ANNALEN
DER PHYSIK UND CHEMIE.
Bd. VI. ERGÄNZUNG. St. 1.

I. *Zurückführung der Siemens'schen galvanischen Widerstandseinheit auf absolutes Maafs; von F. Kohlrausch.*

(Der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen im Auszuge mitgetheilt am 5. November 1870.)

Je fester und allgemeiner sich der Gebrauch der Siemens'schen Quecksilbereinheit einbürgert, desto wünschenswerther ist die möglichst genaue Kenntnifs ihres Verhältnisses zu dem wissenschaftlichen, sogenannten absoluten oder Weber'schen Widerstands-Maafse. Eine solche Bestimmung soll den Gegenstand dieser Mittheilung bilden. Sie ist im Jahre 1869 im Göttinger magnetischen Observatorium ausgeführt worden; einerseits unter Anwendung der ausgezeichneten erdmagnetischen und galvanischen Instrumente, welche das Observatorium und das physikalische Institut in Göttingen durch W. Weber's Arbeiten erhalten haben, andererseits mit Quecksilbereinheiten, welche Hr. Siemens zu diesem Zwecke eigens herstellen zu lassen die Güte hatte. Ich darf vorausschicken, dafs ich keine Mühe gescheut habe, um denjenigen Grad von Genauigkeit zu erzielen, welcher mit obigen Mitteln erreichbar ist. Zu der Annahme, dafs dieses Ziel wirklich erreicht worden sey, glaube ich durch eine jahrelange Uebung in dieser Art von Beobachtungen nicht weniger als durch die schliefsliche Uebereinstimmung der Resultate berechtigt zu seyn.

Das Ergebnifs ist, dafs die Siemens'sche Einheit in absolutem Maafse gleich

$$9717000000 \frac{\text{Mm.}}{\text{Sec.}}$$

oder, wie es in übersichtlicherer Zahl auszusprechen, gleich $0{,}9717 \frac{\text{Erdquadrant}}{\text{Secunde}}$ ist.

Soweit der Raum gestattet, werde ich das Beobachtungsmaterial in der Weise mittheilen, dafs man die Rechnung controliren kann und dafs ein Urtheil über die erreichte Genauigkeit möglich wird. Abgesehen davon, dafs bei einer jeden fundamentalen und schwierigen Messung, welche den Anspruch auf Exactheit erhebt, die möglichst detaillirte Mittheilung der Zahlen wünschenswerth ist, treten hier noch zwei Gründe ein. Erstens nämlich handelt es sich um ein ganz neues und wichtiges galvanometrisches Princip von Weber, wobei die ebenfalls von ihm zur Geltung gebrachten Beobachtungsverfahren mit schwingender Nadel zur Anwendung kommen, welche bis jetzt wenig verbreitet sind. Dieses Princip, den absoluten Empfindlichkeitscoefficienten eng umchliefsender Multiplicatoren aus der Dämpfung der schwingenden Nadel zu bestimmen, verdient eine eingehende Prüfung. Zweitens aber werden meine Resultate in der Widerstandseinheit der *British Association* den Fehler von etwa 2 Procent wahrscheinlich machen, und gegenüber der Autorität des „*Standard-Committee*", welches von so hervorragender Seite beauftragt und aus den ersten wissenschaftlichen Namen zusammengesetzt war, welches aufserdem über bedeutende äufsere Mittel verfügte, erscheint die gröfste Vorsicht, eventuell aber auch ein erhöhter Nachdruck nothwendig. Man wird weiter unten eine Reihe von Bedenken gegen die Bestimmung der *British Association*-Einheit aufgeführt finden.

I. Die verschiedenen Methoden der absoluten Widerstandsmessung.

Die absolute Widerstandsbestimmung eines Leiters auf magnetischem Wege führt immer auf die Aufgabe, den Strom zu messen, welchen eine bekannte elektromotorische Kraft in dem Leiter erzeugt; wobei als Einheit der Stromstärke derjenige Strom gilt, welcher nach aufsen die Einheit der magnetischen Wirkung ausübt, und als Einheit der elektromotorischen Kraft diejenige, welche bei der Bewegung eines Leiters gegen magnetische Kräfte unter gewissen normalen Verhältnissen in dem Leiter entsteht [1]). Wir verdanken Weber vier Methoden einer solchen Widerstandsbestimmung, die sich kurz so charakterisiren lassen.

Die erste [2]) benutzt die durch den Erdmagnetismus in einem bewegten Leiter von bekannten Dimensionen (Erd-Inductor) inducirte elektromotorische Kraft und findet die Stromstärke durch die Ausschläge einer kurzen Magnetnadel innerhalb eines Multiplicators von ebenfalls bekannten Dimensionen. Verlangt ist aufserdem nur die Schwingungsdauer der Nadel, nicht etwa die erdmagnetische Intensität, da diese sich heraushebt. Erforderlich ist aber, dafs die Nadel kurz sey gegen den Durchmesser des Multiplicators. Entweder als müssen die *Beobachtungen an einer kleinen Nadel angestellt* werden, oder *der Multiplicator ist in sehr bedeutenden Dimensionen auszuführen.*

Die zweite Methode [3]), die im Folgenden angewandte, ist eine durch eben diese Schwierigkeiten hervorgerufene Modification der ersten. Als Galvanometer dient ein enger Multiplicator mit astatischer Nadel, deren Dimensionen den Anforderungen der gröfsten Empfindlichkeit und sonstigen Rücksichten beliebig angepafst seyn können. Die Wirkung der Stromeinheit im Multiplicator auf die Nadel wird nämlich nicht aus den Dimensionen berechnet, sondern findet sich empirisch nach den Gesetzen der Magneto-Induction durch die *Dämpfung*, welche die schwingende Nadel durch den Multiplicator erleidet. Ferner aber mufs nunmehr aufser der Schwingungsdauer noch das *Trägheitsmoment der Nadel* und es mufs endlich die *erdmagnetische*

1) Abh. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. 1846, Bd. 1 S. 219.

2) *l. c.* S. 226.

3) Abh. d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1862. Bd. 10, S. 20. Auch einzeln abgedruckt unter dem Titel: Zur Galvanometrie. Gött. 1862.

Kraftcomponente, welche auf den Inductor wirkt, *nach absolutem Maafse* bekannt seyn.

Durch eine grofse Einfachheit der instrumentellen Hülfsmittel zeichnet sich ein drittes Verfahren aus [1]), bei welchem nur ein Multiplicator zur Anwendung kommt, in dessen Mitte eine Magnetnadel schwingt. Ist deren Schwingungsdauer, sowie durch Ablenkungsbeobachtungen an einer Bussole das Verhältnifs des Nadelmagnetismus zum Erdmagnetismus und die *Vertheilung* des ersteren in der Nadel ermittelt, so läfst sich hieraus und aus den Dimensionen des Multiplicators die durch die bewegte Nadel in dem letzteren erzeugte elektromotorische Kraft berechnen. Die Stärke des hierdurch inducirten Stromes und somit der Multiplicatorwiderstand wird aus der beobachteten *Dämpfung* erhalten.

Das letzte Verfahren [2]) endlich setzt einen Multiplicator von bekannten Dimensionen *in rasche gleichförmige* Rotation und beobachtet die Ablenkung einer innerhalb desselben aufgehangenen kleinen Magnetnadel.

Von diesen Methoden bietet eine jede, sobald es sich um grofse Genauigkeit handelt, in der Ausführung nicht unbedeutende Schwierigkeiten, welche oben mit gesperrter Schrift angedeutet werden. Wir werden zunächst das letztgenannte Verfahren des rotirenden Multiplicators, insofern es zur Herstellung der englischen Einheit gedient hat, etwas eingehender betrachten müssen.

II. Ueber die durch die *British Association* veranlasste Bestimmung der absoluten Widerstandseinheit [3]).

Die vierte Methode ist von Weber in zwei verschiedenen Modificationen vorgeschlagen worden: der Inductor kann um eine horizontale oder eine verticale Axe gedreht werden. Im ersteren Falle ist es nothwendig, das *Ver-*

1) Abh. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. 1846, Bd. 1 S. 232.

2) Weber, Zur Galvanometrie. S. 12.

3) *Report of the Brit. Assoc.* 1862, S. 125; 1863, S. 111; 1864. I. S. 345; 1865. I. S. 308. Auf Jahrgang 1863 beziehen sich im Folgenden die Citate mit blofser Seitenzahl.

hältnifs der beiden erdmagnetischen Componenten zu kennen, da die horizontale auf die Nadel wirkt, während die verticale inducirt. Auf dem zweiten, von dem Standard-Committee der *British Association* eingeschlagenen Wege entgeht man freilich dieser Anforderung: die horizontale Componente kommt als inducirend in den Zähler, in ihrer Wirkung auf die Nadel in den Nenner, und so ist hier ein in der That höchst elegantes und im Princip auch sehr einfaches Verfahren gegeben, welches vom Erd- sowie Nadel-Magnetismus unabhängig, nur die mechanische Schwierigkeit der Herstellung einer constanten, schnellen Rotation enthält.

Dafür aber stellt sich in der Ausführung der zweiten Modification ein anderes Hindernifs ein, dessen Wirkung in der Arbeit des „Committee" denn auch auf's Klarste zu Tage tritt, und welches, wie es scheint, höher anzuschlagen ist als die Nothwendigkeit einer Inclinationsbestimmung. *Es inducirt nämlich jetzt die aufgehangene Nadel mit dem Erdmagnetismus zusammen, und es mufs demnach der erstere Theil eliminirt werden.* Wollte man in dem vom Committee angewandten Multiplicator von 300^{mm} Durchmesser einen für galvanometrische Messungen gewöhnlich gebrauchten kleinen Magnet benutzen, so würde seine eigene Induction die des Erdmagnetismus weit übertreffen. Sollte die erstere als kleine Correction behandelt werden, so war defswegen eine ungewöhnlich schwache Magnetnadel vorgeschrieben.

Darin ist in der That das Committee sehr weit gegangen; so weit, dafs ohne Zweifel noch niemals eine so schwache Magnetnadel zu einer Messung verwendet worden ist. Der Magnet bestand nämlich aus einer Stahlkugel von 8^{mm} Durchmesser, also aus einer für den Magnetismus möglichst ungünstig gestalteten Masse von etwa 2 Gr. Diese kleine Kugel aber war nun noch absichtlich schwach magnetisirt und hatte einen Magnetismus, nicht gröfser als der, welchen man einer *Nähnadel von der Masse* $\frac{1}{40}$ Gr. mittheilen kann, wovon ich mich durch den Versuch überzeugt habe [1]). Zur Illustration der Zahlen kann ferner dienen, dafs ein gestrecktes Eisenstäbchen von 10 Gr. in der Inclinationsrichtung gehalten, den obigen Nadelmagnetismus durch Induction des Erdmagnetismus annehmen würde. Ein einfacher Coconfaden von 2^{m} Länge war als Aufhängefaden der Stahlkugel nothwendig, um das Torsionsverhältnifs auf diejenige kleine Gröfse zu reduciren, welche durch die wandelbare Elasticität und die elastische Nachwirkung des Cocon geboten ist. Nun denke man sich mit der allerfeinsten Nähnadel als Magnetnadel an einem etwa $\frac{1}{4}^{m}$ langen Verbindungsstück einen Spiegel von 30^{mm} Durchmesser verbunden, der also für Luftströmungen, welche auch in einem gut geschlossenen Kasten nicht ganz ausbleiben, eine Fläche von etwa 14 Quadrat^{cm} darbot (nach der Zeichnung); die ganze Masse von einem Trägheitsmoment, dafs ihre Schwingungsdauer (S. 173) 10 Sec. betrug, während diejenige der Nähnadel allein etwa $\frac{2}{3}$ Sec. betragen würde, und man hat im Wesentlichen das Magnetometer, auf welches die schwachen Ströme im Multiplicator wirkten, und bei welchem ein Einstellungsfehler von 2 Bogenminuten 1 Proc. Fehler im Resultate bewirkte. Dazu kommt noch, dafs in unmittelbarer Umgebung dieses Magnetometers der grofse Multiplicator mit einer Geschwindigkeit bis zu 4 Umdrehungen in der Secunde rotirte.

Es erscheint als ein Mangel in den sonst so ausführlichen Berichten, dafs, soweit mir bekannt, nirgends eine Beobachtungsreihe mit allen Einzelheiten wiedergegeben wird, damit man einen Anhaltspunkt für oder gegen das genannte Bedenken gewönne. Erwähnt wird (S. 174),

1) Die Stahlkugel lenkte (Rep. 1863, S. 172) aus $156{,}6^{mm}$ Entfernung eine Bussolennadel um $\operatorname{arc\,tg} 0{,}0078 = 27'$ ab. Daraus folgt, die Horizontal-Intensität $= 1{,}76$ angenommen, das magnetische Moment $M = \frac{1}{2} \cdot 1{,}76 \cdot 156{,}6^3 \cdot 0{,}0078 = 26000$. Da nun 1^{mgr} Stahl im Maximum etwa 1000 Einheiten dauernden Magnetismus annimmt (vgl. auch Schneebeli, Progr. des Zürch. Polyt. 1871—72), so kann man den obigen Magnetismus einem dünnen Stäbchen von 26^{mgr} mittheilen.

dafs einzelne Theile der länger dauernden Versuchsreihen wegen Nicht-Uebereinstimmung mit anderen vor der Rechnung ausgeschieden worden seyen; also scheinen bedeutende unaufgeklärte Unregelmäfsigkeiten vorgekommen zu seyn. *In der messenden Physik aber ist es immer bedenklich, anzunehmen, dafs gröfsere Versuchsfehler nur zufälligen Ursprunges seyen und durch eine hinreichende Anzahl von Beobachtungen eliminirt werden.*

In der That, wenn wir nun die Schlufs-Resultate ansehen, welche zur Veröffentlichung gelangt sind [1]), so scheinen diese ein leises Bedenken zu rechtfertigen. Diese *Mittelzahlen* weichen von einander noch bis zu 1,4 Proc. ab. Man findet ferner, dafs die langsamen Rotationen im Mittel ein um etwa 0,5 Proc. anderes Resultat ergeben als die raschen. Gleicherweise erlaubt die Mittheilung einiger Beobachtungen von einem und demselben Tage (Rep. 1863, S. 175) ein Urtheil. Daselbst kommen 4 Resultate vor, welche bis zu 2,3 Proc. von einander abweichen. Und diese Zahlen beruhen jede auf etwa viertelstündigen Beobachtungsreihen mit je etwa 100 Scalen-Ablesungen, aus denen eventuell die am wenigsten stimmenden Zahlen bereits ausgeschieden worden sind. An so grofsen Differenzen wird ein unbefangener Leser immer Anstand nehmen.

Ganz unverständlich aber sind mir die Abweichungen bis zu 8,5 Proc., welche unter Umständen eintraten, je nachdem der Inductor nach links oder nach rechts rotirte. Nach einer Andeutung des H. Jenkin (diese Annalen CXXVI, 387) soll dieser Umstand darin seine Erklärung finden, dafs „der Faden, an dem der Magnet suspendirt war, in der einen Richtung einen geringen Einflufs ausübte.“ Man ist versucht, auf eine einseitige, dauernde Torsion des Fadens zu schliefsen, wodurch die beiderseitigen Ausschläge allerdings verschieden ausfallen. Aber um Differenzen zu erklären, wie sie hier vorkommen, mufste die Torsion so grofs seyn, dafs die magnetische

1) *Rep. Brit. Assoc.* 1864. S. 350; diese Ann. CXXVI. S. 386.

Axe der Stahlkugel eine um viele Grade vom magnetischen Meridian abweichende Stellung gehabt hätte. Ein solches Versehen bei der Aufhängung darf man wohl kaum annehmen. Sollte es aber vorgekommen seyn, so scheinen mir die betreffenden Beobachtungsreihen verwerflich; denn wenn man schon in der gewöhnlichen Praxis eine so grofse Unsymmetrie ungern zuläfst, so würde sie gefährlich erscheinen bei der Kugelgestalt und dem schwachen Magnetismus des kleinen Magnets. Dafs nämlich dessen magnetische Axe, auf deren Constanz schliefslich Alles ankommt, wirklich bis auf Bogenminuten constant sey, wenn sie nicht in der Richtung der magnetischen Directionskraft liegt, würde eine gewagte Behauptung seyn.

Minder bedenklich wäre wohl die andere Interpretation des citirten Ausspruches, dafs eine Aenderung der Torsionsruhelage des Cocon durch elastische Nachwirkung im Spiel wäre, etwa, indem der Faden noch nicht lange aufgehangen war. Aber auch dieses möchte ich nicht gern annehmen, denn man hätte in diesem Falle die Beobachtungen aufschieben oder doch mindestens die Nachwirkung durch besondere Beobachtungen eliminiren sollen.

Kurz, man wird die Annahme kaum vermeiden können, dafs der schwache Magnetismus der Nadel erhebliche Unzuträglichkeiten im Gefolge gehabt habe, und die Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf solche Beobachtungen anzuwenden halte ich ohne den ausdrücklichen Nachweis von der Abwesenheit constanter Fehlerquellen nicht für gerechtfertigt.

Immerhin aber könnte der wahrscheinliche Fehler von 0,1 Proc., der für das Endresultat berechnet wird, sich nur auf die Scalenablesungen beziehen; ihn auf die ganze Messung zu übertragen würde voraussetzen, dafs andere Fehlerquellen nicht vorhanden gewesen sind. Auch die, wenn auch sehr beachtenswerthe Uebereinstimmung der beiden im Jahre 1863 und 1864 gefundenen Zahlen bis auf 0,16 Proc. kann nicht als unbedingt maafsgebend betrachtet werden. Wenn wir nun nach den anderen Fehlerquellen fragen, so erhebt Hr. W. Siemens zunächst einen Einwand gegen die Berechnung des mittleren Windungshalbmessers aus der Länge und der Windungszahl des Drahtes. Daſs ein solches Verfahren bei *dickem* Draht unbedenklich ist, glaube ich aus eigenen sorgfältigen Versuchen schlieſsen zu dürfen. Der Querschnitt der hier vorliegenden Drahtsorte beträgt freilich (aus dem Gewicht und Gesammtwiderstand des Drahtes, sowie aus den Dimensionen des Multiplicators zu schlieſsen) nur etwa 1 Quadrat$^{\mathrm{mm}}$, wobei man den obigen Einwand nicht ungerechtfertigt finden mag. Groſs dürfte immerhin der daraus entspringende Fehler nicht seyn.

Schwerer wiegt aber möglicherweise ein anderer Umstand, welcher in den Berichten des Committee nicht berührt wird, während die Correctionen doch im Allgemeinen mit einer Umsicht und Vollständigkeit behandelt werden, die als musterhaft gelten kann. Das Stativ, in welchem der Multiplicator rotirte, bestand aus „starken Messingrahmen“, die, wie aus der Zeichnung folgt, in sich geschlossene Kreise bildeten. Es wird nirgends gesagt, daſs und wie sich die Beobachter von der Unerheblichkeit der Ströme überzeugt haben, welche durch den rotirenden geschlossenen Inductor in diesen festen Metalltheilen entstehen muſsten. Wirklich würde der Nachweis davon auf experimentellem Wege schwierig gewesen seyn; aus eben diesem Grunde aber dürfte die Nachbarschaft der Metallmassen Bedenken erregen.

Ich habe eine Kritik des Verfahrens, durch welches die *British Association*-Einheit gewonnen worden ist, nicht umgehen können, da es sich um die Aufklärung einer Differenz handelt, deren Grund ich nach bestem Wissen nicht in meiner Messung finden kann. Nicht unmöglich ist übrigens, daſs manche der obigen Einwände durch eine ausführlichere Veröffentlichung des Beobachtungsmaterials hinweggefallen wären, deren Mangel um so mehr zu bedauern ist, als er eine Lücke in den sonst zum Theil classischen Berichten bildet.

Die Frage, welche Widerstandseinheit zur allgemeinen Einführung geeignet sey, gehört kaum in eine wissenschaftliche Untersuchung. Der Physik selbst kann ohne Zweifel die Concurrenz zwischen der Siemens'schen und der *British Association*-Einheit nur erwünscht seyn, denn durch sie ist das beste Mittel gegeben, die Unveränderlichkeit beider zu prüfen, welche für wissenschaftliche Anwendungen allein in Betracht kommt.

In der Praxis dürfte einmal die Stellung des Hrn. Siemens zur Telegraphie seiner Einheit einen beträchtlichen Vorsprung gegeben haben; nicht minder wichtig ist der Umstand, dafs die mit Umsicht eingerichteten und soviel mir bekannt auch gut eingetheilten Siemens'schen Scalen in grofsem Maafsstabe verbreitet worden sind. Auch kann man kaum leugnen, dafs für den Praktiker die Definition aus dem Quecksilber eine verständliche ist, während die andere fürs Erste nur Wenigen klar werden wird. Allein ein bedeutendes Gewicht legt sich noch in die Schale der Siemens'schen Einheit, wenn die andere, wie es scheint, der absoluten $\frac{\text{Erdquadrant}}{\text{Secunde}}$ nicht erheblich näher kommt als die Quecksilbereinheit zufällig. Die *British Association*-Einheit ist factisch (auch nach der Auffassung des Committee; vergl. Rep. 1864. S. 346) nicht ein absolutes sondern ein Grundmaafs, und es ist für den Gebrauch ganz gleichgültig, ob die Annäherung an ersteres bis auf 2, oder ob sie bis auf 3 Proc. geht. Soll endlich (Rep. 1864. S. 348) auch die Reproducirbarkeit der *British Association*-Einheit nicht auf eine Wiederholung der absoluten Messung gegründet werden, sondern auf das Leitungsvermögen von Metallen, worunter das Quecksilber selbstverständlich obenan steht, so liegt scheinbar durchaus kein Grund vor, aus welchem nicht runde und bequeme Dimensionen der Quecksilbersäule gewählt werden sollten.

III. Die absolute Widerstandsbestimmung nach der Zurückwerfungsmethode.

Das auf S. 3 als „zweites" beschriebene Verfahren, den absoluten Widerstand einer Kette aus einem Erd-Inductor und einem Galvanometer mit engen Windungen zu bestimmen, beruht auf dem Zusammenhange zwischen dem Empfindlichkeits-Coefficienten des Galvanometers und dem Dämpfungsverhältnifs der schwingenden Nadel. Ich schalte die Ableitung dieses Satzes hier ein, da der von Weber gegebene Ausdruck [1]) einer, freilich unbedeutenden, Berichtigung bedarf.

Empfindlichkeitscoefficient q nennen wir das Drehungsmoment, welches der Strom 1 auf die Galvanometernadel ausübt, wenn die letztere den Windungen parallel ist. Nach den allgemeinen Gesetzen der Induction ist alsdann $-q\frac{dx}{dt}$ diejenige elektromotorische Kraft, welche die Nadel im Multiplicator inducirt, wenn sie sich in der Nähe der Parallelstellung mit der Winkelgeschwindigkeit $\frac{dx}{dt}$ bewegt. w sey der Leitungswiderstand des Multiplicators incl. des Weges, auf welchem seine Drahtenden mit einander verbunden sind (in unserem Falle also ist w der Widerstand Inductor + Galvanometer), so inducirt die bewegte Nadel einen Strom $-\frac{q}{w}\frac{dx}{dt}$, und hierdurch erfährt sie wiederum ein ihre Bewegung dämpfendes Drehungsmoment von der Gröfse $-\frac{q^2}{w}\frac{dx}{dt}$.

Zu dieser galvanischen Dämpfung mögen noch andere Bewegungswiderstände (Luftwiderstand usw.) hinzutreten, welche durch das Drehungsmoment $-c\frac{dx}{dt}$ dargestellt werden.

Die Gleichgewichtslage der Nadel sey nun den Windungen parallel; die Schwingungen sollen so klein bleiben, dafs, wenn x den Ablenkungswinkel in irgend einem Augen-

1) Abh. d. Gött. Ges. d. Wiss. Bd 10. 1862. S. 25.

blicke darstellt, das vom Erdmagnetismus und von der Elasticität des Aufhängefadens auf sie ausgeübte Drehungsmoment durch — Dx ausgedrückt werden kann, wo also D die Directionskraft der Nadel bedeutet. Bezeichnen wir endlich durch K das Trägheitsmoment der Nadel, so ist ihre Bewegung bestimmt durch die Gleichung

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{1}{K}\left(\frac{q^2}{w} + c\right)\frac{dx}{dt} + \frac{D}{K}x = 0.$$

Dies ist die hinreichend oft discutirte [1]) Bewegungsgleichung jeder gedämpften Nadel, nur mit dem Unterschiede, dafs die Coefficienten hier in ihrer physikalischen Bedeutung gegeben sind.

Der Coefficient von $\frac{dx}{dt}$ bestimmt nun bekanntlich das Verhältnifs der Schwingungsdauer zur Dämpfung. Es sey jetzt t die *Schwingungsdauer der gedämpften Nadel*, a und b die Gröfse zweier auf einander folgender Schwingungsbogen, also $\lambda = \log \text{nat} \frac{a}{b}$ das sogenannte ***natürliche logarithmische Decrement der Nadel.*** Dann ist

$$\frac{q^2}{wK} + \frac{c}{K} = 2\frac{\lambda}{t}.$$

Der zweite, vom Luftwiderstand herrührende Theil $\frac{c}{K}$ wird nun gerade so gefunden, wenn man die ***Schwingungsdauer*** t_0 und das ***logarithmische Decrement*** λ_0 beobachtet, nachdem die ***Leitung des Multiplicators unterbrochen*** worden ist. Dann ist

$$\frac{c}{K} = 2\frac{\lambda_0}{t_0}.$$

Da nun t und t_0 durch die Gleichung

$$\frac{t^2}{\pi^2 + \lambda^2} = \frac{t_0^{\,2}}{\pi^2 + \lambda_0^{\,2}}$$

zusammenhängen, so wird schliefslich

1) Gaufs, Resultate des magn. Vereins 1837, S. 74; 1839, S. 55. — W. Weber, Abh. der. Königl. Sächs. Ges. der. Wiss. 1846, Bd. 1. S. 345. — Du Bois-Reymond, Monatsber. der Berl. Akademie, 1869, S. 807.

$$q^2 = 2\frac{wK}{t_0}\left(\lambda\sqrt{\frac{\pi^2+\lambda_0^2}{\pi^2+\lambda^2}}-\lambda_0\right)^{1)} \qquad \text{(I)}.$$

Dieses ist die wichtige Gleichung, durch welche der Empfindlichkeitscoefficient eines Galvanometers mit engen Windungen und beliebig gestalteter Nadel aus dem Trägheitsmoment und der Schwingungsdauer der letzteren und aus ihrer Dämpfung durch den Multiplicator bestimmt werden kann, wenn der absolute Widerstand des Multiplicators bekannt ist. Mit Hülfe einer Siemens'schen Widerstandsscale wird die letztere Gröfse künftig leicht ermittelt werden können [2]).

Hier soll nun die Gleichung zur *Ermittelung* von w angewandt werden, folglich bedarf es noch einer zweiten Beziehung, durch welche q eliminirt werden kann. Diese liefern uns die Ströme, welche durch den Erdinductor hervorgebracht werden, wenn man denselben in bekannter Weise rasch aus *einer* zum magnetischen Meridian senkrechten Stellung in die um 180° verschiedene dreht.

Die *vom Inductordraht umschlossene Fläche* sey gleich S, und es bedeute T die *erdmagnetische Horizontal-Intensität*, so geht bei dieser Drehung durch einen Querschnitt der Kette die Elektricitätsmenge

1) Weber erhält (Zur Galvanometrie, S. 23, 25, wobei zu bemerken, dafs dort $\frac{q}{K}$ durch f und unser λ durch λ_1 bezeichnet wird), $q^2 = 2\frac{wK}{t_0}(\lambda - \lambda_0)\sqrt{\frac{\pi^2+\lambda_0^2}{\pi^2+\lambda^2}}$. Die, praktisch übrigens unerhebliche, Differenz rührt davon her, dafs das log. Decrement der galvanischen Dämpfung als die Differenz der Gesammtdämpfung und derjenigen bei unterbrochener Leitung gebildet wird, was nicht ganz richtig ist.

2) Es bedarf kaum der Erwähnung, dafs q nicht derjenige Empfindlichkeitscoefficient ist, welcher für *dauernde Ströme* in Betracht kommt. Will man die Ablenkung x durch einen solchen Strom i durch $x = p\,.\,i$ ausdrücken, so hat man, wie leicht zu ersehen $p = q\frac{t_0^2}{\pi^2 K}$ zu setzen. Nach sonstigem Sprachgebrauch kann q der *dynamische*, p der *statische Empfindlichkeitscoefficient* genannt werden.

$$\int i\,dt = 2\,\frac{S\,T}{w}\text{[1]}.$$

Dadurch gewinnt nach dem Früheren die Multiplicatornadel eine Winkelgeschwindigkeit γ

$$\gamma = \frac{q}{K}\int i\,dt = 2\,\frac{q\,S\,T}{w\,K},$$

woraus man erhält

$$q^2 = \frac{\gamma^2}{4}\,\frac{w^2\,K^2}{S^2\,T^2} \qquad \text{(II)}.$$

Durch Gleichsetzung der Ausdrücke I und II für q^2 kommt endlich der Widerstand Inductor + Galvanometer nach absolutem Maafse

$$w = \frac{1}{\gamma^2}\,\frac{8\,S^2\,T^2}{t_0\,K}\left(\lambda\sqrt{\frac{\pi^2+\lambda_0{}^2}{\pi^2+\lambda^2}} - \lambda_0\right).$$

Um die Winkelgeschwindigkeit γ, welche der einzelne Inductionsstofs der Nadel ertheilt, und die Dämpfung λ zu bestimmen, wendet Weber die *Zurückwerfungsmethode* (Abh. d. Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. Bd. 1, 1846, S. 349.) an, nach welcher bei jedem zweiten Durchgang der Nadel durch ihre Ruhelage abwechselnd gerichtete Inductionsstöfse ausgeübt werden. Bezeichnen A und B den schliefslich constanten gröfseren und kleineren Bogen der unter diesem Einflusse schwingenden Nadel, so ist

$$\lambda = \log\text{nat}\,\frac{A}{B},$$

$$\gamma = \frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{\pi^2+\lambda_0{}^2}}{t_0}\,\frac{A^2+B^2}{\sqrt{AB}}\left(\frac{B}{A}\right)^{\frac{1}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{\lambda}{\pi}},$$

so dafs endlich der Widerstand

$$w = 32\,\frac{S^2\,T^2}{K}\,\frac{t_0}{\sqrt{\pi^2+\lambda_0{}^2}}\left(\frac{\lambda}{\sqrt{\pi^2+\lambda^2}} - \frac{\lambda_0}{\sqrt{\pi^2+\lambda_0{}^2}}\right)\frac{AB}{(A^2+B^2)^2}\left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{2}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{\lambda}{\pi}}\text{[2]}.$$

1) Weber, Zur Galvanometrie. S. 16 ff.

2) $\sqrt{\pi^2+\lambda_0{}^2}$ kann immer praktisch gleich π gesetzt werden. So lange auch λ nicht grofs ist, hat man mit grofser Annäherung, in unserem Falle z. B. bis auf 0,05 Procent

$$w = 32\,\frac{S^2\,T^2\,t_0}{\pi^2\,K}\,(\lambda - \lambda_0)\,\frac{AB}{(A^2+B^2)^2}\left(1 + \frac{3}{2}\,\frac{\lambda^2}{\pi^2}\right).$$

IV. Untersuchung der möglichen Fehler.

Wir können, da λ_0 immer klein ist und sehr genau bestimmt werden kann, da ferner das letzte Glied nicht erheblich von Eins abweicht, und endlich mit Rücksicht darauf, dafs λ^2 gegen π^2 immer klein ist, bei der Untersuchung der möglichen Fehler den angenäherten Ausdruck setzen

$$w = \frac{32}{\pi^2} \frac{S^2 T^2 t_0 \lambda}{K} \frac{AB}{(A^2 + B^2)^2}.$$

1) Den bedeutendsten Antheil an der Unsicherheit werden wir der *erdmagnetischen Horizontal-Intensität T* zuschreiben müssen, deren Procent-Fehler doppelt in den Widerstand eingeht. Bei der, meistens wohl unterschätzten, Schwierigkeit, welche die genaue Bestimmung dieses Elementes bietet, mufs also ein sehr vollkommen eingerichtetes magnetisches Observatorium als Beobachtungslocal gefordert werden. Man sieht zugleich, dafs auch auf die Variationen des Erdmagnetismus Rücksicht genommen werden mufs; denn die Intensität ist bei uns um etwa $\frac{1}{2}$ Procent variabel, also *könnte* ohne Beobachtung der Variationsapparate ein Fehler von 1 Procent in der Berechnung des Widerstandes entstehen.

Das Göttinger Observatorium genügt ohne Zweifel den zu stellenden Ansprüchen vollkommener, als irgend ein anderer Ort, da die von Weber daselbst getroffenen Einrichtungen zur Intensitätsbestimmung den sonst gebräuchlichen an Feinheit und Bequemlichkeit weit überlegen sind. Die gröfsten Fehlerquellen der absoluten Messung nämlich liegen unstreitig in der Bestimmung des Trägheitsmomentes und in der Abmessung der räumlichen Abstände; bei länger dauernden Beobachtungen der Variationen bietet die Veränderlichkeit des Magnetismus der Bifilarnadel nicht unbedeutende Schwierigkeiten. Gerade diese drei Punkte haben wesentliche Verbesserungen erfahren. Die zu messenden Abstände beziehen sich lediglich auf die Aufhängefäden von Magneten und können somit auf das Feinste bestimmt werden. Die Gewichte für das Trägheitsmoment sind fester mit dem Magnetometer verbunden, belasten den Faden bei allen Beobachtungen gleich stark und erlauben ebenfalls eine sehr genaue Messung ihres Abstandes. Das Bifilarmagnetometer endlich ist mit der Weber'schen Hülfsnadel versehen [1]).

Ich hatte selbst die Vergünstigung genossen, diese Einrichtungen als Ganzes bei einer Bestimmung der erdmagnetischen Elemente Göttingens im Jahre 1867 zum ersten Male zu benutzen und mich von ihrer Vortrefflichkeit zu überzeugen. Bei diesen und bei einer Reihe von nachher angestellten Bestimmungen hatte ich mir die genaue Kenntnifs der Constanten der Instrumente und eine hinreichende Uebung in ihrem Gebrauche verschafft.

Indem ich in Betreff der Beobachtungen selbst auf den nächsten Abschnitt verweise, will ich hier als Probe ihrer Resultate zwei Paare von Intensitätsbestimmungen anführen, welche je von den erdmagnetischen Variationen befreit sind und daher direkt verglichen werden können. Es ergaben sich die Werthe:
1867, in einer Zwischenzeit von 16 Tagen 1,83960 und 1,83849; Unterschied = 0,00011. 1869, mit 3 Tagen Zwischenzeit, 1,83860 und 1,83832; Unterschied = 0,00028. In Theilen des Ganzen belaufen sich diese Unterschiede auf 0,00006 resp. 0,00015. Uebrigens ist der Fehler des Trägheitsmomentes und der Senkelabmessungen in diesem Unterschiede nicht enthalten, daher werde ich unten für den möglichen Fehler $\varDelta T$ der Horizontal-Intensität etwa den zehnfächen Betrag obiger Gröfsen annehmen, nämlich

$$\frac{\varDelta T}{T} = \pm \frac{1}{1000}.$$

2) Das *Trägheitsmoment K* des astatischen Nadelpaares wurde nach zwei verschiedenen Methoden bestimmt. Die eine ergab $K = 1135700000$, die andere, nicht ganz einwurfsfreie 1132800000. Wir werden der ersteren Bestimmung das Gewicht zwei beilegen und als Fehler $\varDelta K$

1) Abh. d. Gött. Ges. d. Wiss. Bd. 6. 1855.

die Abweichung beider Bestimmungen von ihrem Mittel annehmen, also

$$\frac{\varDelta K}{K} = \pm \frac{1}{750}.$$

3) Die *Inductorfläche* S ist die einzige Gröfse, welche ich nicht selbst gemessen habe. Sie war von Weber bei der Herstellung des Inductors durch Abmessen der Drahtlänge mittels Aufwinden des Drahtes auf ein grofses abgedrehtes Rad von etwa 3 Meter Durchmesser bestimmt, ferner aber durch Messung der einzelnen Windungslagen controlirt worden[1]. Ich setze den möglichen Fehler

$$\frac{\varDelta S}{S} = \pm \frac{1}{2000}.$$

4) Die *Schwingungsdauer* t_0 betrug etwa 34,4 Secunden. Die gröfste vorgekommene Differenz zusammengehöriger Werthe von einander betrug 0,018 Secunden. Als Fehler werde danach angenommen

$$\frac{\varDelta t}{t_0} = \pm \frac{1}{2000}.$$

5) Die Schwingungsbogen A und B endlich mögen einen Ablesungsfehler von je $\pm$ 0,2 Mm. enthalten, welchen die später mitzutheilenden Beobachtungen wohl als zu hoch erscheinen lassen werden. Nun war, in Scalentheilen gemessen, $A = 370^{mm}$, $B = 225^{mm}$, also $\frac{A}{B} = 1{,}64$, $\lambda = \log$ nat $1{,}64 = 0{,}50$.

Bezeichnen wir nun die von den einzelnen Fehlern $\varDelta T$, $\varDelta S \ldots$ in w verursachten Fehler durch $\varDelta w_T$, $\varDelta w_S \ldots$, so ist

$$\begin{aligned}
\frac{\varDelta w_T}{w} &= 2\frac{\varDelta T}{T} && = \pm 0{,}0020 \\
\frac{\varDelta w_S}{w} &= 2\frac{\varDelta S}{S} && = \pm 0{,}0010 \\
\frac{\varDelta w_K}{w} &= -\frac{\varDelta K}{K} && = \mp 0{,}0013 \\
\frac{\varDelta w_t}{w} &= \frac{\varDelta t}{t_0} && = \pm 0{,}0005
\end{aligned}$$

1) Abh. d. Gött. Ges. 1853. Bd. 5, S. 53 des Separatabdruckes.

$$\frac{\Delta w_A}{w} = \frac{\Delta A}{A}\left(1 + \frac{1}{\lambda} - \frac{4}{1+\frac{B^2}{A^2}}\right) = \pm\, 0{,}0000$$

$$\frac{\Delta w_B}{w} = \frac{\Delta B}{B}\left(1 - \frac{1}{\lambda} - \frac{4}{1+\frac{A^2}{B^2}}\right) = \mp\, 0{,}0019.$$

Man bemerkt, dafs das Verhältnifs von A zu B gerade derartig ist, dafs ein kleiner Fehler von A keinen Einflufs hat.

Summirten sich alle Fehler im ungünstigsten Sinne, so wäre der Gesammtfehler $\frac{\Delta w}{w} = \pm\, 0{,}0067$ oder $\frac{2}{3}$ Proc. Der mittlere zu befürchtende Fehler der einmaligen Bestimmung oder die Wurzel aus der Quadratsumme beträgt $\pm$ 0,0033 oder etwa $\frac{1}{3}$ Procent.

Die Beobachtungsfehler bei der *Vergleichung* mit den Siemens'schen Etalons kommen nicht in Betracht, denn sie belaufen sich höchstens auf 0,0001; um eine Aenderung der Temperatur zu eliminiren, deren Einflufs bei den grofsen Drahtmassen nicht direkt bestimmt werden kann, ist immer eine vorhergehende und eine nachfolgende Vergleichung angestellt worden. Da die Lufttemperatur sich während der Beobachtungszeit nur wenig änderte, so ist dieses Verfahren jedenfalls ausreichend.

Es entsteht noch die Frage, ob die Voraussetzung richtig ist, welche in der Differentialgleichung S. 12 den Empfindlichkeitscoefficienten q des Galvanometers constant, oder mit anderen Worten, welche das *Dämpfungsverhältnifs als unabhängig von der Schwingungsweite annimmt.* In Bezug auf die Instrumente drückt die Frage sich so aus: ist der Multiplicator hinreichend breit, dafs eine seitliche Verschiebung der Nadeln, wie sie bei den Schwingungen vorkommt, das Drehungsmoment eines Stromes im Multiplicator auf die Nadeln nicht ändert? die Frage war hier leicht zu entscheiden. Die horizontale Componente des Erdmagnetismus brachte den gröfsten Bogen von etwa 3° hervor; wäre die Dämpfung bei diesen

Schwingungen bereits geringer gewesen als bei sehr kleinen, so mufste der Betrag noch bedeutend abnehmen, wenn man Zurückwerfungsbeobachtungen mit inducirender verticaler Componente anstellte, bei denen ein Schwingungsbogen von 7° entsteht. Die Beobachtung ergab:

Grofser Bogen = 3°	Dämpfungsverhältnifs =	1,74430
„ „ = 7°	„ „ =	1,74255
	Unterschied	0,00185.

Hiernach würde in der That, wenn die Induction mit verticaler Componente ausgeführt würde, an unserem Galvanometer eine Correction eintreten, die sich auf etwa $\frac{1}{4}$ Scalentheil am kleineren Bogen belaufen würde. Da die Correction dem Quadrate der Amplitude proportional seyn mufs, läfst sich hiernach schätzen, dafs sie für die horizontale Componente etwa $\frac{1}{4000}$ betragen mufs; eine so kleine Gröfse, dafs ihre genaue Ermittelung sich nicht verlohnt. Im Folgenden wird keine Rücksicht darauf genommen.

Was endlich die Induction der im Erd-Inductor entstehenden und vergehenden kurzen Ströme auf sich selbst anlangt, so kann man leicht überschlagen, dafs dieselbe keinen irgendwie merklichen Einflufs auf die Ausschläge hervorbringt. Der neben dem Hauptstrom herlaufende „Extrastrom“ veranlafst nämlich keine Aenderung der mitgetheilten Geschwindigkeit, sondern seine Wirkung äufsert sich nur in einer plötzlichen Verschiebung der Nadel, wie ich an einem anderem Orte [1]) gezeigt habe. Aus den dort angegebenen Beobachtungen kann man den „Extraweg“ in unserem Falle auf 1,5 Scalentheile schätzen, und das bewirkt einen Fehler von höchstens 0,01 Scalentheil an unserem gröfseren Bogen *A*, die füglich ignorirt werden kann.

Die wirkliche Uebereinstimmung der unten angegebenen drei Messungen entspricht den Erwartungen vollständig. Man wird nämlich finden, dafs sie um resp. 0,14 0,04 und 0,11 Procent von ihrem Mittelwerthe abweichen, was einem „wahrscheinlichen Fehler“ des Resultates von

1) Diese Ann. CXLII, 422.

0,05 Procent entsprechen würde. Nun sind hierin allerdings die Fehler des Trägheitsmomentes und der Inductorfläche nicht inbegriffen, und diejenigen der Intensität des Erdmagnetismus nur so weit, als sie die Variation dieser Gröfse betreffen. Dafür aber habe ich auch den sechsfachen Betrag oben als Fehler angenommen.

Ich behaupte keineswegs, dafs mit einer solchen Fehlergränze *alles* Wünschenswerthe geleistet sey; aber ohne ganz neue Instrumente zu construiren, ohne besondere bauliche Einrichtungen herzustellen, dürfte es fürs Erste schwierig seyn, über diese Gränze hinauszugehen.

Ferner ist noch zu überlegen, dafs eine Aenderung von $\frac{1}{3}$ Procent in dem Leitungswiderstand der gewöhnlichen Metalle bereits durch 1° Temperaturänderung hervorgerufen wird.

V. Beobachtungs-Data.

Zur Bestimmung der drei Grundgröfsen Länge, Masse und Zeit dienten das Original-Platinmeter der Modell- und Maschinenkammer in Göttingen, welches Hr. Hofrath Ulrich zu leihen die Güte hatte, ein Fortin'scher Gewichtsatz des physikalischen Instituts und die Normal-Uhr der Sternwarte, auf welche diejenige im Observatorium zurückgeführt wurde. Mit dem Platinmeter war der Oertling'sche Comparator des physikalischen Instituts verglichen, welcher sämmtlichen Messungen zu Grunde liegt. Es zeigte sich, dafs die Theile dieses Stabes bei — 8° den Theilstrichen des Platinmeter bei 0° gleich waren.

Zur Abmessung der gröfseren Abstände diente ein fünf Meter langer in Centimeter getheilter Holzstab mit einem in Millimeter getheilten Schlitten. Die Theile wurden nachträglich ebenfalls mit Oertling verglichen. Dasselbe geschah mit den Theilstrichen der Papierscalen, welche zur Beobachtung kamen.

Erdmagnetische Intensität.

Hr. Prof. Klinkerfues hatte die Güte, anzuordnen, dafs während des Zeitraums der Beobachtungen magnetische Local-Einflüsse in der Sternwarte, wo die *Variations-Instrumente* aufgehangen waren, vermieden wurden. Für die Beobachtung der letzteren bin ich Hrn. Dr. Riecke zu Dank verpflichtet.

Bezüglich der Einrichtung des Bifilarmagnetometers nebst Hülfsnadel verweise ich auf den Aufsatz Webers [1]: „Bestimmung der rechtwinkligen Componenten der erdmagnetischen Kraft in Göttingen von 1834—1853“. Den dermaligen Werth eines Scalentheils des Bifilarmagnetometer fand ich nach dem Gaufs'schen Verfahren gleich 0,000105 in Theilen des Ganzen. Man wird die einer Stellung δ des Bifilar entsprechende Intensität im Folgenden durch

$$T = 1{,}83846\,(1 + 0{,}000105\,.\,\delta)$$

erhalten.

Absolute Messung. Das *Trägheitsmoment* des Hauptstabes war nach einer neuen Bestimmung, welche bis auf $\frac{1}{10000}$ mit einer früher von Weber ausgeführten übereinstimmte, in der während beider folgenden Messungen herrschenden Temperatur $+ 15^0$

$$K = 42997\,.\,10^6 \text{ Millimeter}^2 \text{ Milligramm.}$$

Das *Torsionsverhältnifs* war $= 0{,}01085$.

Die bei dem Schwingungsbogen p Scalentheile beobachtete *Schwingungsdauer* τ liefert die auf Null reducirte, da die Scale um 4125 Scalentheile vom Spiegel abstand,

$$\tau\left(1 - \frac{p^2}{256\,.\,4125^2}\right) = \tau\,(1 - 0{,}00000000023\,.\,p^2).$$

War ferner während der Schwingungsbeobachtungen die von einem bestimmten Punkt der Scale (auf welchen sämmtliche Beobachtungen reducirt werden) an gezählte mittlere Einstellung δ des *Bifilarmagnetometers* beobachtet worden, so ist die beobachtete Schwingungsdauer mit $1 + \frac{1}{2}.0{,}000105.\delta$ (vergl. oben) zu multipliciren. Wir setzen also

$$\tau_0 = \tau\,(1 - 0{,}00000000023\,.\,p^2 + 0{,}000052\,.\,\delta).$$

1) Abh. d. Gött. Ges. 1855, Bd. 6.

Nennen wir endlich M den Magnetismus, welchen der schwingende Stab an sich, d. h. in der ostwestlichen Lage, in der er nachher als Ablenkungsstab gebraucht wird, besitzt. Bei den Schwingungen kommt zu M ein *Magnetismus der Lage* hinzu, welcher für diesen Stab von Hrn. Weber gleich 780000 absoluten Einheiten bestimmt worden war. Sonach ist

$$(M + 780000)\, T_0 = \frac{\pi^2 K}{\tau_0^2 \,.\, 1{,}01085}\,. \qquad (A)$$

Zum Zwecke der *Ablenkungsbeobachtungen* wurde der Stab M, ohne von seinem Platz entfernt zu werden, von einem drehbaren Lager gefaſst und kann nun ostwestlich hingelegt werden. Er wirkt dabei auf eine kleinere Nadel (Hülfsnadel) mit Spiegel, welche nördlich und südlich in gleichem Abstand vom Stabe an Senkeln aufgehangen wird, die von einem langen Messingstab an der Zimmerdecke herabhängen. Der ein- für allemal zu bestimmende halbe Abstand dieser Senkel von einander betrug bei der merklich gleichen Temperatur der beiden Bestimmungen

$$R = 1501{,}70 \text{ Millimeter.}$$

Das *Correctionsglied* mit $\frac{1}{R^5}$ ist durch das Längenverhältniſs 1 : 2 des Hauptstabes zur Hülfsnadel nahe auf Null gebracht. Durch Ablenkungen aus zweiten Entfernungen war bestimmt worden, daſs der Ablenkungswinkel φ in der Entfernung R ausgedrückt wurde durch

$$\text{tang}\ \alpha = \frac{\text{Const}}{R^3}\left(1 - \frac{10300}{R^2}\right).$$

Der *Abstand* des Spiegels von der Scale, deren Stellung immer durch das unbenutzte Senkel gegeben war, betrug 3015,0 Millimeter.

Torsionsverhältniſs der Hülfsnadel = 0,00241.

Der mittlere Stand des *Bifilar* während der Ablenkungen sey endlich wieder durch δ bezeichnet, so setzen wir bei beobachtetem Ablenkungswinkel φ

$$\text{tang}\ \varphi_0 = 1\,(1 + 0{,}000105\,.\,\delta)\ \text{tang}\ \varphi.$$

Dann ist

$$\frac{M}{T_0} = \frac{1{,}00241}{1 - \frac{10300}{R^2}} R^3 \operatorname{tg} \varphi_0.$$

Intensitätsbestimmungen wurden am 19. und 22. August ausgeführt. Die *Schwingungsdauer* wurde jedesmal zum Anfang und zum Schlufs beobachtet. Man erhielt

	Dauer	Bogen	Bifilar	Correction auf		
	τ	p	δ	∞ kl. Bog.	T_0	τ_0
	Sec.			Sec.	Sec.	Sec.
Aug. 19.	20,5709	282 Thstr.	+ 3,5	− 0,0004	+ 0,0038	26,5743
	20,5648	205	+ 8,9	− 0,0002	+ 0,0096	20,5742
					Mittel =	20,5742 Sec.
Aug. 22.	20,5793	220	− 1,5	− 0,0002	− 0,0015	20,5776
	20,5658	246	+ 5,1	− 0,0003	+ 0,0055	20,5710
					Mittel =	20,5743 Sec.

Die Ablenkungsbeobachtungen an der Hülfsnadel, auf welche der Stab M in den beiden um 180° verschiedenen ostwestlichen Lagen ablenkend wirkte, ergaben an einer Scale, deren Mittelpunkt auf 770^{mm} war,

		Einstellungen				
		Mm.	Mm.	φ	δ	φ_0
Aug. 19.	Nördl.	1250,48	207,25	4° 54′ 32″	+ 3,5	4° 54′ 38″
	Südl.	1210,55	167,34	4 54 22	+ 6,2	4 54 35
					Mittel =	4° 54′ 36″
Aug. 22.	Nördl.	1247,06	202,84	4° 54′ 47″	− 0,9	4° 54′ 46″
	Südl.	1229,33	185,62	4 54 36	+ 0,5	4 54 36
					Mittel =	4° 54′ 41″.

Hieraus finden wir für den Nullpunkt des Bifilarmagnetometers die oben (S. 16) erwähnten Werthe

$$\begin{aligned} \text{Aug. 19.}\quad & T_0 = 1{,}83860 \\ \text{Aug. 23.}\quad & T_0 = 1{,}83832 \\ \text{Mittel}\quad & T_0 = 1{,}83846. \end{aligned}$$

(Auch der Magnetismus M des Hauptstabes wird in sehr guter Uebereinstimmung = 538630000 resp. 538710000 gefunden.)

Aus dem Grade der Uebereinstimmung aller dieser Zahlen scheint zu folgen, dafs mit solchen Hülfsmitteln eine Bestimmung der Horizontal-Intensität bis auf einen Fehler von höchstens 0,1 Proc. unternommen werden kann.

Absolute Widerstandsbestimmung.

Ich werde immer die Messungen *einer* Art zusammenstellen. Soweit es sich dabei um Operationen handelt, welche zu einer einzelnen von den vier ausgeführten absoluten Bestimmungen gehören, sollen sie mit Ia, Ib, II und III unterschieden werden.

Erdinductor. Derselbe ist in der Abhandlung Weber's „Anwendung der magnetischen Induction zur Messung der Inclination“ (Abh. d. Gött. Ges. 1853, Bd. 5, S. 53) beschrieben worden. Die Windungsfläche wird daselbst zu $39216930^{\square mm}$ angegeben. Nach einer Vergleichung des damals gebrauchten Maaſsstabes mit dem Normalmeter ist 1 Theil des ersteren $= 1{,}00086^{mm}$, also ändert sich die obige Zahl in

$$S = 39284000^{\square mm}.$$

Das *Galvanoskop* (Taf. I Fig. 1 in $\frac{1}{4}$ natürl. Gröſse) besteht aus einem Multiplicator von circa 250 Windungen 3^{mm} starken Kupferdrahtes in 10 Lagen auf einen 100^{mm} breiten Holzrahmen gewunden. Die cylindrischen Magnete des astatischen Nadelpaares sind je 170^{mm} lang, 14^{mm} dick und wiegen jeder nahe 200^{gr}. Der innere besaſs etwa 45 Millionen Einheiten Magnetismus, der äuſsere 2 Millionen weniger. (Hieraus folgt, daſs der Localeinfluſs an dem etwa 5500^{mm} entfernten Inductor höchstens den 100000. Theil des Erdmagnetismus betrug.)

Die Magnete liegen mit zwei eingedrehten Nuthen in den Doppelgabeln eines Bügels, welcher an einem Torsionskreis mit Spiegel hängt und um den Multiplicator herumgreift. Der obere horizontale Theil des Bügels ist verlängert und trägt an seinen Enden, im Abstand von je 100^{mm} von der Mitte, zwei kleine verticale Stifte zum Aufstecken zweier der Axe nach durchbohrter cylindrischer Messinggewichte für die Bestimmung des Trägheitsmoments. Die Gewichte haben 28^{mm} Durchmesser und eine Masse von je 100^{gr}. Nach Entfernung des oberen Magnets kann man auch in der Mitte des Bügels ein Stiftchen befestigen und beide Gewichte übereinander auf dasselbe stecken. Durch ein kleines, in der Figur nicht sichtbares, Laufgewicht wird der Schwerpunkt so regulirt, daſs das Aufsetzen der Gewichte die Stellung nicht ändert.

Das Ganze hing mit einem $2{,}7^{m}$ langen, etwa $\frac{1}{4}^{mm}$ dicken Stahldraht an einem Balken der Decke und war gegen Luftströmungen sorgfältig durch einen Kasten mit eingesetztem Planparallel-Glas geschützt.

Trägheitsmoment des Nadelpaares.

Masse der Gewichte zusammen $= 199970^{mgrm}$
Aeuſserer Halbmesser derselben $13{,}95^{mm}$
Innerer „ „ $0{,}85^{mm}$,
folglich das Trägheitsmoment beider zusammen, bezogen auf ihre Axe,

$$= 199970\,\frac{13{,}95^2 + 0{,}85^2}{2} = 19500000 \text{ Millimeter}^2 \text{ Milligrm.}$$

Abstand der Mittelpunkte der Gewichte von einander, wenn sie auf den äuſseren Stiften steckten,

$199{,}824^{mm}$ bei 17^{0}.

Also gemeinschaftliches Trägheitsmoment in letzterer Stellung, bezogen auf den Aufhängedraht, bei 17^{0}

$19500000 + 199970\,.\,99{,}912^2 = 2015700000$ Mm.^{2} Mgrm.
und bei $22^{0},5$ 2016100000 „ „ .

Die zusammengehörigen Schwingungsdauern wurden immer bei nahe gleichen Bogen gemessen, so daſs eine Reduction unnöthig ist. Wo zwei Beobachtungen bei derselben Belastung vorliegen, ist die eine immer vor, die andere nach der zweiten Belastung angestellt worden.

Erste Bestimmung. a) Temperatur $= 22^{0},5$. Die Schwingungsdauern des Nadelpaares betrugen
ohne Belastung 34,0771 und 34,0692; Mittel $34^{sec},0731$,
mit Belastung an den Enden $56^{sec},8157$.
Daraus folgt das Trägheitsmoment bei $22^{0},5$

$$\frac{34{,}0731^2}{56{,}8157^2 - 34{,}0731^2} \, . \, 2016100000 = 1132400000,$$

oder bei 17° $1132200000 = K'$.

b) Um die etwaige Excentricität des Schwerpunktes der Gewichte zu eliminiren, wurde jedes um 180° gedreht. Temperatur = 17°.

Ohne Belastung 34,1486 34,1304; Mittel $34^{sec},1395$,
mit Belastung an den Enden $56^{sec},9060$.

Daraus $K'' = 1133400000$

Mittel $K_1 = \frac{1}{2}(K' + K'') = 1132800000$ Millimeter² Mgrm.

Zweite Bestimmung. Temperatur = 17°. Der obere Magnet wurde entfernt. Derselbe hat die Länge 169,97, den Halbmesser $6{,}95^{mm}$, die Masse 199939^{mgr}. Also beträgt sein Trägheitsmoment

$$199939\left(\frac{169{,}97^2}{12} + \frac{6{,}95^2}{4}\right) = 483800000.$$

Die Schwingungsdauer des übrigen Theiles war
Gewichte aufsen 17,3717 17,3720; Mittel $17^{sec},3719$.
Gewichte in der Mitte $8^{sec},7154$.

Das Trägheitsmoment des Ganzen ist hiernach

$$K_2 = \frac{8{,}7154^2}{17{,}3719^2 - 8{,}7154^2} \, . \, 1996200000 - 19500000$$
$$+ 483800000 = 1135700000 \text{ Millimeter}^2 \text{ Milligrm.}$$

Nun unterliegt die erste Bestimmungsweise dem Einwande, dafs bis jetzt noch nicht festgestellt worden, ob die Torsions-Elasticität eines Drahtes von seiner Belastung vollkommen unabhängig ist. Dort bildete die Elasticität aber den gröfseren Theil der Directionskraft. Legen wir aus diesem Grunde der zweiten Bestimmung das doppelte Gewicht bei, so wird das Trägheitsmoment bei 17°

$$K = 1134700000 \text{ Millimeter}^2 \text{ Milligrm.}$$

Davon kam etwa $\frac{7}{8}$ den Magneten, $\frac{1}{8}$ den Messingtheilen zu, so dafs für eine Temperatur Θ

$$K = 1134700000\,[1 + 0{,}000026 \, . \, (\Theta - 17)].$$

Schwingungsdauer. Bei der *Reduction auf unendlich kleine Bogen* ist zu berücksichtigen, dafs nur ein Theil der Directionskraft von dem Erdmagnetismus, der andere von der Elasticität des Drahtes herrührt. Aus der Schwingungsdauer 16 Secunden der Suspension allein wird der erstere Theil fast genau gleich der Hälfte des zweiten gefunden. Danach berechnet sich aus der bei dem Schwingungsbogen α beobachteten Dauer t diejenige t_0 für unendlich kleine Schwingungen

$$t_0 = t\,(1 - 0{,}005 \,.\, \alpha^2).$$

Da t bei der Widerstandsbestimmung immer nahe $= 34{,}4$ Secunden, der Scalenabstand $= 4047$ Scalentheile war, so findet man die Correction für den Bogen a Scalentheile gleich

$$-\frac{a^2}{400000000}\text{ Secunden.}$$

Zu dieser, immer sehr kleinen Correction tritt diejenige aus dem *Gange der Uhr*. Die beobachteten Zeiträume sind mit $1 - 0{,}00017$ zu multipliciren, was auf 34,4 Sec. ergibt — 0,0059 Secunden.

Bei den vier absoluten Messungen fanden sich zu der Nten Schwingung die in der folgenden Tafel angegebenen Umkehrzeiten, jede nach dem Gauſs'schen Verfahren aus acht bis zehn beobachteten Durchgängen durch die Ruhelage abgeleitet. Aus den nebeneinanderstehenden Zeiten folgen die hinter dem Verticalstrich stehenden Schwingungsdauern. Die Gröſse der zugehörigen Schwingungsbogen, aus denen die höchstens 0,0003 Sec. betragende Correction auf unendlich kleine Bogen sich ergibt, können unter der Bestimmung des logarithmischen Decrementes nachgesehen werden.

	N.	Zeit		N.	Zeit		Schwingungsdauer beob.	Correct.	corrigirt	Mittel t_0
Ia.	4	33^m	28,15^s	17	40^m	56,16^s	34,4625^s	−0,0061^s	34,4564^s	34,4636^s
	17	40	56,16	39	48	24,36	34,4769	−0,0060	34,4709	
Ib.	4	12	3,12	20	21	14,06	34,4336	−0,0061	34,4275	34,4283
	12	16	38,51	28	25	49,47	34,4352	−0,0061	34,4291	
II.	4	11	33,47	20	20	44,40	34,4328	−0,0062	34,4266	34,4255
	12	16	8,95	28	25	19,84	34,4304	−0,0061	34,4243	
III.	3	9	21,28	15	16	14,35	34,4222	−0,0061	34,4161	34,4140.
	9	12	47,80	21	19	40,82	34,4181	−0,0061	34,4120	

Logarithmisches Decrement λ_0 bei unterbrochener Kette. Dasselbe wurde in bekannter Weise zusammen mit den vorigen Zeitbeobachtungen durch Ablesung der Umkehrpunkte genommen. Dabei war Sorge getragen, daſs die Bogen im Durchschnitt etwa ebenso groſs waren wie bei den Zurückwerfungsbeobachtungen. Jeder Bogen in der folgenden Tabelle ist das Mittel aus vier benachbarten. Die Zahlen sind bereits auf unendlich kleine Schwingungen reducirt.

Bedeutet a_m den $m$ten, a_n den $n$ten Bogen, so ist das Dämpfungsverhältniſs

$$K = \left(\frac{a_m}{a_n}\right)^{\frac{1}{n-m}} \text{ und } \lambda_0 = \log \text{nat}\, k.$$

	m	a_m	n	a_n	k	Mittel
Ia.	3	302,81	20	247,17	1,01201	$k = 1{,}01194$
	7	288,48	29	222,30	1,01192	$\lambda_0 = 0{,}01187.$
	17	255,81	32	214,30	1,01189	
Ib.	3	313,27	20	251,14	1,01309	
	7	298,16	24	238,15	1,01331	$k = 1{,}01334$
	11	283,29	28	225,64	1,01347	$\lambda_0 = 0{,}01325.$
	15	268,72	32	214,02	1,01348	
II.	3	388,10	20	316,94	1,01199	
	7	370,14	24	302,18	1,01200	$k = 1{,}01203$
	11	352,90	28	287,80	1,01207	$\lambda_0 = 0{,}01196.$
	15	336,47	32	274,39	1,01207	
III.	3	336,82	15	285,50	1,01387	$k = 1{,}01400$
	7	318,93	19	269,87	1,01402	$\lambda_0 = 0{,}01390.$
	11	301,73	23	255,04	1,01411	

Zurückwerfungsbeobachtungen. Der Abstand der Scale von der belegten Spiegelfläche betrug $4050{,}6^{mm}$, wovon $5{,}6^{mm}$ durch Glasplatten dargestellt wurden. Das Brechungsverhältniſs des Glases gleich 1,5 angenommen, ist $\frac{5{,}6}{3} = 1{,}9^{mm}$ von obiger Zahl abzuziehen, um die Ablenkung der Lichtstrahlen durch Brechung zu compensiren. Also ist

$$r = 4048{,}7 \text{ Millimeter.}$$

Eine an der Scale gemessene Schwingungsweite a bedeutet an einem Kreise vom Halbmesser Eins den *Bogen* A [1])

$$A = \frac{a}{8097,4}\left(1 - \tfrac{1}{3}\,\frac{a^2}{8097^2}\right) = \frac{a - 0,0000000051\,a^3}{8097,4}.$$

Während der Zurückwerfungen wurde das *Bifilarmagnetometer* beobachtet und aus den graphisch dargestellten Ablesungen die Einstellung δ (vgl. S. 21) für die Zeit jedes Inductionsstoſses abgeleitet.

Ich will den Beobachtungssatz Ia ausführlich mittheilen. $s_1\ s_2\ s_3\ s_4$ sind die beobachteten Umkehrpunkte an der Scale; die Inductionsstöſse liegen vor s_1 und s_3. Hinter dem Verticalstrich sind der groſse Bogen $a = s_3 - s_1$ und der kleine $b = s_2 - s_4$ gegeben, immer das Mittel aus zwei benachbarten Differenzen. Durch den Horizontalstrich ist die merklich eingetretene Constanz der Schwingungen angezeigt, die immer sehr bald eintrat, da man von derjenigen, durch Vorversuche bestimmten Anfangstellung des Inductors ausging, bei welcher gleich der erste Ausschlag nahe den schlieſslichen constanten Werth hatte.

Ia.

Bifilar δ		Umkehrpunkte s_1	s_2	s_3	s_4	Bogen a	b
		299,2	602,7	676,7	374,6	377,5	228,1
	+ 5,0	302,4	605,8	679,1	376,4	375,50	230,30
+ 4,0	+ 3,1	303,4	605,5	679,3	376,3	375,80	229,15
+ 2,4	+ 2,1	303,8	605,9	679,8	377,0	375,75	229,25
+ 2,0	+ 1,7	304,2	606,2	679,8	376,9	375,60	229,25
+ 1,5	+ 1,3	304,2	606,1	679,9	377,1	375,65	229,10
+ 1,1	+ 0,7	304,2	606,0	679,9	376,8	375,70	229,05
Mittel δ = + 2,3					Mittel =	375,70	229,16
T = 1,8389			Correction wegen Theilfehler =			−4,15	−2,75
					$-0,0000000051 \, . \, a^3$ =	−0,26	−0,06
					Corrigirt	371,29	226,35.

1) Wollte man noch Rücksicht darauf nehmen, daſs ein Drittel des Drehungsmomentes nicht dem Winkel sondern dem Sinus proportional ist, so würde $\frac{97}{288}$ anstatt $\frac{1}{3}$ zu nehmen seyn. Der Unterschied ist verschwindend.

Folglich $A = \frac{371,29}{8097,4} = 0,045853.$

$B = \frac{226,35}{8097,4} = 0,027953.$

$\lambda = \log \text{nat} \frac{A}{B} = 0,49492.$

Ebenso wurden die anderen Sätze erhalten und reducirt. Ich gebe im Folgenden gleich die Schwingungsbogen.

Ib.			II.			III.		
δ	a	b	δ	a	b	δ	a	b
+1,3	373,60	227,85	+12,3	374,00	228,55	+5,4	374,65	227,90
1,9	3,45	7,90	12,2	4,05	8,50	5,9	5,10	8,05
2,0	3,55	8,00	12,2	4,20	8,50	6,3	5,25	8,25
2,1	3,75	8,15	12,3	4,25	8,50	6,7	5,30	8,20
2,2	3,55	8,00	12,5	4,35	8,55	7,2	5,40	8,25
2,2	3,55	8,05	13,3	4,40	8,55	7,8	5,00	8,40
2,4	3,65	7,85				8,9	5,30	8,30
2,9	3,45	7,85				10,2	5,70	8,30
3,6	3,60	8,20				11,5	5,75	8,55
+2,3	373,57	227,98	+12,5	374,21	228,53	+7,8	375,27	228,24
	—3,97	—2,74		—4,01	—2,68		—4,00	—2,71
	—0,26	—0,06		—0,26	—0,06		—0,26	—0,06
	369,34	225,18		369,94	225,79		371,01	225,47.

Ib.	II.	III.
$A = 0,045613$	$A = 0,045686$	$A = 0,045819$
$B = 0,027810$	$B = 0,027884$	$B = 0,027846$
$\lambda = 0,49480$	$\lambda = 0,49375$	$\lambda = 0,49802$
$T = 1,8389.$	$T = 1,8409.$	$T = 1,8400.$

VI. Berechnung des absoluten Widerstandes.

Setzen wir diese Zahlen für A, B, λ, T, ferner die für λ_0, t_0, K und S in die Formel ein (S. 14)

$$w = 32 \frac{S^2 T^2}{K} \frac{t_0}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2_0}} \left(\frac{\lambda}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} - \frac{\lambda_0}{\sqrt{\pi^2 + \lambda_0^2}} \right) \frac{AB}{(A^2 + B^2)^2} \left(\frac{A}{B} \right)^{\frac{2}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\lambda}{\pi}},$$

so erhalten wir den absoluten Widerstand Inductor + Galvanometer für die vier Bestimmungen, indem wir als Einheit den Widerstand $10^{10} \frac{\text{Mm.}}{\text{Sec.}}$ oder kurz $\frac{\text{Erdquadrant}}{\text{Secunde}}$ setzen:

Bestimmung Ia Ib II III

$$w = 3{,}9687 \quad 3{,}9937 \quad 3{,}9903 \quad 3{,}9849 \; \frac{\text{Erdquadrant}}{\text{Secunde}}.$$

Der gröfste Unterschied dieser Zahlen entspricht einer Temperaturänderung der Drahtmassen um weniger als 2°, welche nicht controlirt werden kann.

VII. Vergleichung des Widerstandes w mit Siemens'schen Etalons.

Die beiden Etalons von je 4 Quecksilbereinheiten, mit No. 1135 und No. 1143 bezeichnet, waren bei den Temperaturen + 19°,4 resp. 18°,3 als richtig verbürgt. Die Zunahme des Widerstandes in dem Neusilberdraht betrug auf 1° 0,0004 des Ganzen. Hiernach müfste das Verhältnifs bei gleicher Temperatur gewesen seyn

$$\frac{\text{No. } 1143}{\text{No. } 1135} = 1{,}00044.$$

Ich fand durch Vergleichung mit dritten Widerständen

1,00050 1,00046 1,00055; Mittel = 1,00050.

Die Differenz von obigem Verhältnifs entspricht einem Temperaturfehler von nur 0°,15 und kann somit als Probe für die Genauigkeit der Copien und der Vergleichungsmethode dienen.

Da bei dem Beginn der Messungen die Etalons noch nicht vorlagen, so hatte ich selbst vier provisorische Neusilberwiderstände (ich will sie mit A, B, C, D bezeichnen) nahe gleich je 4 Siem. hergestellt, die bei der Bestimmung I zur Vergleichung mit dem Inductor dienten. Später wurden sie auf die inzwischen eingetroffenen Etalons zurückgeführt. Danach war ihr Werth bei 18°,85

$A = 4{,}1021$ $B = 4{,}0977$ $C = 4{,}1095$ $D = 4{,}0965$ Siem.

Zur Interpolation waren noch zwei *Zehntel* Siem. nothwendig. Sie wurden aus zwei Stücken Neusilberdraht gebildet, die in Kupferstifte eingelöthet zwischen den letzteren je 325$^{\text{mm}}$ lang waren. Da sich ferner ergab, dafs 3250$^{\text{mm}}$ desselben Drahtes bei + 12°,0 den Widerstand 1 Siem. hatten, so stellen besagte Stücke bei + 12°,0 richtige Zehntel vor.

Da die Kette Inductor + Galvanometer durch Hinzufügen eines kleinen Ballastes von Kupferdraht, der ein- für allemal eingeschaltet blieb, auf nahe 4 Siem. ergänzt worden war, so konnte zur Vergleichung ein Differentialgalvanometer angewandt werden. Dasselbe war äufserlich dem S. 24 beschriebenen ähnlich. Um von thermischen Einflüssen ganz unabhängig zu seyn, dienten nur kurze, durch einen Weber'schen Magnet-Inductor nach der Multiplicationsmethode hervorgebrachte Ströme zur Vergleichung, welche durch die beiden Widerstände und die beiden Galvanometerdrähte verzweigt wurden. Die Erwärmung durch die sehr schwachen kurzen Ströme ist jedenfalls ganz verschwindend; gleichzeitig aber haben auch zufällige thermoelektromotorische Kräfte die bei einer über einen gröfseren Raum ausgebreiteten Leitung unvermeidlich sind, gar keinen Einflufs, da die Inductionsströme an Richtung alterniren. Das angewandte Verfahren, insbesondere auch mit Rücksicht auf den im Inductor entstehenden Extrastrom, habe ich in diesen Annalen Bd. 142, S. 418 ausführlich mitgetheilt und verweise auf den genannten Aufsatz.

Die Aufstellung sämmtlicher Instrumente zeigt schematisch Fig. 2 Taf. I. *C* ist ein Stöpselcommutator mit sechs Kupferplatten aus Hartgummi, massiv und sehr sorgfältig gearbeitet. Daneben befanden sich fünf solide Klemmschrauben, welche durch Schieber leitend mit einander verbunden werden konnten. Wie die übrigen Theile hiermit verbunden waren, zeigt die Figur an. *J* und *G*, Erdinductor und Galvanometer bilden die Kette, deren absoluter Widerstand bestimmt wird; diese wird durch Stöpseln bei (I) in sich geschlossen. Behufs der Vergleichung mit dem Siemens'schen Etalon wird (1) entfernt, dagegen stöpselt man jetzt an den beiden (2). Dann ist also der Etalon *E* mit dem einen, die Kette *J G* mit dem anderen Zweig des Differentialmultiplicators *D* zusammen geschaltet. Um sie in Bezug auf diese Zweige zu vertauschen, brauchen nur die Stöpsel bei (2) herausgezogen und bei (3) eingesetzt zu werden. *M* ist die Stromquelle, der Magnetinductor (welcher während der absoluten Messungen entfernt war). Die zu E oder $J\,G$ hinzugefügten Zehntel sind durch 0,1 bezeichnet; durch Zuschieben und Festschrauben der Vorreiber werden sie unwirksam.

Die Nadeln des Galvanometers G wurden selbstverständlich während der Vergleichung festgelegt. Dafs die Bewegung des Inductionsmagnets in M, der bekanntlich aus zwei mit gleichen Polen gegeneinandergesetzten Magneten besteht, keine Fernwirkung auf den Inductor ausübte, wurde besonders constatirt.

Die Versuche zu detailliren ist überflüssig, da die Fehler der Vergleichung jedenfalls gegen diejenigen der absoluten Bestimmung nicht in Betracht kommen. Uebrigens ist das in der citirten Abhandlung S. 421 angezogene Beispiel eine der hier vorgekommenen Bestimmungen.

No. Ia und Ib der absoluten Messungen gehören zu einer *zwischen* ihnen vorgenommenen Vergleichung, und zwar mit den provisorischen Etalons, da die Siemens'schen damals noch nicht eingetroffen waren. II und III sind an anderen Tagen angestellt worden, wobei eine Vergleichung vorausging und nachfolgte. Die Versuche ergaben den Widerstand w oder Inductor + Galvanometer gleich folgenden Zahlen in Siemens'schen Einheiten:

I. Temperatur der Etalons = + 15°,3.

A + 0,0071 = 4,1034 Siem.		
B + 0,0111 = 4,1030 „		Mittel
C + 0,0003 = 4,1034 „		w = 4,1029 Siem.
D + 0,0113 = 4,1020 „		

	Anfang	Schlufs	In Siemens'schen Einheiten		
II. Temp. =	+14°,8	+15°,0	Anfang	Schlufs	Mittel
(No. 1135)	+ 0,1136	+ 0,1108	4,1062	4,1038	4,1050
(No. 1143)	+ 0,1118	+ 0,1089	4,1062	4,1036	4,1049
					w = 4,1049 Siem.
III. Temp. =	+13°,8	+14°,2			
(No. 1135)	+ 0,1002	+ 0,1104	4,0915	4,1022	4,0968
(No. 1143)	+ 0,0980	+ 0,1086	4,0906	4,1019	4,0962
					w = 4,0965 Siem.

VIII. Resultate.

Indem wir diese in Siemens'schen Einheiten ausgedrückten Widerstände mit denselben nach absolutem Maafse bestimmten (S. 31) vergleichen, erhalten wir

$$\begin{array}{rlll} \text{I.} & 4{,}1029\ \text{Siem.} = 3{,}9812\,\frac{\text{Erdqu.}}{\text{Sec.}}\,; & 1\ \text{Siem.} & = 0{,}9703. \\ \text{II.} & 4{,}1049\ \text{„}\quad = 3{,}9903\ \text{„} & \text{„} & = 0{,}9721. \\ \text{III.} & 4{,}0965\ \text{„}\quad = 3{,}9849\ \text{„} & \text{„} & = 0{,}9728. \end{array}$$

Im Mittel also

$$1\ \text{Siem. Quecksilber-Einheit} = 0{,}9717\ \frac{\text{Erdquadrant}}{\text{Secunde}}\ ^{1)}.$$

Was das Verhältnifs der *British Association* Einheit zur Siemens'schen betrifft, so darf als zuverlässigster bis jetzt veröffentlichter Werth wohl derjenige angesehen werden, welchen Hr. Dehms aus einer von Hrn. Jenkin angestellten Vergleichung ableitet [2]),

1 *British Association* Einheit = 1,0493 Siem.

Hr. Dehms und Hr. Hermann Siemens hatten die Güte, auf meine Bitte eine neue Vergleichung anzustellen, wobei zunächst eine im Siemens'schen Laboratorium vorhandene *British Association* Einheit (No. 61) sich = 1,0473 erwies. Da diese Vergleichung wegen Beschädigung der Einheit in der Luft vorgenommen werden mufste, wird ihr keine entscheidende Bedeutung beigelegt. Ferner kamen die *British Association* Einheiten der Herren Brix (No. 21) und Weber (No. 51) zur Vergleichung und ergaben vollständig übereinstimmend mit der obigen Zahl den Werth 1,0493. Vergleicht man dieses Zusammenstimmen mit den früheren enormen Differenzen in den Angaben über Widerstandseinheiten, so liegt darin ein sehr erfreulicher Beweis von dem Fortschritt auf diesem Gebiete der Messung [3]).

Unter Benutzung der Zahl 1,0493 findet sich schliefslich

$$1\ \textit{British Association}\ \text{Einheit} = 1{,}0196\ \frac{\text{Erdquadrant}}{\text{Secunde}},$$

1) In dem Resultat 0,9705 (Gött. Nachr. 1870, S. 523) war ein Rechenfehler untergelaufen.

2) Diese Ann. Bd. CXXXVI, S. 404; *Rep. Brit. Assoc.* 1864. S. 349.

3) Im 1. Heft 1873 dieser Annalen findet sich die Arbeit.

d. h. diese Einheit wäre danach um nahe 2 Proc. gröfser, als beabsichtigt wurde.

Die *elektromotorischen Kräfte* Daniell und Grove sind von Ammann und mir = 11,71 resp. 19,98 Siem. Weber gefunden worden; sie haben also den absoluten Werth [1])

$$\text{Daniell} = 11{,}38 \,.\, 10^{10} \frac{\text{Mm.}^{\frac{3}{2}}\ \text{Mgrm.}^{\frac{1}{2}}}{\text{Secunde}^2}$$

$$\text{Grove} = 19{,}42 \,.\, 10^{10} \quad " \quad " \,.$$

Die thermoelektromotorische Kraft *Neusilber-Eisen* ist in derselben Einheit = 2400000 für 1° Temperaturdifferenz der Löthstellen in mittlerer Temperatur.

II. *Bestimmung der optischen Constanten des Kupfervitriols; von Carl Pape.*

1. In früheren Abhandlungen [2]) ist es versucht, den Zusammenhang zwischen den Axensystemen zu ermitteln, auf welche verschiedene physikalische Eigenschaften der Krystalle zu beziehen sind. Es hat sich ergeben, dafs das thermische mit dem chemischen Axensysteme stets zusammenfällt und gleichzeitig in allen Krystallsystemen auch als das natürliche rechtwinklige krystallographische Axensystem anzusehen ist. Bei anderen physikalischen Eigenschaften findet eine ähnliche einfache Beziehung der entsprechenden Axensysteme zu den genannten in dieser Allgemeingültigkeit nicht statt, obwohl überall eine überhaupt vorhandene Abhängigkeit zu erkennen ist, soweit vorliegende Beobachtungen ein Urtheil gestatten.

Am meisten mafsgebend erweist sich bis jetzt das thermische Axensystem noch für die Richtung der Axen

1) Vergl. diese Ann. Bd. CXLI, S. 458, wobei zu bemerken, dafs, nach den erforderlichen Reductionen, die von Ammann und mir gefundenen Zahlen sehr nahe mit den Resultaten von Waltenhofen's übereinstimmen. (Ann. Bd. CXXXIII, S. 478.)

2) Diese Ann. Bd. 125, 133, 135.

Taf. I.

Fig. 1.

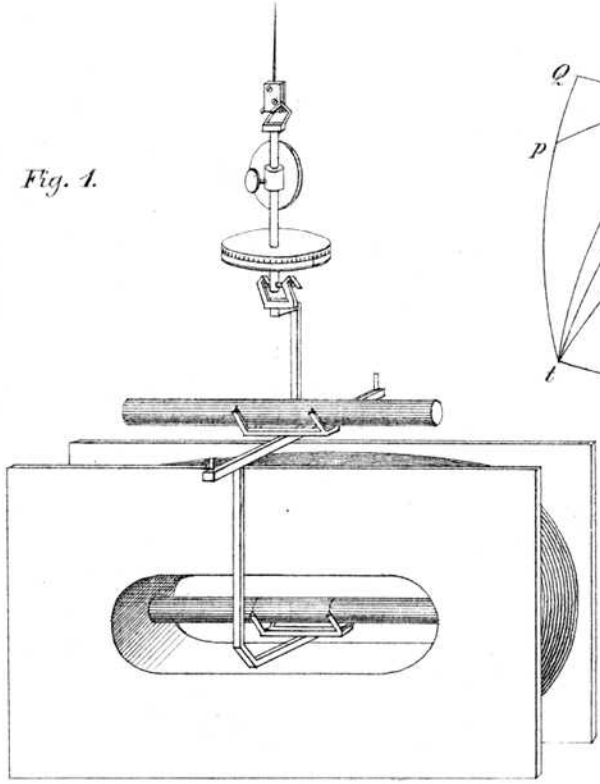

Fig. 2.

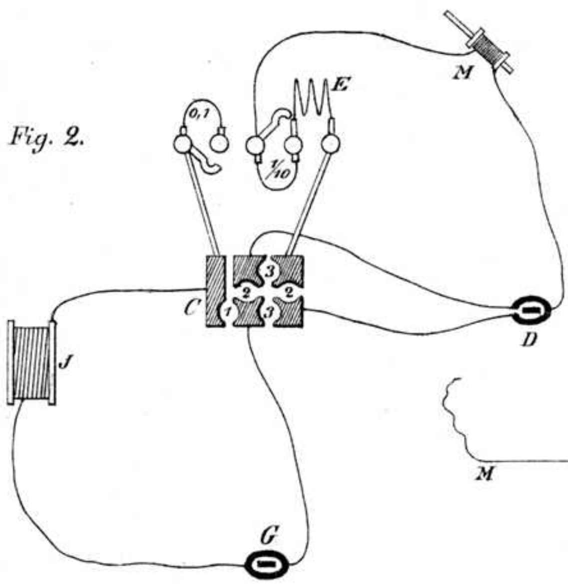

Fig. 3.

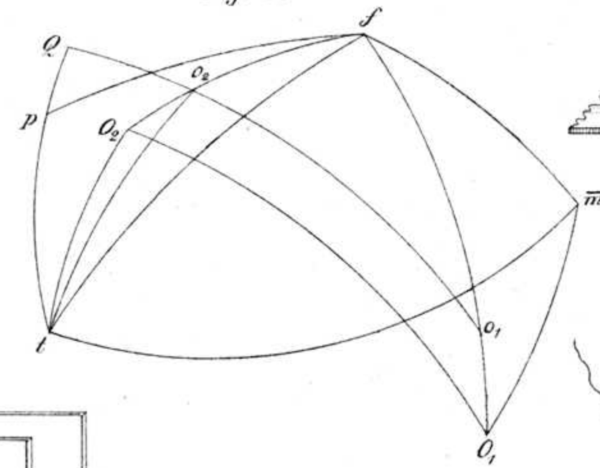

Fig. 4.

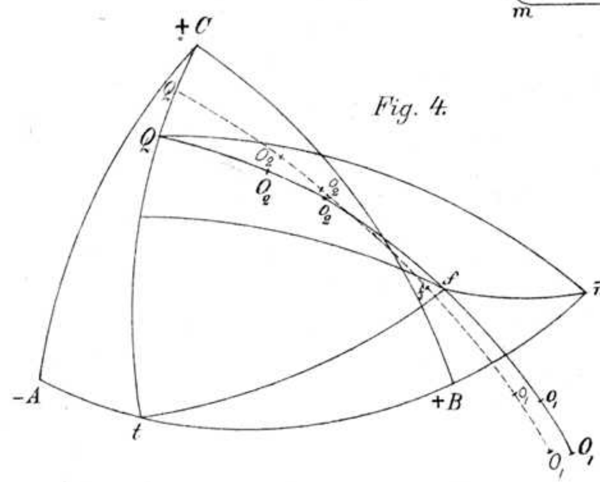

Fig. 8.

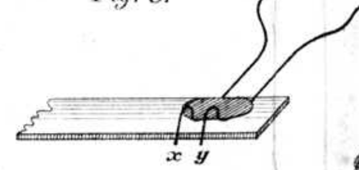

Fig. 9.

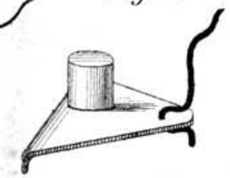

Fig. 6.

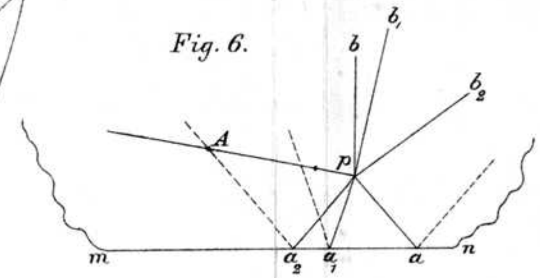

Fig. 7.

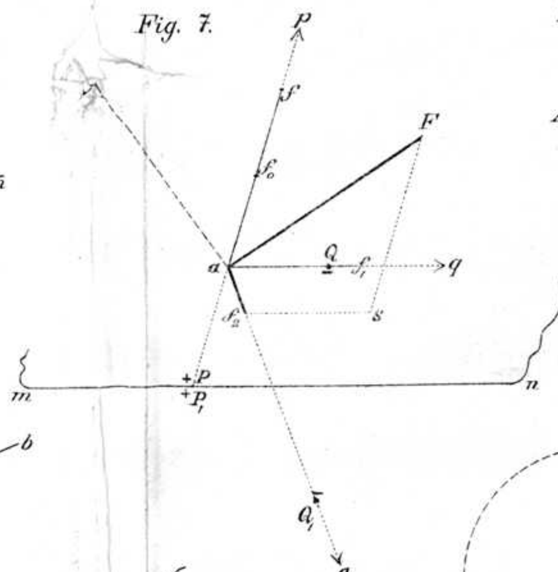

Fig. 11.

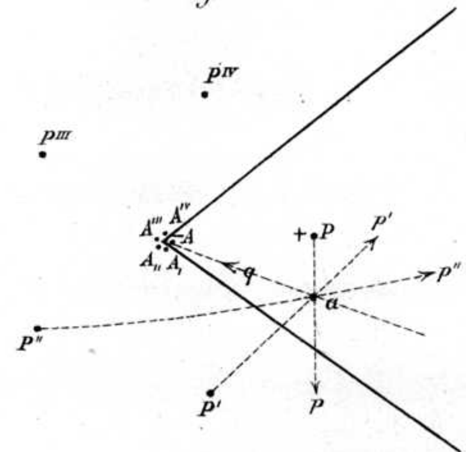

Fig. 10.

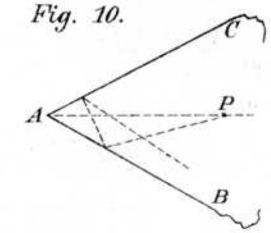

Fig. 12.

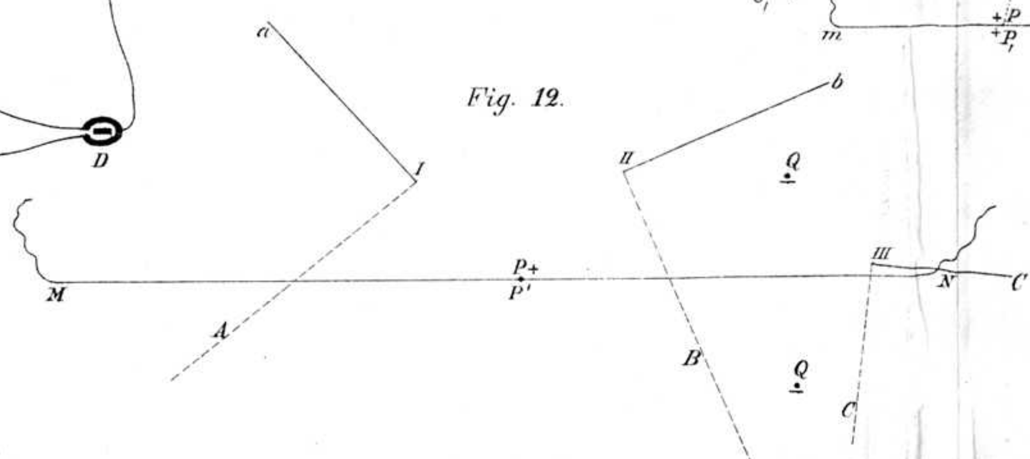

Fig. 5.