

gruppen auf Gleichungen, indem die Sätze über Divisoren der Gruppe, die Gruppe der Resolventen, die Reduction der Galois'schen Gruppe etc. überhaupt alle Sätze entwickelt werden, die zur Erörterung der algebraischen Auflösbarkeit der Gleichungen nöthig sind. In dem fünfzehnten Abschnitte, cyclische Gleichungen überschrieben, wird dieses Gebiet betreten und werden zunächst die cyclischen und Abel'schen Gleichungen, welche letzteren sich immer auf eine Kette cyclischer Gleichungen vom Primzahlgrad zurückführen lassen, in dieser Hinsicht eingehender untersucht. Als Beispiel für die cyclischen Gleichungen werden die Theilungsgleichungen eines Winkels verwendet, die gleichsam den Übergang zur Behandlung der Kreistheilungs-Gleichungen, der wichtigsten Classe Abel'scher Gleichungen, im sechzehnten Capitel bilden. Im siebzehnten Abschnitte wird nun die Frage der Auflösbarkeit in ihrer vollen Allgemeinheit in Angriff genommen, indem zunächst die Gleichungen untersucht werden, die sich auf eine Kette cyclischer Gleichungen zurückführen lassen, die sogenannten metacyclischen Gleichungen. Es werden die Kennzeichen für eine metacyclische Gleichung vom Primzahlgrad entwickelt und der Satz bewiesen, dass eine Gleichung  $n^{\text{ten}}$  Grades, sobald  $n > 4$  nicht mehr algebraisch gelöst werden kann, wenn ihre Coefficienten als unabhängige Veränderliche betrachtet werden. Sodann wird auch die Frage erörtert, ob es ganzzahlige Gleichungen  $n^{\text{ten}}$  Grades gibt, die nicht algebraisch lösbar sind. Der letzte, achtzehnte Abschnitt wendet sich den schon von Abel angeregten Fragen nach einem Verfahren, das alle metacyclischen Gleichungen aufstellen lehrt, zu. Im Anschlusse an Kronecker's Untersuchungen wird die vollständige Lösung dieser Aufgabe gegeben.

Die vorstehende gedrängte Übersicht, wenn sie auch keine volle Schätzung des Werkes möglich macht, wird immerhin genügen, um eine Vorstellung über das viele Gute und Neue zu geben, das in demselben enthalten ist und um die frühere Behauptung zu erhärten, dass es eine äußerst wertvolle Bereicherung der mathematischen Literatur bildet. Wir möchten nur wünschen, dass auch der versprochene zweite Band, der die allgemeine Theorie der endlichen Gruppen sammt Anwendungen nebst der Theorie der algebraischen Zahlen enthalten soll und dem das Interesse in noch höherem Grade zugewandt ist, die Erwartungen erfülle, zu denen dieser erste berechtigt. Hoffentlich setzt der Verfasser das mathematische Publikum recht bald in die Lage, sich hievon überzeugen zu können.

**Die Grundgebilde der ebenen Geometrie** von Dr. V. Eberhard.

I. Bd. m. 5 Tafeln. XLVIII + 302 S. B. G. Teubner, Leipzig, 1895. Ladenpreis M. 14.

Den wesentlichen Inhalt des vorliegenden ersten Bandes bilden jene topologischen Betrachtungen, die sich an  $n$  Punkte

oder  $n$  Strahlen in der Ebene anschließen lassen. Z. B.: Dreht man einen Strahl um einen Punkt, so werden die übrigen Punkte des Systems in einer bestimmten Reihenfolge überstrichen; ihre Symbole in dieser Reihenfolge angeschrieben, bilden den „Index“ des Punktes. Das System der Indices aller  $n$  Punkte heißt die erste Charakteristik des gegebenen Punktsystems. Außerdem hat schon jedes Punktetripel eine Charakteristik  $\pm 1$ , je nachdem das zugehörige Dreieck positiven oder negativen Umlaufungssinn hat. Es gilt der Satz: Die  $n$  über 3 Charakteristiken aller Punktetripel eines Systems von  $n$  Punkten und das System der  $n$  Indices stehen in eindeutig umkehrbarer Abhängigkeit. Der Satz wird am Beispiel  $n=4$  erläutert und hier auch die Frage beantwortet, unter welchen Bedingungen einem mit vier Symbolen hingeschriebenen Index-System auch wirklich Punktgruppen entsprechen können. Denn die  $n$  Indices sind selbst nicht von einander unabhängig. Analog wie durch  $n$  Gerade die Ebene als Punktfeld in eine Anzahl Bereiche getheilt wird, so wird durch  $n$  Punkte die Ebene als Strahlenfeld in „primäre Strahlenbereiche“ getheilt, wobei alle Strahlen zum selben Bereich gezählt werden, die sich stetig in einander überführen lassen, ohne einen der  $n$  Punkte zu überschreiten. Die Gesamtheit der Grenzpunkte eines primären Strahlenbereichs heißt primäre Punktgruppe, auch Primärvieleck. Eine primäre Punktgruppe, die nur drei Punkte enthält, heißt Fundamentaltripel. Im weitern werden allgemeine Sätze über Charakteristikensysteme entwickelt, insbesondere die Frage behandelt, inwieweit sich ein allgemeines System von  $n$  Punkten durch seine Fundamentaltripel (für deren Anzahl auch Grenzen angegeben werden) charakterisieren lassen. Diese allgemeinen Untersuchungen, die durch das ausführliche Studium der Fälle  $n=4, 5, 6$  vorbereitet werden, gipfeln in dem Satze, dass ein allgemeines ebenes Punktsystem durch die Gruppe seiner Fundamentaltripel vollkommen und unzweideutig bestimmt ist. Ein Anhang führt die dualen Untersuchungen soweit, dass die vollkommene Analogie erkennbar ist.

In einer längeren Vorrede (48 S.) „Über die Grundlagen und Ziele der Raumlehre“, die gesondert zum Preise von M. 1.60 im Buchhandel bezogen werden kann, bespricht der Verfasser die Entstehung der Raumvorstellungen, hebt in einer historischen Skizze den Antheil hervor, den Anschauung und Calcul an der Entwicklung der Geometrie im letzten Jahrhundert genommen, und gibt eine Übersicht über die Grundideen und Methoden, die sein eigenes Werk, besonders den ersten Band, beherrschen.

Dr. K. Zindler.

**Vorlesungen über Geschichte der Mathematik** von Moritz Cantor.  
Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Erste Abtheilung. Die Zeit von 1668 bis 1699. Mit 45 Figuren