

Unter allen diesen Anfangslagen würden sich solche aussuchen lassen, die der Stellung des Mondes in einem gegebenen Augenblick ziemlich nahe kämen, besonders wenn man sich auch noch eine kleine Verschiebung des Perigäums der Sonne gestatten würde, und man fände so eine streng periodische Bewegung, die sich für geraume Zeit nicht weit von der wirklichen Mondbewegung entfernte. *)

Allerdings ist zu bemerken, dass die Existenz einer solchen Bewegung zwar wahrscheinlich genug, aber doch nicht völlig sicher gestellt ist. Denn der Existenzbeweis erfordert, dass μ »hinreichend« klein ist, ohne dass diese Grenze bis jetzt numerisch angegeben werden könnte, und so ist nicht bewiesen, dass für den Mond, wo übrigens μ gleich der Sonnenmasse dividirt durch den Cubus der Sonnenentfernung zu setzen ist, diese Grösse unter der erforderlichen Grenze liegt. Uebrigens hat man sich bei allen bisherigen praktischen Anwendungen der Hill'schen und Poincaré'schen periodischen Lösungen in derselben Lage befunden.

6. Die begrenzte Convergenz des Beweisverfahrens widersetzt sich auch einem anderen Schluss, den man aus den Gleichungen (4) zu ziehen geneigt sein könnte. Man bemerkt unmittelbar, dass man um so mehr verschiedene Anfangslagen zur Verfügung hat, je höhere Commensurabilitäten man wählt, je grösser die Zahlen n_0, n_1, n_2, n_3 sind, und dass man jeder beliebigen Anfangslage, sowohl was die Werthe der grossen Axen, der Excentricitäten und der Neigung, als was die Winkel l, ω, Ω angeht, beliebig nahe kommen könnte, wenn man nur die n hinreichend vergrösserte. Wäre

Wien, v. Kuffner'sche Sternwarte, 1898 Juli 5.

*) Herr Perchot hat in seiner These: Sur les mouvements des Neuds et du Périgée de la Lune. Paris 1892 (Referat im Bulletin Astronomique, Bd. 11, pag. 21) auf Grund der oben erwähnten und von dort entnommenen Commensurabilitäten eine Bewegung von 168jähriger Periode für den Mond construirt, es hat sich dabei aber nicht um eine strenge Lösung gehandelt, weil a priori Unveränderlichkeit der grossen Axe vorausgesetzt wurde.

†) Méthodes nouvelles de la Mécanique Céleste, I, pag. 82.

das nun wirklich erlaubt, so wäre damit ein Satz bewiesen, von dem auch Herr Poincaré sagt, dass er ihn für wahrscheinlich halte, ohne ihn streng begründen zu können: dass nämlich beliebig nahe bei jedem Anfangszustande ein anderer gefunden werden könne, der zu einer periodischen Bewegung von freilich im Allgemeinen sehr langer Periode führte. †) Was aber in aller Strenge behauptet werden kann, ist nur Folgendes: Für ein gegebenes hinreichend kleines μ erstreckt sich das Convergenczbereich des Beweisverfahrens über einen oder mehrere Umläufe des Perihels und des Knotens hinaus. Es kann daher die Existenz einer begrenzten Anzahl periodischer Lösungen behauptet werden, bei denen die Umlaufzeiten des Perihels und des Knotens in einer niederen Commensurabilität stehen, so dass die ganze Periode nur wenige ihrer Umläufe enthält. Nimmt nun μ ab, so wächst das Convergenczbereich wie $\mu^{-5/4}$, die Umlaufzeit von Perihel und Knoten aber nur wie μ^{-1} . Je kleiner also μ wird, um so mehr Umläufe von Perihel und Knoten wird das Convergenczbereich umfassen, um so höhere Commensurabilitäten sind also zulässig, um so zahlreichere periodische Lösungen müssen existiren und um so dichter sind die Anfangslagen gesät, die zu periodischen Bewegungen führen. Dieses Resultat ist wenigstens eine Vorstufe zu dem obigen Satze.

Auf jeden Fall sind auch die periodischen Bewegungen langer Periode, deren Existenz streng bewiesen ist, so zahlreich und die Anfangslagen, die dabei vorkommen, so wenig speciell, dass man die periodischen Lösungen nicht mehr als Ausnahmefälle, als Curiositäten, betrachten kann.

K. Schwarzschild.

Württembergische und Badische Coordinaten.

Von Professor Jordan.

In diesem 147. Bande der Astronomischen Nachrichten S. 125-142 ist eine längere Abhandlung über Coordinatenberechnung von Herrn Prof. Hammer veröffentlicht worden, in welcher meine Arbeiten auf diesem Gebiete mehrfach citirt sind, weshalb ich mir erlaube, hier ebenfalls meine Ansicht hierüber auszusprechen, zumal es sich um Anwendung auf älteres württembergisches und badisches Material handelt, das wohl kaum einem Anderen ebenso bekannt und geläufig sein dürfte, wie dem Schreiber dieses, vermöge seiner langjährigen Beschäftigung damit in Stuttgart und Karlsruhe bis 1881.

Die Hauptresultate der Landesvermessungen von Württemberg und Baden sind niedergelegt in rechtwinkligen sogenannten Soldner'schen Coordinaten, deren Theorie als bekannt vorauszusetzen ist.

Die württembergischen Coordinaten sind veröffentlicht in dem amtlichen Werke »Die Landesvermessung des Königreichs Württemberg etc. von Kohler, Stuttgart 1858«, aus welchem wir von S. 171-283 folgende 6 Punkte entnehmen:

Württembergische Coordinaten.

	x (württ. Fuss)	y (württ. Fuss)
1) Mannheim Sternwarte	+375948.62	-149528.71
2) Katzenbuckel	+369283.70	- 2320.63
3) Durlach Warte	+185777.58	-144422.26
4) Hornisgrinde	+ 34789.55	-218515.23
5) Tübingen Sternwarte	0.00	0.00
6) Hohentwiel	-293058.26	- 60676.63

Diese Coordinaten x, y sind mit $+x$ nach Norden und $+y$ nach Osten vom Nullpunkt Tübingen gezählt, und zwar gemessen in württembergischen Fuss, indem 1 Fuss = 126.97 Pariser Linien = 0.2864226161 Meter ($\log = 9.4570073071$). Die Vermessung ist nicht wie sonst im Meereshorizont genommen, sondern in der Höhe $h = 840$ Pariser Fuss = 272.865 Meter über dem Meere, wo für $\log\left(1 + \frac{h}{r}\right) = 0.0000185744$, was zu dem obigen Verwandlungslogarithmus addirt giebt $\log = 9.4569887327$.

Mit diesem Logarithmus sind die oben bei (1) angegebenen Coordinaten zu reduciren, um sie in Meter im Meereshorizont zu verwandeln, so dass z. B. die oben angegebenen Coordinaten von Mannheim werden:

$$\text{Mannheim } x = +107675^m 582 \quad y = -42826^m 573 \quad (1a)$$

Die entsprechenden badischen Coordinaten sind nicht amtlich veröffentlicht, eine Anzahl der wichtigsten ist schon früher in Jordan, Handbuch der Vermessungskunde, 2. Aufl. II. Band 1878, S. 450 angegeben. Folgendes sind die den oben bei (1) entsprechenden badischen Coordinaten, mit

$+x$ nach Norden und $+y$ nach Osten, von Mannheim an im Meereshorizont.

Badische Coordinaten.

	x (Meter)	y (Meter)
1) Mannheim Sternwarte	0.000	0.000
2) Katzenbuckel	— 1575.546	+42176.169
3) Durlach Warte	— 54452.724	+ 1890.255
4) Hornisgrinde	— 97916.853	— 18992.556
5) Tübingen Sternwarte	— 107338.010	+43667.990
6) Hohentwiel	— 191405.307	+26937.720

Mit diesen Coordinaten haben wir nach den Formeln von Jordan, Handb. d. Verm., III. Band, 4. Aufl. 1896, § 78 Folgendes berechnet:

Breitenunterschiede.

	Baden	Württemberg	
1) Mannheim—Tübingen	— 0° 58' 0" 522	—	— 0° 58' 0" 522
2) Mannheim—Katzenbuckel—Tübingen	— 0 0 56.274	— 0° 57' 4" 191	— 0 58 0.465
3) Mannheim—Durlach—Tübingen	— 0 29 22.839	— 0 28 37.711	— 0 58 0.550
4) Mannheim—Hornisgrinde—Tübingen	— 0 52 51.062	— 0 5 9.496	— 0 58 0.558
5) Mannheim—Tübingen	—	— 0 58 0.549	— 0 58 0.549
6) Mannheim—Hohentwiel—Tübingen	— 1 43 19.162	+ 0 45 18.636	— 0 58 0.526
		Mittel $\Delta\varphi$	— 0 58 0.528

(3)

Längenunterschiede.

	Baden	Württemberg	
1) Mannheim—Tübingen	+ 0° 35' 28" 321	—	+ 0° 35' 28" 321
2) Mannheim—Katzenbuckel—Tübingen	+ 0 34 55.126	+ 0° 0' 33" 017	+ 0 35 28.143
3) Mannheim—Durlach—Tübingen	+ 0 1 33.005	+ 0 33 55.212	+ 0 35 28.217
4) Mannheim—Hornisgrinde—Tübingen	— 0 15 27.236	+ 0 50 55.517	+ 0 35 28.281
5) Mannheim—Tübingen	—	+ 0 35 28.112	+ 0 35 28.112
6) Mannheim—Hohentwiel—Tübingen	+ 0 21 33.784	+ 0 13 54.660	+ 0 35 28.444
		Mittel λ	+ 0 35 28.253

(4)

Wir haben also aus je sechs gut übereinstimmenden Bestimmungen den Breitenunterschied $\Delta\varphi$ und den Längenunterschied λ zwischen den Coordinatennullpunkten Mannheim und Tübingen.

Die badische topographische Karte hat im Jahre 1875 für ihren Nullpunkt Mannheim angenommen:

$$\text{Mannheim 1875} \quad \varphi = 49^\circ 29' 11'' 0 \quad L = 26^\circ 7' 35'' 8 \quad (5)$$

$$\text{Hierzu (3) und (4)} \quad \begin{array}{r} -0 \ 58 \ 0.528 \\ +0 \ 35 \ 28.253 \end{array}$$

$$\text{Hiernach Tübingen 1898} \quad \begin{array}{r} 48 \ 31 \ 10.472 \\ 26 \ 43 \ 4.053 \end{array} \quad (6)$$

Dagegen hatte das Stuttgarter topographische Landesamt nach Zeitschr. f. Verm. 1898 S. 73 angenommen:

$$\text{Tübingen 1890 alt} \quad \varphi_0 = 48^\circ 31' 10'' 3 \quad L_0 = 26^\circ 43' 4'' 8 \quad (7)$$

$$\text{Also Differenzen (6) — (7)} \quad \begin{array}{r} d\varphi = +0.172 \\ dL = -0.747 \end{array} \quad (8)$$

und da in der Mittelbreite 49° eine Breitensekunde 30.9 Meter und eine Längensekunde 20.3 Meter als Erdbogen giebt, haben wir entsprechend (8)

$$dx = -5.3 \text{ Meter} \quad dy = +15.2 \text{ Meter} \quad (9)$$

d. h., wenn man die auf Grund der Annahme (7) berechneten württembergischen Coordinaten $x y$ auf die besser an Baden anschliessende Annahme (6) reduciren will, so muss man in runden Zahlen die Abscissen x um -5 Meter und die Coordinaten y um $+15$ Meter ändern.

Auf Grund einiger weiterer Berechnungen, von denen hier nicht die Rede sein soll, ist das Ergebniss (6) noch ein wenig geändert und dann abgerundet worden:

$$\text{Tübingen 1898 neu} \quad 48^\circ 31' 10'' 5 \quad 26^\circ 43' 4'' 0 \quad (6a)$$

$$\text{und dazu (6a) — (7)} \quad \begin{array}{r} d\varphi = +0.2 \\ dL = -0.8 \end{array} \quad (7a)$$

$$dx = -6^m \quad dy = +16^m \quad (9a)$$

Diese dx und dy sind innerhalb des württembergischen Gebietes nicht auf 1 m constant, sie müssen, wenn man genauer rechnen will, durch kurze Differentialformeln bestimmt werden, was geschehen ist, aber hier nicht mitgeteilt wird.

Wir haben nach den Reihen in Zeitschr. f. Verm. 1898 S. 73, in welche auch noch die Specialreductionen für Hebung des Horizontes um $272^m 865$ und für Verdrehung des Systems um $15'' 58$ mit aufgenommen wurden, die württembergischen

Coordinaten für die beiden Annahmen (7) alt und (6a) neu, berechnet, z. B. der Punkt Nr. 75, welcher schon in Zeitschr. f. Verm. 1898 S. 73 und auch in Astr. Nachr. Bd. 147 S. 131 als Beispiel gedient hat, nämlich $\varphi = 48^\circ 48'$, $L = 26^\circ 20'$ hat gegeben:

$$\begin{array}{rcl} \text{nach (7)} & x = +31256^m.44 & y = -28259^m.28 \text{ alt} \\ & dx = -6.26 & dy = +16.32 \end{array} \quad (10)$$

$$\text{nach (6a)} \quad x = +31250.18 \quad y = -28242.96 \text{ neu} \quad (11)$$

Was wir hier mitgetheilt haben, stimmt auch noch im Wesentlichen mit den Zahlen von Herrn Hammer in Astr. Nachr. Bd. 147 S. 125-142; es hat jedoch Hammer statt unserer aus sechs Punkten berechneten Mittelwerthe (3) und

(4) nur je einen Werth aus den württembergischen Coordinaten von Mannheim, nämlich Astr. Nachr. Bd. 147 S. 139 unten und S. 140 oben:

$$\text{Hammer } 49^\circ 29' 12''.95 - 48^\circ 31' 12''.40 = 0^\circ 58' 0''.55 \text{ und } 0^\circ 35' 28''.14 \quad (12)$$

was mit unseren (3) und (4) zu vergleichen ist.

Nun hat aber Herr Hammer in Astr. Nachr. Bd. 147 S. 139 den württembergischen Verdrehungswinkel $\beta = 15''.58$ mit dem badischen Coordinatenanschluss in eine Verbindung gebracht, welche ich nicht für richtig halte; er sagt S. 139: Jordan hat den Winkel $\beta = 15''.58$ beibehalten, was »selbstverständlich« nicht consequent sei. — Es wird dann das Azimuth Tübingen-Mannheim aus den württembergischen rechtwinkligen Coordinaten von Mannheim berechnet (S. 140):

$$[TM] = 338^\circ 18' 33''.2 \quad (13)$$

Dasselbe Azimuth wird dann berechnet aus den geographischen Coordinaten von Tübingen und von Mannheim

$$\begin{array}{rcl} \text{Mannheim} & 49^\circ 29' 11''.00 & 26^\circ 7' 35''.80 \quad (5) \\ \text{Tübingen} & 48^\circ 31' 10''.30 & 27^\circ 43' 48''.0 \quad (7) \\ & 58 \quad 0.70 & 35 \quad 29.0 \end{array}$$

woraus sich findet (S. 141):

$$\text{Azimuth } [TM] = 338^\circ 18' 6''.85 \quad (14)$$

Diese (13) und (14) differiren um $26''.35$, wozu in Astr. Nachr. Bd. 147 S. 142 gesagt wird, dass es ein Widerspruch in der Orientirung der neuen württembergischen Karte gegen die Ergebnisse der Landesvermessung sei.

Wir haben die beiden Azimuthe (12) und (13) auf $0''.1$ nachgerechnet, auch die Differenz (12) — (13) durch eine Differentialformel bestätigt, aber dem Sinne nach sind wir nicht damit einverstanden, dass diese Differenz $26''.35$ ein »Widerspruch in der Orientirung« sei. Diese Differenz $26''.35$ steht mit dem württembergischen Verdrehungswinkel $\beta = 15''.58$ in gar keiner Beziehung, sondern ist nur ein ganz willkürlich als Parallaxe ausgerechneter kleiner Winkel zu den Verschiebungen zu $d\varphi$ und dL in (8) mit der Strahlenlänge Tübingen-Mannheim = 116 km.

Dass jene $d\varphi = +0''.172$ und $dL = -0''.747$ in (8) selbst ein kleiner Uebelstand der württembergischen Annahme (7) sind, das ist keine Frage, aber eine solche kleine Verschiebung ist von ganz unschuldiger Bedeutung im Vergleich mit der von Herrn Hammer vermutheten Verdrehung um $26''$, welche weitaus viel schlimmer wäre.

Ob die kleine Verschiebung $d\varphi$ und dL in (8), welche dem württembergischen topographischen Landesamte sehr wohl bekannt ist, noch berücksichtigt werden wird, was noch möglich ist, und von uns empfohlen würde, ist eine Frage,

welche hier nicht zu erörtern ist. Dagegen wollen wir noch in anderem Sinne hierzu einiges mittheilen, um völlige Klarheit zu erzeugen:

Die badischen Coordinaten, welche wir oben unter (2) mitgetheilt haben, sind Ergebniss der neuen Triangulirung und Coordinatenberechnung von 1846-1850, dagegen die heutige badische schöne neue topographische Karte in 1:25000 beruht zum grossen Theil auf einer alten Triangulirung von 1825-1846, welche ohne Rücksicht auf Erdkrümmung eben berechnet war und erheblich andere Coordinaten hatte als die neue Berechnung. Z. B. der badisch-württembergische Anschlusspunkt Hohentwiel, den wir oben mit unter (2) aufgeführt haben, hat:

$$\begin{array}{rcl} \text{Hohentwiel} & x = -191420^m.847 & y = +26925^m.888 \text{ alt} \\ & & -191405.307 \quad +26937.720 \text{ neu} \\ \text{Differenzen} & & +15.540 \quad -11.832 \end{array}$$

$$\sqrt{15.540^2 + 11.832^2} = 19^m.35$$

Die Verschiebung beträgt also fast 20 Meter oder rund $0''.5$ in φ und $0''.5$ in L , d. h. sie ist von gleicher Grössenordnung wie die $d\varphi$ und dL in (8).

Ferner hatte der alte badische topographische Atlas in 1:50000 erstens andere Projectionsart, nämlich sogenannte modificirte Flamsteed'sche Projection, und zweitens war diese mit anderen als den heutigen Bessel'schen Erddimensionen berechnet. Wie man überhaupt auf eine ebene Triangulirung und ebene Coordinaten modificirte Flamsteed'sche Projection (Bonne'sche Projection?) gründen konnte ist unklar, kurz es bestehen mindestens vier Arten von Zweifeln darüber, in welcher Weise die alten badischen Messtisch-Originalblätter, welche, in quadratischen Sectionen nach den alten ebenen Coordinaten hergestellt, die Grundlage auch des neuen Atlas heute noch bilden, seit 1875 mit neuen Aufnahmen verschmolzen worden sind? Wie die neuen Soldner'schen Coordinaten seit 1850 nach unserer Ansicht zu der neuen Karte in Karlsruhe zu verwenden wären, haben wir in Jordan, Handbuch der Vermessungskunde, II. Band, 2. Aufl. 1878 S. 484-485 an einem Beispiel gezeigt. Wie auf dem topographischen Bureau damals verfahren wurde, wurde uns nicht bekannt.

Die oben erwähnten drei bis vier Gründe der Differenzen zwischen neuen und alten rechtwinkligen und geographischen Coordinaten in badischen Karten zu zergliedern und mathematisch klar zu machen war eine schöne Aufgabe,

welche uns bis 1881 in Karlsruhe vorschwebte für den Fall der amtlichen Zuthellung des Materials. Seit 17 Jahren ist soviel uns bekannt wurde, nichts weiter hierin geschehen.

Es ist fraglich, ob diese Mittheilungen den Leserkreis der Astronomischen Nachrichten interessiren; aber nachdem die längere Abhandlung von Herrn Hammer in Astr. Nachr.

Bd. 147 S. 125-142 mit dem nach unserer Ansicht unrichtigen Ergebniss einer Verdrehung der württembergischen Karte um 26" veröffentlicht war, schien ich mir berufen, als in diesen Sachen best Orientirter ebenfalls das Wort zu ergreifen und das mitzutheilen, was über die Sache mitgetheilt werden kann.

Hannover, 1. Sept. 1898.

Jordan.

Heights of Fireballs and Shooting Stars

observed in England during the Perseid Epoch. 1898.

By *W. F. Denning*.

The display of Perseids was rather a bright and active one this year and a large number of the same meteors were observed at two or more stations. — I have determined the real paths of 18 of these as below :

No.	Date 1898	Gr. M. T.	Mags.	Height when first seen	Height when last seen	Obs. length of path	Velo- city per second	Radiant Point	Name of Meteor	Observers
				Miles	Miles	Miles	Miles	α δ		
1	July 26	9 ^h 10 ^m	$\frac{1}{2} = \text{D}$	73	27	191	Slow	$269^\circ - 23^\circ$	Capricornid	F. C. Dennett, C. Grover and three others
2	30	10 43	1 - 2	81	47	57	36	23 + 53	Perseid	A. S. Herschel and W. F. D.
3	30	10 53	4 - 3 $\frac{1}{2}$	61	52	20	14	311 - 10	μ Aquarid	A. S. Herschel and W. F. D.
4	30	11 10	3 $\frac{1}{2}$ - 3	56	50	28	20	340 - 18	δ Aquarid	A. S. Herschel and W. F. D.
5	30	11 35 $\frac{1}{2}$	3 - 1	66	52	63	45	42 + 23	ϵ Arietid	A. S. Herschel and W. F. D.
6	Aug. 10	12 6 $\frac{1}{2}$	1	86	46	59	Swift	46 + 58	Perseid	A. S. Herschel and Revs. S. J. Johnson and T. E. R. Phillips
7	11	8 58	2 - ♀	66	41	196	22	339 - 10	δ Aquarid	Col. J. Herschel, H. Corder, W. F. D. and twelve others
8	11	10 15 $\frac{1}{2}$	2 - ♀	92	68	45	Swift	44 + 56	Perseid	Revs. S. J. Johnson and T. E. R. Phillips, W. E. Besley & W. F. D.
9	11	10 26 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$ - 2	86	61	45	58	46 + 58	Perseid	A. S. Herschel and W. F. D.
10	11	10 46	2 $\frac{1}{2}$ - 2	79	65	23	46	46 + 58	Perseid	A. S. Herschel and W. F. D.
11	11	11 11 $\frac{1}{2}$	1 > 1	85	49	57	Swift	44 + 56	Perseid	W. E. Besley and W. F. D.
12	11	12 16 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ - 1	74	50	33	Swift	50 + 63	Perseid	A. S. Herschel and W. F. D.
13	11	12 20	1 $\frac{1}{2}$ - 1	64	48	24	37	54 + 56	Perseid	A. S. Herschel and W. F. D.
14	11	12 24 $\frac{1}{2}$	> 1 - 2	78	52	36	38	49 + 59	Perseid	A. S. Herschel and W. F. D.
15	11	12 40	2 $\frac{1}{2}$ - 1	85	60	32	31	43 + 58	Perseid	A. S. Herschel and W. F. D.
16	11	12 46 $\frac{1}{2}$	3 - 2 $\frac{1}{2}$	75	59	21	Swift	59 + 63	Perseid	A. S. Herschel and W. F. D.
17	17	11 43	2 - 1	71	55	32	43	72 + 52	Camelid	A. S. Herschel and W. F. D.
18	21	9 16	> ♀	60	29	95	19	5 + 13	γ Pegasid	A. S. Herschel, A. R. Schutz and four others

The mean values derived from 10 Perseids recorded on Aug. 10 and 11 are as follow :

Height when first seen	80.4 miles	Observed length of Path	37.5 miles
Height when last seen	55.8 "	Radiant point	$48^\circ 1' + 58^\circ 5'$

The night of Aug. 11 was splendidly clear at Bristol and I determined the position of the radiant as under :

10 ^h to 11 ^h	$47^\circ + 58^\circ$ from 21 meteors	12 ^h to 13 ^h	$46^\circ + 57^\circ$ from 20 meteors
11 to 12	$46\frac{1}{2} + 58$ " 22 "	13 to 14	$46 + 57\frac{1}{2}$ " 18 "

Mean radiant at $46^\circ 4' + 57^\circ 6'$ and apparent diameter about 4° .

Bristol 1898 Sept. 13.

W. F. Denning.

Inhalt zu Nr. 3522. *K. Schwarzschild*. Ueber weitere Classen periodischer Lösungen des Dreikörperproblems. 289. — *Jordan*. Württembergische und Badische Coordinaten. 297. — *W. F. Denning*. Heights of Fireballs and Shooting Stars. 303.