

Zur geometrischen Illustration der Gleichung Lamberts für die Hyperbel benutzen wir die Eigenschaft derselben, daß die Differenz der Radienvektoren eines ihrer Punkte gleich ist ihrer Hauptachse  $2a$ . In Fig. 3 sollen  $S$ ,  $P_1$  und  $P_2$  den Brennpunkt, die erste und die zweite Lage des sich auf einer Hyperbel mit der gegebenen großen Achse  $2a$  bewegendes Punktes bezeichnen. Um die Punkte  $P_1$  und  $P_2$  beschreiben wir Kreise mit den Halbmessern  $2a + P_1S$  und  $2a + P_2S$ . Diese beiden Kreise werden sich im allge-

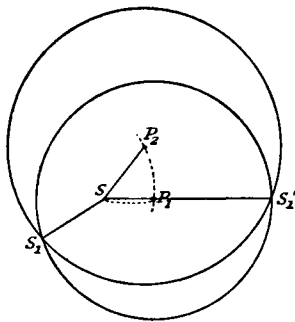


Fig. 3.

meinen in zwei Punkten  $S_1$  und  $S_1'$  schneiden, die die zweiten Brennpunkte der beiden den Bedingungen der Aufgabe genügenden Hyperbeln sein werden. Verbinden wir  $S$  mit  $S_1$  und  $S_1'$ , so erhalten wir die Richtungen der Hauptachsen. Durch die Hauptachse und die Brennpunkte ist die Gestalt der Hyperbeln bestimmt; es haben für uns nur die Zweige der Hyperbeln eine Bedeutung, welche mit ihrer konkaven Seite dem Brennpunkt  $S$ , in welchem die anziehende Masse sich befindet, zugekehrt sind. Wie Fig. 3 zeigt, ist die Differenz der wahren Anomalien der gegebenen zwei Punkte für die eine Hyperbel das Komplement zu  $360^\circ$  der Differenz der wahren Anomalien derselben Punkte für die andere Hyperbel. Die Bewegung von dem einen gegebenen Orte zum anderen wird auf den beiden Hyperbeln in verschiedenen Zeiten vollendet. Die Gleichung Lamberts für die Hyperbel (Theoria motus, Art. 109)

$$\frac{kt}{a^{3/2}} = 2m\sqrt{1+m^2} \mp 2n\sqrt{1+n^2} - 2\log(\sqrt{1+m^2} + m) \pm 2\log(\sqrt{1+n^2} + n)$$

sagt analytisch dasselbe aus, indem die oberen Vorzeichen derjenigen Hyperbel entsprechen, für welche die Differenz der wahren Anomalien zweier gegebener Punkte  $< 180^\circ$  ist, während die unteren Vorzeichen zu der Hyperbel gehören, für welche die Differenz der wahren Anomalien zweier gegebener Punkte  $> 180^\circ$  ist.

Schließlich wollen wir noch zeigen, wie man die Olbersche Methode zur Bestimmung parabolischer Kometenbahnen geometrisch illustrieren kann. Bei der Berechnung parabolischer Kometenbahnen nimmt man drei vollständige Beobachtungen als gegeben an. Diese bestimmen die Lage dreier Geraden im Raume. Denken wir uns nun durch den Mittelpunkt der Sonne eine unbegrenzte Zahl von Ebenen gelegt, so wird im allgemeinen jede dieser Ebenen von den Geraden, die durch die erste und dritte Beobachtung bestimmt sind, in zwei Punkten geschnitten werden. Wenn wir die Lage dieser zwei Punkte und den Brennpunkt der Parabel (den Mittelpunkt der Sonne) kennen, so können wir in jeder dieser

Ebenen, wie oben gezeigt, je zwei Parabeln konstruieren. Da uns außerdem die Zeit zwischen den beiden äußeren Beobachtungen gegeben ist, können wir die Eulersche Gleichung benutzen, um diejenige der beiden Parabeln zu wählen, welche einer Kometenbewegung entsprechen würde, wenn die Schnittpunkte der beiden Geraden mit der Ebene die wahren Orte des Kometen wären. Bei der Bestimmung einer ganz unbekannten Kometenbahn nach Olbers' Methode hätten wir in jeder der Ebenen diejenige Parabel zu wählen, welche dem negativen Vorzeichen des zweiten Gliedes in der Eulerschen Gleichung entspricht. Die durch die zweite Beobachtung des Kometen bestimmte Gerade hat nun mit den einzelnen Ebenen gleichfalls einen Punkt gemein, und dieser Punkt wird im allgemeinen in  $n$  verschiedenen Ebenen, wo  $n = 0, 1, 2, 3 \dots$  ist, auf einer der Parabeln liegen können. Wenn  $n = 0$  ist, können drei gegebene Beobachtungen durch keine Parabel dargestellt werden, und unsere Aufgabe hat keine einzige Lösung.

Kiew, 1908 März.

S. Tscherny.

## Über den Lichtwechsel von R Coronae borealis.

Von H. Ludendorff.

R Coronae borealis gehört zu den unregelmäßig veränderlichen Sternen; die Hoffnung, irgendwelche Gesetzmäßigkeiten in dem Verlaufe seiner Lichtschwankungen feststellen zu können, hat mich veranlaßt, alle vorhandenen Beobachtungen dieses Veränderlichen einer einheitlichen Bearbeitung zu unterwerfen. Wenn nun diese Hoffnung auch im wesentlichen trügerisch gewesen ist, so möchte ich doch die Resultate meiner Untersuchung hier kurz wiedergeben. In aller Ausführlichkeit wird meine Arbeit in den Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums abgedruckt werden.

Der Bearbeitung wurde das gesamte bisher veröffentlichte Beobachtungsmaterial zugrunde gelegt, und ich konnte außerdem mehrere nicht publizierte Beobachtungsreihen heran-

ziehen. Im ganzen standen mir für die Zeit von 1783 bis 1905 mehr als 5000 einzelne Beobachtungen zur Verfügung.

Die Größen einer beträchtlichen Anzahl von Vergleichsternen für R Coronae sind auf dem Harvard Observatorium bestimmt worden <sup>1)</sup>. Diese Größen wurden benutzt, um die Stufenschätzungen der verschiedenen Beobachter auf ein einheitliches System zu reduzieren.

Während für die Zeit vom Jahre 1783, in welchem Pigott seine ersten Beobachtungen von R Coronae aufgezeichnet hat, bis 1843 nur wenige Helligkeitsschätzungen des Veränderlichen vorliegen, ist er von 1843 an sehr häufig beobachtet worden, und ich konnte daher für das Zeitintervall von 1843 bis 1905 eine Lichtkurve von R Coronae zeichnen,

<sup>1)</sup> Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College, Vol. 37, Part II; ferner auch Vol. 29 und 45.

die nur verhältnismäßig geringe Lücken aufweist. Die aus dem Studium dieser Kurve gezogenen Schlüsse möchte ich im folgenden auseinandersetzen.

1) Als einzige Gesetzmäßigkeit im Lichtwechsel von R Coronae ergibt sich die merkwürdige Tatsache, daß, wenn der Veränderliche längere Zeit hindurch konstante Helligkeit besitzt, was sehr häufig vorkommt, diese Helligkeit stets sehr nahe der Größe 6.0 entspricht. Die folgende Tabelle enthält die Zeiten konstanter Helligkeit und die zugehörigen, aus der Lichtkurve abgelesenen Größen:

1843.6: bis 1845.7	Gr. 6.1	1879.6 bis 1880.0:	Gr. 6.2
1846.4 » 1849.5:	6.1	1880.9: » 1883.3	6.2
1853.1 » 1853.8	6.1	1884.0 » 1885.6	6.2
1854.2 » 1854.9	6.1	1886.0 » 1887.0:	6.2
1855.9 » 1858.2	6.1	1888.1 » 1891.3	6.2
1858.7 » 1859.2	6.1	1893.0 » 1893.8:	6.2
1860.0 » 1861.2:	6.0	1894.8 » 1895.5	6.0
1862.2 » 1863.0:	5.8	1896.0 » 1897.8	6.2
1875.3 » 1876.2	6.0	1898.2 » 1900.6	5.8
1876.7 » 1877.7	5.8	1901.0: » 1903.0	5.8
1879.0 » 1879.3	6.2	1903.9 » 1904.7	5.8

Die nur ungenau angebbaren Zeiten sind durch einen Doppelpunkt gekennzeichnet. Zu bemerken ist noch, daß aus den Jahren 1849 und 1850 nur ganz vereinzelte, aus dem Jahre 1851 gar keine Beobachtungen von R Coronae vorliegen.

Die in der Tabelle angegebenen, den Zeiten konstanter Helligkeit entsprechenden Größen, welche meist Mittelwerte aus den Schätzungen verschiedener Beobachter sind, schwanken zwischen 5.8 und 6.2. Es liegt nun nahe, diese kleinen Differenzen lediglich den systematischen Auffassungsunterschieden der Beobachter zuzuschreiben. Daher erschien es mir wünschenswert, die Größe, welche R Coronae während des konstanten Lichtes besitzt, und welche als seine normale Größe bezeichnet werden soll, aus den verschiedenen Beobachtungsreihen getrennt zu berechnen. Leider sind nur ziemlich wenige von den letzteren hierzu geeignet; so mußten vor allem die Beobachtungen von Schmidt wegen der extrem ungünstigen Wahl der Vergleichsterne bei dieser Untersuchung ausgeschlossen werden.

Die aus den einzelnen Beobachtungsreihen folgenden Werte der normalen Größe von R Coronae sind nebst der Anzahl  $n$  der Beobachtungen und dem Zeitraum, über den sich die Beobachtungen erstrecken, in folgender Übersicht gegeben:

	Größe	$n$	
Argelander	6.12	123	1843–1858
Schönfeld	5.94	7	1875
Safarik	6.20	206	1881–1893
Sawyer	6.05	382	1881–1899
Wilsing <sup>1)</sup>	6.13	10	1884
Frau von Prittwitz <sup>1)</sup>	6.25	20	1896
» » » <sup>2)</sup>	5.80	32	1898–1899
Luizet	5.84	224	1898–1904
L. Campbell	5.87	148	1901–1904

<sup>1)</sup> Keil-Photometer. <sup>2)</sup> Zöllnersches Photometer.

Man kann nun aus dieser Tabelle und dem eingehenden Studium der einzelnen Beobachtungsreihen den Schluß ziehen,

daß von 1843 bis 1897 einschließlich die normale Helligkeit von R Coronae unveränderlich gewesen ist, und zwar findet man unter Annahme passender Gewichte, daß diese normale Helligkeit während des genannten Zeitintervalles der Größe 6.11 entspricht.

Für die Zeit von 1898 an erhält man dagegen übereinstimmend nach den drei letzten oben angeführten Beobachtungsreihen eine etwas größere normale Helligkeit, nämlich (wiederum bei passender Gewichtsverteilung) die Größe 5.84. Innerhalb der Zeit von 1898 bis 1904 sind keine Schwankungen dieses Wertes vorgekommen, wie die Beobachtungen von Luizet beweisen.

Leider läßt es sich nicht sicher entscheiden, ob die Zunahme der normalen Größe von dem Werte 6.11 auf 5.84 reell ist oder nicht. Von den in Betracht kommenden Beobachtungsreihen gehört nur eine, nämlich die von Sawyer, den beiden hier in Rede stehenden Zeitintervallen zugleich an, doch auch von dieser Reihe fallen nur vier Beobachtungen in die Jahre 1898 und 1899. Diese vier Beobachtungen sprechen eher gegen als für die Realität der Änderung. Jedenfalls kann man letztere nicht als sicher verbürgt ansehen.

2) Es fragt sich nun, ob R Coronae jemals eine größere Helligkeit als die normale erreicht. Es zeigt sich, daß dies, wenn überhaupt, sicherlich nur äußerst selten der Fall ist. Zunächst sind es Beobachtungen von Schmidt aus den Jahren 1860 bis 1863, die eine besonders große Helligkeit des Veränderlichen vermuten lassen. Die nähere Diskussion läßt aber mit ziemlich großer Sicherheit erkennen, daß es sich nur um systematische Schätzungsfehler bei Schmidt handelt. Auffällig bleiben nur vier seiner Beobachtungen aus Mai und Juni 1861, welche die Größen 4.6 und 4.7 ergeben. Wenn man auch nicht anzunehmen braucht, daß R Coronae damals wirklich diese Größe erreicht hat, so ist es doch möglich, daß er heller als von normaler Größe war. Es muß aber betont werden, daß Schmidts Beobachtungen von R Coronae zum großen Teil recht ungenau sind.

Ferner deuten drei Beobachtungen Hartwigs aus dem Anfang des Jahres 1898 auf eine ungewöhnlich große Helligkeit des Veränderlichen hin. Diese Beobachtungen lauten in der Form, wie sie mir Herr Prof. Hartwig freundlichst mitgeteilt hat:

1898 Jan. 18, 18<sup>h</sup> 25<sup>m</sup> R nahe =  $\epsilon$  Coronae, aber keine passenden Vergl.-Sterne in der Nähe  
 Febr. 4, 18<sup>h</sup> 37<sup>m</sup> R hell, Wolken verhindern Vergl.  
 März 22, 10 5  $\delta$  Coronae 0<sup>m</sup> 5 > R, dunstig.

Hiernach wäre R Coronae bei der ersten bzw. dritten Beobachtung etwa von der Größe 4.5 bzw. 5.3 gewesen. Die dritte Beobachtung ist jedenfalls unsicher, wie schon aus der Form ihrer Aufzeichnung hervorgeht, und in der Tat hat Frau von Prittwitz im März 1898 durch drei Messungen mit einem Zöllnerschen Photometer festgestellt, daß R Coronae damals von der Größe 5.9 war. Die erste Beobachtung Hartwigs läßt sich dagegen schwerlich mit der Annahme vereinigen, daß R Coronae damals nahezu sechster Größe gewesen sein sollte. Immerhin wird man aber die Möglichkeit eines Versehens, wie es, z. B. durch atmosphärische Umstände bedingt, selbst dem geübtesten Beobachter unterlaufen kann, nicht ganz von der Hand weisen dürfen.

Abgesehen von den beiden besprochenen Fällen aus den Jahren 1861 und 1898 hat R Coronae, soweit die Beobachtungen reichen, niemals seine normale Helligkeit überschritten.

3) In den verschiedenen Minima <sup>1)</sup> ist die kleinste Helligkeit von R Coronae ganz außerordentlich verschieden, und es lassen sich keinerlei Gesetzmäßigkeiten feststellen. Es gibt Minima, in denen die Helligkeit gegenüber der normalen nur um ein bis zwei Größenklassen abnimmt; solche sind namentlich in den letzten Jahrzehnten häufiger aufgetreten, nämlich 1885 (kleinste Größe  $m = 7.7$ ), 1900 ( $m = 7.7$ ), 1903 ( $m = 8.3$ ), 1904 ( $m = 7.2$ ). In andern Minima wird der Veränderliche außerordentlich schwach. Die schwächste beobachtete Größe ist 15.0 (im Jahre 1872 von Schönfeld geschätzt), doch ist es nicht ausgeschlossen, daß der Veränderliche zuweilen noch schwächer wird. Die sehr schwachen Minima sind zumeist nur sehr unvollständig beobachtet.

Auch die Dauer der Minima ist außerordentlich verschieden. Die kürzesten sind das erste von 1895 ( $m = 9.5$ ) und das von 1904 ( $m = 7.2$ ), die beide nur etwa je zwei Monate in Anspruch nahmen. Das Minimum von längster Dauer währte von Ende 1863 bis in die zweite Hälfte des Jahres 1874, d. h. während dieser ganzen Zeit hat der Veränderliche niemals die normale Größe erreicht; allerdings stieg die Helligkeit in dem genannten Zeitintervall mehrmals in sekundären Maxima bis zur siebenten oder achten Größe, einmal sogar bis zur Größe 6.6 empor.

Ebenso verschieden wie die Dauer der Minima ist auch die Form der Lichtkurve während des Verlaufes derselben. Charakteristisch für den Beginn der Minima ist zumeist ein außerordentlich rasches, gleichmäßiges Abnehmen der Helligkeit; als Beispiele führe ich folgende Zahlen an:

1859	Abnahme der Helligkeit um	$4\frac{1}{2}$	Größenkl.	in	20 <sup>d</sup>
1861	»	»	»	7-8	» 30 <sup>d</sup> -35 <sup>d</sup>
1883	»	»	»	5	» 32 <sup>d</sup>
1895	»	»	»	$3\frac{1}{2}$	» 26 <sup>d</sup> .

Sehr selten ist beim Beginn eines Minimums ein langsames Sinken der Helligkeit; ein solches kommt in der Regel nur bei unbedeutenden Minima vor, so bei denen von 1885 und 1903. Verhältnismäßig langsam war der Abfall der Lichtkurve auch bei dem recht bedeutenden Minimum von 1887 ( $m = 11.2$ ).

Das Wiederauwachsen der Helligkeit zur normalen Größe geht meist viel langsamer vor sich als die Abnahme.

Potsdam, Astrophysikalisches Observatorium, 1908 April 14.

H. Ludendorff.

<sup>1)</sup> Unter einem Minimum ist hier stets ein solcher Teil der Lichtkurve verstanden, der sich vom Beginne des Sinkens unter die normale Helligkeit bis zur Wiedererreichung derselben erstreckt.

Der aufsteigende Teil der Lichtkurve ist häufig unregelmäßig und zeigt sekundäre Maxima und Minima. Zuweilen geschieht aber die Wiedezunahme der Helligkeit ebenso plötzlich wie die Abnahme, so bei dem tiefen Minimum von 1861 ( $m = 13.2$ ). In solchen Fällen hat die Lichtkurve, abgesehen von den zeitlichen Verhältnissen, eine gewisse Ähnlichkeit mit der von Algolsternen.

Zwischen dem Sinken unter die normale Helligkeit und dem Wiederauwachsen zu derselben vollführt der Veränderliche häufig die merkwürdigsten und unregelmäßigsten Lichtschwankungen, mit zahlreichen sekundären Maxima und Minima.

Irgendwelche Gesetzmäßigkeiten in der Zeit des Eintretens der Minima habe ich nicht auffinden können. Wo sich ab und zu solche zu zeigen scheinen, werden sie stets durch den weiteren Verlauf der Lichtschwankungen wieder umgestoßen.

Die vorstehenden Betrachtungen lassen sich kurz in folgende Sätze zusammenfassen:

1) R Coronae ist oft lange Zeit hindurch von konstanter Helligkeit, und zwar besitzt er dann stets sehr nahe die Größe 6.0. Kleine, insgesamt 0.2 bis 0.3 Größenklassen betragende Änderungen dieser normalen Größe sind angedeutet.

2) Ein Anwachsen der Helligkeit von R Coronae über die normale Größe findet jedenfalls nur äußerst selten statt. Kein einziger derartiger Fall ist durch gleichzeitige Schätzungen verschiedener Beobachter oder auch nur durch eine größere Beobachtungsreihe eines Beobachters sicher verbürgt.

3) Die Zeiten konstanter Helligkeit werden anscheinend regellos unterbrochen durch zahlreiche Minima von verschiedenster Dauer und verschiedenster Minimalhelligkeit. Die Helligkeitsabnahme bei Beginn eines Minimums geschieht zumeist sehr schnell, die Wiedezunahme am Ende eines Minimums meist weit langsamer. Dazwischen liegen Lichtschwankungen von größter Unregelmäßigkeit.

Von den bisher bekannten Veränderlichen scheint nur RY Sagittarii eine ähnliche Lichtkurve wie R Coronae zu besitzen. Eine gewisse Verwandtschaft besteht vielleicht auch zwischen R Coronae und X Persei.

Ehe man daran geht, Hypothesen zur Erklärung der von R Coronae dargebotenen merkwürdigen Erscheinungen aufzustellen, ist eine eingehende Untersuchung des Spektrums dieses Sterns dringend nötig. Was bisher über dasselbe, sowie über die Radialgeschwindigkeit bekannt geworden ist, habe ich in A. N. 4129 zusammengestellt.

## Über die Parallaxen der Nebel GC 4964 und NGC. 7027.

Von Einar Huss.

In den Astr. Nachr. 3261 und 3190 hat Herr Prof. Wilsing in Potsdam eine Reihe Beobachtungen veröffentlicht, die er unternommen hat, um die Parallaxe der beiden Nebel GC. 4964 und NGC. 7027 zu bestimmen. Er hat nur im

letzteren Falle die Resultate der Rechnung mitgeteilt, nämlich

$$\pi = -0''.083 \pm 0''.025$$

in bezug auf den einen und