in der Einleitung zunächst der Begriff des Logarithmus entwickelt. Im weiteren werden zwei verschiedene Systeme besprochen (règle des écoles, règle Mannheim), die sich nicht im Prinzip, aber in der Art und Weise unterscheiden wie die verschiedenen Skalen angebracht sind, um die auszuführenden Handgriffe möglichst einfach und bequem zn gestalten. Es ist hervorzuheben, daß diese beiden Systeme ganz getrennt und mit möglichster Vollständigkeit auseinandergesetzt werden. Man kann sich also über den Gebrauch des einen Systems unterrichten, ohne sich durch die für das andere geltenden Vorschriften verwirren zu lassen. Die Operationen, welche ausführbar sind (Multiplikation, Division, Quadrieren, Kubieren, Ausziehen von Quadrat- und Kubikwurzeln, Bestimmung von Logarithmen, Sinus und Tangenten) werden der Reihe nach eingehend vorgenommen.

Der letzte Abschnitt zeigt die Anwendbarbeit des Instrumentes an verschiedenen Beispielen. *A. P.*

Astronomischer Kalender für 1908. Wien, Carl Gerolds Sohn, K 2.40.

Außer dem üblichen Inhalt des Kalenders enthält der vorliegende eine Arbeit von Dr. J. Holetschek über die Sichtbarkeit von Kometen bei Tage, eine über die rasche Einregulierung von Präzisionspendeln von Dr. H. Jaschke und den Bericht über neue Planeten und Kometen von Prof. Weiß. Wir entnehmen dem letzteren, daß im Vorjahre 124 neue Planeten entdeckt wurden.

Sur quelques points du calcul fonctionnel. Thèse présentée à la faculté des sciences de Paris par M. Fréchet. Paris 1906. (Extrait du tome XXII des Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo.)

Diese musterhaft korrekte und verdienstvolle Arbeit beschäftigt sich mit dem allgemeinsten Funktionsbegriffe: Es sei irgend eine Klasse von Elementen a gegeben und jedem dieser Elemente sei eine reelle Zahl $U(a)$ zugeordnet. $U(a)$ heißt eine Funktion dieser Elemente. Wie die Theorie der Funktionen einer reellen Veränderlichen auf der Theorie der Punktmengen beruht, so handelt es sich auch hier zunächst darum, das Analogon der Punktmengentheorie für die Klasse unserer Elemente a aufzubauen. In der Theorie der Punktmengen ist grundlegend der Begriff des Limes. Was ist hier an seine Stelle zu setzen? Je nachdem man den Limesbegriff fassen wird, wird man verschiedene Theorien erhalten. Zunächst läßt Fréchet den Limesbegriff gänzlich undefiniert und setzt nur voraus, daß von jeder beliebigen Folge: $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ von Elementen a feststehe, ob sie einen Limes hat oder nicht, und daß 1. eine Folge, deren sämtliche Glieder das Element a_0 sind, eben dieses Element zum Limes hat, und 2. wenn eine Folge ein Element a_0 zum Limes hat, auch jede aus ihr herausgegriffene Teilfolge das Element a_0 zum Limes hat. Eine Klasse von Elementen, in der ein solcher Limesbegriff besteht, wird als Klasse L bezeichnet. Sei nun eine Menge E gegeben, bestehend aus Elementen einer Klasse L. Ein Element a_0 von L heißt Grenzelement von E, wenn es in E eine Folge voneinander verschiedener Elemente gibt, die das Element a_0 zum Limes haben. Die Begriffe der abgeleiteten Menge, die Begriffe „abgeschlossen" und „perfekt" können nun eingeführt werden wie in der gewöhnlichen Theorie der Punktmengen. Ebenso läßt sich schon der Begriff der stetigen Funktion einführen sowie eine Reihe der wichtigsten Sätze über stetige Funktionen beweisen. Hingegen ist es nicht möglich, zu beweisen, daß jede abgeleitete Menge abgeschlossen ist. Um dies zu zeigen, wählt Fréchet für L die Menge aller Funktionen einer reellen Veränderlichen, für den Limesbegriff den der einfachen Konvergenz, für E die Menge der stetigen Funktionen. Die abgeleitete Menge besteht dann aus den stetigen Funktionen und den Funktionen der ersten Klasse und ist nicht abgeschlossen, da es Folgen von Funktionen erster Klasse gibt, die gegen Funktionen der zweiten Klasse konvergieren. — Da nun der Satz von der Abgeschlossenheit der abgeleiteten Mengen für die Punktmengentheorie fundamental ist, wird es notwendig, den Limesbegriff so zu beschränken, daß dieser Satz beweisbar wird. Dies geschieht auf Grund des „Abstandes" (a, b) zweier Elemente a und b. Auch dieser Abstand wird nicht definiert, sondern hat nur zwei Forderungen zu genügen: 1. der Abstand (a, b) ist eine nicht negative Zahl, und dann und nur dann Null, wenn a und b identisch sind; 2. es gibt eine mit ε gegen Null konvergierende Funktion $f(\varepsilon)$, so daß aus $(a, b) < \varepsilon$ und $(b, c) < \varepsilon$ folgt: $(a, c) < f(\xi)$. Eine Klasse von Elementen, in der ein solcher Abstandsbegriff besteht wird bezeichnet als Klasse V. Der Limesbegriff wird nun so definiert: die Folge $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ habe a_o zum Limes, wenn $\lim\limits_{n=\infty} (a_n, a_o) = 0$. Offenbar ist nun jede Klasse V eine Klasse L, aber nicht umgekehrt. In den Klassen V gilt der Satz von der Abgeschlossenheit der abgeleiteten Mengen, sowie eine große Zahl anderer bekannter Sätze. Besonders interessant ist das Studium, dem das Heine-Borelsche Theorem unterworfen wird. — Den zweiten Teil der Untersuchungen von Fréchet bilden Anwendungen der allgemeinen Resultate des ersten Teiles auf spezielle Klassen V. Für V werden der Reihe nach gewählt: die Punkte einer Geraden (mit dem Limesbegriff der Arithmetik), was die gewöhnliche Theorie der Punktmengen ergibt; die stetigen Funktionen eines Intervalls (mit gleichmäßiger Konvergenz als Limesbegriff); der Raum mit abzählbar unendlich vielen Dimensionen, was besonders im Hinblick auf die seither erschienenen Arbeiten von Hilbert und seinen Schülern über Funktionen von unendlich vielen Veränderlichen von Interesse ist. Der von Fréchet benützte Abstandsbegriff führt hier zu der Auffassung des Limes, die bei Hilberts Vollstetigkeit zur Verwendung kommt. Weiter wird für V gewählt die Menge aller im selben Gebiete regulären analytischen Funktionen, endlich die Menge aller stetigen Kurven (die stetige Kurve im weitesten Sinne gefaßt: die Menge der Punkte (x, y, z) die durchlaufen werden, wenn $x = f(t)$, $y = g(t)$, $z = h(t)$, wobei f, g, h stetig und t von a bis b wächst). Ich möchte die Hoffnung aussprechen, daß der Verfasser auf dem so erfolgreich begonnenen Wege weiterschreite und insbesondere die in Aussicht gestellte Anwendung seiner Theorien auf Mengen stetiger Flächen bald veröffentlichen möge.

Hans Hahn.

Die philosophischen Grundlagen der Wissenschaften. Vorlesungen, gehalten an der Universität Berlin von Prof. Dr. B. Weinstein. B. G. Teubner, Leipzig und Berlin, 1906. XIV u. 543 S. Preis geb. 9 M.

Es ist eine beklagenswerte Erscheinung, daß Philosophen über naturwissenschaftliche Gegenstände, Vertreter der Naturwissenschaften über philo-