

## Practica Geometriae.

Ein anonymes Tractat aus dem Ende des zwölften  
Jahrhunderts.

Nach Clm. 13021, Blatt 202, Col. 2 bis Blatt 211, Col. 1 herausgegeben

von

Maximilian Curtze, M. A. N., in Thorn.

### Einleitung.

Die nachfolgend veröffentlichte Abhandlung eines anonymen Verfassers befindet sich in der vielgenannten Handschrift der Königl. Hof- und Staatsbibliothek zu München Clm. 13021, welche in diesem Theile dem XII. Jahrhundert angehört. Weder der gedruckte Katalog<sup>1)</sup> noch Heiberg in seiner Beschreibung der Handschrift<sup>2)</sup> thun dieses Theiles Erwähnung, obwohl, wie sich zeigen wird, die fragliche Abhandlung für die Geschichte der mittelalterlichen Geometrie von ganz hervorragender Wichtigkeit sein dürfte. Die Handschrift selbst besteht aus 284 Blättern in Pergament, von denen Blatt 1—163, 165—284 mit den Zahlen 1—283 bezeichnet ist, Blatt 164 ist unbezeichnet geblieben. Nach der Handschrift sondert sich der Inhalt in drei wohl unterschiedene Theile. Der erste umfasst Blatt 1—96, 164(165)—211(212); der zweite Blatt 97—163 und das leere unbezeichnete Blatt; der dritte Blatt 212(213)—283(284). Im ersten Theile sind die Quaternionen am untern Rande der Rückseiten des letzten Blattes von 1 bis 19 numeriert, im zweiten, der auch eine bei weitem stärkere Schrift und andere Tinte zeigt, ebenso in den linken Ecken mit den Zahlen 1—9; im dritten Theile, der eine der zweiten sehr ähnliche, aber jedenfalls andere Schrift aufweist, fehlen diese Zahlencustoden vollständig. Die von Heiberg auf 211' (212') gefundene Schrift über die Herkunft der Handschrift bezieht sich sicherlich nur auf den ersten Theil des ganzen Codex. Ich möchte dabei darauf aufmerksam machen, dass die Worte „sancti Georii patroni

<sup>1)</sup> Catalogus Codicum Latinorum Bibliothecae Regiae Monacensis. Tomi II. Pars II. Codices Num. 11001—15028 Complectens. Monachii, MDCCCLXXVI. S. 93—94.

<sup>2)</sup> Beiträge zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter. (Hist.-lit. Abthlg. der Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXXV, S. 49.)

nostri ecclesie in Prufening“ sich auf Rasur befinden, und dass ersichtlich früher ein anderer Text darunter gestanden hat; es ist auch, obwohl Heiberg a. a. O. das Gegentheil behauptet, dieser Passus von anderer Hand geschrieben, wie die absolut andern Ductus zeigenden *e* beweisen. Die beiden andern Bestandtheile der Handschrift, welche auch in der äußeren Anordnung und der Zeilenzahl<sup>1)</sup> von dem ältesten sich unterscheiden, sind erst später dem Ganzen einverleibt worden. Jedenfalls ist dies im 14. Jahrhundert geschehen, aus welcher Zeit auch der schön gepresste, mit Leder überzogene Holzband und die auf Blatt 1<sup>a</sup> befindliche Notiz stammen: „In hoc libro continetur totum quadruium, scilicet Boecii Arithmetica, Astronomia, Musica Boecii, Geometria Euclidis“. Die vorliegende Handschrift ist die unter dem Sigel *R* bekannte Handschrift der Sätze der Euklidischen Geometrie in einer für die vier ersten Bücher von den Arabern unabhängigen Übersetzung direct aus dem griechischen Urtext, deren Überreste Heiberg a. a. O. gesammelt hat. Sie enthält außerdem alle mathematischen Schriften des Boetius, auch die Geometrie, ebenso den ersten Theil der Gerbert'schen Geometrie, die Schriften Hermanns des Lahmen über das Astrolabium, eine ausführliche Schrift über Astronomie, welche als auf arabischer Tradition fußend sich selbst angibt. In ihr sind die Ziffern in zum Theil eigenthümlicher Form verwendet. So hat 3 stets die Form  $\vdash$ , und Null kommt außer in der Form 0 auch, und zwar da, wo sie allein steht, in der Form *t* vor. Letzteres dürfte wohl die Abkürzung für den von Sacrobosco bezeugten Namen der Null, Teca, sein sollen, welchen der Commentator desselben, Petrus de Dacia, auf das kreisrunde Brandmal zurückführt, das man in einigen Gegenden Dieben und Räubern auf die Stirne einzubrennen pflege, und dessen Name Teca sei. Der Form halber sei auch dieser Name auf die Null übertragen worden.

Unsere Abhandlung bildet den Schluss des ersten und ältesten Theiles der Handschrift. Der Schreiber ist, das ist sicher, nicht zugleich der Verfasser derselben. Obwohl sie in dem praktischen Theile sich vollständig an den zweiten Theil und die Schlusscapitel der Geometrie Gerberts anlehnt, so ist sie in dem theoretischen Theile diesem doch weit überlegen und ist dabei noch vollständig von der Trigonometrie der Araber frei, welche erst gegen die Mitte des XIII. Jahrhunderts im Abendlande bekannter zu werden anfängt.

Weiteres über den Inhalt behalte ich dem Commentar vor und bemerke nur, dass ich, so weit möglich, die Orthographie der Handschrift beibehalten habe, nur habe ich mir *Hipotenusa* in *hypotenusa* zu ändern erlaubt, da die erstere Form das Auge zu sehr beleidigen würde.

<sup>1)</sup> Der erste Theil ist zweispaltig mit 41 Zeilen auf der Seite geschrieben; der zweite in durchgehenden Zeilen, von denen 40 auf der Seite sich befinden; der dritte wieder zweispaltig mit 40 Zeilen. Der erste und dritte Theil beginnen mit folio verso, der zweite mit folio recto.

## Practica Geometriae.

Practicam geometriae nostris tradere conatus sum, non quasi novum cudens opus, sed vetera colligens dissipata. Quisque videlicet pro se, ego prisca temporis viros miraculo dignos aestimo, quibus tanta vis tantusque perspiciendi verum amor inerat, ut eos neque labor durus ab inquisitionis studio frangere aliquando potuisset, nec ab inventionis effectu difficultas ulla propulsaret. Propter quod factum est, ut, cum multa miranda et paenè incredibilia ratione duce per acumen mentis potenter apprehenderunt, magna quoque in rebus minimis exempla sapientiae praestarent. Hoc igitur est, quia eos studio aequare non possum, illud tamen omnino turpe fit, si imitari fastidimus. Et de his quidem hactenus dixisse sufficiat, nunc ad propositum convertamur.

Clm. 130:  
202, col.  
Z. 28

202', col.

1. Omnium dimensionum tria genera sunt: longitudo, altitudo, latitudo. Et longitudo quidem aput geometres linea dicitur, latitudo vero superficiei nomen accepit, altitudo autem proprio nomine soliditas appellatur. In his tribus dimensionum generibus omnis geometricae disciplinae consideratio versatur. Linea est, cum a quolibet dato puncto ad quodlibet datum punctum porrectio fit. Quae porrectio in quaecumque partem fiat, hoc est sive ante sive retro, sive sursum sive deorsum, sive dextrorsum sive sinistrorsum, nihil ad naturam lineae proprietatemque complendam interest, si tamen sola porrectio fit. Omne enim punctum potestatem habet, ut ab ipso puncto in omnem partem linea exeat, et in ipsum ab omni parte linea descendat, itemque ad omnem partem medium constat et unum, quod, si omnes lineas ab ipso puncto in omnem partem exeuntes extrinsecus circumferentia excipiat, fit centrum circuli ipsum punctum. Nam omnes lineae a puncto exeuntes potestatem habent ad omnem punctum circumferentiam accipere, et omnis circumferentia potestatem habet in suum centrum aequas ex omni parte lineas deducere.

2. Superficies est, cum cuilibet datae lineae alia linea una vel plures in latere adiunguntur et latitudinem explicant. Soliditas est, cum superficiei cuilibet alia superficies una vel plures superponantur et altitudinem extollunt, cuius longitudo est in punctis, latitudo in lineis, altitudo in superficiebus. Metitur autem longitudo in lineis punctorum, latitudo in punctis linearum, altitudo in punctis superficierum. His ita breviter praelibatis deinceps considerandum est, quod omnis geometrica disciplina aut theoricæ est, id est speculativa, aut practica, id est activa. Theoricæ siquidem est, quae spacia et intervalla dimensionum rationabilium sola rationis speculatione investigat; practica vero est, quae quibusdam instrumentis agitur et ex aliis alia proportionaliter conciendo diiudicat. Huic practicae tria videntur genera attributa: altimetria, planimetria, cosmimetria, in quibus tamen omnibus maxime linearum dimensionem vestigat. Et ad altimetriam quidem pertinet ea porrectio, quae sursum et

202', col

deorsum fit; ad planimetriam autem illa, quae fit ante et retro, dextrorsum sive sinistrorsum; ad cosmimetriam vero ea, quae in circumferentia constant. Hinc namque altimetria dicta est, quod sublime sive profundum vestigat, propterea quod, sicut mutuato nomine nonnumquam sublime profundum dicitur, sic vicissim aliquando et profundum altum soleat appellari, quemadmodum altum mare et caelum profundum dicere solemus. Convenient sane pro eo, quia omne, quod a summo deorsum sive ab imo sursum in longinquum tenditur, idem ipsum converso ordine attentum altum pariter et profundum invenitur. Planimetria appellata videtur, quando porrectionem secundum planum persequitur; cosmimetria ab eo, quod est cosmus, nomen accepit. Cosmus enim graece mundus dicitur, et inde cosmimetria dicta est quasi mensura mundi, ea videlicet, quae circumferentiam metitur, quam in ambitu caelestis sphaerae et reliquorum circulorum caelestium, nec non in globo terrae, multorum etiam aliorum, quae natura in orbem disposuit, consideramus. Operosa sane materia, investigatione mirabilis et iocunda in excitatione, cuius scientiam in experto supra fidem videtur promittere, perito facile constat. Nobis itaque propositum est, practicam geometriae secundum haec tria, id est altimetriam, planimetriam, cosmimetriam, tractare, et singulis generibus, quibus instrumentis ad id, quod propositum fuerit metiendum, mensorem uti oporteat, ostendere, et qua ratione ex his, quae ad quamlibet rem propositam metiendam formata fuerint, instrumentis eius, quae metienda est rei quantitas, comprehendatur, demonstrare. Sed ad hoc prius breve quaedam exemplaria formabimus, in quibus omnium, quae dicturi sumus, postmodum sat mira ratione formam modumque exprimamus. Hoc autem triangulum orthogonium tribus tantum lineis, id est basi, catheto et hypotenusa comprehensum, ex quarum respectu et mutua comparatione omne, quod propositum fuerit sive in planum, sive in altum, sive in profundum, sive in orbem metiendum, facile ei, qui huius tantum formulae naturam perspexerit, deprehendi potest.

203, col. 1

3. Sit itaque (Fig. 1) triangulum orthogonium, cuius basis est linea inferior secundum planum directa iacens; cathetus autem linea a fine iacentis in directum elevata ita, ut neutra parte inclinetur, et ubi iacentem contingit, angulum rectum efficiat; hypotenusa vero a summitate linea catheti ad terminum iacentis lineae, id est basis, eminus ex adverso constitutum obliqua descendens et utrumque angulum acutum efficiens hoc modo. Huius trianguli natura est, ut omnia latera nunquam paria habere possit, imparia autem aliquando omnia, nonnumquam duo paria, id est basim et cathetum, tertium, id est hypotenusam, semper impar. Quadratum vero, quod basi per cathetum multiplicata describitur, semper duplum esse contingit triangulo ipso, quod sub basi et catheto atque hypotenusa continetur. Multa sunt alia, quae de huius trigoni natura dici poterant, quae alias diligentius investiganda sunt. Nunc vero considerandum est, quomodo in hac trianguli figura omnium dimen-

sionum ratio consistat. Oportet ergo totius mundi formam huic quodam artificio adaptare, et quemadmodum in speculis solent magnorum corporum effigies vultus exigui praesentare, et sicut a parvis rursus imaginibus ad magna corpora eadem similitudo sese consuevit sine discrepantia transfundere, ita nunc quoque fieri oporet, ut ingentia illa spatia, quae humana per se possibilitas comprehendere non sufficit, ratione magistra ad exiguum exemplar deducat, et sic quodammodo sub scientiam coartet. Igitur sphaera mundi, quae universo suo ambitu complectitur terram quasi centrum medio collocatam, aequali undique distantia circuit et sua convexitate in omnem partem quodammodo curvata in superficie terrae stantibus eminus, circumquaque cum ipsa terra quasi continuari coniungique videtur, non quod ita se res habet, sed quia visus, qui in directum tenditur, eam, quae altrinsecus est, distantiam non discernat. Circulum autem, in quem visionis radius ex omni parte procurrens terminatur, ubi et ipsa, sicut dictum est, sphaera caelestis cum ipsa terrae superficie quasi uniri cernitur, orientem appellant, id est limitatorem, eo quod in ipsum visio extensa limitetur, et quodammodo ultra prohibeatur extendi. Est igitur orizon circulus terrae superficiem, quae prospectui patet, includens, cui supersidet emisphaerium caeli, a cuius medio, id est a centro, si in quatuor partes usque ad circumferentiam circuli rectas lineas deducamus, in quatuor partes ipsum orizontem dividimus. Deinde si secundum emisphaerii convexitatem a finibus utriusque diametri in oppositum per medium verticem circumferentiam ducimus, ipsum quod superest emisphaerium altrinsecus, et quod subterius est, similiter in geminos utrobique quadrantes partimur. Post haec a medio centro orizontis usque ad verticem catheto erecto ex omni parte trigonum orthogonium exurgere videmus. Et si eadem linea per medium centrum transiens ad illum verticem, qui subterius de contra est, descenderit, alios totidem similis formae triangulos in parte altera figurari non dubitamus hoc modo (Fig. 2).

203, col. :

4. Erit igitur ab oriente usque ad verticem unus triangulus, cuius cathetus est linea a centro orizontis in verticem emisphaerii erecta, basis autem linea a centro orizontis in circumferentiam secundum planum, id est superficiem terrae, protensa, hypotenusa vero a fine basis, ubi circumferentiam tangit, id est ab orizonte, usque ad summum catheti, quod est a vertice, secundum ambitum emisphaerii elevata. Item a vertice usque ad occidentem alter trigonus appareat, inter | subtus et verticem tertius, inter verticem subteriore et orientem quartus. Rursus a septentrionali plaga ordienti idem occurrit. Nam illic similiter inter orizontem et verticem superiorem unus triangulus ostenditur, et inter hoc et a vertice usque ad orientem meridianum alter inclinatur. Postea ab orizonte meridiano usque ad verticem subterius tertius constituitur, et abinde usque ad orizontem septentrionalem quartus demonstratur hoc modo (Fig. 3).

203, col. :

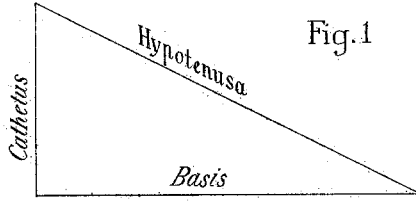


Fig. 1

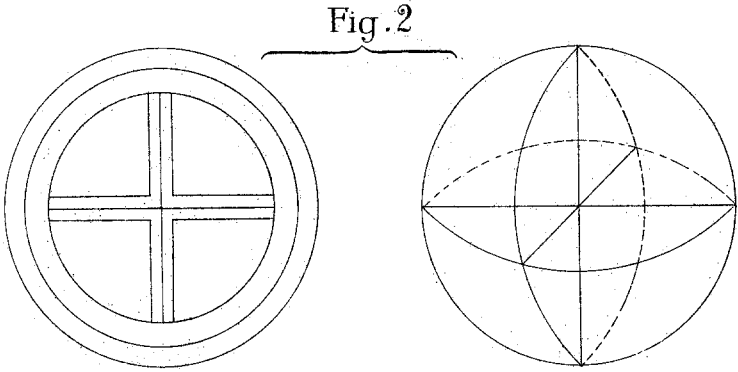


Fig. 2

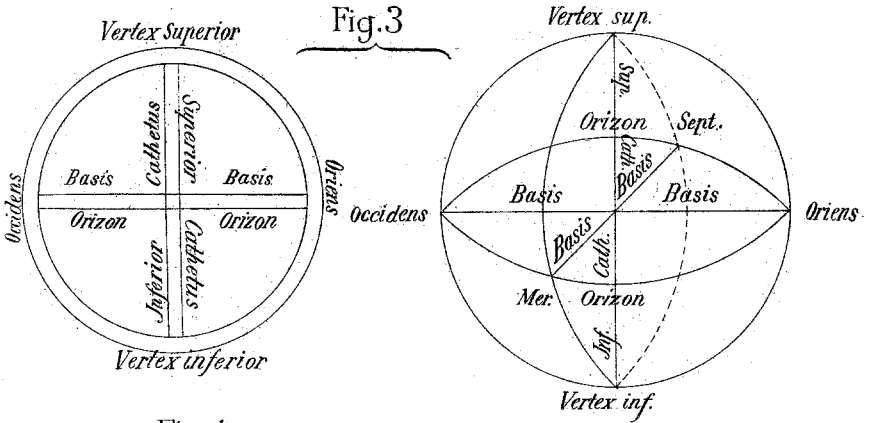


Fig. 3

Fig. 4

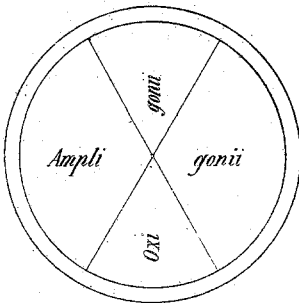
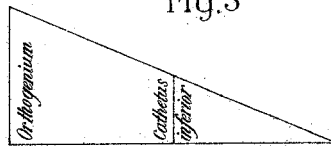


Fig. 5



5. Octo itaque trigonos altrinsecus ambitum caeli secundum horizontem et verticem utrumque distinguentes formamus eiusdem formae atque mensurae, ex quibus duo et duo ad eandem basim describuntur, quatuor autem pariter eundem cathetum circumstant. Sola hypotenusa ubique alia. Et, ut in unum totum huius formae scema componamus, tres circuli ibi sunt, quorum unus secundum suam positionem iacens sphaeram caeli sursum et deorsum dividit, et circuit marginem terrae ab oriente per aquilonem et occidentem in meridiem. Alius ab oriente per verticem superiorem in occidentem flectitur, et ab occidente per inferiorem verticem in orientem recurvatur. Tertius a septentrione per verticem superiorem in meridiem ducitur, et a meridie per verticem inferiorem transiens ad septentrionalem revocatur. Tres quoque lineae rectae per medium centrum a circumferentia in circumferentiam secundum rationem diametri deductae alia ab oriente in occidentem, alia a septentrione in meridiem, alia a superiori vertice ad inferiorem verticem singulos circulos in quatuor quadrantes dividit aequos, quorum singuli XC de CCCLX gradibus totius ambitus firmamenti continent. Quatuor autem superiores trianguli circa eundem cathetum describuntur, et quatuor inferiores similiter. Basim autem communem habent duo et duo, qui ab oriente ad verticem sursum et deorsum, et qui ab occidente ad verticem sursum et deorsum, et qui ab aquilone ad verticem sursum et deorsum, et qui a meridie ad verticem | sursum et deorsum. Hypotenusa vero, quae a paribus 203', col quatuor ad verticem ducitur, anabibazon, quod interpretatur sursum cadens, appellatur. In his autem trigonis orthogoniis hoc considerandum est, quod, si duae lineae quaelibet de his tribus, quae rectos angulos altrinsecus circumseribunt, in quamlibet partem ad se inclinatae fuerint, duos sibimet ex adverso oxigonios et duos ambligonios formabunt (Fig. 4).

6. Sed et illud quoque addendum est, quod in omni trigono orthogonio, si cathetus interius orthogonaliter erigatur, quamcumque partem basis et hypotenusae apprehenderit, eandem, quam cathetus maior ad suam basim et hypotenusam proportionem habet, et ipse ad suam basim et hypotenusam habebit hoc eodem modo (Fig. 5).

Etiam si subterius quocumque loco hypotenusae appensum trigonum orthogonium aliud ad aliam basim describatur, in eadem tamen proportione permanebit, quia omnia trigona triangula orthogonia, quae sub eadem hypotenusa describuntur, in eadem proportione esse necesse est hoc modo (Fig. 6).

Haec latius persecuti sumus, ut lectoris animus his quasi quibusdam introductorii rudimentis incitatus ea, quae dicenda sunt, facilius capere possit. Deinceps ipsam rem aggrediamur prosequendam, ac primum de altimetria, quae dicenda videbuntur, expediemus.

7. Quodcumque eminens in prospectu constitutum fuerit, trianguli formam effingit, cuius cathetus ipsa altitudo est, basis

autem planities, quae a radice catheti in directum eo usque protenditur, quo naturaliter ipsa eminens altitudo visum admittit. Ex eo namque loco, ubi prospectus primum emergentem eminens altitudinem comprehendit, triangulus se format, cuius cathetus, ut dictum est, ipsa altitudo est eminens constituta, basis planities, hypotenusa vero visus a fine | basis in cacumen altitudinis porrectus. Sed ubi primum oculo humi apposito visui iam mergens se altitudo subducere incipit, in eodem loco basis trigoni simul et hypotenusa finem sorciuntur.

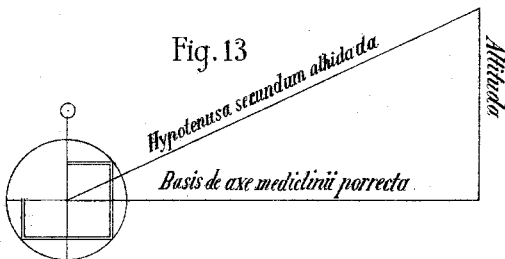
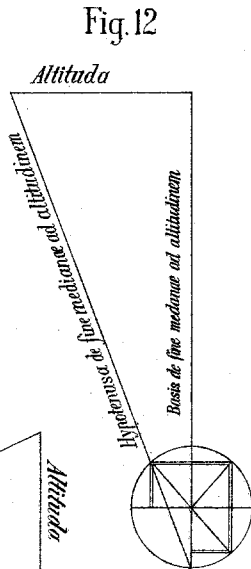
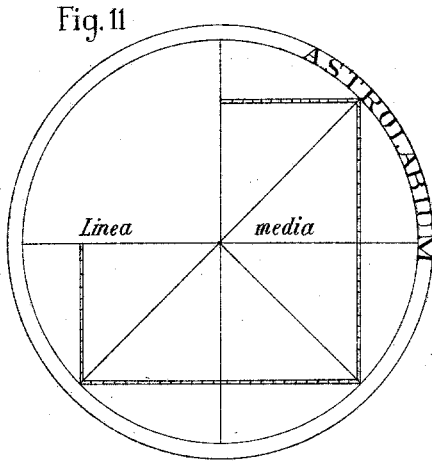
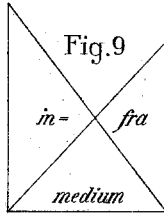
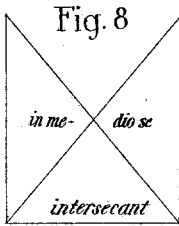
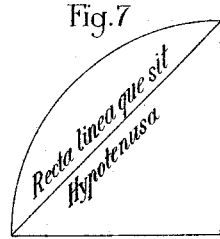
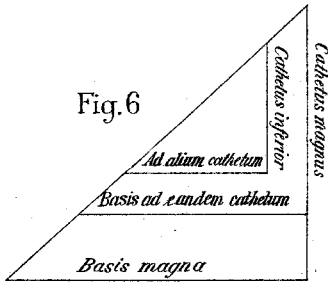
8. Omnis ergo mensura altitudinis inter horizontem et verticem, rursum inter verticem et horizontem sive in elevatione sive in depressione discurrit, et omnis mensura profunditatis inter horizontem et verticem eum, qui de contra subterius est, et item inter verticem et horizontem sive in depressione sive in elevatione consistit. Et rursum omnis mensura circumferentiae secundum anabibazontem, quae a quatuor partibus ab horizonte surgit ad verticem, deprehenditur, et omnis porrectio plani in basi, quae ab horizonte ex omni parte ad catheti radicem porrecta est, invenitur. Trigonus autem, intra quem istarum dimensionum ratio omnis continetur, secundum occasionem eo usque catheto crescente exurgit, donec attacta vertice in basi et hypotenusa deficiat, secundum recessum autem solo catheto decrescente, donec basis simul et hypotenusa deficiat, hic solo catheto decrescente, donec sola basis catheto simul et hypotenusa pereunte remaneat tandumdem naturaliter eadem altitudine restante, cum primum videri incipit, quantum postea, cum se occidens visioni subducit, medio inter utrumque finem vertice constituto. Quia ergo ab horizonte usque ad medium desuper verticem secundum elevationem anabibazontis quadrans circuli est, ab eodem autem horizonte deorsum usque ad medium centrum ipsius diametri dimidia pars, omnis autem circuli pars quarta ad dimidiam partem diametri eiusdem superquadripartiens septimas esse probatur, si catheto et basi, quas secundum rationem circuli pares esse necesse est pro eo, quod de eodem centro ad eandem circumferentiam exeunt, secundum rectam lineam hypotenusam dedero, minorem eam quadrante circuli probabo sic | (Fig. 7).

9. Quod si altrinsecus ad eandem basim alium cathetum erexero, cum diagonales medio se intersecare ceperunt, cathetos pares esse necesse est, et sunt duo triangula altrinsecus constituta paria ad eandem basim hoc modo (Fig. 8).

Si vero infra medietatem diagonales se intersecant, secundus cathetus, qui ex adverso erectus est, minor esse probatur sic (Fig. 9).

Si supra medium se diagonales lineae intersecaverint, maior ita (Fig. 10). Et deinceps secundum sectionem diagonalium proportio constat inter utrumque cathetum. Quisquis horum triangulorum rationem recte prospexerit, ea, quae deinceps praecepta mensurandi daturi sumus, sine magna difficultate intelligere valebit.





10. Quia vero inter omnia instrumenta mensorum astrolapsus principalis esse probatur, ideo per omnia genera metiendi ipsum praemittere oportet. Est itaque in ipso, id est in postica eius planicie, quadratum aequilaterum formatum subterius sub linea mediana inter occidentem et verticem antipodum ad geometricales mensuras valde necessarium, quod hoc modo describitur.

Primum tres quadrantes totius circuli, id est ille, qui intra occidentem est subterius et verticem, in quo quadratum ipsum formandum est, et duo alii, qui sunt altrinsecus ex utraque parte huius, alter ab occidente sursum, alter ab oriente deorsum, singuli in duas aequas dividuntur, et punctis in medio positis a puncto medii ad utraque puncta altrinsecus rectae lineae ducantur hoc modo (Fig. 11).

Remanet itaque in medio quadratum aequilaterum, cuius duo latera in centro circuli conveniunt, alia duo per diagonum in medio circumferentiae eiusdem quadrantis angulum faciunt. Reliqui duo anguli altrinsecus in utraque diametro circuli formantur supra et infra. Huius ergo quadrati duo latera, quae angulum in circumferentia quadrantis faciunt, singula in duodecim dividimus completendo, in sex itidem singula partimus hoc modo (Fig. 11).

204', col. 1

11. Suspenso itaque contra eminentem astrolapsu | altitudinem et alhidada ad cacumen eiusdem altitudinis erecta, duo triangula altrinsecus paria exurgunt, unum sub linea mediana, quae vicem horizontis tenet, aliud desuper e diverso, et in utroque mediclinii directionem hypotenusa designat, contraria tamen posizione. In eo namque triangulo, quod supra horizontem, cathetus quodammodo et magis naturam immitans sursum erectus stat, basis vero subtus iacens cum hypotenusa in centro circuli angulum facit, et est ipsa linea mediana basis. In altero autem triangulo, quod sub linea mediana de contra formatur, ipse ordo naturae quodammodo perversum per contrarium respondet, quemadmodum in aquis vel in speculis rerum formae mutato ordine redduntur. In eo namque cathetus a linea mediana, quae hic quoque vice basis tenet, deorsum pendens cernitur ita, ut hypotenusa, quae alium cathetum sursum ad verticem tangit, recto ducta transmissa huic deorsum coniungatur, tantum hic sub linea mediana depressa, quantum illic super illam elevata. Contingit ergo tria videre latera trianguli, duo in instrumento, quae paria sunt altrinsecus ex adverso constituta, tertium in re, cuius cathetus est altitudo metienda, basis vero linea secundum superficiem terrae a radice altitudinis usque ad stationem mensoris porrecta, hypotenusa autem visus ab oculo mensoris ad cacumen altitudinis. Hoc autem triangulum, licet duobus reliquis quantitate multum dispar inveniatur, proportionem tamen consimili utrisque concordare cognoscitur. Nam per regulam, quae superius data est, scilicet, quod in omni trigono orthogonio, si cathetus interius orthogonaliter erigatur, quamcumque partem basis et hypotenusae apprehenderit, eandem, quam cathetus maior ad

suam basim et hypotenusam proportionem habet, et ipse ad suam basim et hypotenusam habebit, probatur in eo trigono, quod in superiori quadrante constat, eandem cathetus cum sua basi proportionem habere, quam eminus constituta altitudo habuerit ad suam basim proportionem. Ipsa siquidem linea ab oculo mensuris usque ad radicem altitudinis porrecta basis est maioris trigoni. Si ergo supra eam quolibet loco secundum cacumen altitudinis metiendae cathetus erigitur, certum est, quia eam proportionem, quam habet pars ipsius, quae pro basi a catheto minori infra deprehenditur, ad ipsum cathetum, eandem ipsa tota ad cathetum maiorem, id est ad altitudinem metiendam, habet proportionem. Sed quia trigoni superioris cathetus partem maioris basis, quam infra deprehendit, non totam pro basi complectitur, sed, medietate tantum retenta, alteram subteriori triangulo, quod ex adverso formatur, relinquit, altiori consideratione indiget. Ponamus itaque altitudinem eminus metiendam, et sublevato contra eam astrolapsu ab ipsa mediana linea ducamus basim usque ad radicem altitudinis, quae constat in margine orientis, eique hypotenusam desuper adducamus a cacumine altitudinis ad visum metiens sic (Fig. 12).

204', col. 2

12. Hoc autem sine respectu mediclinii primum fieri oportet, ut postea, qualiter ad eam partem basis, quam ambitus instrumenti apprehendit, cathetus secundum proportionem maioris trigoni erigatur, appareat. Constat autem, quod, si mediclinium in eo loco axem susciperet, ubi in basim hypotenusae descendit, et inde secundum eiusdem hypotenusae porrectionem ex altera parte ad cacumen rei metiendae levaretur, cathetus ad verticem mediclinii erectus et maior esset, et maiorem intra ad trigonum formandum basim contineret. Nunc autem, quia mediclinium in medio diametri axem suscipit, ut, dum in parte altera levatur, in altera parili promotione descendat, in quantum a basi extrinsecus dividit, in tantum a catheto sursum procedit, hoc modo (Fig. 13).

13. Hinc ergo est, quod mediclinium ab axe medio levatum eiusdem proportionis trigonum constituit. Cuius quidem proportionis trigonum formaretur, si a finibus magnae basis et hypotenusae levatum fuisset ad cacumen eiusdem rei metiendae, et cathetum in eodem, quo nunc constitutus est, loco ex adverso suscepisset. Consequenter ergo omnes isti trianguli in eadem proportione probantur, ita ut in quolibet horum triangulorum, quae mediclinium altrinsecus format, qua proportione basis se ad cathetum suum habuerit, eandem sine omni dubitatione spacium, quod inter mensorem et altitudinem metiendam interiacet, ad ipsam altitudinem comparisonem habere possit. Et hoc quidem theorema formatur, cum altitudo in extremis labris orientis prominat. Cum autem introrsum constituta est, mediana basis magnae non respondet, sed triangulum instrumenti subtus ad maiorem hypotenusam appensum est, et ad aliam basim constitutum, in eadem tamen proportione. Et statura mensuris ad basim magnam retrorsum proportionaliter adicienda est,

205, col. 1

ut trigonii forma compleatur secundum porrectionem maioris hypotenusae, hoc modo (Fig. 14).

14. Sciendum autem est, quod in re per accessum sive per recessum basis mobilis est, cathetus autem immobilis; in instrumento autem utroque converso tamen ordine et eadem proportione, primo quidem cathetus mobilis et basis immobilis, deinde basis mobilis et cathetus immobilis est. Propterea numerus graduum, qui supra mediclinium est, in dextro latere cum toto ipso latere quadrati comparatur ita, ut illo latere quadrati, quod vicem basis gerit, in eodem semper numero permanente quantitas catheti permutetur secundum accessionem vel recessionem mensuris. Cum autem mediclinium in medio quadrati steterit, altitudo cum basi sua aequalis erit, et cum ultra prodierit, tunc versa vice supercrescente catheto, quod infra est, cum toto latere quadrati confertur, eandemque basis cum catheto proportionem habere dinoscitur. Jam vero tempus est, ut his expeditis, quae de natura instrumenti dicenda erant, ad mensurandi praecepta veniamus. Et primum dicemus, quemadmodum altitudinis cuilibet in plano constitutae mensura comprehendendi possit.

205, col. 2

15. Sit igitur quaelibet altitudo in aequali planitie constituta; taliter huius mensuram vestigamus. Sumit altimetra astrolapsum et mediclinium constituit in medio quadrati. Post haec levato astrolapsu contra ipsam altitudinem metiendam ante et retro tandem aestimando pergit, quousque per utrumque mediclinii foramen cacumen altitudinis contempletur. Quo viso eandem altitudinem spacio, quod inter suam stationem et altitudinem interiacet, aequalem pronuntiat, statura mensuris adiecta.

16. Sed quia de statura adicienda basi mentionem fecimus, quod sit statura mensuris, et qualiter ad mensuram adicienda sit, breviter expediemus. Staturam mensuris dicimus altitudinem staturae eius a terra usque ad oculum, unde radius visionis emittitur, pro qua altimetra virgam eiusdem quantitatis paratam habere solet ad expeditiorem operandi proventum. Haec non semper uno modo adicienda est; tantum enim spacia retrorsum ad basim maioris trigoni semper adiciendum est, quantum hypotenusa, quae a summitate altitudinis ad oculum mensuris, si secundum suum ductum post tergum in ulteriora proiceretur, infra comprehenderetur. Tunc siquidem post tergum mensuris rursus aliud triangulum formaretur, cuius cathetus esset ipsa statura mensuris, et basis adiectio. Et quia hoc triangulum cum caeteris proportionale esse debet, adiectionis mensura secundum proportionem instrumenti, quod ante statutum est, sumatur, scilicet ut eandem ad staturam mensuris proportionem instrumenti, quod ante statutum est, sumatur, scilicet ut eandem ad staturam mensuris proportionem adiectio habeat, quam basis instrumentalis trigoni ad cathetum suum habet.

17. Si autem volueris loco non mutato inde, ubi primum steteris, altitudinis coram positae mensuram comprehendere, sic

facies. Sumes astrolabium, et sublevato eo contra altitudinem metiendam mediclinium torquendo coaptabis, quousque per utrumque foramen summitatem altitudinis videas. Deinde gradus, qui supra mediclinium sunt, cum toto latere quadrati comparabis, eandemque proportionem, quam gradus, qui supra mediclinium sunt, ad | totum latus quadrantis, hoc est ad duodecim, habuerint, eandem 205', col. 1  
procul dubio altitudo ipsa ad spacium, quod interiacet, habebit statura mensoris proportionaliter adiecta.

18. Quod si forte fluvii vel vallis alicuius obiectu intervallum commeabile non sit, hoc enim alio modo poteris propositae quantitatis mensuram invenire. Ab eo loco, in quo steteris, sublevato astrolapsu mediclinium contra cacumen altitudinis dispone, donec per utrumque foramen summitatem videas. Postea considera subterius in latere quadrati, quot gradus ipsius lateris supra mediclinium emineat, quos cum gradibus totius lateris, id est XII, comparaveris. Eandem secundum supradictam regulam inter altitudinem et spacium, quod interiacet, cum addita statura mensoris proportionem esse pronuntiabis. Deinde retrorsum perge, quantum videbitur, et rursus in secunda statione astrolapsus subleva, et cum iterum per mediclinium cacumen altitudinis inspexeris, rursus gradus lateris quadrati, qui sunt supra mediclinium, computa, eosdemque rursus cum toto latere quadrati confer; et qualis fuerit inventa proportio, talis inter altum, quod metiendum est, et spacium interiacens cum addita statura erit. Postea, cum primam et secundam basim invicem comparaveris et, quantum prima a secunda consuperetur, inveneris, consequenter totam primae basis quantitatem per primae et secundae differentiam, quod est primae et secundae stationis intervallum, agnoscere valebis. Verbi gratia, si in prima statione quatuor gradus supra mediclinium apparuerint, quia duodenarius ad quaternarium triplus est, et spacium, quod interiacet, addita mensoris statura ad altitudinem triplum erit. Rursus si in secunda statione tres gradus supra mediclinium inventi fuerint, quia duodenarius ad ternarium quadruplus est, spacium quoque cum adiecta statura ad altitudinem quadruplum esse dicetur. Si autem primae stationis intervallum cum adiecta | statura, quod est basis prima, ad altitudinem, quod est pro catheto, triplum fuit, et secundae stationis intervallum cum adiecta statura, quod est basis secunda, primum sesquitertia proportione transcendit, erit ergo pars tertia primae basis spacium, quo primam superat basis secunda. Cuius mensuram cum inveneris, tertio tantum primam basim continere pronuntiabis. Sed cave, ne forte hoc spacium aliquando a prima statione usque ad secundam metiendum putes, quia adiectio staturae utrobique eadem non fuit, sed potius a fine adiectionis primae, ubi terminata est basis prima, usque ad finem adiectionis secundae, ubi terminata est basis secunda, quia hoc utriusque differentia esse probatur. 205', col. 2

19. Est adhuc alia regula in hoc eadem inaccessibilis altimensuratione in modo tantum a supradicta differens. Sumit altimetra

numerum graduum, qui in prima statione supra mediclinium invenitur, et per eum summam totius quadrati, id est CXLIV, partitur. Deinde similiter per numerum graduum, qui in secunda statione supra mediclinium inventus fuerit, eandem summam dividit, id est CXLIV. Tunc sumpta una parte de prima divisione et una de secunda, utrasque ad invicem confert, et ea, quae minor inventa fuerit, abstracta de maiori, id, quod remanet, cum toto latere quadrati, id est XII, comparans, qualem inter haec duo proportionem invenerit, talem inter altitudinem metiendam et spacium, quod inter utramque stationem adiecta mensoris utrobique statura interiacet, pronuntiet. Verbi gratia in prima statione supra mediclinium quatuor gradus inventi sunt, per quem numerum summa totius, id est CXLIV, divisa reperta est pars quarta XXXVI. Item in secunda statione tribus gradibus inventis per ternarium rursus tota summa quadrati divisa est, et inventa est pars tertia XLVIII. Duabus igitur his partibus collatis quarta, id est XXXVI, minor apparuit. Qua de maiori, id est de XLVIII, abstracta remansit XII, et hoc lateri quadrati comparatum aequale inventum est, et annuntiatum est | altitudinem cum intervallo stationum esse aequalem. Sed cave, ut, quamdiu mediclinium in dextro latere steterit, semper mobilem numerum catheto tribuas et immobilem basi, in sinistro autem latere mobilem basi et immobilem catheto attribuas.

206, col. 1

20. Est et alia regula, qua per umbram uniuscuiusque corporis in plano dumtaxat stantis altitudo ipsius deprehenditur hoc modo. Sole illuscescente sumit altimetra astrolapsum, et mediclinium radio solis obiectum ita disponendo coaptat, ut idem radius utraque ipsius mediclinii foramina perlustret. Tunc consideret in quadrato, quot gradus supra mediclinium emineant. Quibus cum toto latere quadrati comparatis eandem inter corpus et umbram proportionem sine ambiguitate esse pronuntiat, quam inter gradus supra mediclinium apparentes et latus quadrati comparatio facta demonstrat.

21. Formantur et alia quamplurima ad altitudinem in planitie constitutam metiendam instrumenta, inter quae trigonum orthogonium, quod ab inventore pythagoricum dicitur, non inmerito principale habetur. Fit itaque trigonum orthogonium basi cathetoque in sesquitertia comparatione aptatis compositum, in quo nihil interest, utrum basis cathetum sive cathetus basim quantitate superat, eadem dumtaxat proportione permanente. Hoc modo formatum instrumentum contra altitudinem metiendam collocatum, id est verso ad ipsam altitudinem catheto, tamdiu a mensore huc atque illic promoveatur, quo usque oculo humi ad finem basis appositum per summitatem catheti rei metiendae cacumen videatur. Quo viso spacium, quod interiacet ab oculo mensoris usque ad radicem altitudinis, ad ipsam altitudinem sesquitertium esse non dubitatur, quia in utroque triangulo eadem ratio proportionis constat.

22. Formatur et aliud trigonum orthogonium basi cathetoque  
206, col. 2 sub | eodem numero et quantitate constitutis, quod simili modo ab

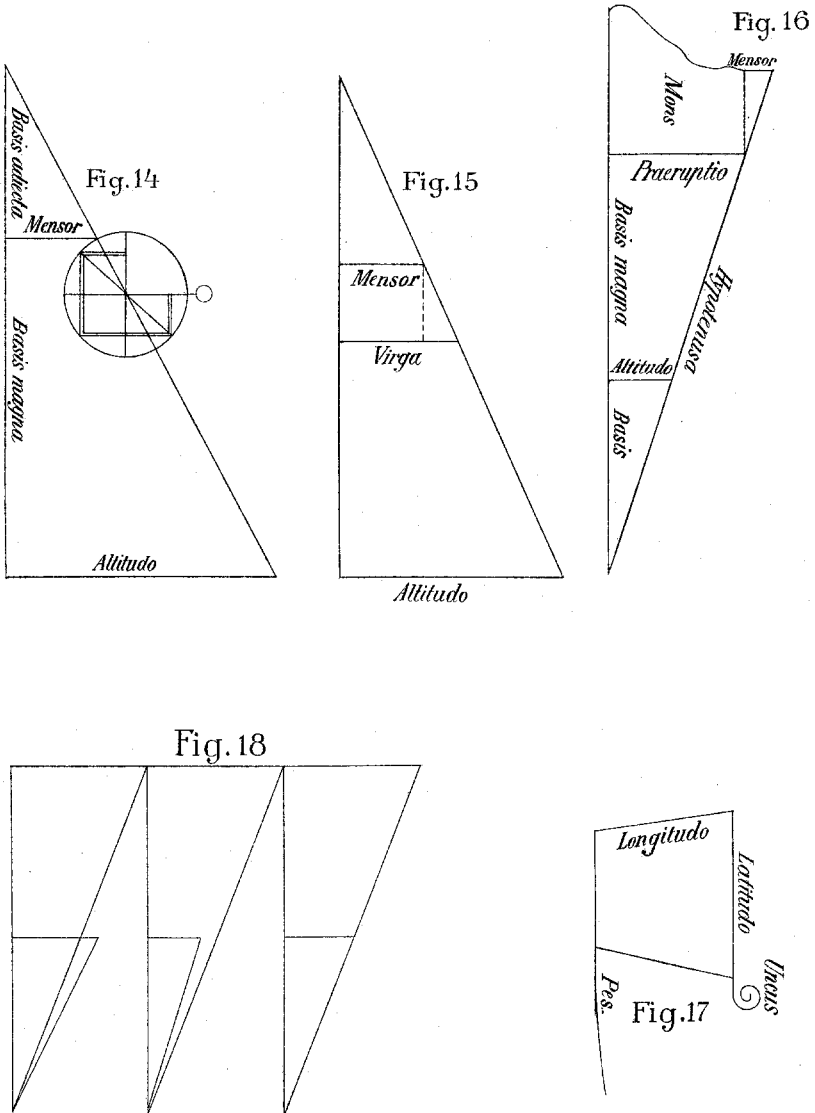
altimetra tali loco statuitur, ut inde a fine basis per summitatem catheti summitas eminentis videatur, et secundum rationem proportionis, quae utrobique eadem esse debet, spacium interiectum cum altitudine aequale esse cognoscitur. Quidam his trigonis pedes subiciunt aut manu sublevant, propterea quod risum videatur mensori, totiens prosterni et oculus humi defigere. Sed quotiens hoc fit, statura mensoris retrorsum ad magnam basim proportionaliter adicienda est. Verum quomodocumque, ut libet, triangula ista formantur, eadem inter planitiem mediam et altitudinem metiendam proportio constabit, quae inter basim et cathetum ipsius trigoni fuerit inventa.

23. Alii arundinem duplam ad staturam coram se contra altitudinem metiendam statuunt, eique aliam aequalem staturae suae contra medium orthogonaliter adiungunt, ut videlicet ea, quae coniungitur eamque orthogonaliter vice basis occurrens, dimidiam supra et dimidiam subtus dimittat. Sic compositum instrumentum tamdiu ante et retro trahunt, donec per utriusque virgae summitatem cacumen rei metiendae videatur. Quo inspecto spacium interiaccens cum statura addita cum altitudine aequale pronuntiant.

24. Alii virgam cuiuslibet quantitatis maiorem tamen statura sua, vel locum non mutantem coram se tali in loco, vel statuta ea tantum retrocedunt, donec similiter per summitatem eius altitudinis cacumen metiendae videatur. Deinde spacium, quod inter mensorem et virgam stantem interiaccet, cum ea parte virgae, quae a statura mensoris sursum est, comparant, et eandem proportionem inter spacium, quod a pede mensoris usque ad radicem altitudinis est cum adiecta statura, et altitudinem ipsam sine ambiguitate affirmant. Quod si spacium interiaccens commeabile non sit, per secundam stationem retrorsum quaerendum est, sicut in astrolapsu, vel cum mutatione virgae | stantis, vel sine mutatione. Nam si in prima statione per summitatem stantis virgae ad cacumen altitudinis metiendae visus directus est, oportet in secunda statione aliam constitui, sin autem sub summitate transivit, poterit in eodem loco permanere ad secundam contemplationem (Fig. 15).

206', col 1

25. Alii, cum aestimare volunt altitudinem quamlibet, utrum proposito operi congruum sit, accipiunt virgam unius cubiti aut duorum sive plus aut minus, ut libet, et tantum spacii a radice altitudinis in porrectum mesurant, quanta fuerit ad praesens opus longitudo necessaria. Deinde tantam virgam intra illud spacium in terram figunt, ut tantum de illo spacio extrinsecus comprehendant, quanta est ipsa longitudo virgae. Post haec se in terram supinos contra altitudinem deponunt tali in loco, ut a fine mesurantis spacii ad cacumen altitudinis visus dirigatur, et si visus iacentis per summitatem virgae in medio stantis ad summitatem aestimandae altitudinis transierit, competens altitudinis mensura erit. Si minor fuerit virga, quam ut summitati altitudinis metiendae respondeat, superflua est altitudo, si maior fuerit virga,



imperfecta. Sic res eadem variis modis conprobatur. Nam et si quidam, quibus aut census adhuc maiora non sufficit, cum aestimare altitudinem per res vel per umbram ipsius volunt, stipitem tantum in terram defigunt, et eandem proportionem, quam stipes ad umbram suam habuerit, inter altitudinem quoque et umbram a se factam esse affirmant.



26. Alii ipsam umbram aestimandae altitudinis in quocumque partes dividunt. Deinde virgam uni alicui illarum partium aequalem in terra defigunt, et umbram exinde cadentem cum virgula comparant. Et si maior inventa fuerit umbra quam virga, quantum umbra virgulam superat, tantum singulis partibus maioris subtrahunt, et quod remanet ex omnibus, pro mensura altitudinis accipiunt. | Si autem minor fuerit umbra quam virga, tantum singulis partibus maioris umbrae adiciunt, quantum umbra stipitis a stipite superatur, totum, quod inde excrescit, pro mensura altitudinis hoc aestimantes. 206', col. 2

27. Quidam etiam cum pelvi vel alio quolibet vase aqua repleto mensuras altitudinum aestimare solent sic: Statuunt in medio inter se et altitudinem metiendam vas quodlibet aqua plenum, in cuius medio fundo notato centro pergunt retrorsum, quousque in medio vasis contra centrum, quod positum est, cacumen rei metiendae per umbram ipsius contemplantur. Quo viso spacium, quod inter mensorem et centrum, ubi cacumen altitudinis visum est, interiacet, diligenter mensurant, et quam proportionem illud spacium ad staturam, mensoris habuerit, eandem spacium, quod ex altera parte a centro eodem usque ad radicem altitudinis protendentur, ad ipsam altitudinem habebit.

28. Hoc idem cum speculo facere solent, vel in media area illud statuendo, vel sublevatum de contra manibus tenendo, donec eodem modo per umbram altitudinis, quae in superficie laevigata respondet secundum centri positionem, mensuram rei valeant aestimare. Sciendum, quia, si speculum sublevatum fuerit in speculatione, tunc solummodo a positione ipsius speculi rursus ad comparisonem sumi oportet mensura altitudinis et statura mensoris. Et hoc quidem de altitudine in plano metienda dicta sufficere possunt. Nunc restat id demonstrare, qualiter cuiuslibet altitudinis vel nobis altioribus in imo positae, vel nobis subterius constitutis in eminentiori loco collocatae mensura comprehendere possit. Hoc quidem, etsi difficilius videatur esse ratione, tamen omnem viam naturae perulustrat, et constat nihil sine aliquo, quo possit inveniri, quod est.

29. Omne igitur, quod de terrae superficie emergens sursum tollitur, et vertice in altum sublevato circumiacentis plani aequalitatem transcendit, altitudo est. Quae si aliquando a loco dissimili, hoc est vel a montibus ad valles, vel a vallibus ad montes metienda occurrit, primum inquirat mensor naturalem stationis horizontem, quem linea mediana medio loco sine deviatione designat. Invento horizonte suo deinde consideretur locus, in quo sita est altitudo metienda, quantum suo orizzonti vel subsidat, si infra est, vel, si altior est, superemineat. Deinde adiecta altitudine metienda totum pro catheto computet, et cum proportionem totius invenerit, abscidat eminentiam collis, et, quod remanet pro mensura altitudinis, reservet. Hoc in altioribus. Caeterum, quando infra sita est altitudo, erit statura mensoris ex altera parte cum eminentia collis cathetus, et sic trigonum formandum 207, col. 1

est. Et ut manifestius fiat, quod diximus, sit altitudo metienda in colle constituta, et mensor subtus in valle positus. Sublevat astrolapsus contra collem, in quo sita est altitudo, et mediclinio super lineam medianam posito diligenter per utrumque foramen mediclinii in latere collis oppositi locum medianae respondentem speculari. Deinde transmissa monte usque ad cacumen eminentis alti sursum mediclinium contorquet, et totum hoc pro catheto supputans, quod ab orizzonte sursum est sive de eminentia collis sive de mensura suprapositae altitudinis, totum hoc ad spacium interiectum habere proportionem asserit, quam habent gradus, qui subtus in latere quadrati supra mediclinium steterint, ad totum latus comparati. Postea deponens mediclinium contra radicem altitudinis, quod est cacumen montis, iterum gradus, qui supra mediclinium inventi fuerint, cum latere quadrati comparans pertendit, ad eandem basim sola eminentia quam teneat proportionem; et quanto minor est secundus cathetus quam primus, tantum altitudini suprapositae tribuendum censet. Sed quia basis, id est | spacium, quod interiacet, ac statura mensoris usque ad radicem catheti propter obiectam molem commeabile non est, retrorsum, sicut supra monstravimus, in secunda statione mensura quaerenda est.

30. Quod si altitudo in loco inferiori nobis altioribus posita fuerit, sublevato astrolapsu contra torquetur mediclinium sub linea mediana verso ad eandem partem quadrato, donec per utrumque foramen ad radicem altitudinis visus descendat, formaturque trigonum, cuius cathetus statura mensoris est cum eminentia montis, quantum extat supra planum, in quo est altitudo constituta; basis est spacium, quod tenditur a medio montis, id est ab imo catheti, per planum usque ad radicem altitudinis. Deinde applicato mediclinio talis inter cathetum et basim proportio deprehenditur, qualis gradibus, qui supra mediclinium eminent, ad latus quadrati comparatis invenitur, et quia rursus spacium, quod interiacet basi, commeabile non est, fit retrorsum per planum secunda statio. Et iterum per mediclinium ad eiusdem altitudinis radicem visus tenditur, atque iterum per numerum graduum, qui supra mediclinium sunt, ad totum latus quadrati comparatum basis atque catheti proportionem vestigant. Qua inventa per intervallum primae et secundae stationis, sicut supra docuimus, totius basis primae et secundae quantitas facillime potest deprehendi. His peractis mensor a secunda statione, vel si magis libuerit, a prima iterum astrolapsus contra altitudinem elevans, et mediclinium non tamen contra radicem, sed et contra cacumen eiusdem altitudinis dirigens per utrumque foramen summitatem intuetur. Postea consideratis gradibus, qui supra mediclinium sunt, et ad totum latus comparatis inter cathetum et basim etiam huius denuo proportionem inquirat. Qua inventa omnia superiora in unum colligens videt tria se formasse trigona tribus vicibus, in quibus semper idem fuit cathetus, et basis ubique diversa. Primum namque triangulum a prima statione formatur. Cathetum habuit altitudinem | montis cum statura mensoris, basim vero a prima parte catheti,

qui erat subtus in fundamento montis, lineam protensam usque ad radicem altitudinis in valle constitutae, ubi visus in terram descendit. Secundum triangulum, quod a secunda statione formatur, parem superiori cathetum habet, basim vero maiorem tantum, quantum fuit inter primam et secundam stationem. Tertium vero triangulum, quod item a prima statione formabatur, eundem rursus cum supradictis trigonis cathetum habuit, basim vero aliam, eam videlicet, quae a radice primi catheti porrigebatur usque ad eum locum, ubi ultra altitudinem in valle constitutam visus per cacumen eius transiens secundum ductum hypotenusae porrectus in terram descendit. Sicque prima et secunda basis eundem finem habuerunt et non idem initium, prima et tertia ab eodem catheto incipiunt, sed non ab eodem loco terminantur. Et quidem per secundam basim primae basis quantitas inventa est, et per primam basim quantitas primi vel secundi catheti reperta est, nunc autem per comparisonem eiusdem primae basis quantitas tertiae facili probatione ostendi potest; igitur in hoc triangulo utriusque quantitas, hoc est, et basis et catheti, per supradicta manifeste probata est. Et quia inter hoc triangulum illud describitur, cuius cathetus est altitudo supradicta, hypotenusam visus, qui per cacumen altitudinis ipsius transiens in partem alteram proicitur, basis vero spacium, quod extrinsecus hypotenusam deprehendit, et hoc triangulum cum maiori triangulo in eadem proportione esse oportet, eiusque basis pars maioris est et nota, etiam cathetus eius, id est altitudo, notus erit.

31. Formatur quoddam aliud theorema ad rem quamlibet erectam ab eminentiori loco metiendam, quod tamen otiosum est, nisi ubi altitudo montis, in qua mensor stat, sive per praeruptum perpendicularatum aut e mensura alio quocumque modo nota habeatur. Sit itaque vallis deorsum plana et aequalis, in cuius medio eminet altitudo metienda. Sit in extremo fine eiusdem mons aut collis praeruptus, cuius eminentia, | quantum supra aequalitatem vallis subiectae  
 207', col. :

elevata notum habeatur, et stet desuper despiciens altitudinem metiendam ab extremo labro praerupti eminentis. Post haec retrocedens paululum statuatur ante se virgam orthogonaliter erectam minorem statura sua, vel si mavult, aequalem, tali in loco, ut ab eius summitate visus perspicentis decurrens per extremam oram eminentis praerupti deorsum ad radicem altitudinis metiendae terminetur. Exsurgunt autem duo triangula in eadem proportione constituta, unum maius et unum minus. Minus est illud, cuius cathetus est virga coram mensorem erecta, basis spacium, quod a pede stantis virgae tenditur usque ad labium praerupti, ubi deorsum vergit. Aliud triangulum est, cuius cathetus est altitudo praerupta, basis linea, quae deorsum secundum planum tenditur usque ad radicem altitudinis metiendae, et sunt utraque ista triangula sub eadem hypotenusam orthogonaliter formata, unde necesse est, ut in eadem etiam sint proportione constituta. Ergo eandem proportionem maior cathetus habet ad basim suam, quam minor cathetus ad suam habet. Sed minoris catheti quantitas et basis eius et

proportio nota est, maioris quoque catheti quantitas nota est et basis eius proportio: igitur et quantitas basis eius nota erit. Si enim duo sunt, et quantitas scitur et proportio alterius, scitur quantitas utriusque. Post haec mensor eidem virgae in eodem quo supra loco constitutae constat, ut contra medium oculum apponens aestimet, quousque visus descendens a summo loco convexitatis praedictae ad cacumen rei metiendae descendat. Utraque proiectus tria iam triangula in eadem proportionem constituta effingat. Primum, cuius cathetus est pars virgae stantis ab oculo metientis deorsum, basis autem eadem, quae prius; secundum, cuius cathetus idem, qui prius, sed basis eadem non est. Cathetus namque ipsa est altitudo praerupta, basis linea, quae deorsum a catheto non iam usque ad radicem altitudinis metiendae, sicut prius, tenditur, sed ultra ubi visus | per cacumen transiens in terra terminatur. Tertium est triangulum, quod intra secundum describitur, cuius cathetus est ipsa altitudo metienda, basis autem id, quod ab hypotenusa desuper tendente ultra apprehenditur, et quod ab ipsa altitudine de magna basi extra separatur. Sed in primo triangulo catheti et basis proportio et quantitas notae sunt, et in secundo triangulo catheti quantitas nota est et basis proportio: igitur et basis quantitas nota erit. Rursum in tertio triangulo basis quantitas per quantitatem basis secundae nota est et catheti proportio: igitur et catheti quantitas nota erit, quod est altitudo (Fig. 16).

208, col. 1

32. Omnis mensura profundi inter orizontem et verticem subteriorems discurrit per quadrantem et quadrantem ex adverso sublimis, sive in elevatione, sive in depressione. Et primo per astrolabium sic mensurant profundum, usque quo visum admittit. Aestimat altimetra diametrum putei, cuius sit quantitas, deinde cavet, ut cavatio eius orbicularis sit. His exploratis vertit mediclinium stans super labrum putei et lateris oppositi terminum contempletur. Quo viso numerum graduum, in quo mediclinium steterit, ad totum latus, id est ad XII, confert, et eam inter diametrum putei et altitudinem cum statura mensoris proportionem agnoscat. Abiecta statura mensoris quod remanet, profunditati deputatur. Nam sunt ibi duo triangula in eadem proportionem constituta, unum maius et aliud minus. Unum in instrumento, et aliud in re. Maioris cathetus est ab oculo mensoris deorsum tota statura metientis cum altitudine putei, hypotenusa est visionis radius ab oculo metientis oblique descendens in latus fundi ex adverso constitutum, et totum fundum pro basi apprehendens. Aliud triangulum sub eadem hypotenusa orthogonaliter constitutum et in eadem proportionem, cuius cathetus est latus quadrati, basis numerus graduum, quos | mediclinium infra apprehendit, hypotenusa ipse, qui supra, visus metientis. Et nota est quantitas minoris catheti et proportio, et nota est quantitas maioris basis per diametrum, et proportio maioris catheti nota est per minorem cathetum: igitur et quantitas maioris catheti nota erit, quae est profunditas putei cum statura mensoris. Aufer staturam, et quod remanet, altitudo est, quam quaeris.

208, col. 2

33. Alii stantes supra labrum putei virgam sub pedibus suis per transversum putei prominentem tamdiu trahendo coaptant, quousque per finem iacentis deorsum oppositum fundi conspiciunt. Post haec ipsam virgam, qua parte ori putei superiacuit, ad staturam suam comparantes eandem inter diametrum putei et altitudinem cum statura mensoris esse dicunt proportionem, supradicta illa ratione triangulorum conprobantes.

34. Et sunt, qui altitudinem putei aquam in fundo habentis, quanta parte aquae superemineat, per umbram virgae in transversum super os putei pro basi dispositae, quae subtus in aqua eiusdem putei elucet, investigare conantur, eadem ratione triangulorum, quae supradicta est.

35. Nec praetermittere debemus, quod quidam etiam profunditatem stagnorum vel fluminum tali arte se metiri permittunt. Faciunt globum ex omni parte rotundum de eramine vel plumbo admodum extenuatum, quantum ars sufficit, cui extrinsecus ansulam adiungunt, qua possit appendi aequabiliter. Deinde constituunt aliam formam planam ex ferro longiorem quam latam, et uno fine latiore, in alio quoque contractiorem, eique in uno angulorum ad eam partem, qua latior est, uncum faciunt, quo inseri possint ansulae praedictae et appendi cum globo. In alio fine, ubi contractior est formula, pedem exstantem et secundum lineam latitudinis eductum crassitudinis amplius in capite habentem, ita ut idem latus longitudinis in uno fine uncum habeat secundum lineam longitudinis prominentem, in altero fine pedem secundum lineam latitudinis exstantem. Taliter exstructam hanc planam formulam cum globo supradicto connectunt, et utrumque in profundum, cuius mensura quaerenda est, demittunt. Sumptoque astrolapsu horam immissionis diligenter attendunt. Pondus autem deorsum vergens, cum fundum attigerit, repercussum ad superiora remanat. Quo emergente rursum horoscopas horae praesentis instans inventum diligenter notat, et quantum temporis a primo momento immissionis usque ad demersionem fluxerit, cautissima computatione distinguit. Post haec asta, vel fune, vel cum perpendiculo profunditatem, quanta sit, inquirunt, quia in primis experimentum ex minimis capiendum est, quod veritatem postmodum probet in maximis. Inventa profunditate et cum tempore comparato quotiens deinde profundioribus aquis, et quarum altitudo quidem nullo modo vel difficili actu inquiri potest, experimentum adhibetur secundum inventam comparisonem profunditatis et temporis, sive in maiori sive in minori fieri oportet. Alii spacium, quod pondus immensum descendens et rediens emittitur, alia arte aestimant. Ponunt in prima emersione ponderis vas tellureum supra aquam, et quantum humoris usque ad emersionem globi colligit, pensant. Deinde cum profunditate inventa comparant, et hac deinceps comparisonem in caeteris utuntur. Huius ego experimentum non cepi, sed tamen, ne experiri volentibus negarem, dicendum putavi. Et de his hactenus dictum sit. Nunc de practica in planimetria etiam aliquid dicamus (Fig. 17).

36. Omnis mensura plani inter horizontem a circumferentia in centrum sive a centro in circumferentiam discurrit ab omni parte et ad omnem partem. Agitur autem instrumentis altimetriae in profundum secundum crementum et diminutionem utrobique per contrarium occurrens. Habet haec pars solam basim ex proprio catheto et hypotenusa extrinsecus assumptis, de cuius mensuratione pauca exempli causa subiciemus.

208', col. 2

Primum si per | astrolapsu metienda planities est, stet mensor in termino eius areae, cuius quantitatem aestimat, et sublevato astrolapsu de contra dirigat mediclinium, donec per utrumque foramen alterum ex adverso limitem contempletur. Quo inspecto numerum graduum, in quo mediclinium steterit, ad totum latus quadrati comparet, et quae proportio inventa fuerit, eadem inter staturam mensoris et planitiem metiendam erit. In planimetria statura non additur, sicut in altimetria, propterea quod ipsa principalis cathetus est, et utrumque triangulum perfectum; et cave, ut semper cathetus catheto et basis basi conferatur, ne permutatio proportionem perturbet. Si igitur in primo triangulo catheti quantitas nota est et proportio eius, nota erit quantitas basis eius, quae est planities metiendam. Si enim duo sunt, et quantitas unius nota est et proportio, etiam alterius quantitas nota esse videbitur.

37. Quod si volueris aliter vestigare, sic facies. Pone virgam ante te aequalem cum statura tua, appositae oculo summitate eius aliam virgam subtus vice basis iacentem ei orthogonaliter adiunge, quam sursum ac deorsum promovens tamdiu captes, quousque a summitate stantis per finem iacentis extremum areae metiendae limitem aspicias. Et quia duo exurgunt triangula sub eadem hypotenusa orthogonaliter constituta, in eadem proportione utraque erunt. Eadem igitur proportione erit basis maioris trigoni, quae est planities, cum catheto eiusdem, quod est statura mensoris, quae etiam inventa fuerit in basi minoris trigoni, quae est virga orthogonaliter iacens, ad cathetum suum, id est pars virgae stantis a contactu iacentis et supra. Sed minoris basis quantitas nota est, et proportio eius: igitur catheti eiusdem quantitas nota erit. Similiter maioris catheti, quae est statura mensoris, quantitas nota et proportio eius: igitur et basis illius, quae est planities a pede mensoris usque ad terminum ulteriorem, quantitate nota esse necesse est.

209, col. 1

38. Si virga, quam in termino epiphaniae pro catheto erexisti, minor fuerit statura tua, tantum | retrocedas, donec per summitatem eius ulteriorem limitem videas sicut prius. Deinde virga alia a summitate stantis usque ad staturam tuam orthogonaliter ducta, eandem cum superiore ab attacta eius parte staturae tuae compara, et qualem ipsa cum parte staturae tuae, quam supra se pro catheto habet, proportionem retinuerit, eandem tota planities metiendam ad staturam tuam integram habeat. Et est nota prima quantitas et proportio prima, similiter et secunda proportio nota est, et quantitas in uno: igitur etiam quantitas in alio. De practica in planimetria

haec ad praesens sufficere volumus, deinceps ad cosmimetriam prosequendam accingamus.

39. Mensura mundi a centro medio inchoans in diametris et circumferentiis caelestis sphaerae et subiectorum circularum omnium proportione exerescente discurrit, et in his omnibus, quae ad haec probata consequuntur, speculationem exercet, certos limites principii et finis omnibus assignans et intervallorum spacia cunctorum in certa proportione et quantitate constituens. Cuius speculationem nos a centro medio inchoantes et reliquum ordinem progrediamur. Terra igitur in hoc mundi sensibilis globo medio constituta loco vicem puncti obtinet, quod in circumferentia circuli aequali undique distantia ambitum centrum vocant, hoc igitur licet ad illam incomprehensibilem sphaerae caelestis, quae omnia suo ambitu includit, immensitatem comparata quodammodo secundum naturam puncti indivisibilis videatur, in se tamen considerata nostris angustiis inaeestimabilem magnitudinem praefert. Ab hac igitur totius huius investigationis excursus exordium sumet. Et primum ambitus terrae totius quantus sit, explicandum videtur, et quemadmodum humanus sensus ad hunc comprehendendum accesserit, revolvendum. Terrae igitur ambitus a veteribus in occulta naturae dispositione perquirenda studiosis ducenta quinquaginta duo milia stadiorum continere probatus est. Stadium | autem octava pars est miliaris habens passus CXXV; 209, col. 2  
ducenta igitur et quinquaginta duo milia stadiorum faciunt miliaria triginta et unum milia quinquaginta. Quae si per CCCLX gradus dividantur, eveniunt unicuique stadia septingenta, hoc est octoginta septem miliaria et semis unum, id est dimidium. Huius inventionis primus Erathostenes fertur, qui in hac disciplina spectabilis et sagacissimus eorum, quae latent, scrutator exstitit. Hic itaque, cum terrae ambitum aestimare diserneret, tali arte viam sibi fecisse dicitur, et hoc argumento satis mirabili ingenio excogitato usus memoratur. Nam a mensuris regis Ptolomaei adiutus, qui totam Aegyptum tenebat, a Syene usque ad Meroen horoscopicis vasibus cum aequali gnomonum dimensione dispositis, et per singula vasa singulis gnomonicae disputationis doctissimos ordinans una die omnes umbram meridianam observare praecepit. Qua per singulos gnomones comperit, quod ultra septingenta stadia ad unius longitudinis gnomonem umbra non respondit. Post haec altiori ingenio veritatem huius rei persequens substellatae noctis tempore sumpto astrolapsu, quod secundum ambitum terrae et firmamenti in CCCLX gradus per circuitum dividitur, et per utrumque mediclinii foramen polo inspecto, gradum, in quo mediclinium stetit, diligenti annotatione signavit, et profectus in directa linea a meridie contra septentrionem rursus sequenti nocte polum per utrumque foramen mediclinii contemplatus, et tertio similiter tandem uno gradu mediclinium ad superiora promotum invenit. Tunc dictante ratione huius itineris spacium diligenter emensus, invenit DCC stadia sive miliaria LXXXVII et semis unum, id est dimidium. Post haec datis unicuique de CCCLX totius circuli gradibus totidem inventus

est totius terrae ambitus CCLII stadia sive XXXI. D miliaria continere. Atque ita probabili ratione concludit, quod partes sive gradus CCCLX, quibus omnis | Zodiaci circuli tractus ac caelestis sphaerae circuitus dividitur, ad terras usque perveniant, et pars, quae ibi compertae et inaestimabilis mensurae est, in terra sub certa mensura cadat.

40. Terrae ambitu comparato quantitatem diametri inquireamus. Omne diametrum triplicatum et addita septima parte circum facit. Igitur de omni circulo ablata XXII<sup>a</sup> parte, et eius, quod remanet, sumpta tertia quantitas diametri est. Si igitur de CCLII milibus stadiis XXII<sup>a</sup> auferatur, quae constat in XI. CCC. LIII, sed et XII. XXII<sup>ae</sup> unius stadii, remanent CCXL. DXLV et X. XXII<sup>ae</sup> unius stadii, cuius summae pars tertia sumpta facit diametrum terrae in LXXX. CLXXXI stadiis semisse et septem XXII<sup>is</sup> unius stadii, quamvis Macrobius idem diametrum LXXX stadia vel non multum plus habere dicat. Nunc ita consequenter pandendum est, qualiter ad altitudinem solis comprehendendam prisca sagacitas pervenerit.

41. Sole medio die constituto desuper et suae lucis radios in omnem partem spargente triangula forma pari proportione circumquaque exurgit, uno in medio omnium triangulorum, ad quamcumque partem sumantur, qui est altitudo solis, hypotenusae vero ex omni parte sunt radii obliquo ductu a sole in terram porrecti, et unam aliquam partem deorsum in superficie terrae intra se et cathetum pro basi apprehedentes. Quodcumque igitur corpus, quod per cathetum erectum sub radio solis in oppositam partem umbram proicit, triangulum format in eadem proportione manens, cum sit orthogonium sub eadem hypotenusa constitutum. Qualis ergo proportio inter umbram deorsum iacentem et corpus illud quodcumque erectum, a quo umbra formatur, fuerit, talis procul dubio inter spacium illud, quod a fine umbrae ulteriorem retrorsum usque sub solem vice basis protensum est, et ipsam altitudinem solis proportio erit. Hac consideratione altitudo solis primum comparata ab Aegyptiis creditur, quod et aequalitate regionis et vicinia solis adiuti mensuram interiacentis spacii facere et comprehendere potuerunt. Inventa est igitur altitudo solis super terram stadia quater milia octingenta et XX milia, quod est quadragesies octies centena milia et XX milia. Si ergo ab altera quoque parte usque ad solis circumferentiam par mensura tendatur, dupla quantitas exurgit: nonagesies sexies centena milia et XL milia. Quibus si diametros terrae media iungatur, quae est LXXX stadia CLXXXI semis et septem XXII<sup>ae</sup> unius, erit integra solaris circuli diametros a circumferentia in circumferentiam per medium centrum: nonagesies septies centena milia et XX. CLXXXI et semis et septem XXII<sup>ae</sup> unius. Quae si secundum rationem circuli triplicationi suae septimam partem adiecerit, faciet trecenties quinquies centena milia XLVIII.

209', col. 1

209', col. 2



CXLII, dextantem et septimam sextantis unius stadii, et haec est perfecta quantitas circuli solaris. Hanc vero computationem quam ob causam Macrobius ita negligenter praeterierit, ignoro, sive quia aput philosophos diametrum centri quasi punctum indivisibile ad mensuram computandum non est. Ergo ut breviter in unum dicta colligamus, diametrum continet stadia LXXX milia CLXXXI et semissem et septem XXII<sup>ae</sup> unius; ambitus terrae continet stadia ducenta quinquaginta duo milia; altitudo solis quadragesies octies centena milia et XX milia; diametrum circuli solaris continet stadia nonagesies septies centena milia et XX. CLXXXI, semissem et septem XXII<sup>ae</sup> unius; circulus solaris continet stadia trecenties quinquies centena milia XLVIII. CXLII, dextantem et septimam dextantis unius stadii.

42. Sed antequam ad reliqua, quae sequuntur, progrediamur, adhuc de altitudine solis, qualiter ab his etiam, qui remoti sunt, in qualibet terrae regione comprehendi possit, manifestandum est. Ad quod duos modos propono: unum secundum umbram gnomonis, alium secundum medicinium et radium solis. Secundum gnomonem sic. Erigatur orthogonaliter gnomo cuiuslibet quantitatis ad radium solis | in media die. Deinde umbra, quam gnomo proicit, diligenter cum ipso comparetur, et eadem proportio inter altitudinem solis et spacium, quod interiacet, esse pronuncietur. Et quia illius spacii quantitas propter sui immensitatem actu investigare non potest, arte retrorsum est metiendum. Quapropter mentor ad secundam stationem retrorsum pergat, et iterum supradicto gnomone erecto umbram ad comparisonem adducat, iterumque eandem inter altitudinem solis et spacium, quod interiectum est, comparatione pronuncietur, quae fuerit inter gnomonem et umbram eius comparatio inventa. Et videat, quantum basis secunda primam superet, quia hoc spacium est, quod interest inter primam et secundam stationem. Quo diligenter emenso per eius quantitatem caetera omnia facile patescunt. Haec breviter transeurimus, propterea quod omnia ex supradictis certissime constant. 210, col.

43. Est autem alius modus longe isto facilior, nec tamen laborem expetens, in quo id magis mireris, quod tam difficilis, tamque sublimis res sine arguitione et sine laboriosa scrutatione manifesta fiat. Ambitus firmamenti totius, qui in CCCLX gradus divisus est, terrae ambitum ita medio libratum loco complectitur, ut a singulis suae divisionis interstitiis rectis lineis deorsum deductis in totidem partes ipsum ambitum terreni globi distinguere videatur. Quo fit, ut illae caelestis partes globi, licet incomprehensibilis sint magnitudinis, his tamen, quae in ambitu terrae sub certa tenentur mensura, paribus aequa circuituonis parilitate respondeant. Si ergo a quibuslibet duobus gradibus ex CCCLX firmamenti gradibus lineae rectae usque ad gradus terrae deducantur, quot gradus desuper ex gradibus firmamenti intra se continent, deorsum totidem ex minoribus gradibus terreni ambitus complectentur, et quam pro-

210, col. 2

portionem eorum intervallum desuper ad totum firmamenti ambitum habuerit, procul dubio distantia ipsorum deorsum ad totum terrae circumulum continebit. Sole igitur in linea meridiana desuper constituto sublevato astrolapsu contra eius radium mediclinium disponamus, eumque cum normaliter per utraque mediclinii foramina in directum transire viderimus, reducto statim instrumento, quot gradus inter mediclinium et lineam meridianam, dum supernumerentur, perquiramus. Quibus inventis totidem inter solem et verticem mundi de CCCLX firmamenti gradibus nullatenus dubitemus, et per hoc deorsum inter nos et eum locum, qui recta linea desuper solem suscipit, totidem de CCCLX gradibus, quos ambitus terrae continet, verissime affirmamus. Cumque trecentesimae sexagesimae partis terreni ambitus mensura nota sit, numero graduum invento consequenter omnium simul mensura nota erit. Si autem basis mensura et catheti proportio nota fuerit, etiam mensura catheti secundum supradictam regulam nota erit. Et de altitudine quidem solis haec ad praesens dicta sufficiant. Nunc de perquirenda magnitudine solaris globi et diametro eius subsequens sermo exordium sumit.

210', col. 1

44. Die aequinoctiali ante solis ortum cosmimetra vas horoscopium cum certis horarum interstitiis signatum gnomone adhibito ita disposuit, ut primum emergentis radium stilus excipiens umbram in oppositum super primam lineam horae limitem signantem dirigeret, locusque ipse, qui primum umbrae venientis attackum excipit, notae impressioni signatus est, observatusque diligenterque percursus umbrae, donec solis orbis totus ab horizonte ita integer emersisset, ut adhuc una summitas orizzonti videretur insidere, et locus, quem tunc umbra de stilo cadens occupavit, notatus. Habitaque dimensione inter primam et secundum umbrae notam, quae integrum solis orbem, hoc est diametrum, notae de duabus eius summitatibus metiebantur, inventa est pars nona eius spacia, quod inter primum et secundum limitem primae horae inveniebatur. Unde certum est, quod unam aequinoctialem horam integram faciet solaris orbis novies repetitus accessus, et quia totum caelestis emisphaerium XII integris horis aequinoctialibus revolvitur, tota autem sphaera XXIII horis circumvagatur, XXIII vero novem unicuique datis CCXVI complentur, solis diametrum sui circuli | ducentesima sextadecima pars necessaria consequente ratione probatum est. Et si cui haec ratio fortasse vacillare videatur propter motum solis, eo quod in ulteriora sine cessatione progrediens ampliori, quam quantitas sua exigeret, in ortu sua mora mensorem fefellisse credatur, potest per astrolapsum huius rei certissimum capere experimentum, emergente solis sphaera et insidente adhuc orizzonti margini si ipsum mediclinium ad eius summitatem levaverit, et gradus, qui subterius supra mediclinium apparent, ad totum quadrantem comparaverit, eamque inter diametrum solis et circuli quadrantem esse dixerit proportionem.

45. Diametro solaris globi invento ratione circuli quantitas eius orbis facile cognoscitur, si secundum supradictam regulam

triplicationi diametri septima pars adiciatur. Diametros autem quia verissima ratione solaris circumferentiae ducentesima sextadecima pars probata est, terrae diametrum multum excedere invenitur, licet tamen ad duplarem proportionem nullatenus exurgit. Nam XVIII. XXXII stadiis  $\frac{1}{4}$  et s unius et eo amplius minus continet eius duplo, quamvis Macrobius fere duplam habere asserit proportionem ad illam, temperamento igitur assertionis usus iusto, tam audaci in audiendo, quam prius in terrae diametro in demendo fuit, forsitan debere taedio lectorem parcens in multiplicatis numeris consummatae.

Nunc superest, ut per diametron solis et per diametron circuli solaris umbram terrae aestimemus ex diametro eius. Ponamus igitur summam in medium, et videamus, quod ratione dictante ex his consequatur. Diametros solaris circuli, sicut supradictum est, continet stadia nonagies septies centena milia et XX. CLXXXI semissem et septem XXII<sup>as</sup> unius stadii; diametros solis continet stadia centum XLI milia CCCXXXI sextantem semunciam unius et ducentisimam sextamdecimam partem unius integri et unius dextantis et unius septimae partis sextantis unius stadii. Haec est integra diametros solis | ; diametros terrae continet stadia LXXX. 210', col. CLXXXI semissem et septem XXII<sup>as</sup> unius.

46. Si duo catheti ad eandem basim erigantur, alter in capite duplus, et alter in medio subduplus, eandem hypotenusam contingit eidem basi concurrentem. Quodsi fuerint impares, a duplo catheti alia atque hypotenusam concurrent ad eandem basim a principio et medio, et minoris quidem catheti hypotenusam a medio vel secundo catheto et deinceps subterius tendet maioris desuper. Exemplum utriusque subterius formavimus sic. Sint duo catheti duplus et subduplus ad eandem basim a principio et medio taliter. Sint autem duo catheti ad eandem basim a principio et medio impares a duplo, hoc est non dupli primus, primo maior duplo hoc modo. Deinde primus minor duplo, et erit figura talis. Et imparibus quidem a duplo, si id, quo primus minor est duplo secundi, basi quater adiectum fuerit, hypotenusae concurrent; et in imparibus quidem a duplo, si id, quo primus minor duplo secundi, basi quater adiectum fuerit, hypotenusae concurrent, et erit utrique catheti eandem hypotenusam contingentes eidem basi cum adiectione concurrent in hunc modum (Fig. 19).

47. Sit ergo diametros circuli solaris pro basi a circumferentia in circumferentiam per medium centrum ducta, et terrae diametrum per medium secans medietatem supra et medietatem infra relinquat. Deinde in capite, ubi circumferentia circuli sui contingit solis, ei orbis per medium centrum affigatur ita, ut ad ipsam pro basi iacentem sursum et deorsum catheti erecti videantur in principio basis diametros solis a medietate sursum et a medietate deorsum. Si ergo tota diametros solaris globi ad totam diametron terrae dupla esset, et medietas eius, quae est cathetus in principio

211, col. 1 basis utrimque erectus, ad medietatem illius, | quae est cathetus in medio basis utrimque erectus, dupla existeret. Nunc vero quia minor est dupla ad totam medietatem eius, necesse est esse dupla minor medietati illius comparata. Omne autem comparatum alteri qualibet differentia illud excedit, medietatem quoque eius medietatem eiusdem illius medietate excedere convenit. Nos autem superius diametron solis in stadiis  $\overline{\text{CXII}}$ .  $\overline{\text{CCCCXXXI}}$  sextante, semuncia et ducentesima sextadecima parte unius integri stadii et dextantis constare probavimus, diametron autem terrae integrum in stadiis  $\overline{\text{LXXX}}$ .  $\overline{\text{CLXXXI}}$ , semisse et septem vicesimis secundis unius stadii diximus contineri. Si ergo minorem numerum de maiori abstrahas, relinquitur differentia integra utriusque. Demantur itaque  $\overline{\text{LXXX}}$ .  $\overline{\text{CLXXXI}}$  semis et septem vicesimae secundae unius de maiori diametro numero, remanent  $\overline{\text{LXI}}$ .  $\overline{\text{CCXLVIII}}$  sextans, semuncia, quatuor  $\overline{\text{XXII}}^{\text{ae}}$  et ducentesima sextadecima pars unius stadii et unius dextantis et unius septimae sextantis. Et haec est differentia integra inter diametrum solis et diametrum terrae. Huius parte dimidia, quae est  $\overline{\text{XXX}}$ .  $\overline{\text{DCXXIII}}$  semis, uncia, sicilicus, duae  $\overline{\text{XXII}}^{\text{ae}}$  et quadringentesima centesima unius stadii et unius dextantis et unius septimae sextantis, dimidia solis diametros dimidium terrae superat. Quae differentia cum ad duplam proportionem non excrescat, dispositis cathetis ad eandem basim hypotenusae non concurrent.

E x p l i c i t.

**Commentar.**

Für den folgenden Commentar habe ich den in der Handschrift ebenfalls vorhandenen Absätzen zur leichtern Auffindung und Verweisung Ordnungsnummern vorgesetzt. Jeder solche Absatz beginnt im Manuscripte mit einer neuen Zeile und größerem Anfangsbuchstaben, dagegen ist das Paragraphenzeichen §. in demselben nur ausnahmsweise gesetzt worden. Die Figuren sind sehr sauber gezeichnet. Da aber jede Perspective fehlt, so sind die ersten Figuren völlig unverständlich geworden. Ich habe daher neben die Figur der Handschrift eine von mir entworfene richtige Figur gezeichnet, um so dem leichten Verständnis zu Hilfe zu kommen.

Nach einigen einleitenden Worten, in welchen der Verfasser den Vorwurf seines Werkes darlegt und die Verdienste seiner Vorgänger gebührend hervorhebt, gibt er in den beiden ersten Paragraphen Erklärungen von Linie, Oberfläche, Körper. Weiter unterscheidet er zwischen speculativer und praktischer Geometrie. Während die erste die Eigenschaften der Gestalten nur durch Vernunftschlüsse untersucht, misst die zweite mit Hilfe von Instrumenten unter Zuhilfenahme von Proportionalitäten die in der Natur wirklich vorkommenden Abmessungen. Sie zerfällt in Höhenmessung, zu der auch die Tiefenmessung gehört; Planimetrie, d. h. Längenmessung; und Cosmimetrie, d. h. die Messung des Umfanges der Erde und der Entfernung der Sonne von ihr, sowie der Länge der Sonnenbahn. Höhe und Tiefe werde im Sprachgebrauche häufig als gleichgeltend gebraucht, wie wenn man von der Tiefe des Himmels und der Meereshöhe spreche. Die ganze praktische Geometrie komme aber auf die Betrachtung eines rechtwinkligen Dreieckes zurück. Deshalb zeigt §. 3 zunächst, was man unter einem rechtwinkligen Dreieck zu verstehen hat, und macht besonders auf die Eigenschaften aufmerksam, dass ein solches nie gleichseitig, sondern höchstens gleichschenkelig sein kann, und dass der Inhalt desselben die Hälfte des Rechteckes (quadratum) sei, welches die Katheten desselben zu Seiten hat. Es folgt aber daraus die Nothwendigkeit zu zeigen, wie in der Natur dieses rechtwinklige Dreieck vorhanden ist. Zu dem Endzweck definiert der Verfasser zunächst den Horizont, zieht in demselben die beiden senkrechten Durchmesser  $OW$ ,  $NS$  und dann durch ihre Endpunkte und den Scheitelpunkt die beiden Hauptkreise, und zerlegt so das ganze Himmelsgewölbe in vier Quadranten. Errichtet er nun noch im Mittelpunkte des Horizontes das Loth bis zum Scheitelpunkte, so hat er dadurch die rechtwinkligen Dreiecke erhalten, von denen er seinen Ausgang nimmt. §. 4 und 5 beschäftigen sich weiter mit den so erhaltenen acht Dreiecken, von denen vier oberhalb, vier unterhalb des Horizontes

liegen, und vergleichen sie in Bezug auf ihre gegenseitige Lage. §. 6 zeigt, dass rechtwinklige Dreiecke ähnlich sind, wenn sie durch zwei Lothe auf derselben Basis von einem Winkel abgeschnitten werden, aber auch dann, wenn die Katheten des einen denen des andern parallel sind, während die Hypotenusen zusammenfallen. Verfasser nennt solche Dreiecke „sub eadem hypotenusa descripta“. Wo später dieser Ausdruck gebraucht wird, sind stets solche Dreiecke darunter zu verstehen. Nach diesen Vorbereitungen geht er zu dem eigentlichen Gegenstande der Betrachtung über. Zunächst handelt er von der Höhenmessung. Im §. 7—9 zeigt er, dass hier zunächst das rechtwinklige Dreieck vorhanden ist. Kathete ist die zu messende Höhe selbst, Basis die Entfernung des Beobachtungsortes vom Fußpunkte derselben, Hypotenuse der Sehstrahl. Im §. 10 macht uns der Verfasser mit dem Hauptmessinstrumente, dem Astrolabium, bekannt, soweit dasselbe zu feldmesserischen Arbeiten benutzt wird, und zeigt im §. 11—14, in welcher Weise dasselbe zur Messung gebraucht wird. Nachdem er so die Beschreibung und die Art der Beobachtung mit demselben auseinandergesetzt hat, geht er nun zu der wirklichen Praxis über. Hier werde ich mir erlauben die Paragraphen oder Capitel der Geometrie Gerberts nach der Ausgabe von Olleris<sup>1)</sup> anzugeben, welche den Paragraphen unseres Autors entsprechen. §. 15 = Gerbert Cap. XVI zum Theil wörtlich übereinstimmend. §. 16 ist sehr wichtig; er zeigt, dass die zu der jedesmaligen Entfernung des Beobachters hinzuzufügende *statura mensoris* für jede Station eine andere, in jedem Falle neu zu berechnende ist, und dass diejenigen, welche jedesmal die Entfernung des Auges von dem Erdboden als solche benutzen, einen Fehler begehen. Mir ist weder vorher noch nachher eine Arbeit aufgestoßen, in welcher auf diesen wichtigen Umstand hingewiesen wäre. Auch bei Dominicus Parisiensis sucht man danach vergebens. §. 17 = Gerbert Cap. XVI von „*Si vero non in medietate quadrati*“ an. §. 18 = Gerbert Cap. XVIII. §. 19 = Gerbert Cap. XVII bis auf das benutzte Beispiel. §. 20 = Gerbert Cap. XXV, zweiter Absatz in erweiterter Gestalt. §. 21 = Gerbert Cap. XXXI. §. 22 = Gerbert Cap. XXX. Bei diesen beiden Capiteln macht unser Verfasser die Bemerkung, dass man zu seiner Zeit dem massiven Dreieck Füße unterstelle, oder es mit der Hand in die Höhe halte, weil sich das so oft auf die Erdewerfen lächerlich ansehe; man müsse natürlich dann die Höhe des Auges über dem Erdboden proportional der Entfernung hinzulegen. §. 23 = Gerbert Cap. XXV, zweite Überschrift. §. 24 = Gerbert Cap. XXVII und XXVIII. §. 25 findet bei Gerbert kein entsprechendes Capitel. Dieser §. will zeigen, wie man überschlagen kann, ob eine bestimmte Höhe

<sup>1)</sup> Oeuvres de Gerbert, Pape sous le nom de Silvestre II, publiés par A. Olleris. Clermont-Ferrand et Paris, 1867. 4°.

für ein auszuführendes Werk genügt oder nicht. Er gibt dazu zwei Anleitungen, eine vermittelt Visieren über einen senkrechten Stab, die andere durch Vergleichung des Schattens. Dagegen ist §. 26 mit Gerbert Cap. XXV, 1. Absatz identisch. §. 27 = Gerbert Cap. XXIV und §. 28 = Gerbert Cap. XXXVII, §. 29 hat bei Gerbert kein Gegenstück. Er zeigt, wie man die Höhe eines auf einer Anhöhe befindlichen Gegenstandes bestimmen kann. Man misst natürlich die Höhe des Fußes und die der Spitze und subtrahiert die erhaltenen Werte. §. 30 dagegen ist = Gerbert Cap. XXXII. §. 31 ist dem Wesen, nicht der Form nach mit dem vorhergehenden identisch. In ihm ist eine Bedingung, die im §. 30 erst gesucht wird, als gegeben hingestellt. §. 32 lehrt Tiefenmessung; er ist = Gerbert Cap. XX. Ebenso ist §. 33 = Gerbert Cap. XXI, endlich §. 34 = Gerbert Cap. XXXIV. Der §. 35 gibt eine vollständige Darstellung der in der Anmerkung bei Olleris Seite 446 dargelegten Messmethode. Von ihr sagt der Verfasser, er habe sie nicht selbst versucht, sondern setze sie nur der Vollständigkeit halber hierher. Jetzt ist das, was unser Verfasser unter *Altimetria* versteht, zu Ende, und geht er nun zur *Planimetria*, der Längenmessung, über. §. 36 ist = Gerbert Cap. XIX, §. 37 = Gerbert Cap. XXVI, endlich §. 38 = Gerbert Cap. XXIX. Damit sind die feldmesserischen Methoden beendet, und der Verfasser geht zur *Cosmetria* über. Von den Gerbert'schen Methoden fehlt also das geometrische Quadrat und die beiden in Cap. 35 und 36 abgehandelten Methoden mit der festen Stange. Es fehlen aber auch die beiden Capitel 22 und 23, was wohl wieder als ein Zeichen ihrer Unächtheit gedeutet werden kann. Dass unser Verfasser aus dem Ende des XII. Jahrhunderts zweimal das Wort *Alhidada* anwendet, ist nicht wunderbar, da es zu seiner Zeit durch die Arbeiten Hermann des Lahmen gut bekannt war, und wie ich anderswo nachweisen werde, außerdem schon im XI. Jahrhundert eine Übersetzung eines astronomischen Werkes aus dem Arabischen in das Lateinische vorhanden war, das diesen Terminus *technicus* benutzt. Im §. 39 zeigt Verfasser zunächst, dass im Vergleich mit der Himmelsphäre die Erde nur ein Punkt zu nennen sei, für uns Menschen aber sei sie von unermesslicher Größe. Wie nun durch Eratosthenes der Umfang der Erde zu 252.000 Stadien oder 31.500 Meilen gefunden sei, zeigt er genau so, wie Gerbert im Cap. XCIII, nur dass er ausführlicher den von Eratosthenes eingeschlagenen Weg auseinandersetzt. §. 40 berechnet dann durch Division mit  $\frac{7}{23}$  den Durchmesser der Erde gleich 80 181 Stadien  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{7}{227}$ , während Macrobius denselben nur zu 80.000 Stadien angebe. Im §. 42 wird der Durchmesser der Sonnenbahn zu 9,720.181  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{7}{23}$  Stadien gefunden, während die Entfernung der Erde von der Sonne 482.000 Stadien betrage; der Umkreis der Sonnenbahn aber wird zu 305,490.142 Stadien gefunden. §. 42 versucht die Entfernung der Sonne, wie der Verfasser sagt, die Sonnenhöhe, in

ähnlicher Weise durch zwei Beobachtungen von verschiedenen Punkten der Erde aus zu bestimmen, wie er früher die Höhe eines unzugänglichen Gegenstandes gemessen hat. Dass er den theoretischen Vorschlag niemals praktisch durchzuführen versucht hat, ist selbstverständlich. Der im §. 43 weiter gemachte Vorschlag ist ebenso unglücklich. Im §. 44 und 45 wird, wieder nach *Macrobios*, auseinandergesetzt, wie man versucht hat, den Durchmesser und den Umkreis der Sonne zu bestimmen. §. 46 endlich zeigt, dass der Schatten der Erde niemals bis zur Sonne reichen kann. Der Sonnendurchmesser ist vorher als nicht ganz zweimal so groß als der der Erde gefunden worden.

Die ganze vorliegende Abhandlung ist von hohem Interesse. Sie zeigt den gewaltigen Fortschritt, welcher in der Erkenntnis der von Gerbert und vor ihm gelehrten Methoden eingetreten ist. Was damals nur an Beispielen gelehrt wurde, ohne dass ein Beweis verlangt zu werden schien, ist hier deutlich und klar, aber immerhin, da die Figuren der Buchstaben ermangeln, in sehr umständlicher Weise bewiesen. Ich stehe nicht an zu erklären, dass sie für mich die interessanteste Darstellung war, welche mir bis jetzt aus dem frühen Mittelalter vorgekommen ist. Einen ähnlichen Fortschritt, wie sie gegen Gerbert darstellt, weist wieder *Dominicus de Clavasio* in Bezug auf sie selbst auf, bei welchem wirklich euklidisch durchgeführte Beweise sich finden, und der, obwohl er alle bei Gerbert und meinem Anonymus vorkommenden Fälle ebenfalls vorführt, auch eine Reihe wahrscheinlich ihm angehörender neuer Methoden zur Anwendung bringt, von denen eine Art Vorwegnahme des einfachsten Messtischverfahrens vor allem hervorgehoben werden muss.

Nachschrift vom 15. Mai 1897.

Der Schreiber des ersten Theiles fraglicher Handschrift, Clm. 13021 (Rat. civ. 21), ist der unter dem Abte Eberhard des Klosters Prüfening bei Regensburg (1163—1168) schreibende *Frater Sigiboto*, welcher auch den *Cassiodorus* des Clm. 13072 gefertigt hat. Dadurch ist die Zeit des Codex festbestimmt.

---