

**8. Ueber die Verwendung des Telephons
zur Bestimmung von Dielectricitätsconstanten
leitender Körper;
von Adolf Heydweiller.**

In jüngster Zeit haben, namentlich durch Hrn. Nernst's Bemühungen, Telephon und Inductorium vielfache Verwendung bei der Vergleichung von Capacitäten bez. Dielectricitätsconstanten in der Wheatstone'schen Brücke nach einer im Princip von de Sauty herrührenden Methode gefunden. Es ist daher wohl nicht überflüssig, auf die Grenzen hinzuweisen, welche dem Verfahren in seiner Anwendung auf leitende Dielectrica, insbesondere auf wässerige und alkoholische Lösungen, gesteckt sind. Diese Grenzen liegen darin, dass bei gegebenen Ansprüchen an Genauigkeit die Leitfähigkeit des Dielectricums eine gewisse Grösse nicht überschreiten darf, die wesentlich abhängt von den höchsten Frequenzen electricischer Schwingungen, auf welche das Telephon noch merklich reagirt. Scharf wird sich diese Grenze freilich schon deswegen nicht angeben lassen, weil sie von der Art des benutzten Telephons abhängt; die Grössenordnung aber lässt sich unschwer bestimmen.

Während für constanten Strom die Gleichgewichtsanordnung und Empfindlichkeit der Wheatstone'schen Brücke nur durch die Verhältnisse der Widerstände in den sechs Zweigen bedingt sind, treten bei veränderlichen Strömen an die Stelle der Widerstände die Widerstandsoperatoren, die ausser den Widerständen selbst noch die Inductionen und Capacitäten enthalten, sowie bei Anwendung von Sinusströmen die Frequenz derselben. Wir wollen, der Nernst'schen Anordnung entsprechend, annehmen, dass die Induction in den Seitenzweigen zu vernachlässigen sei, und diese sich nur aus Widerständen und Capacitäten zusammensetzen.

Die von dem Inductorium gelieferten Wechselströme sind sehr unregelmässig, lassen sich aber in bekannter Weise auffassen als eine unendliche Summe von Sinusströmen von allen

möglichen Perioden; die Amplitudenverhältnisse der einzelnen Glieder sind stark durch die Art der Unterbrechung bedingt; besonders hervortreten werden die Eigenschwingungen des Systems und deren Obertöne, die aber wegen ihrer grossen Schwingungszahlen bei den vorliegenden Messungen nicht in Betracht kommen.

Die Stärke, mit der das Ohr die einzelnen Schwingungen durch Vermittelung des Telephons wahrnimmt, hängt ausser von den Amplituden noch von der Empfindlichkeit des Ohres und des Telephons, sowie auch der Brückenordnung selbst ab. Bis zu einer gewissen Frequenz wachsen die ersteren und unter Umständen auch die letztere mit dieser.¹⁾ Bei kleinen Verschiebungen der Brücke gegen die Gleichgewichtslage werden daher im allgemeinen höhere Schwingungen zuerst wirksam. Eine solche Störung des Gleichgewichtes kann bei der Nernst'schen Anordnung durch Aenderung der Capacität oder des Widerstandes eines Seitenzweiges erzielt werden. Die Stromstärke in dem Telephonzweig ist der entsprechenden Aenderung des Widerstandsoperators proportional. Dieser ist für einen Widerstand w mit nebengeschalteter Capacität c (Condensator mit leitendem Dielectricum):

$$w' = \frac{w}{1 + i \nu w c}$$

für einen Sinusstrom von der Frequenz (der mit 2π multiplicirten Schwingungszahl) ν . Die Aenderungen dieser Grösse, die einer Aenderung dw des Widerstandes, bez. dc der Capacität entsprechen, sind:

$$\frac{dw}{(1 + i \nu w c)^2} \quad \text{bez.} \quad \frac{i \nu w^2 dc}{(1 + i \nu w c)^2},$$

und das im Telephonzweig wirksame Quadrat der Stromamplitude ist proportional:

$$(dw)^2 \quad \text{bez.} \quad \nu^2 w^4 (dc)^2.$$

Hat man es, wie im vorliegenden Falle, mit einer Summe von verschiedenen Sinusschwingungen zu thun, so wird das resultirende Amplitudenquadrat:

1) Nach Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 38. p. 285. 1894, hat die Empfindlichkeit des Telephons ein Maximum bei etwa 640 Schwingungen in der Secunde.

$$\sum_{\nu} k_{\nu}^2 (dw)^2 \text{ bez. } \sum_{\nu} k_{\nu}^2 \nu^2 w^4 (dc)^2,$$

worin k_{ν} ein Factor ist, der ausser von der Frequenz ν abhängt von der Amplitude der erregenden Schwingung und den Widerständen, Inductionen und Capacitäten der sechs Brückenzeige.

Das Verhältniss der Empfindlichkeiten für eine relative Widerstandsänderung dw/w einerseits, eine relative Capacitätsänderung dc/c andererseits, ist also gegeben durch die Gleichung:

$$w \sqrt{\sum_{\nu} k_{\nu}^2} \frac{dw}{w} = w^2 c \sqrt{\sum_{\nu} k_{\nu}^2 \nu^2} \frac{dc}{c},$$

oder

$$\frac{dw}{w} : \frac{dc}{c} = wc N,$$

wenn

$$N^2 = \frac{\sum_{\nu} k_{\nu}^2 \nu^2}{\sum_{\nu} k_{\nu}^2}$$

ist. Nimmt man an, es sei die Empfindlichkeit der Brücken-anordnung derart, dass man eine relative Widerstandsänderung $dw/w = 1/10\,000$ noch sicher bestimmen kann — und diese Annahme wird ungefähr den thatsächlichen Verhältnissen entsprechen — und verlangt man in der Bestimmung der Capacität eine Genauigkeit von $dc/c = 1/100$, so muss mithin

$$wc N = \frac{1}{100}$$

sein. Für einen Condensator mit leitendem Dielectricum, und wir wollen der Einfachheit halber annehmen, dass nur ein solcher den betrachteten Seitenzweig bilde, ist nun das Product wc gegeben durch das Verhältniss von Dielectricitäts-constante δ zum Leitvermögen κ .

Für einen Condensator aus zwei parallelen Platten von der Fläche f , deren Abstand a sehr klein ist gegen ihre lineare Ausdehnung, ist in electromagnetischen C. G. S.-Einheiten:

$$w = \frac{a}{\kappa \cdot f}, \quad c = \frac{\delta \cdot f}{36 \pi a 10^{20}},$$

also

$$wc = \frac{1}{36 \pi 10^{20}} \cdot \frac{\delta}{\kappa} \text{ sec}^{-1}.$$

Man hat also unter den obigen Verhältnissen zwischen δ , κ und N die Beziehung:

$$\frac{N}{36 \pi 10^{20}} \cdot \frac{\delta}{\kappa} = \frac{1}{100},$$

oder

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{N \cdot \delta}{36 \pi 10^{18}} \text{ (C. G. S.-Einh.)}, \\ &= \frac{9,4 N \delta}{36 \pi 10^{14}} \text{ bezogen auf Hg.} \end{aligned}$$

Setzt man für Wasser $\delta = 80$, so darf, um die verlangte Genauigkeit bei den angegebenen Bedingungen zu erzielen, das Leitvermögen $\kappa = \frac{2}{3} N \cdot 10^{-13}$ bez. auf Hg nicht überschritten werden. Dieses Verhältniss wird auch bei Nebenschaltung eines nichtleitenden Condensators zu der zu bestimmenden Capacität, wie in der Nernst'schen Anordnung, nicht geändert.

Die Grösse N lässt sich experimentell in der Weise bestimmen, dass man einen nichtleitenden Condensator mit nebengeschaltetem Widerstand verwendet und nach Herstellung des Gleichgewichtes in der Brücke durch abwechselnde Aenderung (Vermehrung und Verminderung) von Capacität und Widerstand die Grössen dc und dw misst, die ein eben merkliches Ertönen des Telephons hervorbringen. Es ergibt sich dann N aus der Gleichung:

$$N = \frac{1}{w^2} \frac{dw}{dc}.$$

Ich habe eine grosse Anzahl derartiger Bestimmungen unter mannichfach abgeänderten Versuchsbedingungen ausgeführt. Dabei wurden in den Seitenzweigen Metall- und Flüssigkeitswiderstände von 1 bis 170 000 Ohm, Luft-, Paraffin- und Glimmercondensatoren von 10^{-4} bis $6 \cdot 10^{-2}$ Mikrofar. verwendet, ferner Telephone verschiedener Form von 3 bis 130 Ohm, und Inductorien verschiedener Grösse von 60 bis 10 000 Ohm secundärem Widerstand.

Die einzelnen Versuche anzuführen, ist zwecklos. Die für N erhaltenen Zahlen ändern sich stark mit den Versuchsbedingungen und liegen zwischen 2000 und 16 000. Es ergab sich dabei noch Folgendes:

Ein Dosentelephon von kleinem Widerstande lieferte unter sonst gleichen Umständen erheblich kleinere Werthe für N , als ein Ericsson'sches Telephon von 125 Ohm; das letztere ist also für die vorliegenden Bestimmungen das geeignetere, wie auch Hr. Nernst schon fand.

Inductorien verschiedener Grösse ergaben unter sonst gleichen Verhältnissen nur wenig verschiedene Zahlen; auch Schaltung einer erheblichen Capacität neben das Inductorium bewirkte keine merkliche Aenderung; die Eigenschwingungen des Systems spielen also bei diesen Bestimmungen keine Rolle; Hrn. Lenard's¹⁾ gegenteilige Behauptung entbehrt der Begründung.

Die grössten Werthe für N wurden unter Bedingungen erhalten, die von denen der Nernst'schen Anordnung nicht sehr verschieden waren.

Mit dem grössten für N gefundenen Werth erhält man den Maximalwerth für die Leitfähigkeit wässeriger Lösungen, für welche noch gute Bestimmungen möglich sind:

$$\kappa = \frac{2}{3} \cdot 16\,000 \cdot 10^{-13} = 1,1 \cdot 10^{-9}$$

bezogen auf Hg. Das ist aber wenig mehr, als das Leitungsvermögen eines mässigen destillirten Wassers. Für äthylalkoholische Lösungen wäre der Werth etwa $\frac{1}{3}$ hiervon; auf der anderen Seite ist auch das moleculare Leitvermögen in verdünnter alkoholischer Lösung etwa $\frac{1}{3}$ von dem in wässeriger, sodass die Grenze des Leitvermögens in beiden Fällen bei nahe gleicher Concentration erreicht wird.

Man mag vielleicht durch Verfeinerung der Versuchsbedingungen, insbesondere durch Anwendung von Telephonen mit erheblich grösserem Widerstand, diese Zahl noch etwas erhöhen können; im allgemeinen wird man aber behaupten dürfen, dass diese Methode zur Bestimmung der Dielectricitätsconstanten über das Gebiet der allerverdünntesten wässerigen und alkoholischen Lösungen nicht hinauskommt.

Zum Schlusse noch eine Berichtigung zu Hrn. Nernst's letzter Mittheilung über diesen Gegenstand.²⁾ Auf die dort erwähnte Fehlerquelle der electrometrischen Methode, auf

1) Lenard, Wied. Ann. **39**. p. 629. 1890.

2) Nernst, Wied. Ann. **57**. p. 209. 1896.

dem Austreten von Kraftlinien aus dem Flüssigkeitsgefäß beruhend, ist wohl nicht Hr. Drude zuerst aufmerksam geworden, vielmehr hat sie schon Hr. Heerwagen ¹⁾ bemerkt und vermieden und zwar auf die einfachste und sicherste Weise — einfacher und sicherer auch, als bei Hrn. Nernst's Anordnung ²⁾ — durch Verwendung eines metallischen, zur Erde abgeleiteten Behälters für die Flüssigkeit. Es ist also nicht richtig, dass Hrn. Heerwagen's Bestimmungen durch diese Fehlerquelle beeinflusst sind.

Breslau, Febr. 1896.

1) Heerwagen, Wied. Ann. **48**. p. 35. 1893.

2) Smale, Wied. Ann. **57**. p. 215. 1896.
