

II. *Bestimmung der Elasticitätsconstanten einiger dichter Mineralien; von P. Drude und W. Voigt.*

Mitgetheilt von W. Voigt.

Die im Folgenden mitgetheilten Untersuchungen über die Elasticitätsverhältnisse dichter Mineralien sollen einerseits nur Zahlenwerthe für gewisse wohldefinierte und nach aller Wahrscheinlichkeit, wie auch nach dem Resultat der angestellten Prüfungen sehr vollständig isotrope Körper liefern, andererseits aber und hauptsächlich zur Prüfung der von mir früher mitgetheilten Theorie der Elasticität für isotrope Körper dienen.

Nach dieser Theorie¹⁾ bestehen die meisten, vielleicht alle uns isotrop erscheinenden Körper aus Krystallfragmenten, welche in allen möglichen Orientirungen theils mit, theils ohne ein zwischenliegendes Bindemittel aneinander gefügt sind. Sind diese Krystallbrocken sämmtlich von gleicher Substanz, dabei klein gegen die Dimensionen der beobachteten Stücke des Mittels, aber gross gegen die Molecularwirkungssphäre, und erfüllen sie ohne fremde Zwischenschicht den ganzen Körper, so ist es möglich, die Elasticitätsconstanten des aus ihnen gebildeten „quasi isotropen“ Körpers aus denjenigen der regelmässig krystallisirten Substanz zu berechnen. Befinden sich aber zwischen den einzelnen Fragmenten Räume von derselben Grössenordnung, welche mit Luft oder einem andern Mittel von sehr geringem elastischen Widerstand erfüllt sind, so werden die absoluten Werthe der Constanten zwar kleiner ausfallen, als die vorstehende Berechnung ergibt, ihr Verhältniss aber wird den berechneten Werth sehr nahe annehmen müssen.

Eine experimentelle Prüfung der auseinandergesetzten Theorie erfordert die Bestimmung der Elasticitätsconstanten mehrerer Substanzen sowohl im regelmässig krystallisirten, als im dichten Vorkommen; über die Schwierigkeit der Auf-

1) W. Voigt, Wied. Ann. 38. p. 573. 1889.

findung hierzu brauchbaren Materiales habe ich früher gesprochen.

Der Untersuchung sind unterworfen worden: Dichter Flussspath, Solnhofener Lithographenstein, zwei Sorten dichter Baryt, Feuerstein, Opal, zwei Sorten Obsidian; die Mittheilung der an ihnen erhaltenen Resultate bildet den Inhalt der nachfolgenden Arbeit.

Die Zahlwerthe, welche die Beobachtung der erstgenannten vier Substanzen geliefert hat, sind, soweit sie zur Prüfung der erwähnten Theorie dienen konnten, schon früher mitgetheilt worden.¹⁾ Die Uebereinstimmung der beobachteten mit den berechneten Constantenverhältnissen war im Allgemeinen befriedigend, in einem Falle sogar sehr gut.

Von den an den übrigen Mineralien erhaltenen Constanten kommen die auf die Obsidiane bezüglichen für die Prüfung der Theorie garnicht in Betracht. Von den Feuerstein und Opal entsprechenden Zahlen möchte man von vornherein das Gleiche annehmen; indessen wird sich zeigen, dass ihnen doch für die angeregte Frage eine gewisse und, wie mir scheint, sehr entscheidende Bedeutung zukommt.

Von den Messungen hat Hr. Drude den grössten Theil der Dimensions- und Biegungsbeobachtungen ausgeführt, ich habe die übrigen, sowie sämtliche Drillungsbeobachtungen angestellt. Die Mittheilung der Resultate geschieht im Folgenden ebenso auszugsweise, wie in den früheren, die Elasticitätsconstanten regelmässiger Krystalle betreffenden Publicationen; etwas ausführlichere Beobachtungstabellen finden sich an den unten angeführten Orten²⁾. In den Tafeln habe ich, weil mitunter die absoluten Werthe der Biegungs- und Drillungswiderstände E und T für verschiedene Stäbchen in Folge von Unregelmässigkeiten der Form oder von innern Störungen ziemlich von einander abweichen, ihre Verhältnisse aber, auf welche jene Umstände weniger einwirken, nahezu gleich sind, alle auf dasselbe Stäbchen bezüglichen Beobachtungen zusammengestellt.

Um eine gewisse Sicherheit dafür zu erlangen, dass

1) W. Voigt. l. c. p. 585.

2) P. Drude u. W. Voigt, Gött. Nachr. 1889, Nr. 19. 1890, Nr. 16.

innerhalb der untersuchten Körper merkliche Veränderungen der Elasticität mit der Richtung nicht stattfinden, sind, soweit es anging, die Stäbe so geschnitten, dass die Breitseite der einen Gattung (A) in die Ebene der Schmalseite der anderen (B) fällt, während die Längsrichtungen beider übereinstimmen. Wären die Richtungen normal zur Längsaxe elastisch ungleichwerthig, so müssten im Allgemeinen die Drillungen bei diesen beiden Gattungen von Stäben verschiedene Widerstände finden. Indessen hat die Beobachtung in keinem Falle derartiges ergeben.

Die Bedeutung der Bezeichnungen in den folgenden Tafeln ist dieselbe wie in den früher mitgetheilten. L , B , D sind die bei den bezüglichen Messungen in Rechnung zu ziehenden Dimensionen der benutzten Prismen, die ersteren in mm, die letzteren in $(1/992,6)$ mm ausgedrückt. Die η sind die in $0,000\ 295\ 4$ mm ausgedrückten Biegungen bei der Belastung P , die η' die Eindrücke der Lager resp. der Belastungsschneide bei derselben Belastung, berechnet mit Hilfe von besonderen Biegungsbeobachtungen, welche die Stäbchen in der Länge von nur 14 mm benutzten. Die σ sind die bereits von der Tangente auf den Bogen reducirten Ablesungen an der Beobachtungsscala, die erhalten wurden bei einer Drillung des Stäbchens mit dem Gewicht P an dem Hebelarm $R = 36,80$ mm, ausgedrückt in Millimetern der Scala, die um $0,003\ 74$ zu gross waren. Die Scala stand um $A = 5173$ mm von den mit dem gedrillten Stäbchen verbundenen Spiegeln ab.

ϑ ist die Temperatur nach Reaumur, bei welcher die Messungen vorgenommen sind; wo dieselbe nicht ausdrücklich erwähnt ist, war sie nahe 14° .

Die Berechnung der Biegungswiderstände E und Biegungscoëfficienten E geschah nach der Formel:

$$E = \frac{1}{E} = \frac{PL^3}{4(\eta - \eta') D^3 B},$$

die der Drillungswiderstände T und Drillungscoëfficienten T nach:

$$T = \frac{1}{T} = \frac{6 P R L A}{\sigma D^3 B \left(1 - \frac{D}{B} 0,630 \right)};$$

aus ihnen folgen die beiden Elasticitätsconstanten a und b durch die Beziehungen:

$$a = \frac{T(4T - E)}{(3T - E)}, \quad b = \frac{T(E - 2T)}{(3T - E)}.$$

Die Erfüllung der Poisson'schen Relation:

$$a = 3b$$

verlangt, dass: $\frac{E}{T} = 2,5.$

1. Dichter Flussspath von Stolberg am Harz; ich verdanke das bezügliche Stück Herrn Prof. Liebisch.

Farbe grau mit röthlichen Flecken; Gefüge äusserst feinkörnig, doch nicht ganz frei von Störungen und Sprüngen. Gestalt der Stäbchen sehr regelmässig, Politur ziemlich vollkommen.

A I. Biegung. $L = 64,07$, $B = 5986$, $D = 1854,7$, $P = 110$,
 $\eta = 60,55$, $\eta' = 1,70$ $E = 10\,570\,000.$
 Drillung. $L = 50,07$, $B = 5991$, $D = 1855,9$, $P = 100.$
 $\sigma = 42,0$ $T = 4\,280\,000.$
 $E/T = 2,47.$

Der Werth von T ist nicht sehr sicher.

A II. Biegung. $L = 14,07$, $B = 5970$, $D = 1858,1$, $P = 110$,
 $\eta = 2,35$;
 $L = 58,07$,
 $\eta = 45,95$, $\eta' = 1,70$ $E = 10\,420\,000.$
 Drillung. $L = 45,54$, $B = 5976$, $D = 1858,8$, $P = 100$,
 $\sigma = 38,25$ $T = 4\,285\,000.$
 $E/T = 2,44.$

A III. Biegung. $L = 48,07$, $B = 6008,5$, $D = 1841,8$, $P = 110$,
 $\eta = 27,25$, $\eta' = 1,60$ $E = 10\,420\,000.$
 Drillung. $L = 29,06$, $B = 6009$, $D = 1842,3$, $P = 100$,
 $\sigma = 25,0$ $T = 4\,300\,000.$
 $E/T = 2,43.$

B I. Biegung. $L = 64,07$, $B = 6135$, $D = 1836,8$, $P = 110$,
 $\eta = 61,25$, $\eta' = 1,60$, $E = 10\,490\,000.$
 Drillung. $L = 49,95$, $B = 6139$, $D = 1837,9$, $P = 100$,
 $\sigma = 42,05$ $T = 4\,254\,000.$
 $E/T = 2,465.$

B II. Biegung. $L = 14,07$, $B = 5888$, $D = 1857,3$, $P = 110$,
 $\eta = 2,15$;
 $L = 48,07$,
 $\eta = 27,35$, $\eta' = 1,60$ $E = 10\,340\,000.$

$$\begin{aligned} \text{Drillung. } L &= 52,45, \quad B = 5901, \quad D = 1855,0, \quad P = 100, \\ \sigma &= 44,8 \qquad \qquad \qquad T = 4\,290\,000. \\ E/T &= 2,41. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Gesamtmittel } E &= 10\,450\,000, \quad E = 9,570 \cdot 10^{-8}, \quad E/T = T/E = 2,44. \\ T &= 4\,282,000, \quad T = 23,35 \cdot 10^{-8}. \\ a &= 11\,900\,000, \quad b = 3\,370\,000, \quad a = 3,53 \cdot b. \end{aligned}$$

2. Solnhofener Lithographenstein, in der bekannten feinkörnigen Structur.

$$\begin{aligned} \text{A I. Biegung. } L &= 14,07, \quad B = 5948, \quad D = 1751,3, \quad P = 110, \\ \eta &= 3,7; \\ L &= 64,07, \\ \eta &= 128,65, \quad \eta' = 2,3 \qquad \qquad \qquad E = 5\,885\,000. \\ \text{Drillung. } L &= 48,50, \quad B = 5945, \quad D = 1753,7, \quad P = 50, \\ \sigma &= 43,8 \qquad \qquad \qquad T = 2\,346\,000. \\ E/T &= 2,51. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B I. Biegung. } L &= 64,07, \quad B = 5957, \quad D = 1769,3, \quad P = 110, \\ \eta &= 124,65, \quad \eta' = 2,30 \qquad \qquad \qquad E = 5\,890\,000. \\ \text{Drillung. } L &= 52,02, \quad B = 5953, \quad D = 1771,0, \quad P = 50, \\ \sigma &= 45,3, \qquad \qquad \qquad T = 2\,362\,000. \\ E/T &= 2,495. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Mittel } E &= 5\,888\,000, \quad E = 16,98 \cdot 10^{-8}, \quad E/T = T/E = 2,505. \\ T &= 2\,354\,000, \quad T = 42,48 \cdot 10^{-8}. \\ a &= 7\,070\,000, \quad b = 2\,370\,000, \quad a = 2,99 \cdot b. \end{aligned}$$

3. Dichter Baryt von Clausthal im Harz, hell grau-grünlich; anscheinend ziemlich homogen und wenig gestört. Eingeschlossene Körnchen einer härteren Substanz bilden auf den polirten Flächen kleine Erhebungen und erschweren die Bestimmung der Dicke der Stäbchen.

$$\begin{aligned} \text{A I. Biegung. } L &= 61,07, \quad B = 6120, \quad D = 1268, \quad P = 110, \\ \eta &= 232,9, \quad \eta' = 2,7, \qquad \qquad \qquad E = 5\,880\,000. \\ \text{Drillung. } L &= 48,20, \quad B = 6128, \quad D = 1267, \quad P = 40, \\ \sigma &= 86,6, \qquad \qquad \qquad T = 2\,270\,000. \\ E/T &= 2,59. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{A II. Biegung. } L &= 14,07, \quad B = 6125, \quad D = 1259, \quad P = 110, \\ \eta &= 5,8; \\ L &= 61,07, \\ \eta &= 289,2, \quad \eta' = 2,3, \qquad \qquad \qquad E = 5\,880\,000. \\ \text{Drillung. } L &= 32,33, \quad B = 6127, \quad D = 1252, \quad P = 40, \\ \sigma &= 53,5, \qquad \qquad \qquad T = 2\,330\,000. \\ E/T &= 2,52. \end{aligned}$$

5. **Feuerstein** von der Insel Rügen, durch die Güte des Hrn. Prof. Cohen in Greifswald erhalten. Im ganzen Stücke dunkelgrau, zu Stäbchen geschnitten im durchgehenden Lichte hell gelbbraun. Die Herstellung der Stäbchen hat infolge der Zähigkeit des Materiales grosse Schwierigkeiten verursacht.

A I.	Biegung.	$L=14,07,$ $\eta=5,0,$ $L=70,07,$ $\eta=353,4,$	$B=6312,$ $\eta'=2,1,$	$D=1226,7,$	$P=110,$	$\vartheta=14,$	$E = 7\,598\,000.$
	Drillung.	$L=57,11,$ $\sigma=87,8,$	$B=6318,$	$D=1227,3,$	$P=50,$	$\vartheta=14,5,$	$T = 3\,510\,000.$ $E/T = 2,17.$
A II.	Biegung.	$L=66,07,$ $\eta=298,7,$	$B=6338,$ $\eta'=2,1,$	$D=1222,2,$	$P=110,$	$\vartheta=15,$	$E = 7\,590\,000.$
	Drillung.	$L=52,23,$ $\sigma=80,5,$	$B=6337,$	$D=1223,4,$	$P=50,$	$\vartheta=16,$	$T = 3\,522\,000.$ $E/T = 2,155.$
A III.	Biegung.	$L=66,07,$ $\eta=367,4,$	$B=5740,$ $\eta'=2,4,$	$D=1180,2,$	$P=110,$	$\vartheta=14,$	$E = 7\,583\,000.$
B I.	Biegung.	$L=14,07,$ $\eta=5,0;$ $L=64,07,$ $\eta=273,2,$	$B=6432,$ $\eta'=2,1,$	$D=1215,6,$	$P=110,$	$\vartheta=14,5,$	$E = 7\,589\,000.$
	Drillung.	$L=56,84,$ $\sigma=87,3,$	$B=6438,$	$D=1217,1,$	$P=50,$	$\vartheta=15,$	$T = 3\,522\,000.$ $E/T = 2,155.$
B II.	Biegung.	$L=64,07,$ $\eta=265,8,$	$B=6436,$ $\eta'=2,1,$	$D=1224,0,$	$P=110,$	$\vartheta=14,3,$	$E = 7\,640\,000.$
	Drillung.	$L=55,08,$ $\sigma=83,05,$	$B=6437,$	$D=1224,6,$	$P=50,$	$\vartheta=14,5,$	$T = 3\,520\,000.$ $E/T = 2,165.$
B III.	Biegung.	$L=62,07,$ $\eta=247,7,$	$B=6434,$ $\eta'=2,1,$	$D=1218,1,$	$P=110,$	$\vartheta=14,$	$E = 7\,568\,000.$
	Drillung.	$L=48,00,$ $\sigma=88,1,$	$B=6441,$	$D=1218,5,$	$P=50,$	$\vartheta=13,2,$	$T = 3\,523\,000.$
Mittel		$E = 7\,597\,000,$ ± 7200	$E = 13,16 \cdot 10^{-4},$ $\pm 0,012$				
		$T = 3\,521\,000,$ ± 1800	$T = 28,41 \cdot 10^{-8},$ $\pm 0,015$	$E/T = T/E = 2,158.$			
Hieraus		$a = 7\,700\,000, \quad b = 523\,000, \quad a = 14,71 \cdot b.$					

6. **Opal** aus Mexiko; von Hrn. Prof. Liebisch mir freundlichst überlassen.

Ein wasserhelles Stück ohne Farbenspiel, von einigen

Sprüngen durchsetzt, die sich beim Schneiden der Stäbchen noch ausbreiteten. Dieser Umstand gestattete nicht, die Stäbchen in zwei Orientirungen A und B, sondern nur in einer herzustellen. Eine strenge Prüfung der elastischen Isotropie war sonach nicht möglich, auch besitzen die erhaltenen Zahlen der Kürze der Stäbchen wegen nur geringe Genauigkeit.

I. Biegung.	$L = 14,07,$	$B = 6145,$	$D = 603,4,$	$P = 105,$	$\vartheta = 14,$	
	$\eta = 49,5;$					
	$L = 22,07,$					
	$\eta = 181,1,$	$\eta' = 3,7,$				$E = 3\,870\,000.$
Drillung.	$L = 17,05,$	$B = 6146,$	$D = 602,8,$	$P = 10,$	$\vartheta = 13,5,$	
	$\sigma = 81,5,$					$T = 1\,833\,000.$
II. Biegung.	$L = 14,07,$	$B = 6134,$	$D = 607,5,$	$P = 105,$	$\vartheta = 14,$	
	$\eta = 48,5,$	$\eta' = 3,7,$				$E = 3\,908\,000.$
III. Biegung.	$L = 20,07,$	$B = 6144,$	$D = 600,4,$	$P = 105,$	$\vartheta = 14,$	
	$\eta = 139,3,$	$\eta' = 3,7,$				$E = 3\,870\,000.$
Drillung.	$L = 15,70,$	$B = 6144,$	$D = 599,6,$	$P = 10,$	$\vartheta = 14,2,$	
	$\sigma = 76,6,$					$T = 1\,824\,000.$
Mittel $E = 3\,880\,000,$ $E = 25,8 \cdot 10^{-8},$						
$T = 1\,829\,000,$ $T = 54,7 \cdot 10^{-8},$ $E/T = T/E = 2,12.$						
Hieraus $a = 3\,910\,000,$ $b = 272\,000,$ $a = 14,4 \cdot b.$						

7. **Obsidian** von den Liparischen Inseln von Hrn. Dr. Sella in Biella mir freundlichst besorgt.

Farbe unregelmässig hell- und dunkelgrau gefleckt; die Stäbchen sind parallel der Dickenrichtung ziemlich durchsichtig. Die Färbung wird durch in der hellen Grundmasse suspendirte Flocken und Körnchen hervorgebracht. Das Mineral ist ein relativ grobes Gemisch und eine Bestimmung seiner Constanten mit der äussersten Genauigkeit hat keinen Zweck.

Die mir verfügbaren Stücken erlaubten die Herstellung von Stäben in einer Länge bis nahe 11 cm; da mein Torsionsapparat aber die Verwendung so langer Stäbe nicht gestattete und die an einigen kürzeren erhaltenen Werthe von T unter sich gut stimmten, so habe ich die längeren Stücke nicht um der Drillung wegen kürzen mögen.

A I. Biegung.	$L = 85,07,$	$B = 5944,$	$D = 1462,7,$	$P = 60,$	$\vartheta = 14,$	
	$\eta = 246,1,$	$\eta' = 1,5,$				$E = 6\,671\,000.$
Drillung.	$L = 65,24,$	$B = 5932,$	$D = 1463,0,$	$P = 50,$	$\vartheta = 13,$	
	$\sigma = 80,4,$					$T = 2\,859\,000.$

A II.	Biegung.	$L=105,07,$	$B=5946,$	$D=1458,1,$	$P=60,$	$\vartheta=14,$	
		$\eta=470,6,$	$\eta'=1,5,$				$E=6\ 615\ 000.$
A III.	Biegung.	$L=14,07,$	$B=5951,$	$D=1442,4,$	$P=60,$	$\vartheta=14,$	
		$\eta=3,0;$					
		$L=105,7,$					
		$\eta=480,5$	$\eta'=1,5,$				$E=6\ 686\ 000.$
B I.	Biegung.	$L=14,07,$	$B=6006,$	$D=1457,7,$	$P=60,$	$\vartheta=14,$	
		$\eta=2,3;$					
		$L=85,07,$					
		$\eta=246,4,$	$\eta'=1,5,$				$E=6\ 659\ 000.$
	Drillung.	$L=64,78,$	$B=6006,$	$D=1457,2,$	$P=50,$	$\vartheta=14,1,$	
		$\sigma=79,95,$					$T'=2\ 846\ 000.$
B II.	Biegung.	$L=93,07,$	$B=6009,$	$D=1463,1,$	$P=60,$	$\vartheta=14,$	
		$\eta=317,8,$	$\eta'=1,5,$				$E=6\ 675\ 000.$
B III.	Drillung.	$L=58,27,$	$B=6010,$	$D=1454,8,$	$P=50,$	$\vartheta=13,2,$	
		$\sigma=72,75,$					$T'=2\ 819\ 000.$
Mittel		$E=6\ 651\ 000,$	$E=15,03 \cdot 10^{-8},$				
		± 9000	$\pm 0,02$				
		$T'=2\ 841\ 000,$	$T=35,20 \cdot 10^{-8},$	$E/T=T/E=2,34.$			
		± 8000	$\pm 0,10$				
Hieraus		$a=7\ 153\ 000,$	$b=1\ 470\ 000,$	$\alpha=4,86 \cdot b.$			

8. **Obsidian** von Arnarfells (Jökul auf Island) durch die Güte des Hrn. Prof. C. Klein in Berlin erhalten; von tiefschwarzer Farbe.

Ein Beobachtungsmaterial ersten Ranges von seltener Homogenität, wie dies das Aussehen des Mineralcs und die grosse Uebereinstimmung der im Folgenden mitgetheilten Zahlen erweist. Das schöne Stück gestattete die Herstellung von Stäben, deren Länge fast 13 cm erreichte; ihre Gestalt ist sehr regelmässig ausgefallen.

Für die Drillungsbeobachtungen wurde nur ein kürzerer Stab der Gattung B und ein in zwei Hälften zerlegter langer der Gattung A benutzt. Da die an ihnen erhaltenen Drillungswiderstände sehr gut übereinstimmten, habe ich, um das schöne Material für andere Bestimmungen aufzusparen, weitere Drillungsbeobachtungen unterlassen.

A I.	Biegung.	$L=100,07,$	$B=6005,$	$D=1468,1,$	$P=60,$	$\vartheta=15,1,$	
		$\eta=355,7,$	$\eta'=1,3,$				$E=7\ 340\ 000.$
A II.	Biegung.	$L=14,07,$	$B=5999,$	$D=1473,3,$	$P=60,$	$\vartheta=15,1,$	
		$\eta=2,15;$					
		$L=100,07,$					
		$\eta=353,0,$	$\eta'=1,3,$				$E=7\ 323\ 000.$

A III.	Drillung.	$L=43,99,$ $\sigma=48,65,$	$B=6010,$	$D=1472,7,$	$P=50,$ $T=3\,085\,000.$	$\vartheta=14.$
A IV.	Drillung.	$L=46,62,$ $\sigma=50,65,$	$B=6001,$	$D=1478,9,$	$P=50,$ $T=3\,100\,000.$	$\vartheta=13,5.$
B I.	Biegung.	$L=100,07,$ $\eta=343,6,$	$B=6018,$ $\eta'=1,3,$	$D=1483,3,$	$P=60,$ $E=7\,345\,000.$	$\vartheta=15,1,$
B II.	Biegung.	$L=14,07,$ $\eta=2,5;$ $L=100,07,$ $\eta=344,3,$	$B=6018,$ $\eta'=1,3,$	$D=1482,3,$	$P=60,$ $E=7\,345\,000.$	$\vartheta=15,1,$
B III.	Biegung.	$L=100,07,$ $\eta=348,3,$	$B=6021,$ $\eta'=1,3,$	$D=1476,9,$	$P=60,$ $E=7\,330\,000.$	$\vartheta=15,1,$
B IV.	Drillung.	$L=60,55,$ $\sigma=65,65,$	$B=6019,$	$D=1479,7,$	$P=50,$ $T=3\,096\,000.$	$\vartheta=13,1,$
Mittel $E=7\,337\,000,$ $E=13,63 \cdot 10^9,$ ± 3000 $\pm 0,005$						
$T=3\,094\,000,$ $T=32,31 \cdot 10^9,$ $E/T=T/E=2,37.$ ± 3000 $\pm 0,03$						
Hieraus $a=8\,017\,000,$ $b=1\,828\,000,$ $a=4,39 \cdot b.$						

Den vorstehend mitgetheilten Constantenwerthen habe ich, nachdem die Hälfte von ihnen schon früher Verwendung gefunden hat, nur wenig hinzuzufügen.

Die für die beiden Obsidiane geltenden Zahlen liegen nicht allzuweit von denjenigen, die ich ehemals an zwei künstlichen Glassorten bestimmt habe¹⁾; das Verhältniss a/b ist bei ihnen gleichfalls erheblich grösser als 3 gefunden worden.

Ein besonderes Interesse besitzen die für Opal und Feuerstein erhaltenen Constantenwerthe, namentlich die letzteren, welche mit einem sehr geringen wahrscheinlichen Fehler behaftet, also sehr zuverlässig sind.

Aus ihnen folgt für Feuerstein das Constantenverhältniss

$$\frac{a}{b} = 14,7,$$

eine Grösse, welche weit abliegt von allen bisher gefundenen Werthen, wie auch von dem Poisson'schen $a/b=3$.

Einerseits widerlegen sie endgültig die mitunter ausgesprochene Vermuthung, dass die bisher bei anderen Körpern gefundenen Abweichungen von der Poisson'schen Zahl eine Wirkung irgend welcher Störungen wäre, denn das Material,

1) W. Voigt, Wied. Ann. 15. p. 497. 1882.

auf welches sie sich beziehen, ist durch die Beobachtungen selbst als höchst vollkommen isotrop erwiesen.

Andererseits liefern sie eine eigenthümliche Bestätigung der oben erwähnten Theorie der Elasticität quasi-isotroper Körper.

Feuerstein besteht nach der wohl allgemein angenommenen Auffassung in der Hauptsache aus krystallisirter Kieselsäure mit einer mehr oder weniger grossen Beimengung von amorpher Kieselsäure; letztere wird mitunter als verschwindend klein betrachtet. Ob die krystallisirte Kieselsäure im Feuerstein in der Form des Quarzes oder des Chalcedones oder einer dritten Varietät vorkommt, ist, soviel ich weiss, noch nicht entschieden. Nun findet Folgendes statt.

Die Elasticitätsconstanten des regelmässig krystallisirten Quarzes habe ich früher bestimmt und mitgetheilt¹⁾, auch später aus ihnen die beiden Constanten des dichten, quasi-isotropen Quarzes berechnet. Diese Zahlen, welche aus sechs an sich nicht sehr sicheren Werthen durch eine umständliche Rechnung, also mit noch grösserer Unsicherheit bestimmt sind, geben, wie ich schon früher angeführt habe²⁾, das von allen ähnlich berechneten weit abliegende Verhältniss:

$$\frac{a}{b} = 13,7.$$

Dieser Werth liegt in Anbetracht seiner geringen Genauigkeit dem oben für Feuerstein erhaltenen, gleichfalls ungewöhnlichen:

$$\frac{a}{b} = 14,7$$

so nahe, dass man diesen Umstand als eine Bestätigung der aufgestellten Theorie bezeichnen darf, wenngleich noch nicht entschieden ist, ob die krystallisirte Kieselsäure im Feuerstein überwiegend als Quarz enthalten ist.

Auch die für Opal gefundenen Zahlen stehen mit der angeregten Frage in einem gewissen Zusammenhange. Ist nämlich auch zwar der elastische Widerstand des Opals nur

1) W. Voigt, Wied. Ann. 31. p. 701. 1887.

2) W. Voigt, Wied. Ann. 38. p. 582. 1889.

etwa die Hälfte von dem des Feuerstein, so findet sich doch für seine beiden Constanten das Verhältniss:

$$\frac{a}{b} = 14,4,$$

welches mit dem bei Feuerstein geltenden fast völlig zusammenfällt.

Dies Resultat scheint mir zunächst zu verlangen, dass die amorphe Kieselsäure aus Fragmenten einer — wahrscheinlich von Quarz und Chalcedon abweichenden dritten — krystallinischen Varietät besteht. Denn, wie ich schon früher betont habe¹⁾, gilt für einen Körper, der in dem Sinne amorph und isotrop ist, dass seine, gleichviel welche polaren Kräfte ausübenden, Molecüle *in ihm alle möglichen gegenseitigen Lagen besitzen*, mit Nothwendigkeit die Beziehung:

$$\frac{a}{b} = 3.$$

Die Bestimmung der Elasticitätsconstanten einer Substanz bietet hiernach ein, vielleicht auch in anderen Fällen vortheilhaftes Mittel, um die kryptokrystallinische Natur derselben festzustellen.

Der für Opal gefundene Werth des Verhältnisses a/b scheint mir ferner auch die Beweiskraft der für Feuerstein gefundenen Zahl zu steigern. Denn einmal zeigt er, dass die Frage, in wie weit in Feuerstein amorphe Kieselsäure vorhanden ist, für unseren Zweck ganz irrelevant ist; denn ihre Beimischung würde das Constantenverhältniss nicht ändern. Und auch die Frage, ob die krystallisirte Kieselsäure in ihm just in der Form von Quarz vorhanden ist, verliert an Bedeutung; denn die an Opal beobachteten und die aus den am Quarz gefundenen Zahlen berechneten Constanten geben dasselbe Verhältniss von rund $a/b = 14$, sodass man dieses mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit als der Kieselsäure individuell betrachten möchte.

Göttingen, Januar 1891.

1) W. Voigt, Wied. Ann. 38. p. 574. 1889.