

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o. 288.

Einige Bemerkungen Störungsrechnungen überhaupt, zunächst aber meine und Herrn Doctor *Lehmanns* Rechnungen über den *Halley'schen* Kometen betreffend.

Von Herrn Professor *Rosenberger* in Halle.

Vor wenigen Tagen erhielt ich Nr. 287 der Astr. Nachr. mit der Abhandlung des Herrn Prediger Dr. *Lehmann*, welche die Störungen und die nächste Wiederkehr des *Halley'schen* Kometen zum Gegenstande hat. Die wesentliche Abweichung seiner Resultate in Betreff der Störungen vom Perihelion 1682 bis eben dahin 1759 von den meinigen mußte natürlich meine Aufmerksamkeit im höchsten Grade in Anspruch nehmen. Herr Dr. *Lehmann* bemüht sich diese Differenz durch den Umstand zu erklären, daß von ihm die Zeit, von mir dagegen die excentrische Anomalie des Kometen als ursprünglich veränderlich betrachtet worden ist. Dies kann nun meiner Meinung nach unmöglich der wahre Grund des so auffallend großen Unterschiedes sein und da ich im Stande zu sein glaube ihn anderswo nachzuweisen, so erlaube ich mir um so eher einige kurze Bemerkungen über diesen Gegenstand.

Bei jeder Art die Störungen zu berechnen muß man eine so genaue vorläufige Kenntniß der Elemente des Kometen voraussetzen, daß diese dazu hinreichen seine Coordinaten für jeden gegebenen Augenblick seiner ganzen Bewegung mit hinlänglicher Schärfe zu bestimmen. Im Grunde wird also verlangt, daß man seine Störungen schon kennt und jeden Differentialquotienten mit denjenigen Elementen des Kometen berechnet, welche in dem Zeitpunkt Statt finden, auf welchen der zu berechnende Differentialquotient selbst sich bezieht. Ist dies im erforderlichen Grade der Fall, so ist es offenbar ganz gleichgültig, ob man die Zeit, oder die excentrische Anomalie, oder auch den Radius vector oder sonst ein beliebiges Element der Rechnung gleichförmig wachsen läßt. Immer gehört zu demselben Zeitpunkt dieselbe excentrische Anomalie, die nemlichen Coordinaten des Kometen so wie der störenden Planeten und umgekehrt. Der ganze Unterschied besteht ganz allein darin, daß man ein Mal für gleiche, das andere Mal für ungleiche Zeitintervalle die Rechnung führt, was nur auf die Bequemlichkeit, keinesweges aber auf das Endresultat der Rechnung wirken kann. Uebrigens würde ich, wenn ich jetzt

erst meine Rechnung anfinke, eben der größern Bequemlichkeit wegen, wahrscheinlich vorziehen die Differentialquotienten, wenigstens theilweise, für gleich große Intervalle zu bestimmen.

In der Regel sind die störenden Kräfte nicht bedeutend, und in Folge dessen die Differentialquotienten selbst, welche z. B. die Aenderung der mittlern täglichen Bewegung des Kometen in 20 Tagen oder für einen Grad Zunahme der exc. Anom. angeben, ebenfalls gering. Die Elemente ändern sich in diesem Fall überhaupt nur wenig und ziemlich regelmäßig, d. h. für nicht zu große Zwischenzeiten ungefähr der Zeit, oder auch der exc. Anom. proportional. Auf diesen Umstand ist das hergebrachte Verfahren gegründet, die Elemente, welche eigentlich nur für einen ganz bestimmten Zeitpunkt (z. B. für das Perihelium 1682) gelten, längere oder kürzere Zeit in der Rechnung unverändert anzuwenden und sie z. B. erst nach 150 Tagen zu corrigiren. Dieses Verfahren hat alle erforderliche Schärfe, wenn z. B. während des ganzen Zeitraums von 150 Tagen die ersten vier Ziffern der mittl. tägl. Bewegung (für welchen Zeitpunkt innerhalb dieser 150 Tage man auch ihren Werth bestimmen mag) ganz dieselben bleiben und die fünfte Ziffer auf den Werth der berechneten Differentialquotienten durchaus keinen Einfluß hat, und wenn von den andern Elementen mutatis mutandis dasselbe gilt. Dieser Fall ist, mehr oder weniger strenge, der gewöhnliche, ich glaube aber behaupten zu dürfen, daß man ohne die größten Weitläufigkeiten das eben angedeutete Verfahren nicht überall anwenden kann und daß wahrscheinlich in diesem, bis jetzt meines Wissens nirgends ausdrücklich hervorgehobenen Umstande, welchen Herr Doctor *Lehmann* übersehen zu haben scheint, der wahre Grund unserer so weit von einander abweichenden Resultate zu suchen sein dürfte.

Nähert sich nemlich der Komet z. B. dem Jupiter, bis auf ungewöhnlich kleine Entfernungen, so werden die Aenderungen seiner Elemente in verhältnißmäßig kurzen Zwischenzeiten ausnehmend groß und es sind z. B. ganz ver-

schiedene Elemente, welche am 8^{ten} April, am 8^{ten} Mai und am 7^{ten} Juni 1683 seine Bewegung bestimmen. Gerade hier bedingen aber kleine Veränderungen seiner Koordinaten große Aenderungen der auf ihn wirkenden Kräfte, also auch sehr verschiedene Werthe der Differentialquotienten $\left(\frac{da}{dt}\right)$, $\left(\frac{de}{dt}\right)$ etc. für die eben genannten Zeitpunkte. Hier darf man nicht mehr die am 8^{ten} April gültigen Elemente auch nur 50 Tage lang unverändert beibehalten, geschweige denn 360 Tage lang mit unveränderten Elementen rechnen, wie Herr Doctor *Lehmann*, wenn ich ihn recht verstehe (pag. 375 seiner Abhandlung) gethan hat.

Um dies deutlicher vor Augen zu legen, setze ich hier die nachstehenden Resultate meiner Rechnung her:

Für 30° der wirklichen (gestörten) exc. Anom. des Kometen hatte ich folgende auf die Sonne als Centrum bezogenen Elemente erhalten:

$$\nu = 45'',778236 \quad e = 0,9679387.8 \text{ ff (1)}$$

Unter der Voraussetzung, daß diese Elemente unverändert dieselben bleiben, ergab sich die Aenderung der mittlern täglichen Bewegung je für einen Grad Zunahme der exc. Anom. des Kometen, bloß wegen der Jupiterstörungen, wie folgt:

ε	dv	ε	dv
30	— 9616	40,0	—29850
31	—11864	40,5	—24298
32	—14489	41,0	—16444
33	—17532	41,5	— 6190
34	—21000	42,0	+ 6253
35	—24843	42,5	+20319
36	—28880	43,0	+35097
37	—32667	43,5	+49473
38	—35312	44,0	+62339
39	—35199	44,5	+72830
40	—29850	45,0	+80466
Summe	—242440	45,5	+85183
		46,0	+87235
		Summa	$= \frac{+394024}{2} = +197012$

Eine Zunahme der mittl. tägl. Bewegung um 0''001620 correspondirt einer Abnahme der Umlaufszeit von einem Tage.

Die Zeit, welche der Komet braucht, um von 30° bis 46° exc. Anom. zu gelangen, beträgt ungefähr 302 Tage. Die ganze Störung, welche seine mittlere tägl. Bewegung während dieser Zeit nach dem Obigen erfährt, wäre $= -242440 + 197012$ oder $\Delta\nu = -0'',045428$; denn die angegebenen Zahlen sind Einheiten der sechsten Decimalstelle.

Diese oben angeführten Differentialquotienten sind aber aus einem doppelten Grunde fehlerhaft. Erstens nemlich

ist bei ihrer Berechnung der Factor $\frac{1}{1+f}$ (A. N. Nr. 250. pag. 160) fortgelassen worden und zweitens sind bei ihrer Berechnung überall unrichtige, meistens *sehr* unrichtige Elemente angewandt worden.

Ich vertauschte nun zuerst den Factor $\frac{1}{1+f}$ mit $(1-f)$ und berechnete die um dieses Factors willen erforderliche Correction der erhaltenen Differentialquotienten besonders. Alsdann mittelte ich durch Integration die genäherten wahren Werthe der Elemente für 32°, 34°, 36°, 38°, 40°, 41°, 42°, 43°, 44°, 45°, 46° exc. Anomalie des Kometen aus und berechnete durch besonders dazu entwickelte Differentialformeln die Aenderungen, welche jeder von den, für die angeführten Werthe der excentr. Anom. oben angegebenen, Differentialquotienten erfahren haben würde, wenn er mit den ihm zugehörigen Elementen berechnet worden wäre. Ich erhielt auf diese Weise folgende, doppelt genommene, Aenderungen der oben angeführten, ursprünglich berechneten Differentialquotienten:

ε	F	E	C	ε	F	E	C
30°	— 52	0	— 52	40°	— 703	+1260	+ 557
32	—125	— 56	— 181	41	— 262	+3143	+2881
34	—275	— 145	— 420	42	— 4	+5035	+5031
36	—549	— 319	— 868	43	— 674	+5410	+4736
38	—875	— 299	—1174	44	—2413	+3673	+1260
40	—703	+1260	+ 557	45	—4226	+1311	—2915
	Summa	= —2716		46	—5099	+ 8	—5091
				Summa	$= \frac{1}{2} (+9036)$		
							= +4518

Die Spalte F giebt die Correction wegen des Factors $\frac{1}{1+f}$ welche von den störenden Kräften im Augenblick der Rechnung abhängt; die Spalte E die Correction wegen der Veränderlichkeit der Elemente, welche von dem Betrage der Störungen von 30° exc. Anom. bis zum Augenblick der Rechnung abhängig ist. Die Spalte C ist die Summe beider Correctionen. Die Zunahme der mittlern täglichen Bewegung von 30° bis 46° exc. Anom. des Kometen beträgt also nach diesen beiden Correctionen +0'',001802 mehr, als ohne dieselben gefunden worden war.

Die Correction F hatte Herr Doctor *Lehmann* bei seiner Rechnung nicht nöthig, dagegen trifft die Spalte E seine Rechnung eben so gut, wie die meinige, und es scheint mir kaum einem Zweifel zu unterliegen, daß unsere Resultate in Uebereinstimmung kommen werden, wenn hierauf gehörig geachtet wird. Wie wichtig der von mir bemerkt gemachte Umstand werden kann, das zeigt sich durch die bloße Ansicht der oben in der Spalte E befindlichen Zahlen.

Die folgende Ueberlegung aber scheint mir dazu geeignet das, worauf es hier ankommt, noch augenscheinlicher hervorzuheben.

Bei 46° der gestörten excentr. Anomalie des Kometen finde ich folgende Elemente

$$\nu = 45''.697657 \quad e = 0,9679321 \text{ ff. (2)}$$

Für den Zeitpunkt (t), in welchem diese Elemente Statt finden, hätten die in der ersten Rechnung für 30° bis 46° exc. Anom. gebrauchten [oben unter (1) angeführten] Elemente die exc. Anom. $s = 46^\circ,03334$ gegeben. Nehme ich also das Integral aus der ersten Rechnung bis $s = 46^\circ,03334$ und addire das Integral der Spalte P , so erhalte ich offenbar diejenigen Elemente, welche eine mit den unveränderten Elementen (1), aber für gleich große Zeitintervalle, geführte Rechnung als für denselben Zeitmoment (t) gültig ergeben haben würde. Mit andern Worten, wären Herr Doctor *Lehmann* und ich von 30° exc. Anom. mit den oben unter (1) angeführten Elementen ausgegangen und hätten wir beide unsere Rechnung, jeder auf die wirklich von uns angewandte Weise, bis zu dem Zeitpunkt t fortgesetzt, in welchem die wirkliche exc. Anom. des Kometen 46° betrug, so hätte ich die mittlere tägliche Bewegung ν am Ende dieses Zeitraums größer finden müssen als Herr Doctor *Lehmann*: um die Differenz des Integrals der Spalte E und der Veränderung von ν von 30° bis $30^\circ,03334$ exc. Anomalie. Ich finde diese Differenz ungefähr $= + 0'',006484$, wodurch die Umlaufszeit des Kometen um 4 volle Tage verkürzt wird. Hiernach scheint der Unterschied von 8 Tagen in Beziehung auf das Perihelium von 1759 nicht zu groß, um auf die angegebene Weise erklärt werden zu können. Uebrigens zeigt sich auch leicht, wie es zugeht, daß Herr Dr. *Lehmann*, ungeachtet der großen von ihm angewandten Vorsicht und Behutsamkeit, dennoch den hier zur Sprache gebrachten Umstand übersehen konnte. Natürlich muß man die Intervalle um so kürzer annehmen, je größer die Störungen sind, welchen der Komet gerade ausgesetzt ist. Um nun nicht zu oft mit der Größe der Intervalle wechseln zu müssen, wird man gern die größte Nähe eines stark störenden Planeten ungefähr in die Mitte eines längern Zeitraums (z. B. von 360 Tagen) bringen, während dessen Dauer man die Elemente als unveränderlich betrachtet, d. h. die Zeitpunkte, für welche man die Elemente corrigirt, werden niemals zu den Ausnahmefällen gehören, von welchen hier die Rede ist und es werden daher am Ende jedes solchen längern Zeitraums ziemlich die nehmlichen Werthe der berechneten Differentialquotienten erhalten werden, man mag nun von den am Anfange oder am Ende dieses Zeitraums gültigen Elementen Gebrauch machen.

Dazu kommt, daß der Totaleffect, welchen die vorübergehende sehr große Nähe eines störenden Planeten auf die Elemente des Kometen hervorbringt, im Vergleich mit den ausnehmend großen Werthen der Differentialquotienten für die Zeit dieser Nähe, ganz unbedeutend zu sein pflegt, so daß also auch die Elemente selbst am Anfange und am Ende des längern Zeitraums (von 360 Tagen) in der Regel nicht wesentlich von einander verschieden sein werden, es mag nun während seiner Dauer der Komet sehr nahe bei dem Jupiter oder Saturn vorbeigegangen sein, oder nicht.

Das Wesentliche von alle dem, was ich hier zu meiner nothgedrungenen Vertheidigung vielleicht zu ausführlich darstellen mußte, habe ich schon in Nr. 250 der A. N. p. 161 deutlich und unzweideutig hervorgehoben. Damals glaubte ich von einem, meines Dafürhaltens, ganz natürlichen und einfachen Umstande um so weniger viele Worte machen zu dürfen, da ich der Meinung war, daß das Princip, worauf sich mein Verfahren gründet, keinesweges ein neues, sondern schon durch andere Astronomen vor mir, wenn auch auf eine in der Form verschiedene, vielleicht zweckmäßigere Weise in Anwendung gekommen sey. Und derselben Meinung bin ich, wie natürlich, auch noch heute.

Ich benutze diese Gelegenheit, um noch ein Mal auf den großen Vortheil zurück zu kommen, welchen man in geeigneten Fällen dadurch erreichen kann, daß man die Bewegung des Kometen auf den Schwerpunkt des Sonnensystems als Mittelpunkt seiner Bahn bezieht, und setze zu dem Ende einige Differentialquotienten für die Zeit des Apheliums hierher. Diese Differentialquotienten drücken die Aenderungen seiner mittlern täglichen Bewegung ($46'',4$) für eine Zunahme der exc. Anom. von resp. 2° und 6° aus und sind ebenfalls in Einheiten der sechsten Decimalstelle angegeben.

s	Jupiter.		Saturn.		Uranus.	
	$\frac{ds}{dy}$	$\frac{dy}{ds}$	$\frac{ds}{dy}$	$\frac{dy}{ds}$	$\frac{ds}{dy}$	$\frac{dy}{ds}$
170°	— 8	— 2			150°	+ 187
172	+ 3	— 5			156	+ 93
174	+ 11	— 6			162	+ 34
176	+ 14	— 7			168	+ 8
178	+ 9	— 7			174	+ 0
180	+ 2	— 8			180	— 1
180°	+ 2	— 8			180°	— 0
182	— 5	— 9			186	— 0
184	— 9	— 10			192	— 3
186	— 11	— 11			198	— 11
188	— 8	— 12			204	— 24
190	— 2	— 13			210	— 44

Endlich habe ich noch zu bemerken, daß zwar die in Nr. 180 und Nr. 196 der A. N. von mir aufgeführten Differentialquotienten bei den Rechnungen, von welchen ich in

Nr. 250 und Nr. 296 dieser Zeitschrift Bericht erstattet habe, durchaus nicht benutzt worden sind, daß mir aber eine nochmalige flüchtige Integration den Werth von Δa für den 9^{ten} Juni 1759 = $-0,012675$ gegeben hat. Wahrscheinlich hat Herr Dr. *Lehmann* nicht bemerkt, daß die letzte Zeile auf pag. 226, (A. N. Nr. 180) auf der folgenden Seite wiederholt worden ist. Wäre diese Vermuthung gegründet, so hätte Herr Dr. *Lehmann* bei Berücksichtigung dieses

Umstandes $\Delta a = -0,012749$ erhalten, was mit meiner Angabe, $\Delta a = -0,012685$, so genau übereinstimmt, als man den Umständen nach erwarten kann, da ich die Aenderung von a während eines jeden Intervalls durch die vier zunächst gelegenen Differentialquotienten bestimmt, also für die Summe aller Störungen von Jan. 0 bis Jan. 160 nur die drei ersten Differenzreihen berücksichtigt habe.

Halle den 31^{sten} Juli 1835.

O. A. Rosenberger.

Schreiben des Herrn *v. Boguslawski*, Conservators der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber.
Breslau 1835. August 2.

Nachdem ich es schon, nach vier vergeblich geopferten Nächten, fast aufgegeben hatte, den *Enckeschen* Kometen aufzufinden, weil der scheinbar ganz heitere Himmel so nahe am Horizonte nie durchsichtig genug war, und die Dämmerung zu schnell hindernd eintrat, scheint es mir doch, als sey es mir gelungen, ihn in der Nacht vom 30^{sten} zum 31^{sten} Juli zu finden, und 4 Mal am Kreis-Mikrometer zu beobachten. Es leidet fast keinen Zweifel, daß es sich so verhält; allein ich fühle mich nicht eher ganz beruhigt, als bis ich den Ort, wo ich ihn wahrgenommen, noch ein Mal gesehen, und den Vergleichssterne mit Zuverlässigkeit recognoscirt habe. In der Nacht zum 1^{sten} Aug. war es ganz trübe, und in der verwichenen Nacht war die Luft gegen den Horizont zu wieder nicht durchsichtig genug, obwohl ich behaupten möchte, in einigen Momenten, wo die Sterne: 6^h 57' 10",50 und 6^h 57' 39",30 der *Besselschen* Zone vom 13^{ten} Febr. 1828, etwas durchschimmerten, auch den Cometen südöstlich von ihnen sehr blaß wahrgenommen zu haben.

Am 30^{sten} um 14^h 15' m. Bresl. Zeit fand ich bei sehr durchsichtiger Luft, nach einem stürmischen Regentag, aber leider bei schon etwas merklicher Dämmerung ungefähr in 110° AR. und gegen 30° nördl. Declination einen sehr verwaschenen, doch wie es schien etwas oval geformten Nebel, um $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{3}$ größer im scheinbaren Durchmesser als der *Bielasche* Comet gegen Ende Novbr. 1832, aber von bedeutend matterem Lichte. Es war keine Zeit zu verlieren, und ich eilte ihn am Kreis-Mikrometer des 4füßigen Fraunhofer mit einem nördlich von ihm stehenden Sterne 8^r Größe, wie folgt, zu vergleichen.

Auf Sternzeit reducirt.

22 ^h 54' 28" 11	Comet	E. süd. vom Centr.
55 3,01	Stern	E. nördl. vom Centr.
56 4,78	Stern	A.
56 20,84	Comet	A.

22 58 3,13	Comet	E.	} immer Comet süd. und Stern nördl. vom Centr.
58 24,39	Stern	E.	
59 41,04	Stern	A.	
59 49,06	Comet	A.	
23 2 25,52	Comet	E.	
2 39,57	Stern	E.	
4 1,81	Stern	A.	
4 4,22	Comet	A.	
7 32,04	Comet	E.	
7 57,91	Stern	E.	
8 59,89	Stern	A.	
9 15,94	Comet	A.	

Vergeblich bemühte ich mich, ihn noch zum 5^{ten} Male zu beobachten. Die Dämmerung, vielleicht auch die Undurchsichtigkeit der Luft, nahmen so schnell zu, daß auch nicht mehr möglich war, über den Vergleichssterne ganz vollständig ins Klare zu kommen. Es leidet aber fast keinen Zweifel, daß es der Stern ist, welchen Herr Geh. Rath *Bessel* am 13^{ten} Febr. 1828 um 6^h 44' 21",10 beobachtet hat. Der Barometer stand kurze Zeit nach Beendigung der Beobachtungen 27^z 9^l,28 Par. bei (+ 13°,3) R. innerer und + 6°,6 R. äußerer Temperatur.

Um 10^h m. Zt. Abends vorher waren die Maasse 27^l 8^z,60 + (13,9) R. und + 10°,0 R.

Weil die Stellung des Kreis-Mikrometers etwas anders war, als im Winter, wo ich das Gesichtsfeld mittelst Plejadensterne ermittelt hatte, so habe ich schnell eine kleine Reihe Messungen des Durchmessers mit dem Theodoliten angestellt, deren Resultat bis hieher 25' 31",97 nicht bedeutend von der Wahrheit abweichen kann. Die vervollständigte Bestimmung werde ich Ihnen demnächst mit den Reductionen zusenden.

Ich bin der Hoffnung, daß es noch mehreren Astronomen gelungen seyn möge, eine noch größere Reihe von Beobachtungen dieses so wichtigen und interessanten Weltkörpers zu erlangen.

v. Boguslawski.