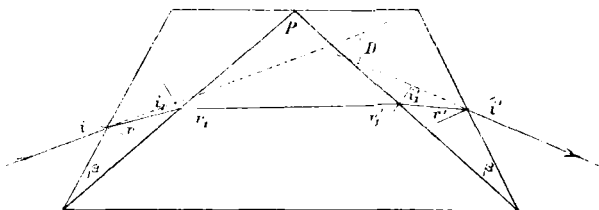


V. Ueber die Anwendung von Schwefelkohlenstoffprismen zu spectroscopischen Beobachtungen von hoher Präcision; von B. Hasselberg.

Unter den gegenwärtig bekannten stark dispergirenden Flüssigkeiten, welche bei der Construction von Spectroskopen in Frage kommen können, nimmt der Schwefelkohlenstoff wegen seiner mit einem hohen Dispersionsvermögen verbundenen Durchsichtigkeit unstreitbar eine hervorragende Stelle ein. Jedem, der die Leistungen eines grösseren, aus Prismen von schwerem Flintglas gebauten Spectroskopes mit denjenigen eines äquivalenten, aus Schwefelkohlenstoffprismen gebildeten Apparates zu vergleichen Gelegenheit gehabt hat, wird unter im übrigen gleichen Verhältnissen die unvergleichlich viel grössere Lichtstärke, namentlich der brechbareren Theile des Spectrums im letzteren Falle sofort aufgefallen sein. Ausser in der bei weitem grösseren Durchsichtigkeit der Flüssigkeit für diese Strahlen an sich, hat dies noch darin seinen Grund, dass, um dieselbe Dispersion zu erzielen, die Anzahl der Flüssigkeitsprismen nur etwa die Hälfte von derjenigen der nöthigen Glasprismen beträgt, wodurch denn auch die Lichtverluste durch Reflexion an den Prismenflächen entsprechend reducirt werden. Diese Vorzüge können noch weiter gesteigert werden, wenn man statt einfacher, mit planparallelen Deckplatten geschlossener Prismen solche anwendet, bei denen ähnlich den sogenannten Rutherfordprismen, die Deckplatten selbst aus umgekehrt gestellten, spitzen Glasprismen gebildet sind. Durch passende Wahl der brechenden Winkel dieser Deckprismen kann nicht nur der brechende Winkel des mittleren Flüssigkeitsprismas, und damit die Dispersion des Systems, ganz erheblich vergrössert werden, sondern es wird auch zugleich der Einfallswinkel, und mit ihm der Lichtverlust durch Reflexion an den Seitenflächen, nicht unwesentlich vermindert. Um dies durch einige Beispiele näher zu erläutern, werde ich zunächst einen Ausdruck für die Dispersion eines solchen Prismas als Function seiner Constanten und der Wellenlänge ableiten, um nachher eine Vergleichung

mit den Verhältnissen bei einem einfachen Prisma anstellen zu können.

Es seien zu diesem Zwecke P und m , β und n die brechenden Winkel und die Brechungsindices des mittleren Prismas und der Seitenprismen; resp. i i_1 r_1 r_1' i_1' r' i' die Ein- und Austrittswinkel an den successiven Trennungsflächen und D die Deviation eines Strahles, so hat man (siehe die Figur):



$$\sin i = n \sin r, \quad \sin i' = n \sin r',$$

$$i_1 = r + \beta, \quad i_1' = r' + \beta,$$

$$\sin i_1 = \frac{m}{n} \sin r_1, \quad \sin i_1' = \frac{m}{n} \sin r_1'.$$

$$r_1 + r_1' = P, \quad D = i + i' + 2\beta - P.$$

Die Dispersion A wird, wie leicht ersichtlich:

$$A = \frac{dD}{d\lambda} = \frac{di'}{d\lambda} = \frac{\partial i'}{\partial m} \cdot \frac{dm}{d\lambda} + \frac{\partial i'}{\partial n} \cdot \frac{dn}{d\lambda},$$

da für eine gegebene Stellung des Prismas zum Collimator i als Constante zu betrachten ist. Bildet man unter dieser Voraussetzung die in obigen Ausdruck eingehenden Differentialquotienten, so erhält man:

$$A = \frac{\cos r'}{\cos i'} \cdot \frac{\cos r_1'}{\cos i_1'} \left[(\operatorname{tg} r_1 + \operatorname{tg} r_1') \frac{dm}{d\lambda} - \sin \beta \left(\frac{1}{\cos r \cos r_1} + \frac{1}{\cos r' \cos r_1'} \right) \frac{dn}{d\lambda} \right].$$

Für die Stellung der kleinsten Deviation ist:

$$i' = i, \quad r' = r, \quad i_1' = i_1, \quad r_1' = r_1 = \frac{P}{2},$$

und es wird:

$$A = 2 \frac{m}{n} \cdot \operatorname{tg} i_1 \frac{\cos r}{\cos i} \cdot \frac{dm}{d\lambda} - 2 \frac{\sin \beta}{\cos i \cos i_1} \cdot \frac{dn}{d\lambda},$$

$$\text{wo: } r_1 = \frac{P}{2}, \quad \sin i_1 = \frac{m}{n} \sin r_1, \quad r = i_1 - \beta, \quad \sin i = n \sin r.$$

Nach diesen Formeln lässt sich für jede Stelle im Spectrum beim Minimum der Deviation die Dispersion berechnen, sobald man für die angewandten Stoffe die Werthe von m , n , $dm/d\lambda$ und $dn/d\lambda$ als Functionen der Wellenlänge kennt. Fügt man zu dem Obigen noch die folgenden, für ein einfaches Prisma im Minimum der Deviation geltenden Formeln:

$$\delta = \frac{2}{n} \cdot \operatorname{tg} i \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot 206\,265'', \quad \sin i = n \cdot \sin \frac{P}{2},$$

so hat man alles, was für die Vergleichung nöthig ist.

Für die numerische Rechnung werde ich in Uebereinstimmung mit den Verhältnissen bei meinen, von Prazmowski geschliffenen Prismen, $P = 90^\circ$ setzen, wodurch die obigen Formeln in die folgenden übergehen:

$$\Delta = \frac{2n}{\sqrt{2n^2 - m^2}} \left\{ \frac{\cos r}{\cos i} \frac{dm}{d\lambda} - \frac{1}{2} \frac{\sin \beta}{\cos i} \frac{dn}{d\lambda} \right\} \cdot 206\,265''.$$

$$r_1 = 45^\circ, \quad \sin i_1 = \frac{m}{n\sqrt{2}}, \quad r = i_1 - \beta, \quad \sin i = n \sin r.$$

Nach van der Willigen¹⁾ ist bei $18,75^\circ$ für Schwefelkohlenstoff, wenn λ in Einheiten der siebenten Stelle ausgedrückt wird:

$$m = 1,58367 + [6,17128] \lambda^{-2} + [11,89590] \lambda^{-4} + [19,89995] \lambda^{-6}$$

und für Crown Merz III²⁾:

$$n = 1,50857 + [5,67974] \lambda^{-2} + [10,49596] \lambda^{-4}.$$

Daraus folgt:

$$\frac{dm}{d\lambda} = [6,47231_n] \lambda^{-3} + [12,49796_n] \lambda^{-5} + [20,67810_n] \lambda^{-7},$$

$$\frac{dn}{d\lambda} = [5,98080_n] \lambda^{-3} + [11,09802_n] \lambda^{-5}.$$

Mit diesen Daten erhält man, wenn β successive $= 40^\circ$, 18° , 12° angenommen wird, für $\lambda = 5316$ und $\lambda = 4307$ (G)

1) van der Willigen, Musée Teyler, 3. p. 64.

2) van der Willigen, Musée Teyler, 2. p. 193.

die folgenden Werthe des Einfallswinkels und der Dispersion:

λ	Zusammengesetztes Prisma aus Schwefelkohlenstoff und Crown Merz III. $P = 90^\circ$						Einfaches Prisma aus CS_2 $P = 60^\circ$	
	$\beta = 40^\circ$		$\beta = 18^\circ$		$\beta = 12^\circ$		i	δ
	i	Δ	i	Δ	i	Δ		
5316	$14^\circ 35,7'$	8,55''	$52^\circ 52,1'$	13,45''	$68^\circ 15,2'$	21,24''	$55^\circ 7,1'$	8,82''
4307	$16^\circ 29,7'$	21,44	$55^\circ 54,5'$	34,78	$73^\circ 28,0'$	65,75	$57^\circ 3,2'$	21,47

Man sieht hieraus, dass im ersten Falle, welcher den Verhältnissen bei den Prazmowski'schen Prismen entspricht, die Dispersion sehr nahe derjenigen eines einfachen Schwefelkohlenstoffprismas von 60° gleichkommt, mit dem Unterschiede aber, dass wegen des erheblich kleineren Einfallswinkels der Lichtverlust durch Reflexion merklich verringert sein muss. Im zweiten, der Thollon'schen Construction entsprechenden Falle ist bei beiläufig derselben Incidenz wie beim einfachen Schwefelkohlenstoffprisma die Dispersion etwa 50 Proc. grösser, während im letzten Falle ihr Betrag etwa 2,5 mal so gross ausfällt. Die Incidenz ist dann aber so schief, dass die Anwendung so spitzer Seitenprismen nicht empfehlenswerth sein dürfte.

Um nun diese Verhältnisse mit denjenigen bei einfachen Glasprismen zu vergleichen, habe ich nachstehend für einige schwerere Flintgläser, unter der Annahme $P = 60^\circ$, für dieselben Stellen im Spectrum die Dispersion berechnet. Die dazu nöthigen Ausdrücke für n und $dn/d\lambda$ sind die folgenden:

Flint Steinheil II.¹⁾

$$n = 1,58887 + [5,86261] \lambda^{-2} + [12,31387] \lambda^{-4},$$

$$\frac{dn}{d\lambda} = [6,16364 n] \lambda^{-3} + [12,91593 n] \lambda^{-5},$$

¹⁾ van der Willigen, Musée Teyler. I. p. 66.

Flint Feil Nr. 1237.¹⁾

$$n = 1,60163 + [5,87824] \lambda^{-2} + [12,37115] \lambda^{-4},$$

$$\frac{dn}{d\lambda} = [6,17927 n] \lambda^{-3} + [12,97321 n] \lambda^{-5},$$

Flint Merz V.²⁾

$$n = 1,60826 + [5,88710] \lambda^{-2} + [12,47562] \lambda^{-4},$$

$$\frac{dn}{d\lambda} = [6,18813 n] \lambda^{-3} + [13,07768 n] \lambda^{-5}.$$

Flint Hoffmann I.³⁾

$$n = 1,67266 + [5,97259] \lambda^{-2} + [12,66475] \lambda^{-4},$$

$$\frac{dn}{d\lambda} = [6,27362 n] \lambda^{-3} + [13,26681 n] \lambda^{-5},$$

aus denen für die Einfallswinkel und die Dispersion die folgende Werthe hervorgehen:

Prisma aus	$\lambda = 5316$		$\lambda = 4307$	
	i	δ	i	δ
Flint Steinheil II	54° 13,2'	4,13''	54° 47,5'	8,51''
„ Feil Nr. 1237	54 39,1	4,37	55 32,9	9,21
„ Merz V	55 3,0	4,71	56 1,2	10,10
„ Hoffmann I	58 51,2	6,72	60 16,1	14,96

Es ist somit ein einfaches Schwefelkohlenstoffprisma von 60°, oder ein Prazmowski'sches Prisma gefüllt mit dieser Flüssigkeit, etwa zweien gewöhnlichen Flintglasprismen äquivalent, während aus der Verminderung der brechenden Winkel der Seitenprismen auf 18° ein System resultirt, welches in seiner Wirkung drei Flintglasprismen ersetzen kann. Nur das schwere, Hoffmann'sche Glas zeigt eine erheblich grössere Dispersion; es dürfte jedoch wegen seiner gelben Farbe für Spectralphotographie wenigstens wohl kaum anwendbar sein.

1) Diese Ausdrücke habe ich aus den folgenden von Hastings bestimmten Brechungsindices abgeleitet (Sill. Journ. 15. p. 273. 1878):

A	$\lambda = 7604$	$n = 1,61526$	E	$\lambda = 5269$	$n = 1,63189$
B	$= 6867$	$= 1,61871$	F	$= 4860$	$= 1,63776$
C	$= 6562$	$= 1,62048$	G	$= 4307$	$= 1,64909$
D_2	$= 5889$	$= 1,62542$	h	$= 4101$	$= 1,65486$

2) van der Willigen, Musée Teyler, 2. p. 188.

3) l. c. p. 191.

Für den Fall schliesslich, dass man den brechenden Winkel des Flüssigkeitsprismas von 90° auf 120° steigert, wächst die Dispersion in hohem Grade. Unter Beibehaltung des Werthes $\beta = 40^\circ$ für die Seitenprismen erhält man nämlich:

$$\begin{array}{lll} \text{für } \lambda = 5316 & i = 47^\circ 1,0' & A = 24,05'' \\ & = 4307 & = 52^\circ 50,9' \quad = 72,75''. \end{array}$$

oder das Prisma ist fünf, resp. sieben bis acht gewöhnlichen Flintglasprismen in seiner Wirkung gleich. Man sieht noch, dass der Einfallswinkel sogar kleiner ist als bei einem einfachen 60° Prisma. Mit abnehmenden Werthen von β wächst derselbe jedoch sehr rasch, sodass dadurch bald die Grenze erreicht wird, bei der eine weitere Verkleinerung dieses Winkels unvorthellhaft wird. Der zulässige Spielraum in dieser Beziehung ist übrigens sehr beschränkt, da das Minimum von β an die Bedingung:

$$\beta_{\min} = \text{Arc sin } \frac{m \sqrt[3]{3}}{2n} - \text{Arc sin } \frac{1}{n}$$

geknüpft ist, was im vorliegenden Falle zu den Werthen führt:

$$\begin{array}{ll} \text{für } \lambda = 5316 & \beta_{\min} = 27^\circ 41,8' \\ & = 4307 \quad = 30^\circ 37,5'. \end{array}$$

Diese Beispiele mögen genügen, um die vortrefflichen Eigenschaften des Schwefelkohlenstoffs als dispergirenden Mittels darzulegen. Wenn dabei weiter die grosse Durchsichtigkeit desselben, namentlich für die brechbareren, in den meisten schwereren Flintgläsern stark absorbirten Strahlen in Betracht gezogen wird, so scheint es, als würden, besonders für spectralphotographische Untersuchungen, Prismen, wie die obigen, von unschätzbarem Werthe sein. Dem tritt aber leider eine andere Eigenschaft des Schwefelkohlenstoffs in ganz wesentlichem Grade hinderlich entgegen, nämlich die hohe Empfindlichkeit desselben auch gegen die geringsten Aenderungen der Temperatur. Die dadurch entstehenden Variationen der Refraction und der Dispersion machen die Anwendung eines Spectroskops mit Prismen aus dieser Substanz für alle Untersuchungen, bei denen die höchste Präcision der Messungen angestrebt wird, äusserst schwierig

und delicat. Die Erfahrungen, welche ich während der letzten Jahre in dieser Beziehung gemacht habe, dürften daher nicht ohne Interesse sein, unter anderem als Andeutungen, bis zu welchem Grade die Genauigkeit der relativen Spectralmessung unter solchen Umständen getrieben werden kann.

Zunächst muss unbedingt dafür gesorgt werden, dass die Prismen keinen plötzlichen Aenderungen der Temperatur ausgesetzt werden. In diesem Falle entstehen nämlich durch die ungleichförmige Variation der Temperatur der Glasumhüllung in der Flüssigkeit Convectionsströme, welche die Schärfe der Spectrallinien vollständig zerstören, oft derart, dass z. B. im Sonnenspectrum alle Linien ganz verschwinden. Diese Erfahrung ist übrigens schon längst von Rutherford und Draper gemacht worden. Es sind aber, um die Bildschärfe im Spectrum zu zerstören, durchaus keine so grossen Temperaturschwankungen erforderlich, wie sie z. B. in Draper's Laboratorium vorgekommen sind¹⁾; eine kleine Alkoholflamme, welche, vor den Spalt gestellt, anfangs die beiden Natriumlinien in meinem Apparat ganz vorzüglich scharf erzeugt, genügt, um im Spectralzimmer eine solche Störung der Temperaturverhältnisse hervorzurufen, dass die beiden Linien in wenigen Minuten vollkommen ineinander zusammenfliessen, trotzdem sich die Prismen in einem mit Watte angefüllten und auswendig mit einem dicken Mantel aus schwarzem Sammt bedeckten Kasten befinden. Die Erscheinung äussert sich in der Weise, dass nach der brechbareren Seite ein schwacher Lichtsaum, eine Schattirung sich an die Linien anlegt, der sich allmählich mehr und mehr verbreitert. Dass die Verhältnisse sich so gestalten müssen, ist leicht einzusehen. Nehmen wir nämlich an, dass die Convectionsströme soweit aufgehört haben, dass eine regelmässige Schichtung der Flüssigkeit in den Prismen von unten nach oben nach der Dichtigkeit eingetreten ist, und betrachten wir die Strahlen, welche von irgend einem Punkt des Spalts ausgehen, so ist es klar, dass diejenigen dieser Strahlen, welche

1) Draper, Sill. Journ. 29. p. 269. 1885. In diesem Aufsatz sind aus dem wissenschaftlichen Nachlass Draper's seine Untersuchungen über die vorliegende Frage von G. F. Barker zusammengestellt.

nach dem Durchgang durch das Objectiv des Collimators die oberen Theile des Prismas passiren, wegen der höheren Temperatur der dort befindlichen Flüssigkeitsschichten weniger abgelenkt werden müssen als diejenigen Strahlen, welche durch die unteren Theile der Flüssigkeit gehen. Da nun nach der Annahme die Temperaturvertheilung in der Flüssigkeit eine continuirliche ist, so wird das Bild des betrachteten Punktes sich als eine in der Dispersionsebene mehr oder weniger ausgezogene Linie von abnehmender Intensität darstellen. Dasselbe gilt für jeden Punkt des Spalts, und daher wird auch die Linie nach der brechbareren Seite hin verschwommen erscheinen.

Wird nach Entfernung der Flamme der Apparat sich selbst überlassen, so gleicht sich allmählich die Temperatur in den Prismen vollständig aus, sodass nach einigen Stunden die Schärfe der Bilder vollkommen hergestellt wird. Um also die Bildschärfe zu bewahren, ist es nur nöthig, die Temperaturvariationen im Beobachtungszimmer langsam vor sich gehen zu lassen; an meinem Apparat habe ich nur wenige Fälle gehabt, wo die Spectrallinien nicht vollkommen scharf waren, und dies nur dann, wenn nachweisbar eine raschere Temperaturvariation, z. B. durch Oeffnen des Fensters im Winter, stattgefunden hatte.

Es sollen aber nach Rutherford Fälle vorkommen, bei denen, unabhängig von der Temperatur, der Schwefelkohlenstoff sich in Schichten von variabler brechender Kraft ordnet. Woher dies kommt, ist schwer zu sagen; vielleicht ist der Grund in davon unvollkommen gelösten Verunreinigungen zu suchen. Bei den von mir benutzten Proben habe ich niemals etwas derartiges bemerkt, und die Sache scheint auch anderweitig angezweifelt worden zu sein.¹⁾ Rutherford fand indessen beim Experimentiren mit einem solchen Präparat, dass, wenn das Prisma herausgenommen, heftig geschüttelt und darauf wieder ins Spectroskop eingesetzt wurde, die Bildschärfe sich vollständig wieder herstellen liess, jedoch nur für kurze Zeit, wonach die Flüssigkeit wieder in die

1) Lord Rayleigh, *Phil. Mag.* (5) 9. p. 51. 1880.

erste Anordnung ihrer Schichten zurückging. Diese Beobachtung führte Draper¹⁾ und etwa gleichzeitig Lord Rayleigh²⁾ auf den Gedanken, im Prisma einen kleinen Umrührer anzubringen, um durch dessen Rotation die Homogenität der Flüssigkeit wieder herzustellen, sobald dieselbe durch Temperaturvariationen gestört würde. Die Wirkung dieses Umrührers scheint nach Rayleigh nicht besonders befriedigend gewesen zu sein, während Draper gerade das Gegentheil behauptet. Wie dem auch sein mag, jedenfalls dürfte, abgesehen von der Complication des Apparates, die Anwendung eines derartigen Mechanismus in den Prismen eines für Präcisionsmessungen bestimmten Spectroskops nicht zu empfehlen sein, um so mehr, als bei zweckmässiger Aufstellung und Behandlung desselben die Schärfe der Spectrallinien stets ohne derartige künstliche Mittel sich erhalten lässt.

Eine bei weitem ernstlichere Schwierigkeit bei der Anwendung von Schwefelkohlenstoffprismen zu feinen spectrokopischen Messungen oder zur Spectralphotographie bildet die ständige Aenderung der Ablenkung des Spectrums infolge kleiner, nicht zu beseitigender Variationen der Temperatur. Gegen diesen Uebelstand hat auch Draper in seinem Laboratorium, wo in einigen Stunden Temperaturvariationen von mehreren Graden vorkamen, vielfach zu kämpfen gehabt, sodass er sich veranlasst sah, seine Prismen mit einem grossen Kasten zu umgeben, in welchem durch einen automatisch wirkenden thermostatischen Apparat die Temperatur constant zu erhalten versucht wurde. Dies ist denn auch insoweit gelungen, als mit Hülfe dieser Vorrichtung die Verschiebung der Na-Linien in einer Stunde auf beiläufig eine Angström'sche Einheit³⁾ herabgedrückt wurde. Für photographische Spectralaufnahmen von kurzer Dauer, wie sie z. B. das Sonnenspectrum verlangt, ist dies nun allerdings völlig ausreichend; nicht aber, wenn man von schwa-

1) Draper, Sill. Journ. 29. p. 269. 1885.

2) Lord Rayleigh, l. c.

3) Mit „Ångström'sche Einheit“ (Å.-E.) bezeichne ich im Folgenden eine Einheit der siebenten Stelle der Wellenlänge = 10^{-7} mm.

chen Spectren befriedigende Bilder erzielen will. Es lassen sich aber, auch ohne einen solchen complicirten Apparat die Temperaturvariationen der Prismen innerhalb so enger Grenzen erhalten, dass durch vorsichtiges Operiren während der Aufnahme die Constanz der Temperatur soweit erreicht werden kann, dass durch die noch übrig bleibenden minimalen Variationen die Schärfe der Bilder nicht beeinträchtigt wird, sogar für den Fall, dass die Expositionsdauer auf eine Stunde und darüber gesteigert werden muss. Um die Möglichkeit einer solchen Regulirung der Temperatur zu zeigen, mag hier der Gang der Temperatur im Prismenkasten meines Spectroskops für einige Tage mitgetheilt werden. Diese Beobachtungen wurden in Intervallen von einer bis zwei Stunden an einem feinen, in Zehntelgrade eingetheilten Thermometer angestellt, dessen Reservoir unmittelbar neben den Prismen in dem mit Watte ausgefüllten Prismenkasten sich befand. Die Ablesung geschah mit Hülfe eines in einiger Entfernung aufgestellten Fernrohres, und die beobachteten Zahlen wurden darauf durch Curven dargestellt, denen die unten folgenden stündlichen Werthe entnommen sind. Hinzugefügt mag noch werden, dass das Beobachtungszimmer nicht direct geheizt wird, sondern seine Erwärmung von den umliegenden Zimmern erhält, und dass dasselbe während dieser Beobachtungen vollständig abgeschlossen gehalten wurde.

1885	Nov. 4		Nov. 5		Nov. 8		Nov. 9	
	<i>t</i>	Δt	<i>t</i>	Δt	<i>t</i>	Δt	<i>t</i>	Δt
8 ^a v. M.	16,89°	— 0,12°	16,47°	— 0,03°	15,52°	— 0,03°	16,12°	+ 0,03°
9	77	— 10	44	— 02	49	— 04	15	+ 03
10	67	— 06	42	— 02	45	— 04	18	+ 03
11	61	— 04	40	— 01	41	— 04	21	+ 03
0	57	+ 02	39	00	37	— 06	24	+ 03
1 n. M.	59	+ 09	39	00	31	— 04	27	+ 02
2	68	+ 12	39	00	27	— 03	29	+ 02
3	80	+ 05	39	+ 01	24	00	31	+ 03
4	85	— 01	40	+ 05	24	+ 01	34	+ 05
5	84	— 05	45	+ 08	25	+ 02	39	+ 05
6	79	— 07	53	+ 13	27	+ 04	44	+ 04
7	72	— 08	66	—	31	+ 05	48	+ 04
8	64	—	—	—	36	—	52	—

Die Ablesungen sind bis auf 0,01° sicher, und sogar 0,005° lassen sich schätzen. Aus den Zahlen der Columnne

Δt , welche die stündliche Variation darstellen, ersieht man, dass, wenn vor der Exposition der Platte der Gang der Temperatur einige Zeit verfolgt wird, fast immer ein Zeitpunkt sich finden lässt, wo eine Aufnahme mit Aussicht auf Erfolg in Bezug auf die Schärfe des Bildes vorgenommen werden kann. Dies lässt sich um so mehr erwarten, als man während der Exposition es so ziemlich in der Hand hat, durch Öffnen oder Schliessen der Thür oder des Fensters, durch Auflegen eines feuchten Handtuches auf den Prismenkasten oder durch Anzünden einer Kerze in der Nähe des Apparates der Tendenz der Temperatur zu variiren, erheblich entgegenzuwirken. In dieser Weise ist es mir auch gelungen, von den feinen Liniensystemen, welche die brechbaren Banden des cannelirten Stickstoffspectrums bilden, Aufnahmen zu erhalten, die in Bezug auf Schärfe nichts zu wünschen übrig lassen.

Nach dem Obigen kann ich also das Resultat meiner Erfahrungen in Bezug auf die Schärfe der mit Prismen aus Schwefelkohlenstoff entworfenen Spectren dahin zusammenfassen, dass dieselbe sich stets durch geeignete Behandlung des Apparates und des Beobachtungslocals in völlig befriedigender Weise erreichen lässt. Ich kann noch hinzufügen, dass von allen mir bekannt gewordenen Spectroskopen mein Prismenapparat in dieser Beziehung nur von dem grossen Beugungsgitter von Rowland, welches sich seit einiger Zeit im Besitz der Sternwarte befindet, übertroffen wird.

Die nächste Frage ist nun, welche Correctionen die mit einem solchen Spectroskop angestellten Beobachtungen wegen der noch übrig gebliebenen kleinen Temperaturschwankungen, welche die Schärfe der Linien unbeeinträchtigt lassen, erheischen. Führt man in den oben für die Dispersion abgeleiteten Ausdruck statt $dm/d\lambda$ und $dn/d\lambda$ die experimentell bekannten Werthe von dm/dt und dn/dt (wobei man dn/dt für Crown Glas dm/dt gegenüber vernachlässigen kann) ein, so erhält man für die betreffende Stelle im Spectrum die einer gegebenen Temperaturvariation entsprechende Aenderung der Ablenkung. In dieser Weise habe ich für mein Spectroskop und $\lambda = 5316$ in guter Uebereinstimmung mit

der Beobachtung gefunden, dass für $dt = +0,01^\circ$ die Linie sich um nicht weniger als $0,44$ A.-E. nach Roth verschiebt, und dass mit Rücksicht auf die Genauigkeit der mikrometrischen Messungen die Temperatur der Prismen bis auf etwa $0,001^\circ$ bis $0,002^\circ$ in jedem Fall bekannt sein müsste, um daraus und aus den Constanten derselben die Correctionen der Beobachtungen wegen Variation der Ablenkung während der Messung ableiten zu können. Da dies aber zu erreichen unmöglich ist, so habe ich bei meinen Messungen sowohl des Wasserstoffspectrums, als desjenigen des Stickstoffs, soweit die letzteren auf Augenbeobachtungen beruhen, in der folgenden einfachen Weise die betreffende Correction aus dem Gange der Mikrometerablesungen selbst abgeleitet. Nehmen wir an, dass die Temperatur langsam steigt, und dass demzufolge das Spectrum sich allmählich nach dem Roth verschiebt. Soll nun eine unbekannte Linie A mit einer gewissen, weniger brechbaren Linie B des Sonnenspectrums verbunden werden, so wird in der Zeit, während welcher der Index des Mikrometers von A auf B geführt wird, das Spectrum sich in derselben Richtung um eine gewisse Strecke α_1 bewegen. Um gerade diese Grösse wird also die zu messende Distanz zu gross erhalten. Bei dem Rückgang auf A erfolgt eine weitere Verschiebung um nahe denselben Betrag α_1' , sodass die zweite Ablesung bei A um:

$$\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_1'$$

grösser als vorher gefunden wird. Bei der dritten Einstellung auf A erhält man in derselben Weise eine weitere Vergrösserung der Ablesung:

$$\beta_2 = \alpha_2 + \alpha_2'$$

u. s. w. Da nun $\alpha_1 \alpha_1'$, $\alpha_2 \alpha_2'$ etc. unter sich nahe gleich sein müssen, weil die Zeiten des Ueberganges von A auf B und von B zurück auf A nahe gleich sind, und die Temperatur für so kurze Zeit als sich gleichförmig ändernd angenommen werden kann, so kann man setzen:

$$\beta_2 = \alpha_1, \quad \beta_3 = \alpha_2 \text{ u. s. w.}$$

Die Grössen β findet man unmittelbar aus den Ablesungen für die Linie A , und die dem Mittel der direct gefunde-

nen Distanzen $A-B$ hinzuzufügende Correction ist demnach das Mittel sämmtlicher α mit negativem Zeichen. So fand ich z. B. für eine Hauptlinie des Stickstoffspectrums¹⁾:

α	$N(A)$	$\odot(B)$	A
0,005 ^r	0,760 ^r	1,905 ^r	1,145 ^r
019	770	940	170
002	808	980	172
030	813	2,010	197
015	872	059	187
0,014	902	089	187
			1,176
			— 014
			1,162
			$f = 8,08$
			$\therefore A\lambda = - 9,39 \text{ \AA.-E.}$
			$\lambda_{\odot} = 6077,66$
			$\lambda_N = 6068,27$

Die Correction ist allerdings klein, etwa $= - 0,11 \text{ \AA.-E.}$, jedoch erheblich grösser als der wahrscheinliche Fehler von A , welcher $\pm 0,005$ oder $\pm 0,04 \text{ \AA.-E.}$ beträgt. Sie verdient daher jedenfalls berücksichtigt zu werden, wenn die möglichst grösste Genauigkeit angestrebt wird. Uebrigens kommen auch Fälle vor, wo dieselbe erheblich grösser ausfällt. So z. B. in dem folgenden:

α	$N(A)$	$\odot(B)$	A
0,042 ^r	0,364 ^r	2,050 ^r	1,686 ^r
040	449	145	696
039	530	229	699
057	608	310	702
043	723	420	697
0,044	810	480	680
			1,693
			— 044
			1,649
			$f = 5,07$
			$\therefore A\lambda = - 8,35 \text{ \AA.-E.}$
			$\lambda_{\odot} = 5414,49$
			$\lambda_N = 5406,14$

Hier ist die Correction $= - 0,22 \text{ \AA.-E.}$, während der wahrscheinliche Fehler von A nur $\pm 0,03 \text{ \AA.-E.}$ beträgt.

Man sieht übrigens, dass die schliessliche Correction des Mittels A direct aus dem Unterschied der ersten und letzten

1) Der Factor f ist die einem Umgang der Schraube entsprechende Anzahl \AA.-E. in dem betreffenden Theil des Spectrums.

Ablesung für A durch Division desselben mit $2(n - 1)$ erhalten wird, wenn n die Anzahl der A -Werthe bedeutet.

In derselben Weise, wie es hier für die directe Verbindung einer Gaslinie mit dem Sonnenspectrum gezeigt ist, hat man auch bei der Verbindung der Gaslinien unter sich zu verfahren, falls dieselbe durch Augenbeobachtungen geschieht. Benutzt man dagegen zu diesem Zweck die Ausmessungen einer photographischen Aufnahme des Spectrums, so fallen natürlicher Weise diese Correctionen weg, weil, falls eine kleine Verschiebung stattgefunden hat, alle Linien der Aufnahme bis auf verschwindend kleine Grössen durch dieselbe gleich beeinflusst werden.

Anders gestaltet sich aber die Sache, wenn man aus einer photographischen Aufnahme, welche die beiden Spectren des Gases und der Sonne nebeneinander zeigt, die Wellenlänge einer Gaslinie aus derjenigen einer benachbarten Sonnenlinie zu bestimmen hat. In diesem Fall wird, falls bei der Aufnahme des ersteren Spectrums die Temperatur eine andere als bei derjenigen des letzteren war, das eine Spectrum nothwendig gegen das andere verschoben sein müssen. Da die Grösse dieser Verschiebung einzig und allein aus Temperaturbeobachtungen während der Aufnahme abgeleitet werden kann, so wird die Uebereinstimmung, welche man zwischen den Bestimmungen einer und derselben Linie auf verschiedenen Platten erreichen kann, von der Genauigkeit abhängen, mit der die Temperatur jedesmal sich bestimmen lässt. Um in dieser Beziehung befriedigende Resultate zu erhalten, muss diese Genauigkeit eine solche sein, dass die Abweichungen der den verschiedenen Platten entstammenden Wellenlängensysteme voneinander nicht merklich grösser sind, als man nach den unvermeidlichen Abmessungsfehlern der Platten auf der Messmaschine zu erwarten hat, da sonst die Abweichungen den Charakter systematischer Fehler erhalten. Ueber die hierzu erforderliche Schärfe der Temperaturbestimmung geben die folgenden, für meinen Apparat geltenden Werthe der Verschiebung des Spectrums für $dt = + 0,01^\circ$ in den verschiedenen Theilen desselben eine genügende Vorstellung, wenn ich noch hinzufüge, dass bei der Ausmessung

der Platten auf der Theilmaschine eine Genauigkeit von $\pm 0,04$ A.-E. ohne Schwierigkeit sich erreichen lässt:

Bei $\lambda = 490 \quad 480 \quad 470 \quad 460 \quad 450 \quad 440 \quad 430 \quad 420 \quad 410 \quad 400$
 $\delta\lambda = -0,43 \quad -0,37 \quad -0,32 \quad -0,28 \quad -0,25 \quad -0,22 \quad -0,19 \quad -0,17 \quad -0,15 \quad -0,13$ A.-E.

Man sieht, dass, um constante Differenzen zwischen verschiedenen Messungsreihen zu vermeiden, die Temperatur bis auf etwa $0,002^\circ$ bis $0,004^\circ$ genau bekannt sein müsste, eine Genauigkeit, die auch bei der delicatesten Behandlung des Apparates nie verbürgt werden kann. Um von dem Betrag eines derartigen systematischen Unterschiedes zwischen den Wellenlängen einer auf verschiedenen Platten gemessenen Gruppe von Spectrallinien eine Vorstellung zu geben, mögen aus meinen Messungen des Luftspectrums, mit dem ich mich gegenwärtig beschäftige, die bisjetzt gewonnenen Bestimmungen der um $\lambda = 463$ herum liegenden grossen Gruppe hier aufgeführt werden. Es wurden für diese Messungen zwei Aufnahmen des Luft- und Sonnenspectrums benutzt, für welche bei ihrer Herstellung die folgenden Data beobachtet wurden:

Platte	Dauer der Aufnahme		Temp. vor nach der Aufnahme	
	Äär	☉		
1885 Nr. 19 . . .	min. 20	sec. 9	16,15°	16,13°
" " 38 . . .	16	3	17,47	17,48

Die Messungen dieser Platten führten nach gehöriger Reduction zu den folgenden Werthen der Wellenlängen:

Spectrum der Luft. Gruppe bei $\lambda = 463$.

Platte 19	Platte 38	Diff.	Platte 19	Platte 38	Diff.
4510,07	4510,19	-0,12	4600,20	4600,37	-0,17
12,98	13,13	0,15	05,88	06,11	0,23
19,79	19,95	0,16	12,49	12,69	0,20
21,87	22,04	0,17	20,06	20,22	0,16
46,72	46,87	0,15	29,03	29,40	0,37
51,36	51,68	0,32	37,20	37,42	0,22
53,49	53,59	0,10	40,22	40,43	0,21
58,90	58,88	+0,02	41,70	41,91	0,21
89,55	89,74	-0,19	47,59	47,77	0,18
94,68	94,91	0,23	49,21	49,38	0,17
			56,45	56,66	0,21
			60,00	60,20	0,20

Die systematische Abweichung der beiden Messungsreihen voneinander beträgt im Mittel $-0,19$ A.-E. Da dieselbe sich indessen aus einem Fehler der Temperaturbestimmung für die eine oder die andere Platte von etwa $0,007^{\circ}$ erklären lässt, so ist eher ihre geringe Grösse als ihr Dasein überhaupt als merkwürdig zu betrachten.

Unter solchen Umständen ist das einzige noch übrigbleibende Mittel, um eine der Schärfe der Messungen entsprechende Genauigkeit der schliesslichen Resultate zu erzielen, die Messungen auf mehreren Platten auszuführen und aus den jedesmaligen λ -Werthen das Mittel zu nehmen. Dies führt auch zum Ziel, wie z. B. die folgenden, für eine Platinlinie aus fünf verschiedenen Platten erhaltenen Resultate zeigen:

$$\lambda_{Pt} = 4497,41 \quad 4497,58 \quad 4497,69 \quad 4497,57 \quad 4497,59$$

$$\text{Mittel} = 4497,57 \pm 0,03.$$

Man würde in anbetracht der vielen und lang andauernden Waschungen, denen eine Gelatineplatte behufs Hervorufung des Bildes nach der Exposition unterworfen werden muss, vielleicht den Verdacht schöpfen können, dass eine Verschiebung der beiden Spectra gegeneinander, wie die obige durch Verziehung der Haut während des Waschungsprocesses oder beim Trocknen, hervorgerufen werden könnte. Gegen eine solche Annahme sprechen aber mehrere Erfahrungen. Erstens hat Eder¹⁾ ähnlich, wie es früher für Collodiumplatten durch Rutherford, Vogel und Lohse geschehen ist, für Gelatineplatten die Stabilität der Schicht geprüft, ohne bei irgend einer der untersuchten Proben einen Betrag von $\frac{1}{6000}$ erreichende Verziehung constatiren zu können. Zweitens würden, falls eine merkliche derartige Verziehung stattgefunden hätte, ebensogut die Abstände der Linien des Sonnenspectrums auf verschiedenen Platten verschieden sein und infolge dessen für die Wellenlängen einer Gruppe Sonnenlinien aus verschiedenen Platten ähnlich abweichende Werthe resultiren. Innerhalb der Grenzen der möglichen Genauigkeit der Messungen ist dies aber nicht

1) Eder, Handbuch der Photographie. 2. p. 25.

der Fall, wie aus den folgenden Bestimmungen einer Gruppe von Sonnenlinien zu ersehen ist:

Platte 19	Platte 30	Platte 38	Mittel
4653,70	53,70	53,70	4653,70
51,32	51,28	51,27	51,29
50,33	50,37	50,36	50,35
47,81	47,80	47,81	47,81
46,50	46,46	46,46	46,47
45,29	45,25	45,21	45,25
42,59	42,53	42,53	42,55

Schliesslich habe ich noch den Abstand zweier Linien des Sonnenspectrums, wie ihn die Ocularbeobachtung gibt, mit demjenigen Werth verglichen, der durch Messung einer photographischen Aufnahme desselben Spectraltheils auf der Theilmaschine resultirt und die Resultate so nahe gleich gefunden, wie es überhaupt die Einstellungen auf die Spectrallinien des photographischen Bildes erlauben. Um diese Vergleichung auszuführen, musste zuerst das Verhältniss einer Umdrehung der Mikrometerschraube des Spectroskops zu einer Umdrehung der Schraube der Theilmaschine gefunden werden. Zu diesem Zweck wurde der Kopf des Mikrometers abgenommen, auf der Theilmaschine befestigt und darauf der Abstand der beiden Spitzen mit der Theilmaschinenschraube gemessen, nachdem die bewegliche Spitze um eine gewisse ganze Zahl von Umdrehungen nach rechts oder nach links von dem Coincidenzpunkt verstellt worden war. In dieser Weise erhielt ich für das gesuchte Verhältniss m die folgenden Werthe:

Rechts:			Links:		
Umdreh.	Nr. 1	$m = 0,434$	Umdreh.	Nr. 1	$m = 0,432$
„	2	$= 0,435$	„	2	$= 0,425$
„	3	$= 0,436$	„	3	$= 0,432$
„	4	$= 0,436$	„	4	$= 0,436$
„	5	$= 0,437$	„	5	$= 0,432$
<hr/>			<hr/>		
$m = 0,4356$			$m = 0,4314$		

Da die Fehler der Theilmaschinenschraube erst in der vierten Stelle sich merklich machen, so scheint es hiernach, dass die rechts liegenden Umdrehungen der Mikrometer-

schraube etwas grösser sind, als diejenigen nach links. Benutzt man aber für die Messung der Spectrallinien die nächsten Umdrehungen zu beiden Seiten des festen Index, so kann für den vorliegenden Zweck genau genug gesetzt werden:

$$m = 0,484.$$

Das erste gemessene Linienpaar war:

$$\lambda = 4313,1 \quad \text{und} \quad \lambda = 4324,5.$$

Ich erhielt, wenn c die Correction wegen Variation der Ablenkung, c_1 die wegen Aenderung der Dispersion und n die Anzahl der Messungen bedeuten:

A. Mit dem Mikrometer.

$$t = 18,15^\circ.$$

$$d = 6,327^r \quad (n = 6)$$

$$c = 0,015 -$$

$$c_1 = 0,027 +$$

$$\underline{d = 6,339}$$

B. Auf der Platte Nr. 7.

$$t = 18,75^\circ.$$

$$d_1 = 2,734^r \quad (n = 3)$$

$$c_1 = 0,017 +$$

$$d_1 = 2,751$$

$$m d = 2,750$$

$$\underline{\text{Diff.} = 0,001^r}$$

Das zweite Linienpaar: $\lambda = 4528,0$ und $\lambda = 4549,0$ gab in derselben Weise:

A. Mit dem Mikrometer.

$$t = 18,29^\circ.$$

$$d = 8,883^r \quad (n = 6)$$

$$c = 0,012 -$$

$$c_1 = 0,042 -$$

$$\underline{d = 8,913}$$

B. Auf der Platte Nr. 12.

$$t = 16,80^\circ.$$

$$d_1 = 3,882^r \quad (n = 3)$$

$$c_1 = 0,002 -$$

$$d_1 = 3,880$$

$$m d = 3,869$$

$$\underline{\text{Diff.} = 0,011^r}$$

Die Differenz ist hier allerdings grösser, indessen nicht mehr als man aus den möglichen Einstellungsfehlern erklären kann. In Wellenlängen ausgedrückt, beträgt dieselbe nur 0,06 A.-E. Uebrigens muss bemerkt werden, dass bei der Aufnahme der Platten die Focalstellung auch um ein wenig von derjenigen hat verschieden sein können, welche bei der Ocularbeobachtung stattfand; ein Fehler, der bei meinem Apparate nicht ganz ausgeschlossen ist, weil für die photographische Aufnahme des Spectrums der Ocularkopf durch die kleine Camera ersetzt werden muss, wobei die Focalstellung

nur aus der Schärfe der Linien bei Betrachtung durch das Ocular sich bestimmen lässt.

Nach alledem glaube ich daher es als verbürgt ansehen zu können, dass bei spectralphotographischen Arbeiten mit guten Gelatineplatten und bei richtiger Behandlung derselben keine für die Genauigkeit der Messungen schädlichen Verziehrungen stattfinden, auch wenn an diese Genauigkeit die höchsten Anforderungen gestellt werden.

Die Aenderungen der Dispersion, welche durch Temperaturvariationen der Prismen entstehen, sind sehr leicht zu berücksichtigen. Für meinen Apparat habe ich durch Messung der Abstände mehrerer, in verschiedenen Theilen des Spectrums liegender Paare von Sonnenlinien bei möglichst verschiedener Temperatur die Aenderung ihrer Abstände für 1° ermittelt und daraus im Mittel den Contractionscoëfficienten: $-0,0037$

erhalten. Durch Reduction aller Messungen auf eine bestimmte Normaltemperatur θ nach der Formel:

$$D_\theta = D_t [1 + 0,0037 (t - \theta)]$$

wird demnach dieser Fehlerquelle Rechnung getragen. Die hierzu nöthige Genauigkeit der Temperaturbestimmung ist eine geringe, da z. B. für eine Distanz von 100 A.-E. ein Fehler von $\pm 0,1^\circ$ einen Fehler von nur $\pm 0,04$ A.-E. hervorbringt.

Die im Obigen dargelegten Principien für die Anwendung eines aus Schwefelkohlenstoffprismen gebauten Spectralapparates zu Messungen von hoher Genauigkeit führen, obgleich häufig mit grosser Mühe und Zeitverlust, jedoch stets mit Sicherheit zum Ziel. Sogar in solchen Fällen, in denen wegen der beim Photographiren schwacher Spectra erforderlichen langen Exposition, die Schwierigkeiten in erhöhtem Grade auftreten, sind dieselben nicht derart unüberwindlich, dass die Anwendung so complicirter Vorrichtungen zu ihrer Beseitigung, wie sie Draper benutzte, geboten erscheint. Dies ist umsomehr der Fall, als die Befürchtung nicht ausgeschlossen ist, dass nicht dadurch vielleicht grössere Störungen auftreten können, als diejenigen sind, welche man zu vermeiden sucht. In allen denjenigen Fällen der Spec-

tralphotographie aber, in denen die Intensität der Lichtquelle ein rasches Operiren gestattet, namentlich für alle im Laboratorium ausführbaren Untersuchungen der Spectra der Sonne und ihrer Flecke, sind solche Prismen den gewöhnlichen Glasprismen entschieden vorzuziehen.

Obgleich es mir also für die gewöhnlichen Fälle der Spectralphotographie mit Hülfe der jetzt zugänglichen hochempfindlichen Bromsilbergelatineplatten fast immer gelungen ist, mit meinen Schwefelkohlenstoffprismen zu befriedigenden Resultaten zu gelangen, so wäre es jedoch andererseits ein nicht zu unterschätzender Vorthail, wenn sich andere Flüssigkeiten finden liessen, welche, ohne an dispergirender Kraft oder Durchsichtigkeit dem Schwefelkohlenstoff wesentlich nachzustehen, gegen Temperaturänderungen eine geringere Empfindlichkeit zeigten. Man würde dann, ohne an der verlangten Genauigkeit der abzuleitenden Wellenlängen etwas zu opfern, sich mit einer oder zwei guten Aufnahmen jedes Spectralstückes begnügen können und hätte ausserdem die Möglichkeit, mit Hülfe in passenden Farbstofflösungen gebadeter Platten die photographische Untersuchung schwacher Spectra auch auf die weniger brechbaren Theile derselben auszudehnen, deren Fixirung wegen der verhältnissmässig langen Exposition mit einem Apparate aus Schwefelkohlenstoffprismen unmöglich ist. Diesen Anforderungen scheinen nach Wernicke¹⁾ und Zenger²⁾ die beiden Flüssigkeiten Anethol und Aethylcinnamat ziemlich befriedigend zu genügen. Mit Hülfe der für dieselben geltenden angenäherten Brechungsindices:

	Anethol	Aethylcinnamat	
<i>A</i>	1,5430	1,5451	
<i>B</i>	1,5488	1,5501	
<i>C</i>	1,5518	1,5525	$t = 20,6^{\circ}$
<i>D</i>	1,5601	1,5602	$\frac{dn}{dt} = - 0,0003$
<i>E</i>	1,5708	1,5703	
<i>b₁</i>	—	1,5717	
<i>F</i>	1,5804	1,5810	
<i>G</i>	1,5979	1,6031	
<i>H₁</i>	1,6129	1,6254	
<i>H₂</i>	—	1,6283	

1) Wernicke, Zeitschr. f. Instrumentenk. 1. p. 354. 1881.

2) Zenger, nach briefl. Mittheilung.

