

VI. *Eine Wirkung der Schwungkraft;*
von C. H. Schellbach,

Prof. d. Math. am Friedrich-Wilhelms-Gymnas. in Berlin.

Der schwere Punkt A ist an der nicht schweren geraden Linie $HA=l$ (Taf. III., Fig. 3) befestigt, die sich mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit w um die Axe HX dreht und durch die Schwungkraft des Punkts A um den Winkel $AHD=\alpha$ von der Axe entfernt hat. Zerlegt man die Beschleunigung der Schwere $AG=g$ in die beiden Componenten AF und AE , von denen die erste in die Richtung der Linie HA fällt und durch deren Befestigung in H aufgehoben wird, und die zweite, senkrecht gegen HX gerichtete, der Schwungkraft das Gleichgewicht hält, so hat man zur Bestimmung des Winkels α die Gleichung

$$w^2 l \sin \alpha = g \tan \alpha.$$

Man erhält aus dieser Gleichung entweder

$$\sin \alpha = 0 \quad \text{oder} \quad \cos \alpha = \frac{g}{lw^2}.$$

Also hat die Linie HA zwei Gleichgewichtslagen: entweder in der Drehungs-Axe selbst, oder, wenn sie sich um den durch die zweite Gleichung bestimmten Winkel α von dieser Axe entfernt hat. Dieser Winkel wird aber *unmöglich*, sobald sein Cosinus größer als 1 oder

$$l < \frac{g}{w^2}$$

ist. Da $l \cos \alpha = HD = h$ ist, so giebt die zweite Gleichung

$$h = \frac{g}{w^2}.$$

Diese Höhe h , bis zu welcher sich durch den Schwung um die Axe HX die Punkte A, B, C , die an verschiedenen langen Linien befestigt sind, dem Aufhängungspunkte H nähern, hängt also nur von ihrer Winkelgeschwindigkeit w ab. Punkte, die in H an Linien befestigt sind, welche die

Länge h nicht erreichen, bleiben daher, bei der Drehung der Axe HX , ruhig in dieser Axe hängen, während sich die übrigen in eine einzige Ebene CC' begeben, auf welcher die Axe HX senkrecht steht. Solche, an kürzeren Linien als HD befestigten Punkte haben also nur eine einzige Gleichgewichtslage, während alle, die an längeren Linien befestigt sind, deren zwei einnehmen können.

Trägt die Linie AH (Taf. III., Fig. 4), statt einer einzigen Masse, in den Punkten A und A' , zwei Massen m und m' , und ist $AH = l$ und $A'H = l'$, so sind die Radien, welche diese Massenpunkte bei ihrer Drehung um die Axe HX durchlaufen, $AD = l \sin \alpha$ und $A'D' = l' \sin \alpha$, also die Schwingkräfte $DB = mw^2 l \sin \alpha$ und $D'B' = m'w^2 l' \sin \alpha$. Die Componenten der Schwere sind aber $AE = mg \tan \alpha$ und $A'E' = m'g \tan \alpha$. Die Spannungen AF und $A'F'$ werden durch die Festigkeit des Punkts H aufgehoben. Stellt man sich nun die parallelen Kräfte BD und $B'D'$, so wie AE und $A'E'$, in der Axe HD wirkend vor, so müssen sie hier einander das Gleichgewicht halten; es muß also die Gleichung

$$HD \cdot DB + HD' \cdot D'B' = HD \cdot AE + HD' \cdot A'E'$$

oder

$$l \cos \alpha \cdot mw^2 l \sin \alpha + l' \cos \alpha \cdot m'w^2 l' \sin \alpha \\ = l \cos \alpha \cdot mg \tan \alpha + l' \cos \alpha \cdot m'g \tan \alpha$$

oder

$$\cos \alpha = \frac{g}{w^2} \cdot \frac{ml + m'l'}{ml^2 + m'l'^2}$$

Statt finden.

Auf diese Weise erhält man auch, wenn die Linie AH in den Entfernungen l, l', l'', \dots mit den Massenpunkten m, m', m'', \dots besetzt ist, für $\cos \alpha$ den allgemeinen Ausdruck

$$\cos \alpha = \frac{g}{w^2} \cdot \frac{ml + m'l' + m''l'' + \dots}{ml^2 + m'l'^2 + m''l''^2 + \dots}.$$

Sind alle Massen gleich groß und in n Punkten über die ganze Linie gleichförmig vertheilt, so findet sich

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{g}{w^2} \cdot \frac{n(1+2+3+\dots+n)}{l(1^2+2^2+3^2+\dots+n^2)} = \frac{g}{w^2} \cdot \frac{3nn(n+1)}{ln(n+1)+(2n1)} \\ &= \frac{3g}{lw^2} \cdot \frac{n}{2n+1}.\end{aligned}$$

Um den Winkel α für den Fall zu finden, wenn AH eine gleichförmig schwere Linie ist, hat man nur in der vorigen Formel $n = \infty$ zu setzen, was für $l \cos \alpha = HD = h'$,

$$h' = \frac{3g}{2w^2} = \frac{3}{2}h$$

gibt, so daß also auch in diesem Falle die Linie h' von der Länge der Linie l unabhängig ist.

Diese Eigenschaft der Schwungkraft läßt sich an einer gut construirten Centrifugalmaschine, wie sie in physikalischen Cabinetten vorkommen, leicht nachweisen, und bietet so eine nützliche Vervollständigung dieses Apparats dar.

VII. *Die Farben des Mausits; von W. Haidinger.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. Sitzungsber. d. math. naturw. Klasse
d. Wiener Akademie d. Wiss. Juli 1853.)

»Das hexagonale Eisensalz $\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot \text{SO}_3 + 3(\text{KO})\text{SO}_3 + 3\text{H}_2\text{O}$, welches mir so interessante Resultate hinsichtlich des Auftretens von basischem Wasser geliefert hat (Pogg. Ann. Bd. XI, S. 73), bildet Krystalle, welche senkrecht auf ihre Axe *grünes*, parallel mit ihrer Axe (je nach der Länge der sechsseitigen Säulen oder Tafeln) gelbes bis rothbraunes Licht durchlassen. Nun enthält aber jenes Salz *keine Spur* von Eisenoxydul, sondern nur Eisenoxyd, Schwefelsäure, Kali und Wasser (basisches und Krystallisations-Wasser.) Unter gewissen Umständen bildet dasselbe Salz ein krystallinisches Pulver von schön zeisiggrüner Farbe, einer Nüance also, worin wir Gelb und Grün zugleich erblicken.»