1851. ANNALEN №. 3.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND LXXXII.

I. *Messungen galvanischer Leitungswiderstände nach einem absoluten Maafse;*

von Wilhelm Weber.

§. 1.

Erklärung der absoluten Maafseinheit für galvanische Leitungswiderstände.

Wie für die *Geschwindigkeit* kein eigenes *Grundmaafs* aufgestellt zu werden braucht, wenn Raum- und Zeitmaafs gegeben sind, so braucht auch kein eigenes *Grundmaafs für den galvanischen Leitungswiderstand* aufgestellt zu werden, wenn Maafse für die elektromotorische Kraft und für die Stromintensität gegeben sind. Man kann dann nämlich *denjenigen Widerstand zur Maafseinheit nehmen, welchen ein geschlossener Leiter besitzt, in welchem die Maafseinheit der elektromotorischen Kraft die Maafseinheit der Stromintensität hervorbringt.* Hierauf beruht die Zurückführung der Messungen galvanischer Leitungswiderstände auf ein absolutes Maafs.

Man könnte glauben, dafs sich diese Zurückführung noch einfacher ausführen liefse, wenn man auf die räumlichen Dimensionen (Länge und Querschnitt) der galvanischen Leiter zurückginge und sich dabei an dasjenige Metall hielte, welches zu solchen Leitern am geeignetsten ist und am häufigsten dazu gebraucht wird, an das *Kupfer.* Unter der absoluten Maafseinheit des Leitungswiderstandes würde dann derjenige Widerstand verstanden werden, welchen ein kupferner Leiter besitzt, dessen Länge dem Längenmaafse und dessen Querschnitt dem Flächenmaafse gleich ist, wobei also, aufser Längen- und Flächenmaafs, *der* *specifische Leitungswiderstand des Kupfers als Maafseinheit* für die specifischen Widerstände leitender Stoffe gegeben seyn müfste. Es wäre dazu also ein eigenes *Grundmaafs für specifische Widerstände* nöthig, dessen Einführung Bedenken haben würde, *erstens*, weil dadurch keine Ersparnifs in der Zahl der Grundmaafse erlangt wird, wenn um das Grundmaafs für den absoluten Widerstand entbehrlich zu machen, ein anderes Grundmaafs eingeführt werden mufs, welches sonst entbehrlich wäre. *Zweitens* aber ist weder das Kupfer noch ein anderes Metall ein geeigneter Stoff, um zur Feststellung eines Grundmaafses für specifische Widerstände zu dienen. Jacobi sagt darüber, dafs bei den Widerständen auch der chemisch reinsten Metalle Unterschiede stattfänden, welche durch eine Verschiedenheit der Dimensionen nicht erklärt werden könnten, und dafs also, wenn der eine Physiker seine Widerstandsmesser und Multiplicatoren auf Kupferdraht von 1 Meter Länge und 1 Millimeter Dicke bezöge, die anderen Physiker immer noch nicht die Ueberzeugung hätten, ob sein Kupferdraht und der ihrige einen gleichen *Widerstandscoëfficienten* besitze, d. h. ob der *specifische* Widerstand des Kupfers von allen diesen Drähten gleich sey. Die Zurückführung der Messungen galvanischer Leitungswiderstände auf ein absolutes Maafs kann daher nur dann eine wesentliche Bedeutung haben und praktische Anwendung finden, wenn sie auf die zuerst angegebene Weise geschieht, wobei keine anderen Maafse als das für die *elektromotorische Kraft* und das für die *Stromintensität* vorausgesetzt werden.

Es fragt sich aber dann ferner, welche Maafse für *elektromotorische Kräfte* und *Stromintensitäten* gegeben seyen? Auch für die Messung dieser Gröfsen brauchen keine eigenen *Grundmaafse* aufgestellt zu werden, sondern sie können auf *absolutes Maafs* zurückgeführt werden, wenn die magnetischen Maafse für *Stabmagnetismus* und *Erdmagnetismus* und *Raummaafs* und *Zeitmaafs* gegeben sind.

Unter der absoluten Maafseinheit der *elektromotorischen Kraft kann nämlich diejenige elektromotorische Kraft ver-*

standen werden, welche die Maaſseinheit des Erdmagnetismus auf einen geschlossenen Leiter ausübt, wenn derselbe so gedreht wird, daſs die von seiner Projection auf eine gegen die Richtung des Erdmagnetismus senkrechte Ebene begränzte Fläche während des Zeitmaaſses um das Flächenmaaſs zunimmt oder abnimmt. — Unter der absoluten Maaſseinheit der *Stromintensität kann die Intensität desjenigen Stroms verstanden werden, welcher, wenn er eine Ebene von der Gröſse des Flächenmaaſses umläuft, die nämlichen Wirkungen nach den elektromagnetischen Gesetzen in die Ferne ausübt, wie ein Magnetstab, welcher die Maaſseinheit des Stabmagnetismus enthält.* — Die absoluten Maaſse des *Stabmagnetismus* und des *Erdmagnetismus* sind aus der Abhandlung von Gauſs: *Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata. Gottingae* 1833, (Ann. Bd. XXVIII, S. 241 und 591) bekannt.

Aus dieser Darstellung geht von selbst hervor, daſs die Messungen galvanischer Leitungswiderstände auf ein absolutes Maaſs zurückgeführt werden können, wenn nur *Raummaaſs, Zeitmaaſs* und *Massenmaaſs als Grundmaaſse* gegeben *sind*; denn die zuletzt angeführten, von Gauſs festgestellten absoluten Maaſse des *Stabmagnetismus* und des *Erdmagnetismus* hängen bekanntlich bloſs von diesen drei Grundmaaſsen ab. Die nähere Betrachtung lehrt, daſs selbst von diesen drei Grundmaaſsen das *Massenmaaſs* nicht in Betracht kommt, wie aus folgender Uebersicht der einfachen Relationen hervorgeht, welche durch diese Feststellung absoluter Maaſse der hier betrachteten verschiedenen Gröſsenarten begründet werden.

Als Grundmaaſse kommen dabei das *Längenmaaſs R* und das *Zeitmaaſs S* in Betracht; als *absolute Maaſse* das Flächenmaaſs *F* und die Maaſseinheiten des *Stabmagnetismus M*, des *Erdmagnetismus T*, der *elektromotorischen Kraft E*, der *Stromintensität J* und des *Leitungswiderstandes W.*

Hiernach hat man *erstens*, wenn wW den Widerstand irgend eines geschlossenen Leiters, eE die elektromotorische Kraft, welche auf diesen Leiter wirkt, und iJ die Intensität des durch diese elektromotorische Kraft hervorgebrachten Stroms ausdrückt, zwischen den drei Zahlen w, e, i die Relation:

$$w = \frac{e}{i},$$

woraus einleuchtet, dafs, wenn die Zahlen e und i durch Messung bestimmt sind, mittelbar auch die Zahl w dadurch gefunden wird, ohne dafs es dazu einer besonderen Messung bedarf.

Wenn *zweitens* eE die elektromotorische Kraft ausdrückt, welche auf irgend einen geschlossenen (ebenen) Leiter wirkt, fJ den Flächenraum der von diesem Leiter umschlossenen Ebene, tT den Erdmagnetismus, von welchem jene elektromotorische Kraft herrührt und sS den Zeitraum, in welchem die Ebene jener Leiter durch Drehung aus einer mit der Richtung des Erdmagnetismus parallelen in eine darauf senkrechte Lage in solcher Weise übergeführt wird, dafs die von seiner Projection auf eine gegen diese Richtung des Erdmagnetismus senkrechte Ebene begränzte Fläche, mit der Zeit proportional, während des Zeitmaafses um das Flächenmaafs wächst; so hat man zwischen den vier Zahlen e, f, t, s folgende Relation:

$$e = \frac{ft}{s},$$

und hieraus leuchtet ein, dafs wenn die drei Zahlen f, t, s durch Messung bestimmt sind, mittelbar auch die Zahl e dadurch gefunden wird, ohne dafs es dazu einer besonderen Messung bedarf.

Wenn *drittens* iJ die Stromintensität in irgend einem geschlossenen (ebenen) Leiter ausdrückt, fT den Flächenraum der von diesem Leiter umschlossenen Ebene und mM den Magnetismus eines Stabes, welcher an die Stelle jenes Leiters gesetzt (seine magnetische Axe senkrecht gegen die Ebene des Leiters) dieselben Wirkungen nach elektromagnetischen Gesetzen in die Ferne ausübt, wie jener durchströmte Leiter; so hat man zwischen den drei Zahlen i, f, m folgende Relation:

$$i = \frac{m}{f},$$

woraus einleuchtet, dafs wenn die Zahlen f und m durch Messung bestimmt sind, mittelbar auch die Zahl i dadurch gefunden wird, ohne dafs es dazu einer besonderen Messung bedarf.

Aus diesen drei Relationen ergiebt sich endlich

$$w = \frac{e}{i} = \frac{f f t}{s m},$$

und hieraus folgt, dafs wenn die vier Zahlen f, s, m, t durch Messung bestimmt sind, mittelbar auch die Zahl w dadurch gefunden wird. Die Zahl f wird durch Ausmessung des Flächenraums der vom Leiter umschlossenen Ebene, die Zahl s durch Zeitmessung gefunden, und es bleiben also nur die Zahlen m und t übrig, welche durch eine Messung des Stabmagnetismus nach der von Gaufs in der angeführten Abhandlung gegebenen Vorschrift gefunden werden. Die Unveränderlichkeit der Maafseinheit für galvanische Leitungswiderstände kann hiernach sicher so lange verbürgt werden, als die vier gegebenen Maafse: Flächenmaafs, Zeitmaafs und die Maafseinheiten für Stabmagnetismus und Erdmagnetismus unverändert erhalten werden; doch folgt daraus noch keineswegs, dafs die Erhaltung dieser vier gegebenen Maafse eine nothwendige Bedingung für die Unveränderlichkeit der Maafseinheit galvanischer Leitungswiderstände sey, vielmehr reicht dazu schon die blofse Erhaltung derselben Maafseinheit für *Geschwindigkeiten* hin.

Bezeichnet nämlich tT den Erdmagnetismus, von welchem die elektromotorische Kraft herrührt, welche auf den geschlossenen Leiter wirkt, dessen Widerstand gemessen worden ist, ferner $m'M$ den Magnetismus eines Stabes (dessen magnetische Axe der Richtung des Erdmagnetismus parallel sey, während die von seinem Mittelpunkte zum Mittelpunkt der vom Leiter umschlossenen Ebene gezogene Gerade gegen die Richtung des Erdmagnetismus senkrecht ist) welcher nach magnetischen Gesetzen aus grofser Entfernung am Orte des Leiters genau gleiche Wirkung ausüben würde, wie der mit tT bezeichnete Erdmagnetismus, und endlich rR die Länge der von der Mitte dieses Stabes zur Mitte der von Leiter umschlossenen Ebene gezogenen Geraden; so hat man nach der »*Intensitas*« zwischen den drei Zahlen t, m', r die einfache Relation:

$$t = \frac{m'}{r^3}.$$

Substituirt man diesen Werth von t in der Gleichung für w, so erhält man:

$$w = \frac{ff}{r^3} \cdot \frac{m'}{m} \cdot \frac{1}{s}.$$

Bezeichnet endlich $r'R$ die Seitenlänge eines Quadrats, dessen Flächenraum dem Flächenraume der vom Leiter umschlossenen Ebene gleich ist, woraus die Relation

$$f = r'r'$$

folgt, und setzt man auch diesen Werth von f in die obige Gleichung, so erhält man:

$$w = \frac{r'^3}{r^3} \cdot \frac{m'}{m} \cdot \frac{r'}{s}.$$

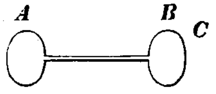
Auf den Werth des Factors $\left(\frac{r'^3}{r^3} \cdot \frac{m'}{m}\right)$ hat nun, wie von selbst einleuchtet, eine Aenderung der gegebenen Maafse gar keinen Einflufs; dagegen hat eine Aenderung der gegebenen Raum- und Zeitmaafse auf den Werth des Factors $\frac{r'}{s}$, und dadurch auf den Werth der Zahl w Einflufs, wenn nicht beide Maafse zugleich proportional vergröfsert oder verkleinert werden. Der Werth der Zahl w ergiebt sich hieraus also unabhängig von allen Aenderungen der gegebenen Maafse, so lange dadurch keine Aenderung im *Geschwindigkeitsmaafse* verursacht wird. Wird aber durch eine Veränderung der gegebenen Maafse das Geschwindigkeitsmaafs n Mal verkleinert oder vergröfsert, so ergiebt sich für den Factor $\frac{r'}{s}$ und folglich auch für die Zahl w ein n Mal gröfserer oder kleinerer Werth, was so viel heifst, als dafs der Widerstand gegenwärtig nach einem n Mal kleineren oder gröfseren Maafse ausgedrückt wird. Die Unveränderlichkeit der Maafseinheit für galvanische Leitungswiderstände hängt also nach der gegebenen Erklärung blofs von der Unveränderlichkeit des gegebenen Geschwindigkeitsmaafses ab. Wird das Geschwindigkeitsmaafs n Mal gröfser oder kleiner genommen, so wird damit zugleich auch die Maafseinheit für galvanische Leitungswiderstände n Mal vergröfsert oder verkleinert.

§. 2

Schema für die Messung eines galvanischen Leitungswiderstandes nach absolutem Maafs.

Die Längen- und Zeitmessungen, welche nach dem vorigen §. zur Bestimmung des galvanischen Widerstandes eines Leiters genügen, setzen Verhältnisse voraus, von deren zweckmäfsigen Anordnung die practische Ausführbarkeit und Genauigkeit einer solchen Bestimmung abhängt. Zur einfachen Uebersicht der wesentlichen Verhältnisse diene folgendes Schema.

Aus dem galvanischen Leiter, dessen Widerstand gemessen werden soll, werden zwei kreisförmige Ringe A und B gebildet, welche auf die in der Figur dargestellte Weise zusammenhängen. Der ganze aus den beiden Kreisen A, B und den beiden Verbindungsstücken bestehende Leiter bildet eine in sich zurücklaufende Linie, von welcher der Einfachheit wegen angenommen wird, dafs sie in einer Ebene liege, und dafs die die Mittelpunkte beider Kreise verbindende Gerade mit der Richtung des Erdmagnetismus zusammenfalle. T bezeichne die Stärke des Erdmagnetismus, wie sie nach absolutem Maafse ausgedrückt aus magnetometrischen Messungen gefunden wird, r bezeichne die der Einfachheit wegen einander gleich gesetzten Halbmesser der beiden Kreise. Projicirt man nun den Kreis A nach der Richtung des Erdmagnetismus AB auf eine gegen AB senkrechte Ebene, so ist der Flächenraum der von der Projection begränzten Ebene $= 0$. Die Beugsamkeit



der die beiden Kreise verbindenden Drähte möge aber gestatten, den Kreis A zu drehen und gegen AB senkrecht zu stellen, wo dann der Flächenraum der von derselben Projection begränzten Ebene $= \pi rr$ wird. Diese Drehung geschehe in einer kurzen Zeit s auf solche Weise, dafs der Flächenraum der von der Kreisprojection begränzten Ebene in dieser Zeit von 0 bis πrr gleichförmig wachse. Es ergiebt sich dann nach den *magnetoelektrischen* Gesetzen eine *elektromotorische Kraft,* welche der Erdmagnetismus T auf den gedrehten kreisförmigen Leiter A während der Zeit s ausübt, und welche nach der im vorigen §. erklärten Maafseinheit durch eE ausgedrückt wird, wo die Zahl e durch die Gleichung

$$e = \frac{\pi rr}{s} \cdot T$$

bestimmt ist. Durch diese elektromotorische Kraft wird während der Zeit s ein durch den ganzen geschlossenen Leiter gehender Strom hervorgebracht, dessen *Intensität* nach der im vorigen §. erklärten Maafseinheit mit iJ bezeichnet werden soll. Dieser Strom geht auch durch den Kreis B und wirkt von hier aus auf eine entfernte Magnetnadel in C, deren Drehungsaxe, auf der Richtung des Erdmagnetismus AB senkrecht, in der Ebene des Kreises liegt. C liege in der verlängerten AB [1]). Es ergiebt sich nun aus den *elektromagnetischen* Gesetzen, dafs das von dem durch den Kreis B gehenden Strom auf die Nadel in C ausgeübte Drehungsmoment dem von einem Magnetstabe ausgeübten Drehungsmomente gleich ist, welcher im Mittelpunkte des Kreises B so aufgestellt würde, dafs seine magnetische Axe auf der Kreisebene senkrecht wäre, wenn sein nach absolutem Maafse ausgedrückter Magnetismus M

$$M = \pi rri$$

ist. Wenn nun ferner der nach gleichem Maafse ausgedrückte Magnetismus der Nadel in $C = m$ und $BC = R$ ist und φ den Winkel bezeichnet, welchen die magnetische Axe der Nadel in C mit der Richtung des Erdmagnetismus

1) D. h., der die Centra der Kreise A und B verbindenden Linie.

AB macht, so wird das von dem Stabmagnetismus *M* auf den Stabmagnetismus *m* ausgeübte Drehungsmoment nach bekannten *magnetischen* Gesetzen durch

$$\frac{Mm}{R^3}.\cos\varphi = \frac{\pi r r}{R^3}.im\cos\varphi$$

ausgedrückt. Hieraus ergiebt sich, wenn *K* das Trägheitsmoment der Nadel bezeichnet, die *Acceleration* der Drehung:

$$\frac{dd\varphi}{ds^2} = \frac{\pi r r}{R^3}.\frac{im}{K}.\cos\varphi,$$

und folglich, wenn die Nadel vorher in Ruhe und $\varphi = 0$ war, die *Drehungsgeschwindigkeit* am Ende der kurzen Zeit *s*

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{\pi r r}{R^3}.\frac{im}{K}.s.$$

Aus dieser Geschwindigkeit findet man endlich für die aus *unmittelbarer Beobachtung* bekannte gröfste Elongation α der dadurch in Schwingung gesetzten Nadel, nach den bekannten Schwingungsgesetzen durch Multiplication mit der Schwingungsdauer *t* und durch Division mit der Zahl π, folgenden Ausdruck:

$$\alpha = \frac{rr}{R^3}.\frac{im}{K}.st.$$

Für die Schwingungsdauer *t* hat man aber die bekannte Gleichung:

$$mT = \frac{\pi\pi K}{tt},$$

woraus

$$\frac{mt}{K} = \frac{\pi\pi}{tT}$$

und also

$$\alpha = \frac{\pi\pi r r}{R^3}.\frac{is}{tT}.$$

Nun ist α durch unmittelbare Beobachtung gefunden, folglich erhält man hieraus zur Bestimmung der Zahl *i*

$$i = \frac{R^3}{\pi\pi r r}.\frac{t}{s}.T\alpha.$$

Man könnte nun ferner, indem man beachtet, dafs der durch den Kreis B gehende Strom auch den Kreis A durchläuft, auch die Wirkung des Kreisstroms A auf die Nadel in C berechnen; indessen möge hier der Einfachheit wegen angenommen werden, dafs die Entfernung AC so grofs sey, dafs diese Wirkung gegen die Wirkung des Kreisstroms B verschwinde: es giebt dann die *wirklich beobachtete* Elongationsweite der Nadel in C unmittelbar den Werth von α.

Sonach wird also von der nach absolutem Maafse ausgedrückten *elektromotorischen Kraft* eE, für welche

$$e = \frac{\pi r r}{s} . T$$

gefunden worden ist, in dem ganzen geschlossenen Leiter, dessen Raum gemessen werden soll, ein Strom hervorgebracht, dessen *Intensität* nach absolutem Maafse durch iJ ausgedrückt wird, wo

$$i = \frac{R^3}{\pi \pi r r} . \frac{t}{s} . T\alpha$$

gefunden worden ist. Der *gesuchte Widerstand* des ganzen geschlossenen Leiters wird aber nach der im vorigen §. erklärten Maafseinheit durch wW ausgedrückt, wo die Zahl w durch das Verhältnifs der gefundenen Zahlen e und i bestimmt ist, nämlich:

$$w = \frac{e}{i} = \frac{\pi^3 r^4}{R^3 t \alpha} .$$

Die Ausführung der Messung eines galvanischen Leitungswiderstands nach absolutem Maafse beruht hiernach auf der Messung der Gröfsen

$$r, R, t, \alpha,$$

oder, mit anderen Worten, der Widerstand des ganzen geschlossenen Leiters kann nach absolutem Maafse ausgedrückt werden, wenn man durch Beobachtungen *erstens* die Zahl α gefunden hat, welche die Elongationsweite der Nadel in Theilen des Halbmessers angiebt, *zweitens* die Zahl $\frac{r}{R}$, welche den Halbmesser der beiden Kreise in Theilen der Entfernung BC angiebt, *drittens* die Geschwindigkeit $\frac{r}{t}$, mit welcher der Halbmesser jener Kreise während einer Schwingung der Nadel durchlaufen wird. Auch hieraus sieht man wieder, dafs das *Geschwindigkeitsmaafs* das einzige Maafs ist, welches gegeben seyn mufs, wenn der Widerstand eines Leiters nach absoluten Maafse durch Messung bestimmt werden soll.

§. 3.

Beobachtungen.

Von den vier Gröfsen, welche, nach den vorigen §. zum Zwecke der Bestimmung eines galvanischen Leitungswiderstandes nach absolutem Maafse, durch *Beobachtungen* gefunden werden sollen, können drei wirklich leicht mit grofser Genauigkeit gemessen werden, nämlich der Halbmesser r der beiden Kreise, die Entfernung $BC = R$ des Kreises B von der Nadel in C und die Schwingungsdauer der Nadel t. Es bleibt also nur die vierte Gröfse, nämlich die in Theilen des Halbmessers ausgedrückte Elongationsweite der Nadel α, übrig, welche gewöhnlich so klein ist, dafs sie nicht beobachtet werden kann. Diefs ist der Grund, warum bei der wirklichen Ausführung der Beobachtungen von der im vorigen §. beschriebenen Anordnung etwas abgewichen werden mufs. Um nämlich einen so grofsen Werth von α zu erhalten, dafs er genau beobachtet werden könne, ist es *erstens* nöthtig, dafs die Magnetnadel, auf welche der Kreisstrom B wirken soll, statt in einer grofsen Entfernung $BC = R$, im Mittelpunkte des Kreisstroms B selbst aufgestellt werde, wo die Wirkung desto gröfser ist, je kleiner der Halbmesser r, im Vergleich mit R, ist. Nur mufs dabei darauf geachtet werden, dafs die Länge der Nadel viel kleiner sey, als der Durchmesser des Kreises, damit die eigenthümliche Vertheilungsweise des Magnetismus in der Nadel nicht genauer in Rechnung gebracht zu werden brauche, weil die Erforschung dieser Vertheilungsweise mit Schwierigkeiten verbunden ist. *Zweitens* ist es nöthig, dafs die beiden Kreise, statt aus einer Umwindung, aus vielen, Umwindungen des Leiters zusammengesetzt werden, wodurch sie sich in Ringe von gröfserem Querschnitt verwandeln. Es mufs dann aber der Einflufs aller Umwindungen einzeln in Rechnung gebracht werden, weil sie verschiedene Halbmesser haben und nicht alle in einer Ebene mit der Nadel liegen.

Es wurde daher zu dem galvanischen Leiter, dessen Widerstand gemessen werden sollte, ein sehr langer und dicker Kupferdraht gewählt, der 169 Kilogramm wog. Davon wurden 16 Kilogramm zum Ringe *A* verwendet, welcher aus 145 Umwindungen bestand, die zusammen eine Fläche von nahe 105 Quadratmetern begränzten. Dieser Ring wurde vertical aufgestellt und konnte um seinen verticalen Durchmesser durch eine Kurbel schnell im Halbkreise gedreht werden, so dafs das Perpendikel auf der Ringebene am Anfang und am Ende der Drehung mit dem magnetischen Meridian zusammenfiel. — Die übrigen 153 Kilogramm wurden zu dem Ringe *B* verwendet, welcher aus 1854 Umwindungen bestand, die zusammen einen 202 Millimeter breiten und 70,9 Millimeter hohen Querschnitt geben. Der innere Halbmesser dieses Ringes war 303,51, der äufsere 374,41 Millimeter. Dieser zweite Ring wurde fest aufgestellt und seine Ebene fiel mit dem magnetischen Meridian zusammen. Im Mittelpunkte dieses zweiten Ringes *B* wurde nun eine kleine, 60 Millimeter lange Magnetnadel mit Spiegel (wie in einem kleinen Magnetometer) an einen Kokonfaden aufgehängt und die Schwingungen und Elongationen der Nadel mit einem auf dem Spiegel gerichteten Fernrohre an einer nahe 4 Meter von dem Spiegel entfernten Scale beobachtet.

Die Beobachtungen wurden auf folgende Weise gemacht. Der Ring *A* wurde zuerst so gestellt, dafs seine Ebene mit dem magnetischen Meridian zusammenfiel und die im Mittelpunkte des Ringes *B* aufgestellte Magnetnadel wurde dabei in Ruhe gebracht. Darauf wurde der Ring *A* plötzlich um 90° gedreht. Dadurch wurde die im Mittelpunkte des Ringes *B* befindliche Maguetnadel in Schwingung gesetzt und es wurde mit dem Fernrohr der Stand der Nadel bei ihrer gröfsten (positiven) Elongation, welche sie nach einer halben Schwingungsdauer erreichte, an der Scale beobachtet. Eine Schwingungsdauer später, also $1\frac{1}{2}$ Schwingungsdauer nach dem Anfang, gelangte die Nadel zu ihrer gröfsten (negativen) Elongation nach der entgegengesetzten Seite, welche ebenfalls an der Scale beobachtet wurde. Hierauf wurde in dem Augenblicke, wo die wieder vorwärts schwingende Nadel ihren ursprünglichen Ruhestand passirte, also zwei Schwingungsdauern nach dem Beginn der Versuche, der Ring *A* um 180° zurück gedreht. Die schwingende Nadel wurde dadurch mitten in ihrer Bewegung arretirt und rückwärts geworfen, worauf nun wieder zuerst ihre gröfste negative und sodann ihre gröfste positive Elongation an der Scale beobachtet wurde. Nach Verlauf von vier Schwingungsdauern von Anfang, d. i. in dem Augenblicke, wo die Nadel von ihrer letzten Elongation zurückkehrend ihren ursprünglichen Ruhestand passirte, wurde der Ring wieder um 180° vorwärts gedreht und sodann die nämliche Elongation wieder beobachtet, wie das erste Mal, und auf diese Weise wurden die Versuche so lange fortgesetzt, bis eine hinreichende Beobachtungsreihe erhalten worden war. Die folgende Tafel enthält vier solcher Beobachtungsreihen. Für jede Reihe sind in der *ersten* Columne die an der Scale beobachteten Elongationen der Reihe nach unter einander gestellt; in der *zweiten* Columne sind die Mittelwerthe aus je zwei auf einander folgenden, positiven oder negativen, Elongationen beigefügt worden. In der *dritten* Columne sind die Differenzen der auf positive und negative Elongation sich beziehenden Mittelwerthe, d. i. die Gröfse der ganzen Schwingungsbogen bemerkt worden.

Erste Reihe.			Zweite Reihe.			Dritte Reihe.			Vierte Reihe.		
467,1			467,1			463,0			462,0		
540,7	543,70		540,5	543,65		536,7	539,65		534,7	538,20	
546,7		80,10	546,8		79,65	542,6		80,40	541,7		80,00
461,4	463,60		461,3	464,00		456,6	459,25		455,3	458,20	
465,8		79,75	466,7		79,55	461,9		80,35	461,1		79,75
540,6	543,35		540,8	543,55		537,6	539,60		535,1	537,95	
546,1		79,25	546,3		79,90	541,6		79,55	540,8		79,50
462,3	464,10		461,8	463,65		458,3	460,05		456,0	458,45	
465,9		79,45	465,5		80,00	461,8		79,70	460,9		79,50
541,4	543,55		542,1	543,65		537,7	539,75		535,3	537,95	
545,7		79,75	545,2		79,70	541,8		79,95	540,6		80,05
462,3	463,80		462,8	463,95		457,9	459,80		456,0	457,90	
465,3		79,70	465,1		79,85	461,7		79,85	459,8		79,85
542,0	543,50		542,3	543,80		537,6	539,65		536,1	537,75	
545,0		79,45	545,3		80,10	541,7		79,70	539,4		79,55
462,8	464,05		462,7	463,70		458,2	459,95		456,8	458,20	
465,3		79,45	464,7		79,80	461,7		80,10	459,6		79,65
542,0	543,50		542,3	543,50		537,6	540,05		536,0	537,85	
545,0		79,65	544,7		79,75	542,5		80,05	539,7		79,70
462,9	463,85		462,8	463,75		457,3	460,00		456,5	458,15	
464,8		79,85	464,7		79,60	462,7		79,50	459,8		79,60
542,7	543,70		541,9	543,35		536,6	539,50		535,8	537,75	
514,7		79,45	544,8		79,75	542,4		79,75	539,7		79,55
463,4	464,25		462,3	463,60		457,2	459,75		456,4	458,20	
465,1		79,70	464,9		79,85	462,3			460,0		79,55
542,6	543,95		541,3	543,45					535,7	537,75	
545,3		79,75	545,6						539,8		
462,8	464,20										
465,6											
Mittel 79,64.			Mittel 79,79.			Mittel 79,90.			Mittel 79,69.		

Der Mittelwerth aus diesen vier Reihen zusammen ist 79,755 Scalentheile $=$ 79,4 Millimeter, welcher noch um $\frac{1}{2}$ Millimeter zu vergröfsern ist, wenn man auf den Einflufs Rücksicht nimmt, welchen es hatte, dafs die Drehung des Ringes A nicht in einer so kurzen Zeit bewerkstelligt werden konnte, welche gegen die Schwingungsdauer der Nadel vernachlässigt werden durfte. Hieraus ergiebt sich für α der Werth:

$$\alpha = \frac{79,9}{8175}$$

indem der doppelte Horizontalabstand des Spiegels von der Scale genau 8175 Millimeter betrug.

Die Schwingungsdauer der Nadel war aus 300 Schwingungen

$$t = 10'',2818$$

gefunden worden, wobei der von der Elasticität des Aufhängungsfadens herrührende Theil der Directionskraft den 1770ten Theil der magnetischen Directionskraft betrug, also

$$\frac{1}{1+\theta} = \frac{1770}{1771}$$

war. Endlich wurde noch, wegen der grofsen Entfernung der beiden Ringe in einem nicht eisenfreien Locale, die Schwingungsdauer einer und derselben Nadel am Orte der beiden Ringe verglichen und ihr Verhältnifs wie 2,9126: 2,9095 gefunden, woraus sich ergiebt, dafs wenn T' den Erdmagnetismus für A, T'' für B bezeichnet,

$$T' : T'' = 470 : 471.$$

Diese Beobachtungen genügen, um den Widerstand des ganzen geschlossenen Leiters nach absolutem Maafse zu bestimmen und es wird daraus nach genauer Berechnung

$$w = 2166 \, . \, 10^8$$

gefunden.

§. 4.

Anwendung des Princips der Dämpfung.

Statt den *Erdmagnetismus* zu benutzen, um eine auf absolutes Maafs zurückführbare elektromotorische Kraft darzustellen, kann man auch den *Stabmagnetismus* in Anwendung bringen, und es leuchtet dann von selbst ein, dafs die zweckmäfsigste Stelle für den Magnetstab, dessen Magnetismus dazu in Anwendung kommen soll, im *Mittelpunkte* des vom inducirten Leiter gebildeten Ringes seyn werde. Dabei kann dann entweder der Magnetstab feststehen und der Ring um seinen auf der magnetischen Axe des Magnetstabes senkrechten Durchmesser hin und her gedreht werden, oder es kann umgekehrt der Ring feststehen und der Magnetstab um jenen Durchmesser hin und her gedreht werden. Im letzteren Falle kann eine starke im Mittelpunkte des Ringes aufgehangene *schwingende Magnetnadel* benutzt werden.

Der Strom, welcher durch die von dem Stabmagnetismus einer im Mittelpunkte des Ringes schwingenden Magnetnadel herrührenden elektromotorische Kraft in dem geschlossenen Leiter hervorgebracht wird, wirkt nun aber nach dem Principe der *Dämpfung* selbst wieder rückwärts auf die schwingende Nadel und bringt eine Abnahme ihrer Schwingungsbogen hervor, welche mit grofser Genauigkeit beobachtet werden kann, und die *Intensität* dieses Stromes läfst sich aus diesen Beobachtungen ebenfalls nach absolutem Maafse bestimmen. Es leuchtet daraus ein, dafs der Strom alsdann gar nicht durch einen zweiten, als Galvanometer dienenden Ring geleitet zu werden braucht, um die Intensität des Stroms zu messen. Es kann daher der ganze Leiter, dessen Widerstand gemessen werden soll, zur Bildung eines einzigen Rings, welcher zugleich als Inductor und Multiplicator dient, benutzt werden.

Nach dieser Vereinfachung genügt *die Beobachtung der Schwingungsbogen einer im Mittelpunkte des Ringes schwingenden Magnetnadel*, durch deren *Gröfse* die Stärke der elektromotorischen Kraft, welche auf den geschlossenen Leiter wirkt, und durch deren *Abnahme* die Intensität des von jener elektromotorischen Kraft in dem geschlossenen Leiter hervorgebrachten Stromes bestimmt werden kann.

Bei

Bei der Ausführung der Beobachtungen nach diesem Principe der *Dämpfung* kommt es hauptsächlich darauf an, daſs der Magnetismus der im Mittelpunkte des Ringes schwingenden Nadel recht stark sey, um eine starke Dämpfung zu bewirken, daſs aber zugleich auch die Länge der Nadel im Vergleich mit dem Durchmesser des Ringes recht klein sey, damit zur Berechnung des Widerstandes des geschlossenen Leiters keine genaue Kenntniſs der Vertheilungsweise des Magnetismus in der Nadel erforderlich sey, deren genauere Erforschung Schwierigkeiten findet. In dem jetzt allein gebrauchten Ringe, welcher der nämliche ist, welcher vorher mit *B* bezeichnet wurde und 303,51 Millimeter inneren, und 374,41 Millimeter äuſseren Halbmesser und 202 Millimeter Höhe hatte, wurde um eine bei 90 Millimeter Länge möglichst starke Magnetnadel aufgehangen und damit begonnen, das die Enden des den Ring bildenden Drahts von einander *gelöst* wurden. Die Nadel wurde alsdann in Schwingung gesetzt und nach der von Gauss in den »Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1837« gegebenen Anleitung die Schwingungsdauer der Nadel und die Abnahme ihrer Schwingungsbogen, oder das logarithmische Decrement dieser Abnahme, bestimmt. Darauf wurde der ringförmige Leiter *geschlossen* und die nämlichen Beobachtungen wiederholt. Sodann wurde der Leiter wieder *gelöst* und auf diese Weise mehrmals abgewechselt. Die Resultate dieser Beobachtungen sind in der folgenden Tafel zusammengestellt, wo in der *ersten* Columne unter *A* das logarithmische Decrement der Abnahme der Schwingungsbogen bei *geschlossenem* Leiter, in der *zweiten* Columne unter *B* das nämliche bei *offenem* Leiter, in der *dritten* Columne unter *t* die dabei beobachtete *Schwingungsdauer* angegeben ist. Darunter sind die Mittelwerthe bemerkt.

A.	*B.*	*t.*
0,028645	0,000460	9,1128
0,027955	0,000360	9,1148
0,028565	0,000380	9,1107
0,028388	0,000400	9,1128

Hieraus ergiebt sich also der von der Dämpfung herrührende Theil des logarithmischen Decrements, nach dem Briggs'schen Systeme = 0,028388 — 0,000400 = 0,027988, oder, nach dem natürlichen Systeme,

$$\lambda = 0{,}064445.$$

Der Stabmagnetismus der schwingenden Nadel M, aus magnetometrischen Messungen bestimmt, war nach absolutem Maafse im Verhältnifs zum horizontalen Theile der erdmagnetischen Kraft T gefunden worden:

$$\frac{M}{T} = 20733000.$$

Der von der Elasticität des Aufhängungsfadens herrührende Theil der Directionskraft der Nadel endlich war 68 Mal kleiner als der vom Magnetismus herrührende gefunden worden, oder

$$\frac{1}{1+\theta} = \frac{68}{69}.$$

Für die Berechnung des Leitungswiderstandes aus diesen nach dem Principe der Dämpfung ausgeführten Beobachtungen ergeben sich folgende Regeln.

Nach dem Gesetze der magnetischen Induction ist die *elektromotorische Kraft* eines im Mittelpunkte eines kreisförmigen Leiters schwingenden kleinen Magnets, dessen magnetische Axe mit der Kreisebene den Winkel φ macht, seinem Magnetismus M, dem Cosinus des Winkels φ und der Drehungsgeschwindigkeit $\frac{d\varphi}{dt}$ direct, dem Halbmesser des Kreises r umgekehrt proportional, und wird, wenn M nach absolutem Maafse ausgedrückt ist, ebenfalls nach absolutem Maafse bestimmt durch:

$$e = \frac{2\pi M}{r} \cdot \cos\varphi \frac{d\varphi}{dt}.$$

Nach elektromagnetischem Gesetze dagegen ist das *Drehungsmoment,* welches der im kreisförmgen Leiter inducirte Strom auf den im Mittelpunkte schwingenden kleinen Magnet ausübt, dem Magnetismus M, dem Cosinus des Winkels φ und der Stromintensität i direct, dem Halbmesser r umgekehrt proportional, und wird, wenn auch i nach absolutem Maaſse ausgedrückt ist, ebenfalls nach absolutem Maaſse bestimmt durch:

$$D\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi M}{r} \cdot i \cos\varphi.$$

Für kleine Schwingungen, bei welchen φ wenig von 0 abweicht, ist

$$e = \frac{2\pi M}{r} \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

$$D\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi M}{r} \cdot i.$$

Bezeichnet K das Trägheitsmoment des schwingenden Magnets, auf welchen die vom horizontalen Theile der erdmagnetischen Kraft herrührende Directionskraft MT wirkt, so ergiebt sich die Gleichung seiner Bewegung:

$$0 = \frac{dd\varphi}{dt^2} + \frac{MT}{K}\varphi + \frac{D}{K}\frac{d\varphi}{dt}$$

und hieraus durch Integration:

$$\varphi = p + Ae^{-\frac{Dt}{2K}} \sin(t - B)\sqrt{\left(\frac{MT}{K} - \frac{1}{4}\frac{DD}{KK}\right)}.$$

Hierin ist $\frac{D}{2K}$ das auf die Zeiteinheit reducirte logarithmische Decrement der Abnahme der Schwingungsbogen nach dem natürlichen Systeme; also ist, wenn τ die Schwingungsdauer unter dem Einflusse der Dämpfung bezeichnet:

$$\lambda = \frac{D\tau}{2K} = \frac{\pi M}{rK} \cdot \frac{dt}{d\varphi} \cdot \tau i$$

und die *Stromintensität:*

$$i = \frac{rK\lambda}{\pi M\tau} \cdot \frac{d\varphi}{dt}.$$

Es folgt hieraus zur Berechnung des Leitungswiderstandes

$$w' = \frac{e}{i} = \frac{2\pi\pi MM}{rrK\lambda} . \tau .$$

Aus obiger Gleichung für φ ergiebt sich aber zur Bestimmung der Schwingungsdauer unter dem Einflufs der Dämpfung

$$\tau \sqrt{\left(\frac{MT}{K} - \frac{1}{4}\frac{DD}{KK}\right)} = \pi = \tau \sqrt{\left(\frac{MT}{K} - \frac{\lambda\lambda}{\tau\tau}\right)},$$

woraus

$$\frac{M\tau}{} = \frac{\pi\pi + \lambda\lambda}{\tau T},$$

also

$$w' = \frac{2\pi\pi}{rr} . \frac{\pi\pi + \lambda\lambda}{\lambda\tau} . \frac{M}{T} .$$

Hiernach berechnet, mit Rücksicht auf die aus der Zusammensetzung des Dämpfers aus vielen Umwindungen, und aus der Elasticität des Aufhängungsfadens sich ergebende Correction, findet man aus obigen Beobachtungen:

$$w' = 1898 . 10^8$$

§. 5.

Vergleichung der nach absolutem Maafse bestimmten Leitungswiderstände mit Jacobi's Widerstands-Etalon.

Zur Vergleichung des Widerstandes zweier Leiter giebt es sehr verschiedene Methoden, auf deren Erörterung hier nicht eingegangen zu werden braucht. Nach einer solchen in der Abhandlung näher erörterten Methode sind die beiden in den vorhergehenden §§. betrachteten Leitungswiderstände verglichen und gefunden worden:

$$w : w' = 1138 : 1000.$$

Reducirt man nach diesem Verhältnisse den erstern Widerstand auf den letztern, so hat man dafür

$$w' = \frac{1000}{1138} w = 1903 . 10^8,$$

während die unmittelbare Bestimmung im vorigen §.

$$w' = 1898 . 10^8$$

gegeben hat. Aus diesen beiden, nach ganz verschiedenen

Methoden gefundenen, sehr nahe übereinstimmenden Angaben soll in der Folge

$$19.10^{10}$$

als mittlerer Werth für diesen Widerstand angenommen werden.

Auf die Wichtigkeit, welche die Einführung eines bestimmten, von allen Physikern angenommenen Maafses für die Leitungswiderstände, wie auch für die elektromotorischen Kräfte und Stromintensitäten, gegenwärtig habe, wo so viele galvanische Untersuchungen mit so mannigfalltigen Instrumenten gemacht werden, deren Vergleichung unter einander oft von grofsem Interesse ist, hat besonders Jacobi aufmerksam gemacht, und hat zu diesem Zwecke für den Leitungswiderstand ein *Grundmaafs* in einem Kupferdrahte vorgeschlagen, welchen er mehreren Physikern, die sich mit galvanischen Messungen beschäftigen, mit der Aufforderung zugesandt hat, diesen Widerstands-Etalon mit ihren Widerstandsmessern zu vergleichen und ihre Messungen künftig nach diesem Messer anzugeben.

Dieser Widerstands-Etalon ist ein Kupferdraht von $7619\frac{3}{4}$ Millimeter Länge und $\frac{2}{3}$ Millimeter Dicke, welcher $22449\frac{3}{10}$ Milligramm wiegt.

Dieses von Jacobi eingeführte Widerstandsmaafs, welches, wie zu hoffen, allgemeine Annahme finden wird, wird keineswegs durch das hier erörterte *absolute Maafs* verdrängt; denn es ist nicht möglich, jeden Widerstand nach diesem absoluten Maafse unmittelbar zu bestimmen, während jeder Widerstand mit dem Jacobi'schen Maafse unmittelbar verglichen werden kann. Bei der Bedeutung aber, welche die absoluten Maafsbestimmungen für viele Untersuchungen haben, ist es von Wichtigkeit, alle nach dem Jacobi'schen Maafse gemachten Angaben auf absolutes Maafs reduciren zu können, was durch eine Vergleichung des oben nach absolutem Maafse bestimmten Widerstandes mit dem Widerstande des Jacobi'schen Etalons leicht geschehen kann.

Eine solche Vergleichung ist nun zu diesem Zwecke wirklich ausgeführt worden und hat ergeben, dafs diese beiden Leitungswiderstände sich nahe wie 32:1 verhalten, oder genauer wie 19000:598. Da nun also der erstere Leitungswiderstand nach absolutem Maafse zu 19000 Millionen Eiheiten gefunden worden ist, so entspricht das Jacobi'sche Widerstandsmaafs 5980 Millionen Einheiten, oder man erhält ganz nahe die nach Jacobi's Maafse bestimmten Leitungswiderstände durch Multiplication mit 6 Milliarden nach absolutem Maafse ausgedrückt. Es würde nach dieser Bestimmung möglich seyn, das Jacobi'sche Maafs, auch wenn es verloren ginge, näherungsweise wieder herzustellen.

§. 6.

Ueber den von Kirchhoff gefundenen Werth der Constanten, von welcher die Intensität inducirter elektrischer Ströme abhängt.

Die von Neumann in seiner Aufstellung der mathematischen Gesetze der inducirten elektrischen Ströme mit ε bezeichnete *Inductions-Constante* hat folgende Bedeutung. Bezeichnet man mit W die oben für galvanische Leitungswiderstände aufgestellte absolute Maafseinheit, mit W' dagegen dasjenige Widerstandsmaafs, dessen man sich wirklich bedient, ferner mit C das Geschwindigkeitsmaafs, welches bei Aufstellung obiger absoluter Maafse zum Grunde liegt (1 Millimeter in 1 Sekunde), mit C' dagegen dasjenige Geschwindigkeitsmaafs, dessen man sich bei Messung der inducirenden Bewegungen und Wirkungen der inducirten Ströme wirklich bedient (1 preufsischer Zoll = 26,154 Millimeter in 1 Sekunde bei Kirchhoff); so ist

$$\varepsilon = 2\frac{C'W}{CW'}.$$

Es geht daraus hervor, dafs wenn der Werth dieser Inductionsconstanten ε einmal bestimmt ist, jeder nach dem gewählten Maafse gegebene Widerstand auf absolutes Maafs zurückgeführt werden kann.

Bei der von Kirchhoff im 76. Bande dieser Annalen gegebenen Bestimmung der Inductions-Constanten ε ist zum

Widerstandsmaafse der Widerstand eines *Kupferdrahts* gewählt worden, dessen Länge 1 preufsicher Zoll$=$26,154 Millimeter und dessen Querschnitt 1 preufsischer Quadratzoll$=$684 Quadratmillimeter ist. Leider ist hierdurch kein ganz bestimmtes Widerstandsmaafs gegeben, weil verschiedene Stücke Kupfer bei den nämlichen Dimensionen verschiedenen Widerstand haben, und es folgt daraus, dafs auch der Werth der Inductions-Constanten ε innerhalb der jener Variabilität des Kupferwiderstands entsprechenden Gränzen dabei unbestimmt gelassen wird. Kirchhoff bemerkt daher selbst: »Da die Leitungsfähigkeit des Kupfers zwischen gewissen Gränzen variirt, so ist bei der Angabe des Zahlenwerthes von ε nur eine beschränkte Genauigkeit von Interesse.« Kirchhoff wollte nur einen Näherungswerth von ε geben, welcher für seinen Zweck genügte, und er begnügte sich damit um so eher, als die von ihm gebrauchten Methoden und Instrumente auch dann, wenn er ein ganz bestimmtes Widerstandsmaafs aufgestellt hätte, eine feinere Bestimmung des Zahlenwerths von ε kaum gestattet haben würden.

Es ist aber von Wichtigkeit, das Interesse, welches eine genaue Bestimmung des Zahlenwerthes von ε hat, das aber durch jene Unbestimmtheit in der Wahl des Widerstandsmaafses verschwindet, durch Hebung dieser Unbestimmtheit wieder herzustellen, und diefs geschieht, wenn man sich nicht an *Kupfer im Allgemeinen*, sondern blofs an das von Kirchhoff bei seinen Messungen *wirklich gebrauchte Stück Kupfer* hält und den Widerstand eines Drahts von *diesem Kupfer*, dessen Länge 26,154 Millimeter und dessen Querschnitt 684 Quadratmillimeter ist, zum Widerstandsmaafs wählt und also das von Kirchhoff gefundene Resultat nur auf das hierdurch genau bestimmte Maafs und die damit gemachten oder darauf reducirten Messungen bezieht.

Für dieses Maafs fand nun Kirchhoff, indem er 1 preufsischen Zoll in 1 Sekunde zum Geschwindigkeitsmaafse genommen hatte:

$$\varepsilon = \frac{1}{192},$$

woraus folgt (da $C' = 26{,}154\, C$ war), dafs derjenige Widerstand, welcher 52,308 Einheiten des oben aufgestellten absoluten Maafses beträgt, der 192[te] Theil des Widerstandes eines Drahtes von dem Kirchhoff'schen Kupfer ist, dessen Länge 26,154 Millimeter und dessen Querschnitt 584 Quadratmillimeter ist, oder mit andern Worten, dafs das von Kirchhoff gewählte Widerstandsmaafs 10043 Mal gröfser ist, als das oben aufgestellte absolute Maafs.

Wenn nun auch diese Angabe des Zahlenwerths von ε nur als eine approximative betrachtet werden soll, so hat es doch Interesse, dieselbe mit anderen Angaben, welche auf ganz anderen Wegen und mit verschiedenen Instrumenten gefunden worden sind, zu vergleichen, weil dadurch eine Prüfung der verschiedenen dabei zu Hülfe genommenen Naturgesetze an einander gewonnen wird. Kirchhoff's Messungen beziehen sich nämlich auf Ströme, welche durch *Volta-Induction* erzeugt waren, und es sind daher bei ihm die Gesetze der Volta-Induction, welche zur Bestimmung des Zahlenwerthes von ε zu Hülfe genommen worden sind; während die von mir gemachten Messungen sich auf Ströme beziehen, welche durch *Magnet-Induction* erzeugt waren, und es daher die Gesetze der Magnet-Induction sind, welche bei mir zur Bestimmung des Zahlenwerthes von ε führen sollen.

Es soll daher zunächst der Zahlenwerth von ε gegeben werden, welcher aus den von mir gemachten Messungen sich ergiebt. Dafs nämlich aus diesen Messungen der Werth von ε bestimmt werden könne, sobald nur der Widerstand des Kirchhoff'schen Kupferdrahts mit dem Widerstande des Jacobi'schen Etalons verglichen worden ist, leuchtet von selbst ein. Diese Vergleichung habe ich nun aber ausgeführt, nachdem ich jenen Draht von Kirchhoff gütigst mitgetheilt erhalten habe, und bin dadurch in den Stand gesetzt, das Resultat dieser Vergleichung hier nachträglich mitzutheilen. Das Resultat dieser Vergleichung ist folgendes:

Ein Stück von Kirchhoff's Draht, welches 13,573 preufsische Zoll lang war und 0,4061 Quadratlinien Querschnitt hatte, besafs einen Widerstand, der sich zum Widerstande des Jacobi'schen Etalons verhielt wie:

$$1:106.$$

Hieraus folgt das Verhältnifs des Widerstandes des von Kirchhoff gewählten (oben näher bestimmten) Maafses zu dem Widerstande des Jacobi'schen Etalons wie

$$1:106 \,.\, 13,573 \,.\, \frac{144}{0,4061}.$$

Bezeichnet man also den Widerstand des Jacobi'schen Etalons mit J und das von Kirchhoff's Widerstandsmaafs mit W', so ist

$$\frac{J}{W'}=510180.$$

Nun ist aber der Widerstand des Jacobi'schen Etalons gleich 5980 Millionen Einheiten des absoluten Maafses oben gefunden worden; folglich ist, wenn das absolute Widerstandsmaafs mit W bezeichnet wird

$$\frac{J}{W}=5980000000;$$

folglich

$$\frac{W'}{W}=11720.$$

Nun ist $\frac{C'}{C}=26{,}154$, folglich

$$\varepsilon=2\frac{C'W}{CW'}=\frac{1}{224}$$

d. i. um $\frac{1}{7}$ kleiner als Kirchhoff gefunden hat. Eine gröfsere Uebereinstimmung liefs sich nicht erwarten, weil Kirchhoff's Angabe blofs als Näherungswerth Geltung haben soll.

Es möge hier noch endlich eine Bestimmung des *specifischen Widerstandes der verschiedenen Sorten von Kupfer* beigefügt werden, welche zum Jacobi'schen Etalon, dem Kirchhoff'schen Drahte und dem von mir gebrauchten Dämpfer verwendet worden sind.

Man pflegt den *specifischen Widerstand* eines Körpers nach einer absoluten Einheit anzugeben, indem man zu dieser Einheit den specifischen Widerstand eines solchen Körpers nimmt, dessen absoluter Leitungswiderstand bei der Länge = 1 und bei dem Querschnitt = 1 dem festgesetzten Widerstandsmaafse gleich ist. Die Bestimmung des specifischen Widerstandes nach dieser Einheit findet aber besonders bei feinen Drähten eine praktische Schwierigkeit in der genauen Ausmessung ihres Querschnitts, und Kirchhoff hat daher zur Beseitigung dieser Schwierigkeit den Querschnitt seines Drahtes auf indirectem Wege durch Bestimmung seines absoluten und specifischen Gewichts und seiner Länge ermittelt.

Nun liegt aber der Bestimmung specifischer Widerstände nach dieser Einheit die Voraussetzung zum Grunde, dafs der Leitungswiderstand eines und desselben Drahtes von unveränderter Länge, wenn derselbe seiner Dicke nach ausgedehnt oder zusammengedrückt werde, im verkehrten Verhältnifs des Querschnitts variire, was aber auf keine Weise nachgewiesen worden ist, auch bei den geringen Aenderungen des Querschnittes, die man durch Drucke hervorbringen kann, schwerlich nachgewiesen werden kann. Man hat daher eben so viel Grund, anzunehmen, dafs sobald nur die Masse und die Länge des Drahtes unverändert bleibe, der Leitungswiderstand auch bei veränderlichem Querschnitte nicht variire. Unter dieser Annahme mufste aber die absolute Einheit auf andere Weise festgestellt werden, nämlich als der specifische Widerstand eines solchen Körpers, dessen absoluter Leitungswiderstand bei der Länge = 1 und bei der Masse = 1 dem festgesetzten Widerstandsmaafse gleich ist. Man bestimmt darnach den specifischen Widerstand irgend eines Körpers dadurch, dafs man den nach dem festgesetzten Widerstandsmaafse ausgedrückten Leitungswiderstand eines daraus gebildeten Drahts mit seiner Masse multiplicirt und mit dem Quadrate seiner Länge dividirt.

Nach der so festgesetzten Einheit sollen nun die specifischen Widerstände der drei Kupfersorten, welche von Jacobi, Kirchhoff und von mir gebraucht worden sind, bestimmt werden, weil, auch abgesehen von den obigen Bedenken, diese Bestimmung jedenfalls die praktisch ausführbarste und anwendbarste ist. Folgende Tafel giebt die Uebersicht von diesen Bestimmungen.

Kupfersorte zu	Länge in Millim.	Masse in Milligramm.	Widerstand nach absolutem Maafse.	Specif. Widerstand.	ε.
Jacobi's Draht	7620	22435	5980000000	2310000	$\frac{1}{270}$
Kirchhoff's »	355	4278	58500000	1916000	$\frac{1}{224}$
Weber's »	3946000	152890000	190000000000	1865600	$\frac{1}{219}$

Man sieht hieraus, dafs zwischen dem von Kirchhoff und von mir gebrauchten Kupfer nur ein geringer Unterschied stattfindet, während das von Jacobi gebrauchte viel mehr abweicht, indem es eine bedeutend geringere Leitungsfähigkeit besitzt. In der Vermuthung, dafs Jacobi zu seinem Etalon vielleicht galvanoplastisch niedergeschlagenes Kupfer angewendet habe, habe ich einen Draht von solchem Kupfer, den ich durch die Güte des Hrn. Prof. Schellbach in Berlin erhielt, einer Prüfung unterworfen und folgende Resultate gefunden, welche im Gegensatze mit obiger Vermuthung beweisen, dafs das galvanoplastisch gewonnene und zu Draht ausgezogene Kupfer sogar noch etwas gröfsere Leitungsfähigkeit besitzt.

Ein Draht von galvanoplastisch niedergeschlagenem Kupfer.	Länge in Millim.	Masse in Milligramm.	Widerstand nach absolutem Maafse.	Specif. Widerstand.	ε.
	12780	221295	1243000000	1684000	$\frac{1}{198}$

In der letzten Columne hier und in der oberen Tafel sind unter ε die verschiedenen Zahlenwerthe bemerkt, welche für die Neumann'sche Inductions-Constante erhalten wurden, wenn man sich an die von Kirchhoff gewählten Maafse hält, dabei aber die verschiedenen hier betrachteten Kupfersorten in Anwendung bringen wollte. Hält man sich dagegen an die oben festgesetzten absoluten Maafse, so ist $C'=C$, $W'=W$ und ε hat stets den Werth 2.

§. 7.

Ueber die Constanten der elektrischen Gesetze, welche von der Wahl der Maafse abhängen.

Das von Neumann aufgestellte Gesetz inducirter elektrischer Ströme stellt die Intensität dieser Ströme als abhängig von einer Constanten dar, deren Zahlenwerth aus den Maafsen bestimmt werden mufs, nach welcher die in Betracht gezogenen Gröfsen gemessen werden. Diese Constante hat Neumann die *Inductionsconstante* genannt. Eine solche Constante kommt nun in dem allgemeinen Ausspruch jedes Naturgesetzes vor, welcher angiebt, wie eine Gröfse durch andere bestimmt werde. Es möge hier eine Uebersicht dieser Constanten für alle Grundgesetze folgen, welche sich auf *elektromotorische Kräfte, Stromintensitäten* und *galvanische Leitungswiderstände* beziehen. Jedes dieser Gesetze stellt die gesuchte Gröfse als einen Ausdruck anderer mefsbaren Gröfsen dar, welcher eine Constante zum Factor hat, deren Zahlenwerth aus den gewählten Maafsen zu bestimmen ist.

1) Das Grundgesetz der Volta'schen Säule stellt die Intensität des Stromes i als einen Ausdruck der elektromotorischen Kraft e und des Widerstandes w dar, nämlich, wenn die Constante, deren Zahlenwerth aus den gewählten Maafsen zu bestimmem ist, mit α bezeichnet wird;

$$i=\alpha\,.\,\frac{e}{w}\,.$$

Die Constante α hat folgende Bedeutung. Bezeichnet man mit J, E, W die oben festgesetzten absoluten Maafse für Stromintensitäten, elektromotorische Kräfte und Leitungswiderstände, und mit J', E', W' diejenigen Maafse, deren man sich wirklich bedient, so ist

$$\alpha = \frac{JE'W}{J'EW'},$$

folglich, wenn man sich der absoluten Maafse selbst bedient,

$$\alpha = 1.$$

2) Das Grundgesetz des Elektromagnetismus stellt die elektromotorische Kraft F als einen Ausdruck der Masse magnetischen Fluidums μ, der Länge ds und Intensität i des Stromelements, der Entfernung beider von einander r, und einer Zahl dar, welche durch den Winkel φ gegeben ist, den r mit ds bildet, nämlich, wenn die Constante, deren Zahlenwerth aus den gewählten Maafsen zu bestimmen ist, mit β bezeichnet wird:

$$F = \beta . \frac{\mu i ds}{rr} \sin\varphi.$$

Die Constante β hat folgende Bedeutung. Bezeichnet man mit P die absolute Maafseinheit für Drehungsmomente (das Product eines Millimeters in diejenige Kraft, welche in einer Sekunde der Masse eines Milligramms die absolute Maafseinheit der Geschwindigkeit ertheilt), mit M die absolute Maafseinheit des magnetischen Fluidums und mit J das absolute Maafs für Stromintensitäten, ferner mit P', M', J' diejenigen Maafse, deren man sich wirklich bedient, so ist:

$$\beta = \frac{PM'J'}{P'MJ},$$

folglich, wenn man sich der absoluten Maafse selbst bedient,

$$\beta = 1.$$

3) Das Ampère'sche Grundgesetz der Elektrodynamik stellt die elektrodynamische Anziehungskraft F als einen Ausdruck der Stromintensitäten zweier Elemente i, i' und einer Zahl dar, welche durch die Verhältnisse der Länge der beiden Stromelemente zu ihrer Entfernung $\frac{ds}{r}$, $\frac{ds'}{r}$ und

durch die drei Winkel ε, θ, θ' gegeben ist, welche ds und ds' mit einander und mit r bilden, nämlich, wenn die Constante, deren Zahlenwerth aus den gewählten Maafsen zu bestimmen ist, mit γ bezeichnet wird:

$$F=\gamma . ii' . \frac{ds\,ds'}{rr}(\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\theta\cos\theta').$$

Die Constante γ hat folgende Bedeutung. Bezeichnet man mit F das absolute Kraftmaafs (diejenige Kraft, welche in einer Sekunde der Masse eines Milligramms die Geschwindigkeit von ein Millimeter in einer Sekunde ertheilt), mit J das absolute Maafs für Stromintensitäten, und mit F', J' diejenigen Maafse, deren man sich wirklich bedient, so ist

$$\gamma=\frac{FJ'J'}{F'JJ},$$

folglich, wenn man sich der absoluten Maafse selbst bedient,

$$\gamma=2.$$

4) Das Grundgesetz der Magnet-Induction stellt die elektromotorische Kraft e als einen Ausdruck der Masse magnetischen Fluidums μ, der Geschwindigkeit der inducirenden Bewegung c, der Länge des inducirten Elements ds und dessen Entfernung r von μ, und einer Zahl dar, welche durch die beiden Winkel φ, ψ gegeben ist, die ds mit r und c mit der Normale der Ebene rds bildet, nämlich, wenn die Constante, deren Zahlenwerth aus den gewählten Maafsen zu bestimmen ist mit δ bezeichnet wird:

$$e=\delta . \frac{\mu c ds}{rr}\sin\varphi\cos\psi.$$

Die Constante δ hat folgende Bedeutung. Bezeichnet man mit E die absolute Maafseinheit für elektromotorische Kräfte, mit M die absolute Masseneinheit des magnetischen Fluidums, mit S die Zeitsekunde, und mit E', M', S' diejenigen Maafse, deren man sich wirklich bedient, so ist

$$\delta=\frac{EM'S}{E'M'S'},$$

folglich, wenn man sich der absoluten Maafse selbst bedient,

$$\delta = 1.$$

5) Das Grundgesetz der Volta-Induction stellt die elektromotorische Kraft e als einen Ausdruck der Stromintensität i und deren Aenderung $\frac{di}{dt}$, der Geschwindigkeit der inducirenden Bewegung c und der Entfernung des inducirten Elements vom inducirenden r und mehreren Zahlen dar, welche durch die Verhältnisse der Länge der beiden Elemente zu ihrer Entfernung $\frac{ds}{r}$, $\frac{ds'}{r}$ und durch die vier Winkel ε, θ, θ', φ gegeben sind, welche ds und c mit einander und mit r, und ds' mit r bilden, nämlich, wenn die Constante, deren Zahlenwerth aus den gewählten Maafsen zu bestimmen ist, mit ζ bezeichnet wird:

$$e = \zeta . \left[ci . \frac{ds\,ds'}{rr} (\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\theta\cos\theta')\cos\varphi \right.$$
$$\left. + \tfrac{1}{2}\frac{di}{dt}\frac{ds\,ds'}{r}\cos\theta\cos\varphi \right].$$

Die Constante ζ hat folgende Bedeutung. Bezeichnet man mit E und J die absoluten Maafseinheiten für elektromotorische Kräfte und Stromintensitäten und mit C das absolute Geschwindigkeitsmafs (ein Millimeter in einer Sekunde), und mit E', J', C' diejenigen Maafse, deren man sich wirklich bedient, so ist:

$$\zeta = 2 . \frac{EJ'C'}{E'JC},$$

folglich, wenn man sich der absoluten Maafse selbst bedient,

$$\zeta = 2.$$

6) Das allgemeine Grundgesetz der elektrischen Wirkung stellt die elektrische Kraft F als einen Ausdruck der elektrischen Massen v, v', ihrer Entfernung r, ihrer relativen Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$ und deren Aenderung $\frac{ddr}{dt^2}$ dar, nämlich, wenn die Constante, deren Zahlenwerth aus den

gewählten Maaſsen zu bestimmen ist, mit η bezeichnet wird:

$$F = \eta . \frac{vv'}{rr}\left[1 - \frac{1}{aa}\left(\frac{dr^2}{dt^2} - 2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right].$$

(a bezeichnet die Zahl, welche das Verhältniſs derjenigen Geschwindigkeit angiebt, mit welcher zwei elektrische Massen gegen einander bewegt werden müssen, wenn sie gar keine Kraft auf einander ausüben sollen, zu der Geschwindigkeit von ein Millimeter in einer Sekunde.) Die Constante η hat folgende Bedeutung. Bezeichnet man mit F das absolute Kraftmaaſs, mit N die absolute Masseneinheit des elektrischen Fluidums (diejenige Masse des elektrischen Fluidums, welche auf eine gleiche Masse in ein Millimeter Entfernung die absolute Einheit der Kraft ausübt), mit R ein Millimeter, und mit F', N', R' diejenigen Maaſse, deren man sich wirklich bedient, so ist:

$$\eta = \frac{FN'N'RR}{F'NNR'R'},$$

folglich, wenn man sich der absoluten Maaſse selbst bedient:

$$\eta = 1.$$

Jede elektrische Kraft kann aber als elektromotorische Kraft wirken und diese letztere e wird dann nach dem allgemeinen Grundgesetze der elektrischen Wirkung als ein Ausdruck der elektrischen Masse v, der Länge des Elementes ds, in welchem die elektrische Masse, auf welche gewirkt wird, enthalten ist, der Entfernung beider von einander r, ihrer relativen Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$ und deren Aenderung $\frac{ddr}{dt^2}$ und des Winkels φ, welchen ds mit r bildet, dargestellt, nämlich, wenn die Constante, deren Zahlenwerth aus den gewählten Maaſsen zu bestimmen ist, mit k bezeichnet wird:

$$e = k . \frac{vds}{rr}\left[a - 1\frac{1}{a}\left(\frac{dr^2}{dt^2} - 2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right]\cos\varphi.$$

Die

Die Constante k hat folgende Bedeutung. Bezeichnet man mit E die absolute Maafseinheit für elektromotorische Kräfte, mit N die absolute Masseneinheit des elektrischen Fluidums, mit C die absolute Einheit der Geschwindigkeit (ein Millimeter in der Sekunde) mit R ein Millimeter, und mit E', N', C', R' diejenigen Maafse, deren man sich wirklich bedient, so ist:

$$k = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{EN'C'R}{E'NCR'},$$

folglich, wenn man sich der absoluten Maafse selbst bedient:

$$k = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

II. *Untersuchungen über die Vertheilung der mittleren Jahrestemperatur in den Alpen; von Hermann Schlagintweit.*

(Schlufs von Seite 180.)

Temperaturabnahme zwischen den Stationen von 0 bis 3000 P. F.

Bei den niedrigeren Punkten der Alpen sind die localen Unregelmäfsigkeiten so grofs, dafs ihre Vergleiche noch keine Schlüsse auf die Temperaturabnahme im Allgemeinen erlauben; allein eine Untersuchung derselben dürfte defsungeachtet nicht ganz ohne Interesse seyn. Es sind bei dieser Zusammenstellung nur für jene Orte Zahlen angegeben, wo eine *Ab*nahme der Temperatur stattfindet; einige unregelmäfsige Fälle, bei welchen eine *Zu*nahme eintritt, sind durch Klammern angedeutet; wir werden auf diese zurückkommen.