Messungen mit der Kreisblende.

	R	Gew.
1894 März 29	$0^{\mathrm{p}}.0536$	4.61
» 30	514	7.67
» 31	504	10.72
April 1	549	4.61
» 4	531	1.56
» 6	513	4.62
» 7	0.0519	6.10

BD. $+86°161$ und 187 ($7^{\mathrm{m}}.2$ und $7^{\mathrm{m}}.0$) $\Delta = 312^{\mathrm{p}}$

Die Gewichtseinheit ist bei beiden Beobachtungsreihen die nämliche. Als Summe der Gewichte ergiebt sich für die erste Reihe 42.36, für die zweite 39.89; hinsichtlich der Gewichtssumme sind beide Reihen demnach als gleichwerthig anzusehen. Bildet man unter Berücksichtigung der Gewichte die Mittel, so ergiebt sich

	R	m. F.
mit freiem Objectiv	$0^{\mathrm{p}}.0469$	$\pm 0^{\mathrm{p}}.0008$
mit Kreisblende	0.0519	± 0.0006

Die Brennweite des Heliometers beträgt 1.938 m *), theoretisch würde man demnach für die Reduction finden $0^{\mathrm{p}}.0516$, also praktisch genau den Werth, wie ihn die mit Benutzung der Kreisblende ausgeführten Messungen ergeben.

Die vorstehende Mittheilung dürfte einen neuen Beleg für den auch sonst schon feststehenden Satz bieten, dass man bei der Ableitung der Reductionselemente eines Heliometers in erster Linie auf empirische Bestimmungen zurückzugreifen hat.

Leipzig 1894 April 29. *Bruno Peter.*

*) In der Fussnote Band 5 pag. 172 des Berichts über die deutschen Venus-Expeditionen steht versehentlich 1.962 m.

Ueber die Aenderung des Winkels zwischen der Drehungsaxe der Erde und der Axe ihres grössten Trägheitsmoments.

Von *L. de Ball.*

Der Nachweis, dass in dem Ausdrucke für die Tangente des Winkels zwischen der Drehungsaxe der Erde und der Axe ihres grössten Trägheitsmoments

$$\frac{\sqrt{p^2+q^2}}{r} = \sigma\sqrt{a^2\cos^2 u + b^2 \sin^2 u + \cdots}$$

die Grösse σ keinen säculären Aenderungen unterworfen ist (Tisserand, Traité de Méc. cél. t. II p. 421, No. 187), lässt sich leicht auf folgende Weise führen.

Zwischen σ und zwei anderen Grössen f_1 und f_1' besteht die Relation

$$\sigma^2 = f_1^2 + f_1'^2.$$

Für f_1 und f_1' gelten die Differentialgleichungen (a. a. O. p. 415)

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{df_1}{dt} = -\dfrac{1}{2Cn} f_1 \dfrac{\partial U}{\partial \varphi} + \dfrac{1}{Bbn}\left[\sin u_1 \dfrac{\partial U}{\partial \theta} + \dfrac{\cos u_1}{\sin \theta'}\left(\dfrac{\partial U}{\partial \psi} + \cos\theta' \dfrac{\partial U}{\partial \varphi}\right)\right] \\ \dfrac{df_1'}{dt} = -\dfrac{1}{2Cn} f_1' \dfrac{\partial U}{\partial \varphi} + \dfrac{1}{Bbn}\left[-\cos u_1 \dfrac{\partial U}{\partial \theta} + \dfrac{\sin u_1}{\sin \theta'}\left(\dfrac{\partial U}{\partial \psi} + \cos\theta' \dfrac{\partial U}{\partial \varphi}\right)\right], \end{cases}$$

worin U die Störungsfunction bezeichnet.

Ferner hat man die Gleichung

$$(\alpha)\quad \frac{\partial U}{\partial \varepsilon_1} = \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \frac{Aa}{C}\left[(f_1 \sin u_1 - f_1' \cos u_1)\frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{f_1 \cos u_1 + f_1' \sin u_1}{\sin\theta'}\left(\frac{\partial U}{\partial \psi} + \cos\theta' \frac{\partial U}{\partial \varphi}\right)\right].$$

Da es sich um die Aufsuchung etwaiger säculärer Glieder handelt, kann man die Störungsfunction auf ihren nichtperiodischen Theil beschränken; dann ist aber (a. a. O. No. 180, 181, 187)

$$\frac{\partial U}{\partial \varepsilon_1} = 0.$$

Der Ausdruck für U wird, wenn man die periodischen Glieder fortlässt, (a. a. O. p. 422, Gleichung (13))

$$U = -\varkappa n C\left[(^1/_2 + {}^3/_4 e^2)\sin^2\theta + \varepsilon\,(^1/_2 + {}^3/_4 e'^2 - {}^3/_4 c_1^2)\sin^2\theta\right],$$

und hieraus folgt

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi} = \frac{\partial U}{\partial \psi} = 0.$$

Die Gleichungen (1) und (α) werden somit

$$(1^*)\quad \begin{cases} \dfrac{df_1}{dt} = \dfrac{1}{Bbn}\sin u_1 \dfrac{\partial U}{\partial \theta} \\[2ex] \dfrac{df_1'}{dt} = -\dfrac{1}{Bbn}\cos u_1 \dfrac{\partial U}{\partial \theta} \end{cases}$$

$$(\alpha^*)\qquad 0 = \frac{Aa}{C}(f_1 \sin u_1 - f_1' \cos u_1)\frac{\partial U}{\partial \theta}.$$

Aus der letzten Gleichung, worin $\frac{Aa}{C}$ nur von den Hauptträgheitsmomenten der Erde abhängt, folgt

$$(f_1 \sin u_1 - f_1' \cos u_1)\frac{\partial U}{\partial \theta} = 0.$$

Unter Berücksichtigung dieser Gleichung und der Gleichungen (1*) erhält man aus der Relation $\sigma^2 = f_1^2 + f_1'^2$

$$\sigma\frac{d\sigma}{dt} = f_1\frac{df_1}{dt} + f_1'\frac{df_1'}{dt} = 0;$$

damit ist also die zu Anfang des Artikels aufgestellte Behauptung bewiesen.

Man kann auch mit Herrn Tisserand von den Gleichungen ausgehen (a. a. O. p. 403, Gleichung (a))

$$(a)\quad \begin{cases} \dfrac{df_1}{dt} = -\dfrac{1}{2Cn}f_1\dfrac{\partial U}{\partial \varepsilon_1} - \dfrac{C}{ABabn}\dfrac{\partial U}{\partial f_1'} \\[2ex] \dfrac{df_1'}{dt} = -\dfrac{1}{2Cn}f_1'\dfrac{\partial U}{\partial \varepsilon_1} + \dfrac{C}{ABabn}\dfrac{\partial U}{\partial f_1} \end{cases}$$

und damit die Relation (a. a. O. p. 415) verbinden

$$(\beta)\qquad \frac{\partial U}{\partial \varepsilon_1} + f_1\frac{\partial U}{\partial f_1'} - f_1'\frac{\partial U}{\partial f_1} = \frac{\partial U}{\partial \varphi}.$$

Unter Berücksichtigung von

$$\frac{\partial U}{\partial \varepsilon_1} = \frac{\partial U}{\partial \varphi} = \frac{\partial U}{\partial \psi} = 0$$

erhält man zunächst

$$(a^*)\quad \begin{cases} \dfrac{df_1}{dt} = -\dfrac{C}{ABabn}\dfrac{\partial U}{\partial f_1'} \\[2ex] \dfrac{df_1'}{dt} = \dfrac{C}{ABabn}\dfrac{\partial U}{\partial f_1} \end{cases}$$

$$(\beta^*)\qquad f_1\frac{\partial U}{\partial f_1'} - f_1'\frac{\partial U}{\partial f_1} = 0.$$

Hieraus erhält man wiederum

$$\sigma\frac{d\sigma}{dt} = f_1\frac{df_1}{dt} + f_1'\frac{df_1'}{dt} = \frac{C}{ABabn}\left(f_1'\frac{\partial U}{\partial f_1} - f_1\frac{\partial U}{\partial f_1'}\right) = 0.$$

Auf der rechten Seite der Gleichungen (a) sind die Glieder von der Ordnung σ^2 vernachlässigt worden (a. a. O. p. 403); mit dieser Einschränkung lässt sich der in Rede stehende Satz noch einfacher beweisen, wenn man sich an die Gleichung hält (p. 402, Gl. (ε))

$$\sigma\frac{d\sigma}{dt} = \frac{C(1 + \lambda\sigma^2)}{ABa^2b^2n}\frac{\partial U}{\partial \varepsilon_1'} - \frac{1}{2Cn}\sigma^2\frac{\partial U}{\partial \varepsilon_1}$$

und berücksichtigt, dass, falls man von U nur den nichtperiodischen Theil mitnimmt, nicht nur $\frac{1}{n}\frac{\partial U}{\partial \varepsilon_1}$, sondern auch $\frac{1}{n}\frac{\partial U}{\partial \varepsilon_1'}$ verschwindet.

Wien-Ottakring 1894 April 1. *L. de Ball.*

Sur l'expression exacte de la pesanteur à la surface de la terre, supposée ellipsoïdale.

Par *P. Pizzetti.*

Mr. Stokes (dans deux mémoires publiés en 1849), en partant de l'hypothèse que la surface de la terre soit une surface d'équilibre et qu'elle coïncide avec un ellipsoïde de révolution aplati, dont le petit axe soit l'axe de la rotation diurne, a déterminé l'expression approchée de la pesanteur en dehors de la terre et sur la surface même indépendamment de toute hypothèse sur la distribution intérieure de la masse terrestre.

Dans les calculs de Stokes, et dans la démonstration qu'il déduit du célèbre théorème de Clairaut, on néglige tout à fait les termes petits du deuxième ordre et d'ordre supérieur, en considérant comme des petites quantités du premier ordre l'aplatissement, et le rapport entre la force centrifuge et la pesanteur à l'équateur.

En partant de l'hypothése de M. Stokes, ou, plus simplement, en supposant que la surface du géoïde déterminée par les mesures géodésiques, soit un ellipsoïde de révolution, j'ai pu calculer l'expression exacte du potentiel