

4.

Untersuchung der Wirkung einer Kraft auf drei Punkte.

(Vom Herrn Bau-Conducteur Kossack.)

Aufgabe. Eine feste unbiegsame horizontale Ebene ruhe auf den drei Punkten A, B, C (Fig. 11.) und sei in G mit dem Gewicht P belastet: man sucht den Druck auf die Unterstützungspunkte.

Auflösung. Die Lage sämtlicher Stücke sei gegeben durch die graden Linien $GA = a$, $GB = b$, $GC = c$ und durch die Winkel $AGB = \alpha$, $AGC = \beta$. Setzt man nun den Druck auf $A = Q$, den Druck auf $B = Q'$ und den Druck auf $C = Q''$, so hat man, da die Pressungen Q, Q', Q'' als Kräfte angesehen werden können, welche mit der Last P im Gleichgewicht stehen,

$$P = Q + Q' + Q'';$$

und in Beziehung auf AG , als Momentenachse,

$$Q'b \sin \alpha = Q'c \sin \beta,$$

hingegen in Beziehung auf BG , als Momentenachse,

$$Q'a \sin \alpha = -Q''c \sin (\alpha + \beta).$$

Aus diesen Gleichungen erhält man für die drei unbekannten Größen folgende Ausdrücke:

$$Q = \frac{-bc \sin (\alpha + \beta)}{-bc \sin (\alpha + \beta) + ac \sin \beta + ab \sin \alpha} \cdot P,$$

$$Q' = \frac{ac \sin \beta}{-bc \sin (\alpha + \beta) + ac \sin \beta + ab \sin \alpha} \cdot P,$$

$$Q'' = \frac{ab \sin \alpha}{-bc \sin (\alpha + \beta) + ac \sin \beta + ab \sin \alpha} \cdot P.$$

Für $\beta = \alpha$ folgt, wenn man zuvor Zähler und Nenner mit $\sin \alpha$ dividirt,

$$Q = \frac{-2bc \cos \alpha}{-2bc \cos \alpha + ac + ab} \cdot P,$$

$$Q' = \frac{ac}{-2bc \cos \alpha + ac + ab} \cdot P,$$

$$Q'' = \frac{ab}{-2bc \cos \alpha + ac + ab} \cdot P.$$

Für $\alpha = 180^\circ$, oder für den Fall, daß die drei Unterstützungspunkte in einer graden Linie liegen, ergibt sich:

$$Q = \frac{2bc}{2bc + ac + ab} \cdot P, \quad Q' = \frac{ac}{2bc + ac + ab} \cdot P, \quad Q'' = \frac{ab}{2bc + ac + ab} \cdot P.$$