grösste mögliche Dilatation im Wasser $\frac{1}{37 \cdot 10^6}$; ähnliche Werthe ergeben sich auch für Alkohol und Terpentinöl. Danach ist nun $n = \frac{1}{4306}$, wenn die Dilatation des Aethers vor dem Zerreissen so gross wäre, wie die des Wassers. Mit diesem Werthe von n ergäbe sich, dass der Aether in einem gewissen Raume jedenfalls mehr Masse hätte, als der hundertbillionste Theil desselben Raumes, wenn er mit Wasserstoff von normaler Dichte gefüllt wäre. Der untere Grenzwerth für die Dichtigkeit des Lichtäthers wäre danach 7416 mal grösser als der von Thomson angenommene.

Berlin, den 22. Mai 1879.

VII. *Das Dispersionsgesetz; von E. Ketteler.*

(Zugleich als Schluss des Aufsatzes Bd. VII. p. 107.)

Wenn ich bei meinen bisherigen theoretischen Aufstellungen von dem Kundt'schen Satze, dass die Lage der Absorptionsstreifen eines gelösten Farbstoffes nicht unabänderlich an die Schwingungsdauer gebunden sei, sondern mit dem Brechungsindex des Lösungsmittels variire, als einem sicher gestellten Erfahrungssatze ausging, so lehren freilich die neuere Zusammenstellung von H. W. Vogel[1]) und besonders die unter meiner Leitung von Hrn. Claes[2]) angestellten Versuche die Hinfälligkeit oder wenigstens Gebrechlichkeit dieser Stütze. Hat letzterer zwar bei den instabileren organischen Farbstoffen zuweilen bedeutende Verschiebungen wahrgenommen, so behielten dagegen die Streifen der Didym- und Uransalze selbst in möglichst verschieden brechenden Lösungsmitteln immer unverändert ihre Stellung.

Mit dem Fallenlassen des vorstehenden Satzes ver-

1) Berl. Monatsber. Mai 1878. — Beibl. II. p. 699. 1878.

2) Wied. Ann. III. p. 389. 1878.

schwindet aber einmal die Schwierigkeit, welche die Einführung einer besondern Deformation der Körpermolecüle unleugbar mit sich bringt. Andererseits erlangen zugleich die gesuchten Bewegungsgleichungen eine verhältnissmässig so einfache und durchsichtige Form, dass es von diesem Standpunkte aus möglich erscheint, die einzelnen Glieder derselben mit einiger Sicherheit zu ermitteln.

Bei Aufstellung dieser Gleichungen knüpfe ich an eine Forderung, die ich zuerst 1873 in meiner Astronomischen Undulationstheorie im Anschlusse an die Arbeiten Sellmeiers formulirt, und der ich seitdem in verschiedenen Abhandlungen den Rang eines dioptrischen Grundgesetzes beigelegt habe. Ihmzufolge muss die Schwingungsarbeit des intermolecularen Aethers eines Mittels, gemessen durch die Deformation desselben, gleich sein der Summe der Schwingungsarbeiten der Aether- und Körpertheilchen, dieselben gemessen durch die Beschleunigungen. Wenn auffallender Weise die sämmtlichen seitherigen Bearbeiter der Dispersionstheorie, die Herren O. E. Meyer, Helmholtz und Lommel ohne diesen Satz auszukommen glauben, so halte ich nicht nur an demselben fest, sondern bekenne offen, dass ich bezüglich seiner erst auf halbem Wege stehen geblieben bin. Seine nothwendige Ergänzung lautet dahin, dass auch die Schwingungsarbeit der Körpertheilchen eines Mittels, gemessen durch die Molecularkräfte derselben, gleich sein muss der Summe der Schwingungsarbeiten der Aether- und der Körpertheilchen, dieselben gemessen durch die Beschleunigungen.

Die analytische Einkleidung beider Sätze gibt die nöthige Zahl und Form der Bewegungsgleichungen, und so characterisiren sich dieselben von vornherein als Beziehungen zwischen den Arbeiten der wirksamen Kräfte, nicht dagegen als solche zwischen den Kräften selbst.

Nehmen wir zur nähern Begründung als erstes Ausgangsmittel den vollkommen elastischen Weltäther, dessen Masse für die unendlich klein gedachte Volumeneinheit mit

m_1 und dessen Deformationsconstante mit $\mathfrak{e}$ bezeichnet werde. Lässt man denselben in der z-Richtung von ebenen Wellen durchsetzt werden, versteht unter ϱ_1 den Schwingungsausschlag zur Zeit t und unter δs_1 das während der kleinen Zeit δt durchlaufene Wegelement, so gelten bekanntlich die Gleichungen:

$$(1)\qquad m_1 \frac{d^2 \varrho_1}{d t^2} = \mathfrak{e} \frac{d^2 \varrho_1}{d z^2}, \qquad m_1 \frac{d^2 \varrho}{d t^2}\, \delta s_1 = \mathfrak{e} \frac{d^2 \varrho_1}{d z^2}\, \delta s_1 .$$

Würde man die Masse m_1 dieses Aethers noch durch eine fremde mitschwingende Masse m'_1 vermehren, so wäre jetzt die Gesammtmasse $m_1 + m'_1$ durch die nämliche Kraft $\mathfrak{e}$ zu bewegen, entsprechend der Beziehung:

$$(m_1 + m'_1) \frac{d^2 \varrho_1}{d t^2}\, \delta s_1 = \mathfrak{e} \frac{d^2 \varrho_1}{d z^2}\, \delta s_1 .$$

Eine solche Vermehrung der trägen Masse ohne gleichzeitige Einführung eines Bewegungswiderstandes ist freilich nur ideell, nicht aber praktisch ausführbar. Denkt man sich also die Masse m'_1 dem Weltäther (etwa in Gasform) in homogener Vertheilung zugesetzt, so sind damit sofort Kräfte eingeführt, die weniger von Molecül zu Molecül als innerhalb des Molecüles von Atom zu Atom wirksam sind und der Bewegung des Aethers irgendwelchen, jedoch ohne Zweifel reibungsfreien Widerstand entgegenstellen. Infolge dessen vertheilt sich die Deformationsarbeit des Aethers auf die Aethermasse m_1 und die Körpermasse m'_1, und die letztere wird in Excursionen von der mittlern Grösse ϱ'_1 in Mitschwingungen versetzt, wobei sie während der Zeit δt die mittlere Wegstrecke $\delta s'_1$ zurücklege. Es besteht dann offenbar die Gleichung:

$$(\mathrm{I})\qquad m_1 \frac{d^2 \varrho_1}{d t^2}\, \delta s_1 + m'_1 \frac{d^2 \varrho'_1}{d t^2}\, \delta s'_1 = \mathfrak{e} \frac{d^2 \varrho_1}{d z^2}\, \delta s_1 .$$

Als zweites Ausgangsmittel denke man sich jetzt ein homogenes Aggregat von unendlich feinen, räumlich getrennten oder doch nur lose zusammenhängenden Körperchen, von denen jedes vermöge seiner innern Einrichtung etwa nach Analogie der Stimmgabel nur Schwingungen von einer einzigen Periode ausführen kann. Wären dieselben nach Material und Constitution absolut elastisch, so würden dieselben, einmal in Schwingungen versetzt, nach dem Gesetze des Pendels:

$$(2) \qquad m'_2 \frac{d^2 \varrho'_2}{d t^2} = - \varkappa' \varrho'_2, \qquad \varkappa' = m'_2 \frac{4\pi^2}{T_m{}^2}$$

unaufhörlich hin und her vibriren. In diesen Ausdrücken bedeutet m'_2 ihre Masse per Volumeneinheit, ϱ'_2 den Ausschlag, $\varkappa'$ die Grösse der Kraft für die Einheit des Ausschlages und T_m die mögliche Schwingungsdauer. Hätte man zudem den aufeinander folgenden Körperchen nicht gleiche, sondern verschiedene Phase gegeben, so würden die Ausschläge für irgend einen Moment etwa in der Richtung der z-Axe eine Wellenlinie verzeichnen, deren Bildungsgesetz natürlich willkürlich bleibt.

Auch hier könnte man wieder die Masse m'_2 durch eine fremde mitschwingende Masse m_2, die durch starre ideelle Linien mit ihr verbunden wäre, vermehren; indess wird das unmöglich, sofern man unter m_2 die Masse eines raumerfüllenden Mittels von der Art des Weltäthers versteht. Die Schwingungen der elementaren Pendelchen finden dann einen ähnlichen Widerstand wie die Bewegung des gewöhnlichen Pendels in der Luft. Uebt nämlich die letztere auf die Bewegung des Pendels einen dämpfenden Einfluss, so empfängt sie dafür einen entgegengesetzten Bewegungsantrieb zurück. Und obwohl so die Schwingungen eines ideellen Pendels und die Impulse der dasselbe zunächst umgebenden ideell elastischen Luftschicht nach und nach an Grösse abnehmen, so muss doch die lebendige Kraft der gesammten Massenbewegung auch in der Form von Massenenergie erhalten bleiben, insofern die Luftimpulse fort und fort auf andere Schichten übergehen. Denkt man sich daher das Pendel als Stimmgabel und die von ihm ausgehenden Antriebe als Schallschwingungen im Innern eines cylindrischen Rohres, so wird der in Rede stehende Vorgang darstellbar sein durch eine Gleichung von der Form:

$$(3) \qquad m_2 \frac{d^2 \varrho_2}{dt^2} \delta s_2 + m'_2 \frac{d^2 \varrho'_2}{dt^2} \delta s'_2 = -\varkappa' \varrho'_2 \delta s'_2,$$

deren erstes Glied sich auf die mitschwingende Luft bezieht. Uebrigens macht es bei dieser Differentialform keinen Unterschied, ob sich die Bewegung von Pendel auf Luft oder umgekehrt von Luft auf Pendel überträgt.

Wenn sich freilich der Verschiebung der Pendeltheilchen gegeneinander und der Verschiebung derselben gegen die Lufttheilchen ein Reibungswiderstand entgegenstellt, so tritt alsbald die Reibungskraft als eine neue dämpfende Kraft zu der bisherigen hinzu.

Offenbar ist nun die Einrichtung der oben supponirten Körperchen ebenfalls mit Reibung behaftet. Denn wenn die natürlich gegebenen dioptrischen Mittel das auffallende Licht zum Theil absorbiren, so wandeln sie eben damit die regelmässige Schwingungsbewegung partiell in unregelmässige Wärmebewegung um. Wir sind daher zu der Annahme gedrängt, dass sich diese Pendelchen zwar gegen die Aethertheilchen mit grösster Leichtigkeit verschieben, dass sie sich aber in sich selber nur mit innerer Reibung drehen lassen. Und da sich die Reibung als eine der jeweiligen Geschwindigkeit proportionale Kraft behandeln lässt, so tritt für das isolirte Mittel der zweiten Art an die Stelle der Gl. (2) die folgende:

$$(4) \qquad m'_2 \frac{d^2 \varrho'_2}{dt^2} = -\varkappa' \varrho'_2 - \gamma' \frac{d \varrho'_2}{dt},$$

in welcher der Reibungscoefficient γ' mit der schwingenden Masse im gleichen Verhältniss zunimmt.

Denkt man sich dasselbe endlich in eine raumerfüllende Flüssigkeit eingetaucht, sodass die Elementarkörperchen ausser ihrem eigenen Widerstande auch den der letzteren zu überwinden haben, so gilt für die Schwingungen dieses gemischten Mittels anstatt der Gl. (3) die nunmehrige:

$$(\text{II}) \qquad m_2 \frac{d^2 \varrho_2}{dt^2} \delta s_2 + m'_2 \frac{d^2 \varrho'_2}{dt^2} \delta s'_2 = -\left(\varkappa' \varrho'_2 + \gamma' \frac{d \varrho'_2}{dt}\right) \delta s'_2.$$

Nichts hindert nun, die beiden Gleichungen I und II auf ein und dasselbe Aggregat von Aether- und Körpertheilchen in Anwendung zu bringen. Es erscheinen eben beide nicht nur als gleichberechtigt, sondern geradezu als die zusammengehörigen und sich ergänzenden Seiten eines einzigen Principes, des Principes der Aequivalenz von Beschleunigungsarbeit und Spannungsarbeit.[1])

Man hat dann bezüglich der Massen und Ausschläge:

$$m_1 = m_2 = m, \qquad m'_1 = m'_2 = m',$$
$$\varrho_1 = \varrho_2 = \varrho, \qquad \varrho'_1 = \varrho'_2 = \varrho'.$$

Und coordinirt man den Ausschlägen die Amplituden $\mathfrak{A}, \mathfrak{A}'$, so lässt sich für die Wegelemente setzen:

$$(5) \qquad \delta s_1 : \delta s'_1 = \mathfrak{A} : f'\mathfrak{A}', \qquad \delta s_2 : \delta s'_2 = f\mathfrak{A} : \mathfrak{A}',$$

sofern man nämlich unter f' und f Coefficienten versteht, die von der Natur des bezüglichen dioptrischen Mittels und von der Art der Anregung abhängen und mit diesen zugleich gegeben seien. Führt man diese Bezeichnungen ein, so erhält man:

$$(\mathrm{III}) \qquad \begin{aligned} m\frac{d^2\varrho}{dt^2}\mathfrak{A} + m'\frac{d^2\varrho'}{dt^2}f'\mathfrak{A}' &= \mathfrak{e}\frac{d^2\varrho}{dz^2}\mathfrak{A}, \\ m\frac{d^2\varrho}{dt^2}f\mathfrak{A} + m'\frac{d^2\varrho'}{dt^2}\mathfrak{A}' &= -\left(\varkappa'\varrho' + \gamma'\frac{d\varrho'}{dt}\right)\mathfrak{A}'. \end{aligned}$$

Die Coefficienten f', f haben im allgemeinen verschiedene Werthe, und demgemäss vertheilen sich die Beschleunigungsarbeiten der beiden wirksamen Kräfte in einem verschiedenen Verhältnisse auf die Aether- und die Körpermasse.

Es dürfte ferner einleuchten, dass stets $f' = 1$ ist, wenn die Anregung zur Schwingung von den Aethertheilchen ausgeht, denn in diesem Falle verhalten sich offenbar die in jedem Augenblicke zusammengehörigen Wegelemente der

1) Dasselbe ist insofern allgemeiner als das verwandte Princip der Aequivalenz von lebendiger Kraft und Arbeit, als letzteres sich nicht unmittelbar auf widerstehende Mittel (mit Phasenunterschied der Bestandtheile) anwendet.

Gleichung I genau wie die Amplituden $\mathfrak{A}, \mathfrak{A}'$. In der That wird die so gedeutete obere Gleichung durch alle an einem andern Orte[1]) aufgeführten Erfahrungen bestätigt. Wäre nun unter dieser Voraussetzung auch $f = 1$, so würden zugleich mit den linken auch die rechten Seiten beider Gleichungen III identisch; es würden dann die Arbeiten der Molecularkräfte der verschiedensten dioptrischen Mittel der Arbeit der Deformationskraft des Aethers und daher auch untereinander gleich sein, während sie doch erfahrungsmässig in sehr verschiedenem Maasse eine Rückwirkung auf den Aether ausüben. Da endlich $f\mathfrak{A}$ gleichzeitig mit m' verschwindet, und wir die Amplitude $\mathfrak{A}$ als gegeben ansehen, so wird sich sonach setzen lassen:

$$f = C' m', \qquad f' = 1, \tag{6}$$

wo C' einen wenigstens annähernd constanten Proportionalitätsfaktor bedeutet. Im Folgenden betrachten wir f als das Maass der Wechselwirkung zwischen den Aether- und Körpertheilchen und bezeichnen es demgemäss als den Dispersionscoefficienten D.[2])

Geht man hiernach an die Integration der Differentialgleichungen III, so heisse, wie in früheren Abhandlungen der Hauptrefractionscoefficient a, der Hauptextinctionscoefficient b, der Phasenunterschied zwischen Aether- und Körpertheilchen Δ und die Wellenlänge im freien Aether λ. Es sind alsdann die einzuführenden Integralausdrücke bedingungsweise die folgenden:

$$\text{(IV)} \qquad \begin{aligned} \varrho &= \mathfrak{A}\, e^{\frac{2\pi}{\lambda} bz} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{az}{\lambda}\right)\right] \\ \varrho' &= \mathfrak{A}'\, e^{\frac{2\pi}{\lambda} bz} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{az}{\lambda}\right) - \Delta\right]. \end{aligned}$$

Die erste der Gleichungen III erhält dadurch die Form:

---

1) Wied. Ann. VII. p. 107. 1879.

2) Das Endresultat (Gl. V) bleibt übrigens das nämliche, wenn man bei beliebigem f, f' ihr Product $ff' = Cmm' = D$ setzt.

$$m\mathfrak{A}^2\cos\varphi + m'\mathfrak{A}'^2\cos(\varphi - \varDelta) = m\mathfrak{A}^2[(a^2 - b^2)\cos\varphi + 2ab\sin\varphi],$$

sofern $\mathfrak{e}$ mittelst der Beziehung $\mathfrak{e} = mv^2$ durch die Lichtgeschwindigkeit v im Weltäther ausgedrückt und abkürzungsweise die Phase der Aethertheilchen durch φ bezeichnet wird. Dieselbe zerfällt durch Eliminirung von φ in die beiden folgenden:

$$(7) \qquad a^2 - b^2 - 1 = \frac{m'\mathfrak{A}'^2\cos\varDelta}{m\mathfrak{A}^2}, \qquad 2ab = \frac{m'\mathfrak{A}'^2\sin\varDelta}{m\mathfrak{A}^2},$$

aus denen man bezüglich des Amplitudenverhältnisses und Phasenunterschiedes sofort die Folgerungen zieht:

$$(8) \qquad \operatorname{tg}\varDelta = \frac{2ab}{a^2 - b^2 - 1}, \qquad \frac{m'\mathfrak{A}'^2}{m\mathfrak{A}^2} = \sqrt{(a^2 - b^2 - 1)^2 + 4a^2b^2}.$$

Durch Multiplication der zweiten der Gleichungen (7) mit $\sqrt{-1}$ und Addition beider fassen sie sich in die symbolische Form zusammen:

$$(9) \qquad n^2 - 1 = \frac{m'\mathfrak{A}'^2(\cos\varDelta + \sqrt{-1}\sin\varDelta)}{m\mathfrak{A}^2},$$

in welcher bekanntlich a und b als die Charakteristik eines complexen Brechungsverhältnisses:

$$n = a + b\sqrt{-1}$$

betrachtet werden dürfen.

Die analoge Behandlung der zweiten der Gleichungen (III) ergibt zunächst:

$$m\frac{4\pi^2}{T^2}f\mathfrak{A}^2\cos\varphi + m'\frac{4\pi^2}{T^2}\mathfrak{A}'^2\cos(\varphi - \varDelta)$$
$$= \left[\varkappa'\cos(\varphi - \varDelta) - \gamma'\frac{2\pi}{T}\sin(\varphi - \varDelta)\right]\mathfrak{A}'^2.$$

Anstatt hieraus nach Eliminirung von φ die beiden Ausdrücke für $\mathfrak{A}'^2\cos\varDelta$ und $\mathfrak{A}'^2\sin\varDelta$ unmittelbar explicite zu entwickeln, fassen wir kürzer zunächst die beiden entstehenden Theilgleichungen in die Form zusammen:

$$(10) \qquad \frac{\mathfrak{A}'^2(\cos\varDelta + \sqrt{-1}\sin\varDelta)}{f\mathfrak{A}^2} = \frac{m\frac{4\pi^2}{T^2}}{-m'\frac{4\pi^2}{T^2} + \varkappa' - \sqrt{-1}\,\gamma'\frac{2\pi}{T}},$$

und substituiren diesen Quotienten in dem Ausdrucke für die brechende Kraft. Man erhält dann:

$$n^2 - 1 = \frac{D\, 4\pi^2 m'}{-4\pi^2 m' + \varkappa' T^2 - \sqrt{-1}\, 2\pi\gamma' T}.$$

Setzt man hierin noch zur Abkürzung:

$$(11) \qquad \frac{4\pi^2 m'}{\varkappa'} = \frac{\lambda_m^{\,2}}{v^2} = T_m^{\,2}, \qquad \frac{2\pi\gamma'}{\varkappa'} = \frac{\delta}{v},$$

so schreibt sich einfacher und definitiv:

$$(\mathrm{V}) \qquad n^2 - 1 = \frac{D\lambda_m^{\,2}}{\lambda^2 - \lambda_m^{\,2} - \sqrt{-1}\,\delta\lambda}.$$

Dieser Ausdruck repräsentirt demnach das Dispersionsgesetz der dioptrisch einfachen Mittel, d. h. derjenigen, welche nur einen einzelnen Absorptionsstreifen zeigen. Er spaltet sich ohne weiteres in die beiden folgenden:

$$(12) \quad a^2 - b^2 - 1 = \frac{D\lambda_m^{\,2}(\lambda^2 - \lambda_m^{\,2})}{(\lambda^2 - \lambda_m^{\,2})^2 + \delta^2\lambda^2}, \qquad 2ab = \frac{D\lambda_m^{\,2}\,\delta\lambda}{(\lambda^2 - \lambda_m)^2 + \delta^2\lambda^2},$$

Gleichungen, von denen die erstere die wesentlichsten Eigenschaften der Refractionscurve, die zweite die der Absorptionscurve begründet. Diese Namen habe ich nämlich in früheren Aufsätzen denjenigen beiden Curven gegeben, welche a und b für sich als Functionen der Wellenlänge darstellen.

Zunächst ersieht man aus Gl. (V), dass das Brechungsverhältniss n für die beiden extremen Wellenlängen $\lambda = 0$ und $\lambda = \infty$ reell wird. Für den letzteren dieser Grenzwerthe findet folglich keine Absorption statt; bezüglich der Brechung derselben lässt sich schreiben:

$$(13) \qquad n_0^{\,2} - 1 = -D, \qquad n_\infty^2 - 1 = 0,$$

sodass, sofern D stets positiv ist, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der kürzesten Wellen grösser ist als die Lichtgeschwindigkeit im Weltraume, während die längsten Wellen sich im Mittel und Weltäther gleich rasch bewegen.

Was nun den Verlauf der durch die Gleichungen (12) repräsentirten Curven betrifft, so erhält man mittelst Differentiation der ersten für die Wellenlängen (λ_g) des Maximums und Minimums von $(a^2 - b^2)$ die Beziehung:

$$(14) \qquad \lambda_g^2 - \lambda_m^2 = \pm \delta \lambda_m,$$

folglich: $\lambda_g'^2 + \lambda_g''^2 = 2\lambda_m^2, \quad \lambda_g'^2 - \lambda_g''^2 = 2\delta\lambda_m.$

Diese Wellenlängen mögen, sofern sie einigermassen die Stellen stärkster Absorption begrenzen, die Grenzwellenlängen heissen. Ihnen entsprechen die Werthe:

$$(15) \quad a_g^2 - b_g^2 - 1 = \pm \frac{D\lambda_m^2}{\delta(2\lambda_m \pm \delta)}, \qquad 2a_g b_g = \frac{D\lambda_m \sqrt{\lambda_m^2 \pm \delta\lambda_m}}{\delta(2\lambda_m \pm \delta)}.$$

Die zweite Curve gibt das Maximum von $2ab$ für eine Wellenlänge, für welche:

$$(16) \qquad \lambda^2 = \tfrac{1}{6}\left[(2\lambda_m^2 - \delta^2) + \sqrt{(2\lambda_m^2 - \delta^2)^2 + 12\lambda_m^4}\right];$$

dieselbe ist für kleinere Werthe von δ^2 hinlänglich genau bestimmt durch: $\lambda^2 = \lambda_m^2 - \frac{1}{4}\delta^2.$

Der Wellenlänge λ_m entsprechen die zusammengehörigen Ordinaten:

$$(17) \qquad a_m^2 - b_m^2 - 1 = 0, \qquad 2a_m b_m = \frac{D\lambda_m}{\delta}.$$

Und durch Vergleichung findet man leicht:

$$\frac{a_g b_g}{a_m b_m} = \frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{1 \pm \frac{\delta}{\lambda_m}}}{1 + \frac{1}{2}\frac{\delta}{\lambda_m}};$$

sodass bei Vernachlässigung von δ^2:

$$a_g b_g = \tfrac{1}{2} a_m b_m$$

und oftmals geradezu $b_g = {}^1/_2\, b_m$ genommen werden darf.

Für den Phasenunterschied zwischen Aether- und Körpertheilchen erhält man nunmehr mittelst Gl. (8a):

$$(18) \qquad \operatorname{tg} \Delta = \frac{\delta\lambda}{\lambda^2 - \lambda_m^2}.$$

Derselbe ist folglich für eine unendlich grosse Wellenlänge gleich Null, geht für $\lambda = \lambda_g$ durch die Werthe:

$\operatorname{tg} \Delta_g = \pm \frac{\lambda_g}{\lambda_m} = \pm \sqrt{1 \pm \frac{\delta}{\lambda_m}}$, erreicht für $\lambda = \lambda_m$ den Werth $\Delta = \frac{\pi}{2}$ und wächst für $\lambda = 0$ auf $\Delta = \pi$ an. Wenn also für ganz grosse Wellenlängen Aether- und Körpertheilchen ohne Verzögerung zusammenschwingen, so bleiben die letzteren für das Maximum der Brechung nahezu um $^1/_8\,\lambda$, dann im Maximum der Absorption um $^1/_4\,\lambda$, im Minimum der Brechung um $^3/_8\,\lambda$ zurück, und diese Differenz steigt für die kürzesten Wellen auf $^1/_2\,\lambda$ an.

Dem Phasenunterschiede Δ coordinirt sich zufolge Gl. (8b) das Amplitudenverhältniss:

$$\frac{\mathfrak{A}'^2}{\mathfrak{A}^2} = \frac{m}{m'} \frac{D\lambda_m^2}{\sqrt{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + \delta^2\lambda^2}}, \tag{19}$$

dasselbe steigt vom Anfangswerthe $\frac{m}{m'} D$ für $\lambda = 0$ bis auf den Maximalwerth:

$$\frac{m}{m'} \frac{D\lambda_m^2}{\delta\sqrt{\lambda_m^2 - \frac{1}{4}\delta^2}} \quad \text{für } \lambda^2 = \lambda_m^2 - \tfrac{1}{2}\delta^2$$

an, um für $\lambda = \infty$ auf Null herabzufallen.

Für a und b selbst erhält man die verwickelteren Ausdrücke:

$$\text{(VI)} \quad \begin{aligned} a^2 &= \tfrac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{(\lambda^2 - \lambda_1^2)^2 + \delta^2\lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + \delta^2\lambda^2}} + \frac{(\lambda^2 - \lambda_1^2)(\lambda^2 - \lambda_m^2) + \delta^2\lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_m^2) + \delta^2\lambda^2}\right], \\ b^2 &= \tfrac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{(\lambda^2 - \lambda_1^2)^2 + \delta^2\lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + \delta^2\lambda^2}} - \frac{(\lambda^2 - \lambda_1^2)(\lambda^2 - \lambda_m^2) + \delta^2\lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + \delta^2\lambda^2}\right], \end{aligned}$$

in welchen zur Abkürzung gesetzt ist:

$$\lambda_1^2 = \lambda_m^2(1 - D).$$

Die hier abgeleiteten Formeln stimmen übrigens mit denen überein, die ich vor kurzem[1]) auf Grundlage des Kundt'schen Satzes sowie eigener Beobachtungen als Näherungsformeln aufgestellt habe, sofern man nur in letzteren $n_\infty^2 = 1$ setzt.

1) Verhandl. des naturhist. Vereins für Rheinl.-Westf. VI. p. 52. (1879.)

Ist ferner das dispergirende Mittel nicht dioptrisch einfach mit einem einzigen Absorptionsstreifen, sondern aus mehreren Molecularqualitäten zusammengesetzt, so ist in der ersten der Gleichungen (III) das zweite Glied der linken Seite mittelst eines vorgesetzten Summenzeichens auf sämmtliche Molecularqualitäten auszudehnen, während an die Stelle der folgenden einzigen Gleichung ebenso viele treten, als Molecularqualitäten vorhanden sind. Man erhält daher statt Gl. (V) die allgemeinere:

$$\text{(Vb)} \qquad n^2 - 1 = \sum \frac{D \lambda_m^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2 - \sqrt{-1}\, \delta \lambda}.$$ [1])

Wäre endlich das dispergirende Mittel anisotrop, sei es, dass die Körpertheilchen um ein einzelnes System von drei aufeinander senkrechten Axen oder um beliebig viele gegeneinander gedrehte Axensysteme symmetrisch gruppirt sind, so bleibt, wie ich anderswo[2]) zu zeigen gesucht habe, die Dispersionsformel der isotropen Mittel auch dann noch in Geltung, sofern man in derselben:

$$\text{(20)} \qquad D = D_\xi \mathfrak{U}^2 + D_\eta \mathfrak{V}^2 + D_\zeta \mathfrak{W}^2$$

setzt (also bei der hier entwickelten Grundvorstellung die Coëfficienten f der Wechselwirkung zwischen Aether- und Körpermaterie für die verschiedenen Axenrichtungen verschieden nimmt). Hierin bedeuten $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{V}$, $\mathfrak{W}$ die Cosinus der Winkel zwischen der virtuellen Schwingungsrichtung der Aethertheilchen (senkrecht zum Strahle) und dem Axensysteme der einzelnen Molecularqualität. Entsprechend ist dann n das Verhältniss der Lichtgeschwindigkeit im Weltäther und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der

1) Während behufs Darstellung der Refractionscurve der (innerhalb des optischen Spectrums) durchsichtigen Mittel die frühere empirische Dispersionslehre denjenigen Ausdruck bevorzugen musste, der bei kleinster Gliederzahl die stärkste Convergenz zeigte, gestattet die jetzige Theorie wegen der Zulässigkeit beliebig vieler ultrarother und ultravioletter Absorptionen ganz neue Functionen mit unbeschränkter Gliederzahl.

2) Verhandl. VI. p. 35—56.

Richtung des Strahles im Unterschiede zu der der Wellennormale.[1])

Für ein bestimmtes λ bilden sonach die Strahlengeschwindigkeiten eine Fläche, die, auf ihre Hauptaxen bezogen, die Gleichung hat:

$$n^2 = n_x^2 U^2 + n_y^2 V^2 + n_z^2 W^2.$$

Diese letztere zerfällt indess wegen der complexen Form der n $(= a + b\sqrt{-1})$ sofort in zwei getrennte, und so darf man wenigstens für einfache Mittel schliessen, dass zwar nicht das Verhältniss des Extinctions- und Refractionscoëfficienten, wohl aber der Phasenunterschied Δ von der Orientirung unabhängig ist.

VIII. *Ueber das Sauerstoffspectrum; von Arthur Schuster.*

Die im October letzten Jahres erschienenen Monatsberichte der Akademie der Wissenschaften zu Berlin enthalten eine Arbeit von A. Paalzow über das Sauerstoffspectrum, welche auch in den Annalen Bd. VII p. 130 abgedruckt ist. Ich habe seit mehreren Jahren dem Sauerstoffspectrum ein specielles Studium gewidmet und erlaube mir daher, über die vorstehende Arbeit einige Bemerkungen zu machen.

Plücker[2]) beschreibt das Sauerstoffspectrum in seiner ersten Arbeit darüber als aus vier Linien bestehend. Als er später mit Hittorf[3]) die Entladungen der Leydener Flasche anwandte, fanden sie ein complicirteres Spectrum, das auch schon früher mehrfach beobachtet wurde und mit demjenigen übereinstimmt, welches beim Ueberschlagen eines Funkens bei atmosphärischem Drucke erscheint. Die vier hellen Linien befinden sich jedoch auf der Zeichnung, die die letztgenannte Arbeit begleitet.

1) Vgl. hierüber Wied. Ann. VII. p. 95 u. 126. 1879.

2) Pogg. Ann. CVII. p. 497. 1859.

3) Phil. Trans. CLV. p. 1. 1865.