

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 1538.

Aus mehreren Briefen des Herrn Prof., Dr. W. Klinkerfues, Directors der Sternwarte in Göttingen, an den Herausgeber.

1.

Indem ich bei einer hier nicht in Betracht kommenden Veranlassung die Frage über den Einfluss der Bewegung der Lichtquelle auf die Brechung des Strahls untersuchte, fand ich, dass es nicht allein die Emissionstheorie wäre, welche denselben folgern liesse, sondern dass er, mit nicht geringerer Sicherheit, aus der Wellentheorie gleichfalls zu schliessen ist. Die Theorie werde ich demnächst geben, da sie zu einer ganz kurzen Darstellung sich nicht eignet. Die strenge Theorie führt auf *Bessel'sche* Transcendenten. Da aber nur mässige Bewegungen der Lichtquelle vorkommen, genügt für den Brechungs-Index (die Spiegelung bleibt unbeeinflusst) eine Annäherungs-Formel, wonach, wenn v die Geschwindigkeit des Lichts im Weltenraume, v' die im Glase vorstellt, und g die Geschwindigkeit der Lichtquelle im Visions-Radius ist, der Brechungs-Index gleich

$$\frac{v+g}{v'+g}$$

zu setzen ist, wenn sich der Körper uns nähert. Man kann zeigen, dass der Einfluss der Bewegung der Erde durch die Aberration compensirt wird, so dass man immer die absolute Geschwindigkeit erhält. Ich habe nun einen *Steinheil'schen* Spectral-Apparat, bei welchem jedoch das Prisma bei 30° Ablenkung noch sehr gut achromatisch ist, und welcher die Sterne wie sonst (d. h. ohne Prisma) erscheinen lässt, an dem hiesigen Mittagsfernrohr angebracht. Nach der scrupulösesten Justirung des Apparates habe ich nun seit Ende Januar an notorisch oder wahrscheinlich stark bewegten Sternen Beobachtungen angestellt, welche mit der Theorie in prächtiger Harmonie sind. 61 Cygni culminirt leider bei Tage. Ich liess die Sterne die 19 Fäden des Instruments, einen Theil bei westlicher, den andern bei östlicher, zuweilen auch bei neutraler Stellung der brechenden Kante, natürlich mit Wechseln in dieser Reihenfolge passiren. Mit W bezeichne ich in folgender Formel die Reduction auf den Mittelfaden, die erhalten wird, wenn der Strahl westlich abgelenkt ist, die brechende Kante also östlich ist, mit O die entgegengesetzte Lage, mit N die neutrale, bei welcher die brechende Kante horizontal ist. Ich habe dann, g bei fliehender Bewegung

positiv gesetzt und die Geschwindigkeit des Lichts im Weltenraume = 1000 Einheiten, g durch folgende Formel:

$$\begin{aligned} g &= 1,3492 (W-O) \cos \delta \\ &= 2,6984 (W-N) \cos \delta \\ &= 2,6984 (N-O) \cos \delta \end{aligned}$$

wobei $W-O$, $W-N$ oder $N-O$ in Zeitsecunden gegeben sind. Es findet sich z. B. im Tagebuche für den 22. Februar folgende Beobachtung von 0²Eridani, die letzte, welche ich von diesem Sterne erhalten habe:

Fädenantritte bei Neutr.	Fädenantritte bei West.
4 ^h 9 ^m 26 ^s 60	
29,29	
32,03	9 ^m 57 ^s 17
34,71	59,58
37,46	10 2,19
40,00	5,07
42,95	7,52
45,70	10,52
48,32	13,12
	15,93,

welche, auf den Mittelfaden reducirt, geben:

Neutr.	West
4 ^h 9 ^m 51 ^s 14	
51,08	
51,10	51,65
51,03	51,38
51,05	51,16
50,90	51,20
51,14	50,95
51,17	51,11
50,98	51,12
Mittel 51,07	51,10
	Mittel 51,21

An diese Differenz $W-N = 0^s 14$ muss noch eine kleine Correction von $-0^s 051$ angebracht werden, welche in der ungleichen Dicke des Prismas, also der Verschiedenheit der Wege der Strahlen ihren Grund hat, welche Correction ich mit der grössten Schärfe bestimmen konnte. Es wird aus dieser einzelnen Beobachtung

$$W-O = 2 (W-N) = 0^s 18$$

gefunden; die ganze Beobachtungsreihe gibt das vorläufige Resultat für α^2 Eridani:

$$W-O = 0^{\circ}246. \text{ Wahrscheint. Fehler} = \pm 0^{\circ}048.$$

Ueberhaupt habe ich gefunden, indem ich schwach bewegte Sterne zur Vergleichung zuzog:

Stern.	Jährliche Eigenbew. im grössten Kreise.	Beobacht. West-Ost.	Wahrsch. Fehler.	Absolute Bewegung im Visionsrad. während 1 Sec.	Dieselbe Beweg. in geogr. Meilen.
α Persei O. C.	0''071	0°058	$\pm 0^{\circ}049$	+0,051	2,0
α^2 Eridani	4,091	0,246	$\pm 0,048$	+0,336	13,4
Uranus	0,008	$\pm 0,100$	+0,010	0,4
γ Cassiop. U. C.	1''222	0,674	$\pm 0,053$	-0,494	19,8
μ Cassiop. U. C.	3,820	0,372	$\pm 0,035$	-0,293	11,7
1830 Groombr.	7,027	0,412	$\pm 0,180$	+0,434	17,4

Dass der Effect der Bewegung der Lichtquelle nicht noch bedeutend stärker hervortritt, als in diesen Zahlen West—Ost, liegt in der Kleinheit des Apparates, den ich vorläufig anwenden musste. Da das Passagefernrohr 2020 Millimeter ennuweite hat, das Fernröhrchen des Spectralapparates aber nur 81,1 Mill., so wird auch der natürliche Effect im Verhältniss $\frac{81,1}{2020}$ verkleinert. Dessenungeachtet tritt er noch entschieden genug hervor.

Die für die Bewegung vorläufig abzuleitenden Resultate sind in der № 6 der Nachrichten der hiesigen Societät der Wissenschaften, in Folge eines Versehens beim Abschreiben, fehlerhaft angegeben.

Zur Sicherung gegen constante Beobachtungsfehler habe ich auch die als schwach bewegt anzunehmenden Objecte: Uranus und α Persei beobachtet. Es findet sich beim Uranus die bei ihrer Kleinheit nicht zu verbürgende Bewegung von 0,010 oder 0,4 Meilen, in welcher auch ein Theil der Bewegung der Sonne im Weltenraume enthalten ist; bei α Persei die Bewegung 0,051 oder 2 Meilen.

Göttingen, 1865 März 11.

W. Klinkerfues.

2.

Die Correction wegen ungleicher Länge der Wege der Strahlen im Prisma bestimmte ich, indem ich das Mittagsfernrohr auf die nahe zusammengebrachten Fäden des Fadenmikrometers im Merz'schen Fernrohr bei verschiedener Lage des Prismas einstellte. Indem ich den durch Umkehrung des Prismas hervorgebrachten Effect für den 1^{sten}, 4^{ten}, 7^{ten} etc. bis 19^{ten} Faden mass, fand'ich für diese Fäden sehr nahe übereinstimmend die Correction

$$\begin{aligned} 0^{\text{Rev}} 0225 \text{ sec } \delta &= 0^{\circ}051 \text{ sec } \delta \text{ für Ost} \\ -0^{\text{Rev}} 0225 \text{ sec } \delta &= -0,051 \text{ sec } \delta : \text{ West.} \end{aligned}$$

Diese Correction erhielt ich ebenso gross, wenn ich das Gesichtsfeld durch eine gefärbte Glastafel intensiv roth machte. Ihre Berechtigung für Sterne zeigen z. B. folgende Beobachtungen:

Uncorrig. Durchgang bei Stellung Ost,	bei West
α Cygni O. C. $20^{\text{h}}38^{\text{m}}6^{\text{s}}91$	$38^{\text{m}}7^{\text{s}}08$
Correction = +0,07	- 0,07

$$\begin{aligned} \text{Corr. Ost} &= 20^{\text{h}}38^{\text{m}}6^{\text{s}}98 \\ \text{Corr. West} &= 7,01 \end{aligned}$$

Durchgang bei Stellung Neutral,	bei West
α Persei O. C. $3^{\text{h}}15^{\text{m}}31^{\text{s}}14$	$15^{\text{m}}31^{\text{s}}23$
Correction = 0,00	- 0,08

$$\begin{aligned} \text{Corrig. Neutral} &= 3^{\text{h}}15^{\text{m}}31^{\text{s}}14 \\ \text{Corrig. West} &= 31,15 \end{aligned}$$

Durchgang bei West,	bei Neutral
α Persei O. C. $3^{\text{h}}15^{\text{m}}20^{\text{s}}59$	$15^{\text{m}}20^{\text{s}}50$
Correction = -0,08	0,00

$$\begin{aligned} \text{Corrig. West} &= 3^{\text{h}}15^{\text{m}}20^{\text{s}}51 \\ \text{Corrig. Neutral} &= 20,50 \end{aligned}$$

Dasselbe geht noch sicherer aus dem Gesamt-Resultat für Uranus und α Persei hervor.

Die vertikale Stellung der Fäden gegen die Umdrehungsaxe habe ich erhalten, indem ich sie so stellte, dass ein fester Punkt, ein Fadenkreuz im Merz'schen Fernrohr, auf einem der Fäden blieb, indem ich das Passagefernrohr selbst auf und ab bewegte.

Die Fäden - Intervalle habe ich mit grosser Schärfe mit dem Fadenmikrometer bestimmt. Wenn man nun noch die Vorsicht beobachtet, dass man das eine Mal Ost zuerst, das andere Mal West zuerst beobachtet, ferner, dass man von Zeit zu Zeit die unveränderte Stellung der Fäden prüft, wie ich gethan habe, so kann man wohl vor constanten Fehlern sich sicher fühlen. Vielleicht könnte man hier noch Gefahr von einer lateralen Durchbiegung fürchten, besonders da der Apparat contrebalancirt werden muss. Bei dem geringen Gewichte der aus der Axe tretenden Theile des Apparates, wie des Fernröhrchens B ist diess aber garnicht wahrscheinlich, und die Beobachtungen schwach bewegter Sterne können darüber beruhigen.

Es wird noch viel schwerer, an der Realität der gefundenen Grössen zu zweifeln, wenn man sich überzeugt hat, dass gerade auch die Undulationstheorie des Lichtes diesen Einfluss der Bewegung der Lichtquelle ganz unabweisbar verlangt.

In Betreff der Theorie werde ich Sie in diesem Briefe wahrscheinlich nur sehr wenig befriedigen können. Der Kern

der Sache aber ist der folgende: Während im Falle der ruhenden Lichtquelle jedes schwingende Aethertheilchen seine Bewegung der in derselben Undulation fortgepflanzten Erschütterung verdankt, man also in diesem Falle die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, sowie jeder anderen Phase, mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erschütterung, welche letztere unveränderlich an das Mittel gebunden ist, identificiren kann, ist diess im Falle der Bewegung der Lichtquelle nicht mehr erlaubt. Denn alsdann, wenn z. B. die Lichtquelle sich in der Richtung des Strahls bewegt, rührt nicht die Bewegung, welche ein Aethertheilchen hat, sämmtlich von der in derselben Undulation ihm mitgetheilten her, sondern es ist ihm ein Rest Bewegung von der vorhergehenden Undulation geblieben. In Folge dessen erreicht es früher seine äusserste Elongation, als im gewöhnlichen Falle, und zwar ohne dass eine Verkürzung der Wellen eintrete. Bei homogenem Lichte werden hier offenbar Bewegungen von gleicher Wellenlänge zusammengesetzt oder superponirt. Es ist bekannt, dass dabei jedesmal der resultirende Strahl dieselbe Wellenlänge hat, wie die zusammensetzenden, während Amplitude und Phase dabei geändert werden. Man kann sich von der Unmöglichkeit der Verkürzung oder Verlängerung der Wellen noch auf andere Weise überzeugen, was hier zu lang werden würde. Uebrigens versteht es sich, dass die in Rede stehende Beschleunigung der Wellenfortpflanzung, weil sie die Wirkung einer continuirlichen Interferenz ist, auch nur innerhalb des schon erschütterten Gebietes Statt finden kann, und da die Erschütterung selbst nicht schneller fortschreitet als sonst, so bekommen wir keineswegs etwa den Strahl früher als sonst, was auch den akustischen Erfahrungen widersprechen würde. Die mathematische Begründung meiner Theorie kann auf mehr als eine Art erhalten werden. Es sei z. B.

$$g = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x + X)$$

die Gleichung der transversalen Bahn, welche das Aethertheilchen beschreibt, x ist die Abscisse des Aethertheilchens, X die der Lichtquelle. Letztere Grösse hat man schon sehr passend die Anomalie der obigen Gleichung genannt. Es ist klar, dass auch auf diese Anomalie, wie auf die astronomische, die Variation der Constanten angewandt werden kann. Es ist im Falle der Bewegung der Lichtquelle das X der Gleichung eine Function der Zeit; welche Function, ergibt eine weitere, auf eine partielle Differentialgleichung führende Analyse. Bei der verhältnissmässig schwachen Bewegung aller Himmelskörper im Vergleiche zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes darf man sich erlauben, das X der Gleichung

gleich gt zu setzen, wenn g die Geschwindigkeit des Körpers ist. Man darf deshalb

$$g = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x + gt)$$

für die Gleichung der Trajectorie eines bestimmten Aethertheilchens im Falle der Annäherung der Lichtquelle setzen, und die allein richtige Interpretation dieser Gleichung ist, dass die Geschwindigkeit der Bewegung einer Phase jetzt $v + g$, anstatt des gewöhnlichen v geworden. Fragt man nun weiter, wovon hängt der relative Brechungs-Index zweier Mittel ab? so findet man: derselbe ist wesentlich das Verhältniss der Geschwindigkeit der Phasen in beiden Mitteln, d. h. wenn im Falle der ruhenden Lichtquelle $\frac{v}{v'}$, dann im Falle der bewegten $\frac{v + g}{v' + g}$.

Diess sind die Grundzüge dieser neuen Theorie des Einflusses der Bewegung der Lichtquelle auf die Brechung. Wo gelegentlich früher an einen solchen Einfluss gedacht wurde, hat ein sich aufdrängender Trugschluss, nämlich der, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit an das Mittel gebunden sei, und dass daher jede Verkürzung der Schwingungsdauer, aus welcher Ursache sie immer entstanden sei, eine entsprechende Verkürzung der Wellen begleiten müsse, jenen Einfluss verkennen lassen. Es entsprang der Irrthum aus der den Physikern sehr geläufig gewordenen, weil für gewöhnlich erlaubten, Identificirung der Begriffe der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erschütterung und der Geschwindigkeit, mit welcher eine Welle fortschreitet. — Ich habe in letzter Zeit noch weitere Beobachtungen erhalten, jedoch nur die von 1830 Groombr., η und μ Cassiop. aus der letzten Nacht für diesen Brief reducirt. Es findet sich

1830. Groombr.	West—Ost	=	0°16
η Cassiop.	:	:	= 0,44
μ Cassiop.	:	:	= 0,30

Die ganze Beobachtungsreihe wird jetzt auch bei 1830 Groombr. eine ziemlich grosse Sicherheit geben. Bei der Notiz, welche ich Ihnen sandte, habe ich eine Reihe anderer Beobachtungen, nämlich von Sternen von mehr als mittlerer Eigenbewegung, wie ι Persei, δ Eridani, γ Ursae maj. u. a. noch zurückbehalten, da ich vorerst nur jenen eclatanteren Fällen die vollständige Reduction angedeihen lassen konnte. Ich werde das in einer grösseren Abhandlung nachholen.

Göttingen, 1865 März 12.

W. Klinkerfues.

3.

Es ist mir gelungen, jetzt auch der strengeren Bestimmung des Einflusses, welchen die Bewegung der Lichtquelle auf die Brechung des Strahls äussert, eine zugänglichere Seite abzugewinnen. Darnach wird auch diese sehr einfach, viel einfacher, als ich bisher geglaubt habe.

Ein leuchtender Punkt vibriert nach der irgend einem homogenen Strahl zukommenden Schwingungsdauer. Sein Zustand, d. h. seine Entfernung aus der Gleichgewichtslage, wird zu den Zeiten t , $t + dt$, $t + 2dt$ etc. auszudrücken sein durch die Gleichungen:

$$y = f(t), \quad y + dy = f(t + dt), \quad y + 2dy = f(t + 2dt) \text{ etc. ,}$$

sowie seine Geschwindigkeit durch

$$\frac{dy}{dt} = y' = f'(t), \quad \frac{dy}{dt} + \frac{d^2y}{dt^2} dt = y' + dy' = f'(t + dt) \text{ etc.}$$

Dieselben Zustände der Bewegung, abgesehen nur von der Abnahme der Amplitude bei Verbreitung der Erschütterung, werden auf ein Aethertheilchen in der Richtung des Strahls nach einer gewissen Zeit γ übertragen, so dass für den Fall der Ruhe die Zustände desselben durch die Gleichungen:

$$y = f(t - \gamma), \quad y + dy = f(t + dt - \gamma), \quad y + 2dy = f(t + 2dt - \gamma) \\ y' = f'(t - \gamma), \quad y' + dy' = f'(t + dt - \gamma) \text{ etc.}$$

für die Zeiten t , $t + dt$, $t + 2dt$ etc. sich ausdrücken würden. Die Dauer eines Zustandes der Lichtquelle ist immer gleich dt zu setzen, die Dauer der Einwirkung auf die gesammte Lichtverbreitung ist ebenfalls immer dt ; die der Einwirkung auf ein bestimmtes Aethertheilchen ist dagegen kürzer, wenn die Lichtquelle sich demselben nähert. Man findet sehr leicht, dass die letztere gleich

$$\frac{v-g}{v} \cdot dt,$$

wenn g die Geschwindigkeit des leuchtenden Punktes ist. Der dem mitgetheilten Zustande entsprechende Weg des Aethertheilchens, im Falle der Ruhe gleich $\frac{d^2y}{dt^2} dt^2$ während des Theilchens dt , ist in diesem Falle gleich

$$\left(\frac{v-g}{v}\right)^2 \cdot \frac{d^2y}{dt^2} dt^2$$

wegen der Verkürzung der Dauer der Einwirkung des Zustandes auf das bestimmte Aethertheilchen. Es wird deshalb die Differentialgleichung der geradlinig angenommenen Bahn des Aethertheilchens:

$$\left(\frac{v-g}{v}\right)^2 \frac{d^2y}{dt^2} + Ey = 0,$$

worin E die bekannte Bedeutung hat:

$$E = \left(\frac{2\pi v}{\lambda}\right)^2.$$

Bemerkt man, dass die Wirkung von g während der Zeit dt der einer von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem Mittel unabhängigen Verschiebung des Anfangspunktes der Wellen gleichkommt, so findet man für ein Aethertheilchen in einem zweiten Mittel die Bewegungsgleichung:

$$\left(\frac{v'-g}{v'}\right)^2 \frac{d^2y}{dt^2} + E'y = 0,$$

wobei

$$E' = \left(\frac{2\pi v'}{\lambda'}\right)^2.$$

Integrirt man die beiden Gleichungen, so findet man beziehungsweise für die beiden Mittel:

$$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ \frac{vv}{v-g} (t-\gamma) \right\}$$

und

$$y = a' \sin \frac{2\pi}{\lambda'} \left\{ \frac{v'v'}{v'-g} (t-\gamma') \right\}$$

Die Geschwindigkeit der Fortpflanzung der Phasen in dem schon erschütterten Aether ist hiernach beziehungsweise

$$\frac{vv}{v-g} \quad \text{und} \quad \frac{v'v'}{v'-g}.$$

Das Verhältniss beider Grössen gibt den Brechungsindex gleich

$$\frac{vv}{v'v'} \cdot \frac{v'-g}{v-g}.$$

Bei der Kleinheit von $\frac{g}{v}$ und $\frac{g}{v'}$ ist folgende Transformation zulässig:

$$\frac{vv}{v-g} \cdot \frac{v'-g}{v'v'} = \frac{v \left(1 + \frac{g}{v}\right)}{v' \left(1 + \frac{g}{v'}\right)} = \frac{v+g}{v'+g}.$$

Letzterer Ausdruck ist die von mir angewandte Näherungsformel.

Auf Transcendenten führt also diese strengere Lösung nicht, die man leicht für specielle Fälle, wo das zu erhaltende Resultat bekannt ist, prüfen kann.

Göttingen, 1865 März 27.

W. Klinkerfues.