicht weggeschafft, oder nur wenig verändert werden würden, wenn man etwa statt des Factors 5 in obiger Reductionsformel einen anderen annehmen wollte. Im Gegentheil erkennt man hier zwei Gruppen von Zeichen; und da ich nicht wohl zugeben möchte, dass das Urtheil in den Schätzungen im September und October fast um eine ganze Grössenklasse verschieden gewesen sei von dem im Juli, auch die Abweichungen im August einen Uebergang durch Null bilden, so scheint mir eine Veränderung der Helligkeit des Planeten in diesen Zahlen ziemlich deutlich ausgeprägt. Darnach wäre die Helligkeit im Juli am Grössten gewesen, und hätte bis October beständig abgenommen.

Noch eine andere Betrachtung führt zu einem ähnlichen Schluss. Wenn man nämlich mit dem jetzt bestimmten Werthe der Grösse in der mittleren Opposition 10^m9 (— welcher eine weit grössere Sicherheit besitzt als der in 1862 gefundene Werth, weil ich damals noch wenig in dieser Art Schätzungen geübt war, und überhaupt nur vereinzelte Schätzungen machte —) die Grössen berechnet, mit denen der Planet in den verschiedenen seit der Entdeckung Statt gehabten Oppositionen hätte erscheinen sollen, so erhält man folgende Zusammenstellung. Ein gewisser Betrag der Exstinction, für die Meridianzenithdistanz und die hiesige Polhöhe berechnet, ist eingeschlossen.

1862 (Nov. 15)	10^m6	Erste Auffindung.
63 (Febr. 17)	11.6	Letzte Beobachtung.
64 (April 17)	11.5	Mittel der Zeiten von Tietjen's Beob.
65 Mai 14	11.9*	
66 Aug. 16	11.1*	
68 Jan. 2	10.3	Beob. von Tietjen Jan. 21.

1869 April 15	11^m6	
70 Juli 19	11.7*	
71 Nov. 3	10.1*	
73 März 16	11.1*	
74 Juni 5	12.1	
75 Sept. 15	10.6*	
77 Febr. 3	10.6	
78 Mai 7	11.9	
79 Aug. 4	11.2	Wiederauffindung Juli 16.

Für die Erscheinungen 1862, wo die Opposition in den vorhergehenden September, und 1864, wo sie auf Febr. 20 fiel, sind die berechneten Grössen ausnahmsweise für die Epochen der, spät auf die Oppositionen folgenden Beobachtungen angesetzt. In allen mit * bezeichneten Oppositionen wurde nach dem Planeten eifrig gesucht, mit Hülfe von Charten welche die Sterne bis zur 13. Grösse meist vollständig enthalten, und wenn der Planet 10. oder 11. Grösse gewesen wäre, so hätte er mir sicherlich nicht entgehen können. Auch ist nicht wohl anzunehmen, dass am Ende doch noch der Fehler des geocentrischen Orts so beträchtlich gewesen, dass der Planet ausserhalb des durchsuchten Feldes war. Denn nach der Art wie die Charten ausgefüllt wurden, nämlich so dass ich immer dem Planeten entgegen arbeitete, erhielt das Feld eine ganz beträchtliche Ausdehnung um den wahren Ort herum.

Wenn es demnach durch die vorstehenden Betrachtungen wahrscheinlich gemacht wird, dass Frigga eine eigenthümliche Lichtveränderung erleidet, so verdient dieser Planet während der folgenden Oppositionen in dieser Rücksicht eine vermehrte Aufmerksamkeit. Ueber die Ursachen einer solchen Veränderung Speculationen anzustellen ist es natürlich noch viel zu früh, bis das Factum selbst ausser allen Zweifel gestellt ist. So viel ist indess wohl gewiss, dass die Länge der Periode der Veränderung nicht erlaubt, letztere mit der Axendrehung des Planeten in Beziehung zu setzen.

Hamilton College, im April 1880.

C. H. F. Peters.

Ueber den periodischen Cometen Winnecke (Comet III. 1819 und das Widerstand leistende Medium.

Der Winnecke'sche Comet kommt Anfang December des gegenwärtigen Jahres in's Perihel, wird aber so ungünstige Beobachtungsverhältnisse darbieten, dass kaum

mit Sicherheit auf das Gelingen von Beobachtungen gerechnet werden kann; ich werde jedenfalls aber rechtzeitig die diessbezügliche Ephemeride veröffentlichen.

Indem ich zur Herstellung der weiteren Störungsrechnung an die Verbindung der Erscheinungen 1858, 1869 und 1875 schritt, zeigte es sich sofort, dass eine genügende Verbindung zwischen denselben nur durch Zuhilfenahme einer der folgenden zwei Hypothesen hergestellt werden konnte, nämlich, man muss entweder die Jupitermasse auf den Betrag von $\frac{1}{1051}$ vermindern, oder man ist gezwungen eine ähnliche ausserordentliche Einwirkung auf den Cometen, wie dies Encke zuerst gethan hat, anzunehmen. Erstere Annahme hat weniger Wahrscheinlichkeit für sich, da alle neueren sicheren Bestimmungen der Jupitermasse den Bessel'schen Werth bestätigen, ausserdem ist die Darstellung der Beobachtungen nach Einführung dieser Correction keine befriedigende; wohl aber lässt die zweite Hypothese ein sehr gute Darstellung der Beobachtungen erzielen. Ich habe deshalb vorerst für die weiteren Untersuchungen mich an die Encke'sche Hypothese gehalten; die für den Winnecke'schen Cometen gefundene Acceleration in der mittleren täglichen siderischen Bewegung beträgt nach meinen Rechnungen nach einem Umlaufe 0''01436, ein Resultat welches fast vollkommen stimmt mit den früher von mir publicirten Resultaten, die sich nach einer provisorischen Störungsrechnung aus den Beobachtungen des Jahres 1819 ergeben hatten.

Ich habe nun diese Zahl benutzt, um einen Schluss auf den Werth der von Encke mit U bezeichneten Widerstandskraft zu machen. Wählt man die allgemein übliche Bezeichnung und nimmt die Constitution des Widerstand leistenden Mediums und das Maass des Widerstandes als Function des Quadrates der Geschwindigkeit nach Encke an, so hat man die folgenden zwei Differentialgleichungen

$$\frac{1}{U} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = -2k^3 a \cos \varphi \frac{\cos E}{r^3} \sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}}$$

$$\frac{1}{U} \cdot \frac{d\mu}{dt} = +3k^4 \frac{1}{r^2 \sqrt{a}} \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)^{3/2}.$$

Führt man nun statt der unabhängigen Variablen t die excentrische Anomalie ein und beachtet, dass mit Vernachlässigung der Masse ist:

$$\frac{dt}{dE} = \frac{r\sqrt{a}}{k}$$

so erhält man leicht aus den obigen Ausdrücken

$$\frac{1}{U} \cdot \frac{d\varphi}{dE} = -\frac{2k^2 \cos \varphi}{a} \cdot \frac{\cos E (1 + e \cos E)^3}{(1 - e^2 \cos^2 E)^{5/2}}$$

$$\frac{1}{U} \cdot \frac{d\mu}{dE} = \frac{3k^3}{a^{5/2}} \cdot \frac{(1 + e \cos E)^4}{(1 - e^2 \cos^2 E)^{5/2}}.$$

Will man nun den Einfluss kennen, den das Widerstand leistende Medium auf die Elemente φ und μ während eines ganzen Umlaufes ausübt, so hat man die obigen Ausdrücke zu integrieren, indem man für E die Grenzen 0 und 2π ansetzt. Setzt man abkürzend

$$A = \int_0^{2\pi} \frac{\cos E (1 + e \cos E)^3}{(1 - e^2 \cos^2 E)^{5/2}} dE,$$

$$B = \int_0^{2\pi} \frac{(1 + e \cos E)^4}{(1 - e^2 \cos^2 E)^{5/2}} dE,$$

so werden diese Quantitäten in Bogensecunden bestimmt sein durch

$$A\varphi = -\frac{2k^2 \cos \varphi}{a \sin i} A \cdot U$$

$$A\mu = \frac{3k^3}{a^{5/2} \sin i} B \cdot U.$$

Es kommt vorerst auf die Auswerthung der Grössen A und B an, die übrigens leicht mit Hilfe der elliptischen Integrale hergestellt werden kann. Setzt man abkürzend:

$$\frac{e^2}{2 - e^2} = \sin \lambda, \quad N = \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \right) (1 - \sin \lambda \cos 2E)$$

so wird man vorerst leicht mit Hilfe des Fourier'schen Satzes finden:

$$A = \left(\frac{3}{2} e + \frac{3}{8} e^3 \right) \int_0^{2\pi} \frac{dE}{N^{5/2}} + \left(\frac{3}{2} e + \frac{1}{2} e^3 \right) \int_0^{2\pi} \frac{\cos 2E dE}{N^{5/2}} + \frac{1}{8} e^3 \int_0^{2\pi} \frac{\cos 4E dE}{N^{5/2}}$$

$$B = \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8} e^4 \right) \int_0^{2\pi} \frac{dE}{N^{5/2}} + \left(3e^2 + \frac{1}{2} e^4 \right) \int_0^{2\pi} \frac{\cos 2E dE}{N^{5/2}} + \frac{1}{8} e^4 \int_0^{2\pi} \frac{\cos 4E dE}{N^{5/2}}.$$

Die 3 hier auftretenden bestimmten Integrale werden wohl am bequemsten durch die folgenden hypergeometrischen Reihen gefunden; setzt man abkürzend

$$\frac{2\pi}{\cos \lambda^{3/2} \left(1 - \frac{1}{2} e^2\right)^{3/2}} = \psi, \quad \frac{\sin \frac{1}{2} \lambda^2}{\cos \lambda} = x,$$

so wird sein mit Benutzung der Gauss'schen Bezeichnung für die hypergeometrischen Reihen:

$$\int_0^{2\pi} \frac{dE}{N^{3/2}} = \psi \cdot F\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, 1, -x\right)$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2E dE}{N^{3/2}} = \psi \cdot \frac{5}{2} \lg \frac{1}{2} \lambda F\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, 2, -x\right)$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos 4E dE}{N^{3/2}} = \psi \cdot \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 4} \lg \frac{1}{2} \lambda^2 F\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, 3, -x\right).$$

Die numerische Bestimmung der Coefficienten von U in den Ausdrücken für $\Delta\varphi$ und $\Delta\mu$ hat daher keine weitere Schwierigkeit. Ich habe sofort die Bestimmung für die 3 näher untersuchten Cometen, (Encke, Winnecke und Faye) nach diesen sehr bequemen Formeln vorgenommen und gefunden (logarithmisch):

Encke	Winnecke	Faye
$\Delta\varphi = 3.5015U$	$3.0030U$	$2.4656U$
$\Delta\mu = 1.9541U$	$1.1256U$	$0.3725U$

hierbei ist angenommen:

$\varphi = 57^\circ 50'$	$48^\circ 31'$	$33^\circ 20'$
$\mu = 1072''$	$631''$	$469''$
$\log a = 0.3465$	0.5000	0.5859

Nimmt man nun mit Asten für den Encke'schen Cometen für $\Delta\mu$ den Werth $0''1044$ an, so findet sich $U = \frac{1}{862}$, welcher Werth mit Encke's Resultaten sehr gut stimmt, die durch mechanische Quadraturen erhalten

sind; ausserdem leitet Asten empirisch aus den Beobachtungen den Werth von $\Delta\varphi = -3''68$ ab, ein Werth der zufällig völlig mit den Resultaten der obigen Formeln stimmt; die Uebereinstimmung lässt Asten mit Recht als schwerwiegendes Argument für die nahe Richtigkeit der Encke'schen Hypothese gelten. Für den Winnecke'schen Cometen finde ich mit dem oben ermittelten Werth $\Delta\mu = 0''01436$, für U den Werth

$$U = \frac{1}{930},$$

eine Grösse die sich auffallend wenig von dem für den Encke'schen Cometen gefundenen Werth von U unterscheidet; wenn auch zugegeben werden muss, dass U selbst für verschiedene Cometen sehr verschieden sein kann, so ist doch wohl diese nahe Identität nicht als völlig zufällig anzusehen. Um $\Delta\varphi$ empirisch aus den Beobachtungen ableiten zu können, liegt gegenwärtig noch nicht das genügende Material vor, es dürfte sich daher empfehlen, diesen Werth theoretisch aus den obigen Formeln zu bestimmen; mit den eben gefundenen Widerstandsgrössen findet sich leicht

$$\Delta\varphi = -1''08.$$

Nimmt man für den Faye'schen Cometen U etwa $\frac{1}{900}$ an, eine allerdings ziemlich willkürliche Voraussetzung, so findet sich nach den obigen Ausdrücken für diesen Cometen:

$$\Delta\mu = 0''0026 \quad \Delta\varphi = -0''32.$$

Diese Quantitäten sind sehr klein, und vermischen sich theilweise mit der Unsicherheit der Störungsrechnung; sie zeigen aber dass die bisher angenommene Abwesenheit einer ausserordentlichen Einwirkung auf den Faye'schen Cometen keineswegs als Argument gegen die Richtigkeit der Encke'schen Hypothese herangezogen werden kann.

Wien, 19. April 1880.

v. Oppolzer.

Conjunctions of the satellites of Saturn.

The following observations of the Conjunctions of Saturn's Satellites were made here between the dates of September and December 1879. The method of observation, was fully described in Astron. Nachr. No. 2264. The given times are those when the satellite is fully up. Unfavorable weather and other causes, have cut short the number of observations.