
SULLE CONSEGUENZE DEL PRINCIPIO DELLA CONSERVAZIONE DELL'ELETTRICITÀ.

Nota del Dott. O. M. CORBINO.

1. Il Lippmann dimostrò, in una classica Memoria pubblicata nel 1881 ¹⁾, che nello studio dei fenomeni elettrici il principio della conservazione dell'elettricità ha la stessa portata del principio di Carnot in termodinamica; e che, come questo, permette di prevedere l'esistenza di fenomeni nuovi, reciproci di altri conosciuti, quando sia sussidiato dal principio della conservazione dell'energia, il quale, *una volta dimostrata l'esistenza del fenomeno reciproco*, ne determina il senso e le leggi.

Il procedimento del Lippmann nei molteplici casi da lui presi in considerazione è sempre lo stesso. A me sembra però che, in tutti gli esempi da lui riferiti, nella integrazione delle equazioni differenziali cui perviene applicando le leggi sperimentali del fenomeno diretto, incorra in un equivoco che rende inesatte le formule finali e quindi le leggi che ne derivano.

Prenderò in esame per brevità un solo caso, potendosi facilmente applicare le mie osservazioni a tutti gli altri casi; e precisamente quello in cui si assume come fenomeno diretto l'allungamento dei condensatori cilindrici studiato dal Righi.

Ponendo

$$dq = c \, dx + h \, dp$$

in cui dq è la quantità di elettricità positiva da fornire a un condensatore di capacità c per aumentare di dx il potenziale, quando si aumenta di dp il peso tensore, si esprime il principio della conservazione della elettricità scrivendo che dq è un differenziale esatto, e che si ha quindi

$$(1) \quad \frac{\partial c}{\partial p} = \frac{dh}{dx}$$

1) Ann. de Chim. et Phys., 5. serie, t. 24, p. 159, 1881.

Esprimendo poi che la lunghezza l del condensatore dipende dal peso tensore e dal potenziale (e da essi soltanto) si ha la relazione

$$dl = b dp + a dx$$

con la condizione analoga

$$(2) \quad \frac{\partial b}{\partial x} = \frac{\partial a}{\partial p}.$$

Ricavando la variazione di energia che consegue alla variazione dp del peso tensore e dx del potenziale, e scrivendo che anche quella variazione è un differenziale esatto si perviene al risultato

$$h = a$$

cioè

$$(3) \quad \frac{\partial c}{\partial p} = \frac{\partial^2 l}{\partial x^2}.$$

D'altra parte risulta dalle esperienze del Righi che l'allungamento è proporzionale al quadrato del potenziale

$$(4) \quad \Delta l = \frac{1}{2} K x^2$$

si ricava quindi

$$(5) \quad \frac{\partial c}{\partial p} = K.$$

A me sembra però che non si possa, come fa il Lippmann, integrare quest'ultima rispetto a p , ritenendo K costante, poichè K è una costante rispetto a x e non a p , non potendosi finora affermare che la deformazione di un condensatore non dipenda, oltre che dal potenziale, dal peso tensore.

Adunque la formula finale

$$c - c_0 = K p$$

andrebbe sostituita con l'altra

$$c - c_0 = \int_0^p K dp.$$

Secondo questa formula la variazione di capacità di un condensatore stirato non sarebbe un aumento proporzionale al peso tensore, e, *a priori*, non si può trarre, nessuna conseguenza positiva ¹⁾.

Per la stessa ragione mi sembra che non possa accettarsi l'osservazione che il Lippmann fa immediatamente dopo, secondo la quale, essendo K costante e

$$a = Kx$$

sarebbe $\frac{\partial a}{\partial p}$ nullo e quindi, per la (2), anche nullo $\frac{\partial h}{\partial x}$, cioè sarebbe il coefficiente di elasticità indipendente dalla elettrizzazione. Anche qui può ripetersi quanto sopra si è detto, che cioè se K è costante rispetto a x , non sappiamo se sia funzione di p ²⁾.

Credo inutile ripetere le considerazioni precedenti per tutti i casi trattati dal Lippmann ³⁾.

2. Presenta invece un certo interesse il ricercare ciò che si può prevedere in base alla (3) qualora la legge della proporzionalità di Δl al quadrato del potenziale non sia esatta, come pare risulti dallo insieme delle esperienze.

Si ricava dalla (3) che $\frac{\partial c}{\partial p}$ e $\frac{\partial^2 l}{\partial x^2}$ sono due funzioni identiche sia di p che di x ; cosicchè siccome rappresentando $\frac{\partial^2 l}{\partial x^2}$ in funzione di x , servendosi dei risultati sperimentali, si ricava una linea che non è una retta parallela all'asse delle x , ma una curva ascendente al crescere di x , si può dedurre che anche la variazione di capacità prodotta da un peso determinato, aumenta col valore x del potenziale di carica.

1) Ad esempio se per la dilatazione elettrica di un coibente avvenisse quello che avviene per la dilatazione termica del caoutchouc, per ciò che riguarda l'influenza della trazione, (e ciò non si può escludere *a priori*), potrebbe, per un certo valore del peso, $c - c_0$ divenire negativo.

2) Che il coefficiente di elasticità del vetro dipenda dalla elettrizzazione, contrariamente alla previsione del Lippmann, risulta da un'esperienza del Quincke. V. Wiedemann. Lehre von der Elektrizität. B. II, p. 152, 1894.

3) Contrazione elettrica dei gas, deformazione elettrica dei cristalli omiedrici, freddo prodotto per la elettrizzazione ecc.

Questa è la sola deduzione legittima. Non mi sembra quindi esatto il procedimento del Dott. Ercolini ¹⁾, il quale deduce dalle sue esperienze la curva rappresentante $\frac{\partial c}{\partial p}$ in funzione di p , e per conciliare i suoi risultati con quelli sulle deformazioni elettriche osservate dal Quincke, si serve della (3) confrontando questa curva con quella rappresentante $\frac{\partial^2 l}{\partial x^2}$ in funzione di x , desumendone che l'accordo sussiste perchè le curve hanno lo stesso andamento.

È chiaro invece che tra le due curve non c'è niente di comune.

3. Le obbiezioni da me sollevate relativamente alle formule finali del Lippmann non si applicano alle formule cui recentemente è pervenuto il Sacerdote deducendo dal principio della conservazione dell'elettricità una elegante teoria della deformazione dei condensatori ²⁾.

Solo bisogna stare attenti a non domandare alle formule più di quello che possono dare.

Esse rilegano, in modo semplicissimo, la deformazione elettrica al coefficiente di elasticità e a quello di variazione della costante dielettrica per la pressione o trazione meccanica esercitata sull'isolante. Così per il condensatore cilindrico infinitamente sottile, indicando con α il coefficiente di elasticità, con k_1 il coefficiente di variazione della costante dielettrica per la trazione ³⁾, con V la differenza di potenziale tra le armature e con e lo spessore dell'isolante, si ha per l'allungamento

$$(6) \quad \frac{\Delta l}{e} = (\alpha + k_1) \frac{K}{8\pi} \frac{V^2}{l^2}.$$

1) Ercolini. Rend. Lincei, 5. serie, t. 7, p. 188; 1898.

2) Sacerdote, Tesi presentata alla facoltà di Scienze di Parigi, Gauthier-Villars. Dicembre 1899.

3) Cioè ponendo

$$k_1 = \frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial q}$$

ove K indica la costante dielettrica o q la trazione unitaria.

Questa formula non conduce necessariamente, come pare ritenga il Sacerdote (pag. 31), alla legge che la deformazione è proporzionale al quadrato del potenziale, poichè il Sacerdote non ha fatto l'ipotesi (nè poteva farla) che a e k_1 siano indipendenti da V . Si può solo dedurre dalla (6) che la legge del quadrato del potenziale è vera se l'esperienza dimostrerà che $a + k_1$ è indipendente da A , e viceversa.

E siccome pare risulti dall'esperienza che la legge del quadrato del potenziale non è verificata ¹⁾, ciò significherebbe che a e k_1 dipendono in generale da V . La sola formula (6) adunque, senza il sussidio dell'esperienza, non permette di far nessuna previsione.

Si può trarre, da quanto si è detto, una conseguenza importante: perchè si possa verificare con l'esperienza la (6) (nè è possibile trovarla in difetto poichè essa si deduce in modo inoppugnabile dai principi più sicuri dell'Energetica) sarebbe necessario fare la ricerca di Δl di k_1 e di a *con lo stesso valore del potenziale*; e quindi, se si vuol trovare per k_1 il valore prevedibile dalle esperienze del Prof. Cantone ²⁾ bisogna ricorrere a quei valori elevatissimi del potenziale per cui il Cantone determinò i valori di Δl .

È in questo senso che debbono esser condotte le ricerche di k_1 , ammesso che sia possibile, con potenziali così elevati, quando cioè intervengono delle cause disturbatrici notevoli e difficilmente evitabili, metter fuori dubbio variazioni della costante dielettrica che sono dell'ordine di grandezza del coefficiente di elasticità ³⁾.

È inutile osservare che finora si è ricorso a potenziali incomparabilmente più bassi.

Palermo, Istituto fisico della R. Università
20 Gennaio 1900.

1) Sacerdote, loc. cit., p. 31, Nota 1.

2) Cantone, Rend. Lincei, t. 4; 1888.

3) Sacerdote, loc. cit., pag. 84. Il valore previsto da quest'ultimo va forse un poco corretto, perchè anche K dovrebbe essere misurato per lo stesso valore del potenziale ciò che non avviene nelle misure del Cantone. Che non si possa attribuire in base alla (6) alla variazione di K con la durata della carica l'influenza trovata dal Cantone della durata della carica sull'allungamento?