

coëfficienten der Schiene, auf welche der ablenkende Magnet gelegt wird.  $h_1$  und  $h_2$  werden nach den früheren Ausdrücken aus  $H$ ,  $H_1$  und  $H_2$  berechnet, und für  $H$  in den Ausdrücken  $a$  und  $b$  genügt es, wegen der Kleinheit der Coëfficienten  $\nu'$  und  $\nu''$ , einen angenäherten Werth der Horizontalintensität zu setzen.

Berücksichtigt man, dass diese Formeln bereits alle Reductionsglieder enthalten, so wird man sie nicht complicirter finden als die für die bisherige Messungsmethode geltenden.

## VI. *Ueber die Vergleichung der electrodynamischen Grundgesetze mit der Erfahrung;* von R. Clausius.

Das neue electrodynamische Grundgesetz, welches ich vor einiger Zeit aus Erfahrungssätzen abgeleitet habe, und welches von dem bekannten Weber'schen und dem später aufgestellten Riemann'schen Grundgesetze in wesentlichen Punkten abweicht, ist seitdem von verschiedenen Autoren besprochen, wobei es sich vorzugsweise darum gehandelt hat, für gewisse der Beobachtung zugängliche Fälle die aus den verschiedenen Grundgesetzen hervorgehenden Folgerungen abzuleiten und mit der Erfahrung zu vergleichen. Es möge mir gestattet sein, über die Resultate dieser Untersuchungen einige Bemerkungen zu machen.

1. Als Grund, weshalb ich das Weber'sche und das Riemann'sche Grundgesetz nicht für richtig halte, und daher geglaubt habe, ein anderes aufsuchen zu müssen, habe ich angeführt, dass diese beiden Gesetze nur dann mit den That-sachen vereinbar sind, wenn man sich vorstellt, dass die galvanischen Ströme, und ebenso die anderen electrischen Ströme, für welche die electrodynamischen Gesetze gelten, also auch die molecularen Ströme, durch welche man nach Ampère den Magnetismus erklärt, nicht einfache Ströme sind, sondern aus je zwei gleichen und entgegengesetzten Strömen der bei-

den Electricitäten bestehen. Diese Vorstellung scheint mir, besonders für die zuletzt genannten molecularen Ströme, zu complicirt und in mechanischer Beziehung zu schwer erklärlich zu sein, um mich ihr anschliessen zu können.

Ich habe dann weiter gezeigt, dass, wenn man sich dieser Vorstellung von der Doppelströmung nicht anschliessen will, man auch in einem andern Punkte von jenen Autoren abweichen muss. Weber und Riemann haben nämlich angenommen, dass die electrodynamische Kraft zwischen zwei bewegten Electricitätstheilchen nur von ihrer relativen Bewegung abhängen könne, und zwar versteht Riemann dabei die relative Bewegung im gewöhnlichen Sinne des Wortes, nach welchem für jede zur Betrachtung ausgewählte Richtung die Differenz der Geschwindigkeitscomponenten der beiden Theilchen die Geschwindigkeitscomponente der relativen Bewegung darstellt, während Weber die relative Bewegung nur auf die gegenseitige Annäherung oder Entfernung der Theilchen bezieht. Diese Annahme muss man verlassen und muss, statt sich auf die relative Bewegung zu beschränken, auch die beiden einzelnen Bewegungen der aufeinander wirkenden beiden Theilchen in Betracht ziehen.

Der Umstand, dass nicht nur die relative Bewegung, sondern auch die beiden einzelnen Bewegungen die electrodynamische Kraft beeinflussen, erklärt sich sehr leicht aus der von mir und auch schon von anderen vor mir angenommenen Entstehungsart der electrodynamischen Kraft, nämlich dass sie durch ein zwischen den aufeinander wirkenden Theilchen befindliches Medium vermittelt wird. Bei dieser Annahme darf man von zwei Theilchen, welche sich mit gleicher Geschwindigkeit nach gleicher Richtung bewegen, also relativ zueinander in Ruhe sind, nicht erwarten, dass sie sich ebenso verhalten, wie zwei wirklich ruhende Theilchen, denn während die letzteren nicht nur relativ zu einander, sondern auch relativ zum Medium ruhen, befinden sich die ersteren relativ zum Medium in Bewegung.

Mit dem, was ich über den Zusammenhang der Vorstellung von der Doppelströmung und der Annahme, dass die electrodynamische Kraft nur von der relativen Bewegung

abhängen könne, gesagt habe, nämlich dass das Verlassen der ersteren auch das Verlassen der letzteren zur Folge haben müsse, stimmt das Ergebniss einer von Lorberg angestellten interessanten Untersuchung<sup>1)</sup> überein. Dieser legt nämlich seiner Untersuchung zunächst eine Anzahl von Erfahrungssätzen zu Grunde, welche im wesentlichen dieselben sind wie die von mir angewandten, und fügt diesen dann noch die Voraussetzung hinzu (p. 318), dass die electrodynamische Kraft nur von der relativen Bewegung und zwar von der relativen Bewegung im Weber'schen Sinne des Wortes abhängt. Mit Hülfe dieser Voraussetzung gelangt er dann zu dem Ergebnisse (p. 331), „dass die ponderomotorische und electromotorische Wirkung zweier Stromelemente — abgesehen von einer etwaigen electromotorischen Kraft eines Stromendes — nach dem Weber'schen Grundgesetz erfolgen muss, sowie dass in einem galvanischen Strom beide Electricitäten mit entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeit fliessen.“ Lorberg ist also ebenfalls aus der Voraussetzung des alleinigen Einflusses der relativen Bewegung zu dem Schlusse des Bestehens der Doppelströmung gelangt, woraus sich umgekehrt ergibt, dass, wenn man die Doppelströmung nicht als bestehend anerkennen will, man auch jene Voraussetzung des alleinigen Einflusses der relativen Bewegung nicht machen darf.

2. Unter den anderen über den Gegenstand erschienenen Abhandlungen habe ich zunächst eine von Delsaulx<sup>2)</sup> veröffentlichte zu erwähnen. Diese bezieht sich nicht auf das von mir aufgestellte Grundgesetz selbst, sondern auf das daraus für die ponderomotorische Kraft zwischen zwei Stromelementen abgeleitete Gesetz, welches mit dem schon früher von Grassmann für diese Kraft aufgestellten Gesetze übereinstimmt.

Delsaulx wählt als speciellen Fall, welcher ihm zur

---

1) Lorberg, Ueber das electrodynamische Grundgesetz. Borchardt's Journal für Mathematik. 84. p. 305. 1877.

2) Delsaulx, Sur la loi de force de M. Clausius entre courants élémentaires. Annales de la Société scientifique de Bruxelles, 4<sup>me</sup> année 1880, 2<sup>e</sup> partie.

Vergleichung mit der Erfahrung geeignet scheint, die Einwirkung, welche ein Selenoid von einem Strome erleidet, der die Gestalt eines Winkels mit unendlich langen Schenkeln hat. Für diese Einwirkung leitet er aus dem neuen Gesetze Formeln ab, welche mit den schon von anderen Autoren aus dem Ampère'schen Gesetze abgeleiteten Formeln und mit gewissen Erfahrungsergebnissen nicht übereinstimmen, und aus dieser Nichtübereinstimmung schliesst er dann auf die Unwahrscheinlichkeit des neuen Gesetzes.

Nun ist aber leicht zu sehen, dass ein Strom, welcher die Schenkel eines Winkels in unendlicher Länge durchfliesst, auf jedes im Endlichen liegende Stromelement ebenso wirken muss wie ein geschlossener Strom, denn die unendlich entfernten Theile des Stromes tragen wegen der nach dem umgekehrten Quadrate der Entfernung stattfindenden Abnahme der Kraft nur unendlich wenig zur Wirkung bei, und es kann daher auch nur eine unendlich kleine Aenderung der Gesamtwirkung entstehen, wenn ihre Lagen so geändert werden, dass der Strom ein geschlossener wird. Ferner steht es fest, und wird auch von Delsaulx selbst anerkannt, dass geschlossene Ströme auf ein Stromelement und daher auch auf einen endlichen Strom nach dem neuen Gesetze genau ebenso wirken müssen, wie nach dem Ampère'schen Gesetze. Man kann daher, wenn Delsaulx trotzdem eine Abweichung findet, im voraus sicher sein, dass diese nur dadurch entstanden sein kann, dass seine Formeln nicht richtig abgeleitet sind.

In der That lassen sich auch leicht Ungenauigkeiten in seiner Ableitung nachweisen, unter denen ich die folgende als besonders erheblich erwähnen will. Er bestimmt auf p. 7 die Kraft  $Rds$ , welche ein Stromelement  $ds$  auf einen unendlich kleinen geschlossenen Strom ausübt. Als Angriffspunkt dieser Kraft nimmt er dann den Mittelpunkt der von dem Strome umflossenen Fläche an, indem er sagt, dass durch die Verlegung der Elementarkräfte vom Umfange nach dem Mittelpunkte entstehende Drehungsmoment sei eine unendlich kleine Grösse von höherer Ordnung als  $Rds$ . Das ist ein Irrthum. Dieses

Drehungsmoment ist eine Grösse von derselben Ordnung wie  $Rds$ , und seine Vernachlässigung musste daher zur Folge haben, dass die weiteren Schlüsse unrichtig wurden.

Demnach kann man der von Delsaulx gefundenen Abweichung keine Beweiskraft gegen das neue Gesetz zuschreiben.

3. Eine andere Abhandlung, welche sich nicht bloß auf das Gesetz der ponderomotorischen Kräfte zwischen Stromelementen, sondern auf das für bewegte Electricitätstheilchen geltende Grundgesetz bezieht, ist von J. Fröhlich im Februarheft dieser Annalen veröffentlicht.<sup>1)</sup> In dem Theile dieser interessanten Abhandlung, welcher die von mir angenommene Form des Grundgesetzes betrifft, ist besonders ein Punkt von wesentlicher Bedeutung. Das von mir formulierte Grundgesetz führt, ohne die Annahme der Doppelströmung nöthig zu machen, zu dem Resultate, dass ein ruhender und constanter geschlossener galvanischer Strom auf ruhende Electricität keine Wirkung ausübt und von ihr keine Wirkung erleidet. Nun sagt aber Fröhlich, Gegenstände, welche sich auf der Erde scheinbar in Ruhe befinden, haben doch in der Wirklichkeit dadurch, dass die Erde sich bewegt, eine schnelle Bewegung. Es frage sich nun, was für electrodynamische Kräfte man aus meinem Grundgesetze erhalte, wenn man nicht nur die Bewegungen der Electricitäten relativ zur Erde, sondern auch die mit der Erde gemeinsame Bewegung berücksichtige.

Bevor ich selbst diesen Punkt bespreche, muss ich über einen darauf bezüglichen Ausspruch Fröhlich's einige Worte sagen:

Fröhlich hat in einem speciellen Falle für die von ihm gesuchte Kraft aus meinem Grundgesetze einen Ausdruck (p. 276 oben) abgeleitet, von dem er glaubt, dass er einen unbestimmten, von der Wahl der an sich willkürlichen Coordinatenrichtungen abhängigen Werth habe, und infolge

---

1) J. Fröhlich, Bemerkungen zu den electrodynamischen Grundgesetzen von Clausius, Riemann und Weber, Wied. Ann. 9. p. 261. 1880.

dessen sagt er, mein Gesetz gebe in diesem Falle „ein theoretisch ebenso unzulässiges wie praktisch unbrauchbares Resultat.“

Dieser Ausspruch ist sehr auffällig. Darüber, ob mein Gesetz der Erfahrung entspricht, können natürlich, wie bei jedem aus theoretischen Gründen abgeleiteten Gesetze, Zweifel bestehen; dass es aber ein theoretisch unzulässiges, d. h. mit den Principien der Mechanik im Widerspruche stehendes Resultat geben könne, ist, wie ich glaube, nach der ganzen Art seiner Ableitung von vornherein als unmöglich zu betrachten. Auch erkennt man bei näherer Betrachtung des von Fröhlich abgeleiteten Ausdruckes sehr bald, dass die Behauptung, sein Werth sei von der Wahl der Coordinatenrichtungen abhängig, unrichtig ist.

Zunächst ist zu bemerken, dass unter dem in dem Ausdrucke vorkommenden Zeichen  $\psi$  nicht, wie Fröhlich auf p. 273 sagt, der Winkel zu verstehen ist, den die Normale der Stromfläche  $s$  mit der  $X$ -Axe einschliesst, sondern der Winkel, den diese Normale mit der  $Y$ -Axe einschliesst. Gibt man dem Zeichen  $\psi$  diese Bedeutung, so findet man, dass die in dem Ausdrucke befindliche, in eckige Klammern eingeschlossene Differenz, um deren Werth es sich handelt, nichts anderes ist, als der Cosinus des Winkels, den die Normale der Stromfläche  $s$  mit der Richtung bildet, in welcher die betreffende Stelle der Erde sich bewegt, also eine Grösse, welche einen ganz bestimmten, von der Wahl der Coordinatenrichtungen unabhängigen Werth hat. Jener Ausspruch von Fröhlich beruht somit auf einem Irrthume.

4. Indem wir uns nun zur Besprechung der Frage wenden, ob man der Bewegung, welche die auf der Erde scheinbar ruhenden Gegenstände mit der Erde gemeinsam haben, nach meinem Grundgesetze einen Einfluss auf die electrodynamischen Kräfte zuschreiben müsse, und von welcher Art dieser Einfluss sei, wollen wir die Sache unter zwei Gesichtspunkten betrachten. Zunächst wollen wir das Resultat besprechen, welches man erhält, wenn man die in meiner Kraftformel vorkommenden Geschwindigkeiten, welche ich in meiner ursprünglichen Entwicklung, in der die Bewegung

der Erde nicht berücksichtigt wurde, als die absoluten Geschwindigkeiten defnirt habe, auch bei Berücksichtigung dieser Bewegung wörtlich in demselben Sinne auffasst. Weiterhin wollen wir dann sehen, wie man bei Berücksichtigung dieser Bewegung jene Definition modificiren kann, ohne von dem Grundgedanken meiner Entwicklung abzuweichen.

Unter den in Betracht kommenden Kräften haben wir unser Augenmerk vorzugsweise auf diejenige zu richten, welche ein auf der Erde ruhender und constanter geschlossener galvanischer Strom auf eine ebenfalls auf der Erde ruhende Electricitätseinheit ausübt. Für die  $x$ -Componente dieser Kraft erhalten wir bei jener ersten Auffassungsweise folgenden Ausdruck, in welchem  $ds'$  ein Element des geschlossenen Stromes,  $r$  seinen Abstand von der Electricitätseinheit und  $i'$  die Intensität des Stromes bedeutet, während  $\frac{d\sigma}{dt}$  die Geschwindigkeit der mit der Erde gemeinsamen Bewegung und  $(\sigma s')$  den Winkel zwischen der Richtung dieser Bewegung und der Richtung des Elementes  $ds'$  darstellt:

$$ki' \frac{d\sigma}{dt} \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{\cos(\sigma s')}{r} ds'.$$

Dieselbe Form haben die für die  $y$ - und  $z$ -Componente geltenden Ausdrücke, nur dass der Differentialcoefficient nach  $x$  durch die Differentialcoefficienten nach  $y$  und  $z$  ersetzt ist.

Daraus, dass die drei Kraftcomponenten durch die partiellen Differentialcoefficienten einer Grösse nach den drei Coordinaten dargestellt werden, ergibt sich, dass die Kraft ein Ergal hat, also nur eine veränderte Vertheilung der Electricität, aber nicht einen dauernden Strom veranlassen kann. In dieser Beziehung ist diese Kraft derjenigen ähnlich, welche man nach dem Weber'schen und nach dem Riemann'schen Gesetze zwischen einem Strome und relativ zu ihm ruhender Electricität erhält, wenn man die Annahme, dass der Strom aus zwei gleichen und entgegengesetzten Strömen beider Electricitäten bestehe, verlässt.

In anderer Beziehung aber besteht zwischen beiden Kräften ein grosser Unterschied. Die hier erhaltene Kraft

ist nämlich, wie die gewöhnlichen electrodynamischen Kräfte, einerseits der Intensität des Stromes und andererseits der Grösse der von dem Strome umflossenen Fläche proportional, während die Kraft, welche nach dem Weber'schen und Riemann'schen Gesetze stattfinden müsste, einerseits dem Quadrate der Intensität und andererseits der Länge des Stromes proportional ist, und wegen der letztern Proportionalität bei einem Magnete, welcher unzählige kleine Ströme enthält, die zusammen eine sehr grosse Länge haben, unvergleichlich viel grösser sein muss, als bei einem den Magnet umgebenden Strome von gleicher electrodynamischer Wirkung.

Bestimmt man nun weiter nach meinem Gesetze unter Berücksichtigung der Bewegung der Erde die ponderomotorische Kraft, welche zwei Stromelemente aufeinander ausüben, so findet man, dass auf diese Kraft die Bewegung der Erde keinen Einfluss hat. Daraus folgt weiter, dass auch die Kräfte, welche zwischen galvanischen Strömen und Magneten stattfinden, und die Kräfte, welche Magnete untereinander ausüben, durch die Bewegung der Erde nicht beeinflusst werden. Es bleiben also nur die Fälle übrig, wo es sich um Kräfte handelt, welche die positive und die negative Electricität einzeln erleiden.<sup>1)</sup>

---

1) Kurz vor dem Drucke dieses Aufsatzes war Hr. Wiedemann so freundlich, mir einen Abdruck eines auf denselben Gegenstand bezüglichen Aufsatzes von Budde zuzusenden, welcher im gleichen Hefte dieser Annalen, wie mein Aufsatz, erscheinen soll. (S. p. 553 dieses Heftes.) In diesem Aufsätze wird gezeigt, dass auch die Kräfte, welche einzelne positive oder negative Electricitätsmengen von einem geschlossenen Strome wegen der mit der Erde gemeinsamen Bewegung erleiden oder auf ihn ausüben, durch gewisse andere Kräfte, welche von einer durch den Strom bewirkten eigenthümlichen Vertheilung der Electricität in dem Leiter herrühren, neutralisirt werden, sodass sie sich der Wahrnehmung entziehen. Hiernach hätte ich, wenn es sich nur um die Vertheidigung meines Grundgesetzes gegen den von Hrn. Fröhlich erhobenen Einwand handelte, die Sache als abgemacht betrachten, und demgemäss den hier beginnenden Schlussheil meines Aufsatzes streichen können; da ich jedoch glaube, dass eine möglichst vielseitige Beleuchtung aller bei dem Grundgesetze denkbarerweise in Betracht kommenden Umstände von wissenschaftlichem Interesse ist, will ich auch diesen Theil meines Aufsatzes unverändert stehen lassen.



Aber auch für diese Kräfte gestaltet sich die Sache ganz anders, wenn man sie von einem etwas anderen Gesichtspunkte aus betrachtet und eine aus dieser veränderten Betrachtungsweise ganz von selbst hervorgehende Aenderung an der Definition der in meiner Kraftformel vorkommenden Geschwindigkeiten vornimmt.

Ich habe, wie schon oben erwähnt wurde, den Umstand, dass man bei der Bestimmung der von zwei bewegten Electricitätstheilchen aufeinander ausgeübten electrodynamischen Kräfte nicht nur relative Bewegung, sondern auch die Einzelbewegungen der beiden Theilchen berücksichtigen muss, daraus erklärt, dass es sich dabei nicht bloß um die Beziehung der beiden Theilchen zu einander, sondern auch um ihre Beziehung zu dem von mir angenommenen, zwischen ihnen befindlichen Medium handle, durch welches die electrodynamische Kraft vermittelt werde. Da ich nun bei meiner frühern Entwicklung das Medium als ruhend voraussetzte, so waren die Bewegungen, welche die Theilchen relativ zu dem Medium haben, zugleich als ihre absoluten Bewegungen anzusehen, und demgemäss definirte ich die in der Formel vorkommenden Geschwindigkeiten kurz als die absoluten Geschwindigkeiten. Sollte aber das Medium ebenfalls in Bewegung sein, so müsste man ganz im Sinne jener Entwicklung an die Stelle der absoluten Geschwindigkeiten diejenigen Geschwindigkeiten setzen, welche die Electricitätstheilchen relativ zu dem Medium haben.

Nähme man nun weiter an, dass bei der Bewegung der Erde auch von jenem die electrodynamischen Kräfte vermittelnden Medium der Theil, welcher sich in der Erde und in ihrer nächsten Umgebung befindet, mit fortgeführt werde, so würden die Geschwindigkeiten, welche man in meine Kraftformel einzusetzen hätte, einfach die Geschwindigkeiten relativ zur Erde sein. Diese Aenderung würde offenbar zur Folge haben, dass man unter Berücksichtigung der Bewegung der Erde zu denselben Resultaten gelangte, wie bei der ursprünglichen Definition der Geschwindigkeiten ohne jene Berücksichtigung.

Gegen die Möglichkeit eines solchen Verhaltens des Mediums wird sich vom theoretischen Standpunkte aus kaum etwas einwenden lassen, und auch für die Behandlung der Sache könnten daraus keine erheblichen Schwierigkeiten erwachsen. Man würde es dabei mit einem ähnlichen Falle zu thun haben, wie beim Lichte, welches sich sowohl in dem als ruhend vorausgesetzten freiem Weltäther als auch in den auf der Erde befindlichen durchsichtigen ponderablen Stoffen, in welchen man den Aether nicht als ruhend voraussetzen darf, fortpflanzen kann.

---

Im Anschlusse an das Vorige sei es mir gestattet, hier gelegentlich ein paar Worte über einen im fünften Hefte dieser Annalen enthaltenen Aufsatz von Legebeke zu sagen.

Ich habe im ersten Bande dieser Annalen p. 493 einen Satz in Bezug auf electricische Influenz mitgetheilt, welchen ich als „einen sehr allgemeinen und, so viel ich weiss, neuen Satz“ bezeichnete. Ueber diesen Satz spricht Hr. Legebeke, und nach der Art, wie er dabei jene Bezeichnung citirt, scheint es (wiewohl es nicht bestimmt ausgesprochen ist), als ob er sie beanstande.

Was zunächst die Allgemeinheit anbetrifft, so sagt Hr. Legebeke, der gegenwärtig von ihm mitgetheilte Satz sei noch allgemeiner. In dieser Beziehung möchte ich zunächst bemerken, dass hierin kein Widerspruch liegt, denn meine Bezeichnung schliesst die Möglichkeit einer noch weiteren Verallgemeinerung gar nicht aus. Ferner glaube ich, geltend machen zu dürfen, dass der Satz von Legebeke allerdings in mathematischer Beziehung allgemeiner ist, aber in seiner Anwendung auf electricische Influenz, für welche mein Satz allein gelten soll, nur dieselbe Allgemeinheit hat, wie dieser.

Was ferner die Neuheit anbetrifft, so sagt Hr. Legebeke, der von ihm mitgetheilte Satz könne selbst wieder als eine Erweiterung einer bekannten Gleichung von Gauss

betrachtet werden. Hierin liegt noch nicht, dass die Gleichung von Gauss mit meinem Satze gleichbedeutend sei, und ausserdem fügt Hr. Legebeke selbst weiterhin hinzu, dass Gauss die Gültigkeit seines Satzes für zwei über dieselbe Fläche verbreitete Massen nicht vollständig bewiesen habe.

Dass mein Satz mit der von Hrn. Legebeke angeführten Gauss'schen Gleichung, welche eine Grundgleichung der Potentialtheorie ist, zusammenhängt, ist unzweifelhaft, aber der Satz selbst, in der einfachen Form, welche er für die electriche Influenz annimmt, ist weder von Gauss, noch, soviel ich weiss, von irgend einem andern vor mir ausgesprochen.

Bonn, Mai 1880.

---

## VII. *Ueber eine directe Umwandlung der Schwingungen der strahlenden Wärme in Electricität; von W. Hankel.*

(Aus den Berichten der K. Sächs. Ges. d. Wiss. vom 23. April 1880; mitgetheilt vom Hrn. Verfasser.)

---

Ich werde heute einen allgemeinen Bericht geben über einige Versuche, welche eine directe Umwandlung der Schwingungen der strahlenden Wärme in Electricität darthun; die speciellen Angaben behalte ich einer späteren Abhandlung vor.

Im Jahre 1865 habe ich in den Berichten unserer Gesellschaft<sup>1)</sup> eine Theorie der electriche Erscheinungen durchgeführt, nach welcher die Electricität in Schwingungen besteht, und zwar in kreisförmigen Schwingungen des Aethers unter Betheiligung der Materie. Die positive und die nega-

---

1) Berichte über die Verh. der K. Sächs. Ges. d. Wiss. p. 7. 1865.