IV. *Ueber die durch die Aetherschwingungen erregten Mitschwingungen der Körpertheilchen und deren Rückwirkung auf die ersteren, besonders zur Erklärung der Dispersion und ihrer Anomalien;* von *W. Sellmeier.*

II. Theil.

§. 8.

Wir kommen jetzt zum wichtigsten Theil unserer Aufgabe, nämlich zur Bestimmung des Einflusses der Körpertheilchen auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts. Wir wissen bereits, dafs ein solcher Einflufs jedesmal dann stattfindet, wenn die Schwingungsdauer τ des Aethers mit der eigenthümlichen ϑ des Körpertheilchens nicht übereinstimmt.

Die Reflexionstheorien von Fresnel und Cauchy haben uns schon im §. 1 zu der Ansicht geführt, dafs die die Lichtschwingungen unterhaltende und fortpflanzende Kraft in der überall gleichen Elasticität des Aethers bestehe, deren Wirkung jedoch dadurch beeinflufst werde, dafs die nothwendige Mitbewegung der Körpertheilchen einen gewissen Aufwand von Arbeit erfordere. Indem wir an dieser Ansicht festhalten, dürfen wir am ehesten hoffen, zu Resultaten zu gelangen, welche mit der Erfahrung in Uebereinstimmung stehen.

Von der Kraft, mit welcher die Körpertheilchen *direct* auf den Aether wirken, sehen wir also vorläufig ganz ab; derselben werden wir erst späterhin unsere Aufmerksamkeit zuwenden.

Um von der erwähnten Ansicht aus unsere gegenwärtige Aufgabe zu lösen, wird es am geeignetsten seyn, das *Princip der Erhaltung der Kraft* zur Anwendung zu bringen.

Zur Vereinfachung nehmen wir zuerst an, der momentane Gleichgewichtsort jedes Körpertheilchens werde von der Lage der andern Körpertheilchen gar nich beeinflufst, sondern sey blofs von dem Aether abhängig. Wir können dann hinterher untersuchen, welche Aenderungen in den so erhaltenen Ausdrücken durch den vernachlässigten Einflufs der Körpertheilchen bewirkt werden.

Wenn ein Massentheilchen m, das unter dem Einflufs von Kräften steht, in einem Punkte O in stabilem Gleichgewichtszustande sich befindet, so wird es, wenn es um eine sehr kleine Strecke ξ von demselben entfernt ist, mit einer Kraft

$$k \,.\, m\xi$$

nach ihm hinstreben. Um also das Massentheilchen, dieser Kraft entgegen, von dem Punkte O um die kleine Strecke a zu entfernen, ist ein Aufwand von Arbeit erforderlich, welche gleich ist

$$\int_0^a k m \xi \, d\xi = \tfrac{1}{2} k m a^2.$$

Wenn wir uns diese Gröfse als Etwas vorstellen, was das Theilchen m jetzt *besitzt*, so erscheint das Wort Arbeit als nicht recht passend, weil man darunter gewöhnlich Etwas versteht, was geschieht, oder was gethan oder verrichtet wird. Wir folgen daher Rankine's Vorschlage, indem wir jene Gröfse *potentielle Energie* des Theilchens m nennen. Wird nun das letztere frei gelassen, so fällt dasselbe nach dem Punkte O zurück; die potentielle Energie verwandelt sich in lebendige Kraft, oder, nach Rankine, in *actuelle Energie*, welche, wenn das Theilchen in O anlangt, den Werth

$$\tfrac{1}{2} k m a^2$$

erreicht hat. Indem es nun, in Folge des Gesetzes der Trägheit, auf der anderen Seite bis zur Höhe a wieder steigt, verwandelt sich die actuelle Energie wieder in potentielle. Die Summe aus beiden, d. h. die gesammte mechanische Energie des Theilchens m, ist zu jeder Zeit dieselbe, vorausgesetzt, dafs das letztere weder Energie an andere Theilchen abgiebt, noch solche von ihnen empfängt. Ist diese Vorausetzung nicht erfüllt, so ist jene Summe nicht constant. Die lebendige Kraft, welche das Theilchen m bei seiner Ankunft in O erlangt hat, ist dann entweder kleiner oder gröſser, als $\frac{1}{2} k m a^2$. Bezeichnet man sie mit L, so ist im erstern Falle

$$\tfrac{1}{2} k m a^2 - L$$

die Energie, welche das Theilchen m während seines Herabfallens nach dem Punkte O an andere Theilchen abgiebt und welche es beim Steigen wieder zurückempfangen muſs, wenn es die Höhe a wieder erreichen soll; im andern Falle ist

$$L - \tfrac{1}{2} k m a^2$$

die Energie, welche das Theilchen während des Fallens von andern *empfängt*, und welche es beim Steigen wieder zurückgeben muſs, wenn ein beständiger, sich gleich bleibender Schwingungszustand stattfinden soll.

Der Aether in einem Körper sey durch einen Lichtstrahl wellenförmig verschoben; die Wellenlänge sey λ, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit u; dann ist

$$\tau = \frac{\lambda}{u}$$

die Schwingungsdauer. Im sogenannten leeren Raume sey der Aether genau ebenso verschoben, also mit derselben Wellenlänge λ; da aber hier die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nu ist, unter n den absoluten Brechungexponenten jenes Körpers verstanden, so hat man für die Schwingungsdauer τ'

$$\tau' = \frac{\lambda}{nu},$$

woraus folgt

$$\tau' = \frac{\tau}{n},$$

d. h. die Schwingungsdauer bei gleicher Wellenlänge ist im leeren Raume n-mal kleiner, als im Körper. Im leeren Raume ist die Kraft, mit welcher ein um ξ verschobenes Aethertheilchen, dessen Masse m ist, nach seinem Ruheorte strebt, gleich

$$\frac{4\pi^2}{\tau'^2} m \xi,$$

also ist

$$k = \frac{4\pi^2}{\tau'^2}.$$

Da die Aetherverschiebung im Körper ganz dieselbe ist, so mufs, wegen der überall gleichen Elasticität des Aethers, k denselben Werth auch im Körper haben. Setzt man $\frac{\tau}{n}$ für τ', so hat man für den im Körper befindlicheu Aether

$$k = n^2 \frac{4\pi^2}{\tau^2}.$$

Man kann dies übrigens auch unmittelbar daraus schliefsen, dafs bei gleicher Schwingungsdauer die Wellenlänge im Körper n-mal kleiner ist, als im leeren Raume.

Ein Volum V sey so klein, dafs alle in demselben befindlichen Aethertheilchen als in gleicher Phase schwingend angesehen werden können, zugleich aber auch so grofs, dafs es eine grofse Anzahl von Körpertheilchen umfafst; m' sey die Masse des in V enthaltenen Aethers, und a' seine Schwingungs-Amplitude. Dann ist nach dem Vorigen

$$n^2 \frac{\pi 2^2}{\tau^2} m' a'^2$$

seine potentielle Energie zur Zeit seines Verschiebungs-Maximums. Da seine Bewegung der Gleichung

$$\xi' = a' \sin 2\pi \frac{t}{\tau}$$

entspricht, so ist

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2$$

seine actuelle Energie zur Zeit seiner Ankunft im Ruheorte. Mithin ist

$$(a) \qquad (n^2 - 1) \frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2$$

die Energie, welche der in V befindliche Aether während seines Fallens nach dem Ruheorte an die Körpertheilchen verliert.

Von denjenigen Körpertheilchen, welche sich an den Gränzen von V befinden, erhalten die innerhalb befindlichen sehr nahezu eben so viel Energie von dem aufserhalb befindlichen Aether, als die Körpertheilchen aufserhalb von dem Aether innerhalb empfangen. Daraus folgt, dafs die in V befindlichen Körpertheilchen während ihres Fallens nach dem Ruheorte um eben so viel an mechanischer Energie gewinnen müssen, als der in V befindliche Aether in derselben Zeit verliert.

Betrachten wir nun eines dieser Körpertheilchen, und zwar in Bezug auf seine Bewegung längs einer seiner Schwingungsaxen. Seine eigenthümliche Schwingungsdauer in dieser Richtung sey δ, seine Masse m, a sey seine Schwingungs-Amplitude und a_0 die seines Gleichgewichtsortes. Befände sich das Körpertheilchen in seinem Gleichgewichtsorte, wäre also a gleich a_0, so würde es offenbar keine potentielle Energie besitzen; mithin ist, da hier $k = \frac{2\pi^2}{\delta^2}$ ist.

$$\frac{2\pi^2}{\delta^2}\, m\,(a - a_0)^2$$

seine potentielle Energie zur Zeit seines Verschiebungs-Maximums. Da seine Bewegung der Gleichung

$$\xi = a \sin 2\pi \frac{t}{\tau}$$

folgt, so ist

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2}\, m\, a^2$$

seine actuelle Energie bei seiner Ankunft im Ruheorte. Folglich ist

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2}\, m\, a^2 - \frac{2\pi^2}{\delta^2}\, m\,(a - a_0)^2$$

diejenige Energie, welche das Körpertheilchen während seines Fallens nach dem Ruheorte gewinnt. Dieser Ausdruck verwandelt sich durch die früher erhaltene Gleichung

$$a = \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2}\, a_0$$

in folgenden:

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2}\, m\, \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2}\, a_0^2.$$

Ganz ähnliche Ausdrücke, nur etwa mit anderen Werthen von δ und a_0, erhält man für dasselbe Körpertheilchen in Bezug auf seine anderen beiden Schwingungsaxen.

Für die ganze Energie, welche sämmtliche in V befindlichen Körpertheilchen während ihres Fallens nach dem Ruheorte von dem Aether empfangen, kann man demnach folgenden Ausdruck schreiben:

$$(b) \qquad \frac{2\pi^2}{\tau^2} \Sigma m \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0^2,$$

wo unter dem Summenzeichen Σ jedes Körpertheilchen drei Mal genommen werden mufs, nämlich in Bezug auf seine drei Schwingungsaxen.

Indem endlich die beiden Ausdrücke (a) und (b) einander gleich gesetzt werden, entsteht

$$(8) \qquad n^2 - 1 = \frac{\Sigma m \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0^2}{m' a'^2} = \frac{\Sigma m a a_0}{m' a'^2}.$$

Dies ist also der allgemeine Ausdruck für die *brechende Kraft* eines Körpers unter der Voraussetzung, dafs die Lage der Gleichgewichtsörter der Körpertheilchen blofs von dem Aether abhängig sey. Das Summenzeichen Σ bezieht sich auf alle Körpertheilchen, welche in einem *beliebigen* Raume enthalten sind, und bei denen δ nicht gleich τ ist, während m' die Masse des in *demselben* Raume enthaltenen Aethers bedeutet. Es darf indefs nicht vergessen werden, dafs jedes Körpertheilchen m nach jeder seiner Schwingungsaxen, also drei Mal zu nehmen ist.

Von dem Uebergange eines Theiles der mechanischen Energie von dem Aether an das Körpertheilchen und umgekehrt kann man sich in folgender Weise eine Vorstellung machen. Man denke sich, die Bewegung des Aethers und des Körpertheilchens geschehe abwechselnd, zuerst bewege sich blofs das Körpertheilchen eine sehr kurze Strecke, darauf blofs der Aether und der von demselben abhängige Gleichgewichtsort des ersteren, dann wieder blofs das Körpertheilchen, usw. Jedesmal nun, wenn der Aether den Gleichgewichtsort fortrückt, wird der Abstand zwischen diesem und dem Körpertheilchen, also auch die potentielle Energie des letztern, vergröfsert oder verkleinert, und in demselben Mafse mufs der Aether an Energie im ersteren Falle verlieren, im letzteren gewinnen. Dieser Verlust oder Gewinn kann sich, da die potentielle Energie des Aethers durch seinen Abstand vom Ruheorte gegeben ist, nur auf die actuelle Energie des Aethers beziehen, d. h. derselbe mufs sich im ersteren Falle langsamer, im letzteren schneller bewegen, als es ohne jenen Einflufs des Körpertheilchens geschehen würde.

Es sey zuerst τ gröfser als δ. Dann befinden sich das Körpertheilchen und sein Gleichgewichtsort stets auf derselben Seite des Ruheortes, und zwar der Gleichgewichtsort unterhalb des Körpertheilchens. Der Abstand zwischen beiden wird daher bei fallender Bewegung durch jede Fortrückung des Gleichgewichtsortes vergröfsert, und demzufolge die Bewegung des Aethers verzögert. Seine actuelle Energie bei seiner Ankunft im Ruheorte ist mithin verringert und daher nicht im Stande, den Aether wieder bis zur anfänglichen Höhe zu treiben. Aber beim Steigen wird durch jede Fortrückung des Gleichgewichtsortes der Abstand zwischen diesem und dem Körpertheilchen verkleinert, was eine Beschleunigung der Bewegung des Aethers zur Folge hat, so dafs dieser eben so schnell emporsteigt, als er gefallen ist, und die anfängliche Höhe wieder erreicht. — Es sey jetzt τ kleiner als δ. Dann befinden sich das Körpertheilchen und sein Gleichgewichtsort stets auf entgegengesetzten Seiten des Ruheortes. Der Abstand zwischen beiden wird also jetzt bei fallender Bewegung durch jeden Schritt des Gleichgewichtsortes verkleinert, bei steigender vergröfsert, und die Wirkung auf den Aether mufs daher in diesem Falle die gerade entgegengesetzte von der im vorigen seyn.

Zu irgend einer Zeit sey ξ die Verschiebung des Körpertheilchens, ξ_0 die seines Gleichgewichtsortes. Die potentielle Energie, welche das erstere zu dieser Zeit besitzt, ist also

$$\frac{2\pi^2}{\delta^2} m (\xi - \xi_0)^2.$$

Wird jetzt durch den Aether bei fallender Bewegung die Verschiebung ξ_0 um $d\xi_0$ verkleinert, so geht diese Energie über in

$$\frac{2\pi^2}{\delta^2} m [\xi - (\xi_0 - d\xi_0)]^2;$$

sie ist also dadurch um

$$\frac{4\pi^2}{\delta^2} m (\xi - \xi_0) d\xi_0$$

vergröfsert, wofür man auch, wegen der Gleichung

$$\xi = \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} \xi_0,$$

schreiben kann:

$$\frac{4\pi^2}{\tau^2} m \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} \xi_0 d\xi_0.$$

Integrirt man diesen Ausdruck von $\xi_0 = 0$ bis $\xi_0 = a_0$, so erhält man

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2} m \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a^2{}_0$$

als diejenige Energie, welche das Körpertheilchen während der ganzen Zeit des Fallens von dem Aether empfängt. Dieser Ausdruck stimmt ganz überein mit dem, welchen wir oben unmittelbar aus der Differenz zwischen der potentiellen Energie des Körpertheilchens zur Zeit seines Verschiebungs-Maximums und seinar actuellen Energie zur Zeit seines Durchgangs durch den Ruheort erhalten haben.

Der Gleichung (8) zufolge ist der in §. 1 hervorgehobene Satz, die brechende Kraft eines Körpers sey das Verhältnifs der lebendigen Kraft der Körpertheilchen zu der des Aethers in demselben Raume, nicht ganz richtig. Er war es allerdings unter der dortigen Voraussetzung, dafs die Körpertheilchen blofs die Rolle des von Fresnel angenommenen gebundenen Aethers spielen, d. h. dafs sie blofs zur Vermehrung der von der elastischen Kraft des Aethers zu bewegenden Masse dienen. Diese Voraussetzung erfordert nämlich, dafs sämmtliche eigenthümlichen Schwingungsdauern der Köpertheilchen unendlich klein seyen, wodurch die Gleichung (8) in folgende übergeht

$$n^2 - 1 = \frac{\Sigma m a^2}{m' a'^2}.$$

Soll der erwähnte Satz jetzt noch gelten, so muſs man erstens bei den Körpertheilchen diejenigen Fälle ganz ausschlieſsen, wo δ gleich τ ist, zweitens muſs man diejenigen lebendigen Kräfte der Körpertheilchen und des Aethers mit einander vergleichen, welche zur Zeit ihres Durchgangs durch den Ruheort stattfinden, und drittens muſs bei dieser Vergleichung statt der wirklichen lebendigen Kraft $m \frac{2\pi}{\tau^2} a^2$ jedes Körpertheilchens diejenige genommen werden, welche nach Abzug der potentiellen Energie $m \frac{2\pi^2}{\delta^2} (a - a_0)^2$, die das Körpertheilchen zur Zeit seines Verschiebungs-Maximums besaſs, übrig bleibt. Der Rest, $m \frac{2\pi}{\tau^2} \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a^2{}_0$ wird aber, wenn δ gröſser ist als τ, negativ, und wenn es einen Körper giebt, bei welchem diese negativen Glieder der Gleichung (8) die positiven überwiegen, so ist dessen brechende Kraft negativ, und sein Brechungsexponent kleiner als Eins.

Es dürfte noch folgende Bemerkung nicht ganz überflüssig seyn. Den vorstehenden Entwickelungen liegt die Vorstellung zu Grunde, daſs die in dem Volum V enthaltene mechanische Energie in demselben verbleibe, und daſs eine theilweise Wanderung derselben nur zwischen den in demselben Volum befindlichen Aether- und Körpertheilchen stattfinde. In der Wirklichkeit ist dieſs aber nicht der Fall. Theorie und Erfahrung lehren, daſs in einem elastischen Mittel eine einzige Welle ganz isolirt sich fortpflanzen kann. Daraus folgt, daſs die in einer Aetherwelle enthaltene Energie ebenfalls, von Aether- zu Aethertheilchen wandernd, im Raume fortschreitet. Es ist indeſs leicht einzusehen, daſs durch diesen Umstand die Herleitung der Gleichung (8) in der That nicht beeinfluſst wird. Denn da *stehende* Wellen, deren mechanische Energie nicht im Raume fortschreitet, und in Bezug auf welche daher jene Entwickelungen Gültigkeit haben, in zwei andere

Wellenreihen zerlegt werden können, welche in einander entgegengesetzten Richtungen sich fortpflanzen, so mufs die Gleichung (8) auch für fortschreitende Wellen Geltung haben.

§. 9.

Die Gleichung (8) kann nun benutzt werden, um nach der von Fresnel angewandten Methode Ausdrücke für die Intensitäten der in der Gränzfläche isotroper transparenter Mittel reflectirten und gebrochenen Lichtstrahlen zu entwickeln. Fresnel ging von der Ansicht gleicher Elasticität, aber ungleicher Dichtigkeit des Aethers aus. Die gleiche Elasticität hat auch die Gleichung (8) zur Voraussetzung; für die ungleiche Dichtigkeit des Aethers substituirt sie aber die Mitschwingungen der Körpertheilchen. Dies ist der Unterschied zwischen Fresnel's Theorie und der unsrigen; im Uebrigen wenden wir mit Fresnel dieselben Principien an.

Das erste dieser Principien ist das der Erhaltung der Kraft. Es seyen K, K_1, K_2 die senkrechten Durchschnitte des einfallenden und des in der Gränzfläche daraus entstandenen reflectirten und gebrochenen Strahlenbündels, λ, λ_1, λ_2 seyen die Wellenlängen in denselben, und E, E_1, E_2 die in den Räumen $K\lambda$, $K_1\lambda_1$, $K_2\lambda_2$ enthaltenen mechanischen Energien; dann soll nach dem erwähnten Princip die Gleichung stattfinden

$$(a) \qquad E = E_1 + E_2.$$

Die mechanische Energie in einem Volum V ist constant, so lange die Amplitude es ist; man kann dafür die potentielle Energie zur Zeit der gröfsten Verschiebung, oder die actuelle zur Zeit des Durchgangs durch den Ruheort nehmen; beides führt zu demselben Resultate. Wählt man das letztere, so hat man im ersten Mittel für die im Volum V enthaltene Energie nach den im vorigen Paragraphen gebrauchten Bezeichnungen den Ausdruck

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2}(m'a'^2 + \Sigma m a^2)$$

oder

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2 \left(1 + \frac{\Sigma m a^2}{m' a^2}\right).$$

Schreibt man

$$\frac{\Sigma m a^2}{m' a'^2} = \frac{\Sigma m a a_0}{m' a'^2} + \frac{\Sigma m a (a - a_0)}{m' a'_2},$$

so ist das erste Glied auf der rechten Seite, zufolge der Gleichung (8), gleich der brechenden Kraft $n^2 - 1$; bezeichnet man also das letzte Glied mit ε, so hat man als Ausdruck für die im Volum V enthaltene Energie

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2 n^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{n^2}\right).$$

Daraus folgt sofort

$$E = \frac{K\lambda}{V} \cdot \frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2 n^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{n^2}\right).$$

Nimmt man V, also auch m' constant, und beachtet man, daſs, weil der einfallende und der reflectirte Strahl in demselben Mittel sich befinden,

$$\lambda_1 = \lambda, \quad n_1 = n, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon$$

ist, so hat man ebenso

$$E_1 = \frac{K_1 \lambda}{V} \cdot \frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2_1 n^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{n^2}\right),$$

$$E_2 = \frac{K_2 \lambda_2}{V} \cdot \frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2_2 n^2_2 \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{n^2_2}\right).$$

Es seyen α, α_1, α_2 die Winkel, welche die positiven Richtungen des einfallenden, reflectirten und gebrochenen Strahls mit der positiven Richtung eines *senkrecht* einfallenden Strahls einschlieſsen, und K' sey derjenige Theil der Gränzfläche, welcher den gemeinschaftlichen schiefen Durchschnitt der drei Strahlenbündel ausmacht; dann ist

$$K = K_1 = K' \cos\alpha, \quad K_2 = K' \cos\alpha_2.$$

Berücksichtigt man endlich noch, daſs

$$\frac{\lambda}{\lambda_2} = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha}, \qquad \frac{n_2}{n} = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_2}$$

ist, so geht die Gleichung (a) schlieſslich in folgende über:

$$(b) \quad (a'^2 - a'^2_1) \cot\alpha \left(1 + \frac{\varepsilon}{n^2}\right) = a'^2_2 \cot\alpha_2 \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{n^2_2}\right).$$

Diese Gleichung drückt also hier das Princip der Erhaltung der Kraft aus.

Das zweite von Fresnel angewandte Princip ist das der Continuität der Aetherbewegung. Den Sinn dieses Princips in seiner ganzen Vollständigkeit, wie Cauchy es in seiner berühmten Reflexionstheorie anwandte, kann man dahin aussprechen, dafs ein in der Ruhe geradliniger Aetherfaden in Folge der Lichtbewegung weder in der Gränzfläche abgerissen, noch daselbst geknickt sey. Die Anwendung dieses Princips von Fresnel war nur eine theilweise, und bestand in der Annahme, dafs unmittelbar an der Gränzfläche die dieser Fläche parallelen Verschiebungen des Aethers im ersten und zweiten Mittel einander gleich seyen. Macht man noch mit Fresnel die Voraussetzung, dafs in den drei Strahlen die Schwingungen unmittelbar an der Gränzfläche gleichphasig seyen, so hat man also, wenn die Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene erfolgen, die Gleichung

$$(c) \qquad a' + a'_1 = a'_2,$$

und wenn sie der Einfallsebene parallel sind, die Gleichung

$$a' \cos\alpha + a'_1 \cos\alpha_1 = a'_2 \cos\alpha_2,$$

oder, weil $\alpha_1 = 180^0 - \alpha$ ist,

$$(d) \qquad (a' - a'_1)\cos\alpha = a'_2 \cos\alpha_2.$$

Diese Continuitäts-Gleichungen (c) und (d) sind nun mit der Gleichung (b) zu verbinden. Vernachlässigt man dabei die Gröfsen ε und ε_2, so entstehen die bekannten Fresnel'schen Formeln, nämlich, wenn die Schwingungen auf der Einfallsebene senkrecht stehen:

$$\frac{a'_1}{a'} = -\frac{\sin(\alpha - \alpha_2)}{\sin(\alpha + \alpha_2)}, \qquad \frac{a'_2}{a'} = \frac{2\cos\alpha\sin\alpha_2}{\sin(\alpha+\alpha_2)},$$

und wenn sie derselben parallel sind:

$$\frac{a'_1}{a'} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \alpha_2)}{\operatorname{tg}(\alpha + \alpha_2)}, \qquad \frac{a'_2}{a'} = \frac{2\cos\alpha\sin\alpha_2}{\sin(\alpha+\alpha_2)\cos(\alpha-\alpha_2)}.$$

Setzt man im letztern Falle $\frac{a'_1}{a'} = 0$, so ergiebt sich für den Haupteinfallswinkel α' das Brewster'sche Gesetz

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{n_2}{n} = \frac{\lambda}{\lambda_2}.$$

Werden dagegen die Gröfsen ε und ε_2 nicht vernachlässigt, so erhält man Gleichungen, welche von den vorstehenden mehr oder weniger, je nach den Werthen von ε und ε_2, abweichen. Der Werth von ε wird ausgedrückt durch die Gleichung

$$\varepsilon = \frac{\Sigma m a (a - a_0)}{m' a'^2},$$

oder, wie man sie auch schreiben kann,

$$\varepsilon = \frac{\Sigma m \frac{\tau^2 \delta^2}{(\iota^2 - \delta^2)^2} a_0^2}{m' a'^2}.$$

Sollen also die Werthe von ε und ε_2 sehr klein seyn, so dafs eine genäherte Uebereinstimmung mit den Fresnel'schen Formeln und dem Brewster'schen Gesetze stattfindet, so mufs die Zahl und Masse der absorptiven Körpertheilchen aufserordentlich gering seyn gegen die Zahl und Masse der refractiven, bei denen δ sehr klein ist. Unter gewissen Umständen kann man es aber für sehr unwahrscheinlich halten, dafs die Werthe von ε und ε_2 so klein seyen, dafs ihr Einflufs der Beobachtung entgehen könnte. Setzt man nämlich

$$m a^2 = m a a_0 + m a (a - a_0),$$

so kann man diese Gleichung auch so schreiben:

$$m a_2 = m \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a^2{}_0 + m \frac{\tau^2 \delta^2}{(\iota^2 - \delta^2)^2} a^2{}_0.$$

Ist also δ gröfser als τ, so ist das erste Glied auf der rechten Seite negativ, mithin in diesem Falle

$$m \frac{\tau^2 \delta^2}{(\iota^2 - \delta^2)^2} a^2{}_0 > m a^2,$$

d. h. will man eine vollständige Uebereinstimmung mit den Fresnel'schen Formeln herbeiführen, so mufs man bei denjenigen Körpertheilchen, bei denen δ gröfser ist als τ, eine lebendige Kraft vernachlässigen, welche gröfser ist, als die *wirkliche* lebendige Kraft dieser Theilchen. Nun giebt es aber Körper, und zu ihnen gehört besonders das Wasser, welche fast sämmtliche dunkeln Wärmestrahlen absorbiren, also eine grofse Menge Theilchen enthalten, deren eigenthümliche Schwingungsdauer gröfser ist, als die Schwingungsdauer der eigentlichen Lichtstrahlen. Man sollte daher meinen, dafs bei diesen Körpern (namentlich im rothen Lichte, weil hier der Nenner $(\delta^2 - \tau^2)^2$ am kleinsten ist) der Werth von ε so grofs seyn müsse, dafs dadurch eine merkliche Abweichung des Haupteinfallswinkels vom Brewster'schen Gesetze herbeigeführt werde. Eine solche Abweichung ist aber noch nicht beobachtet worden.

Dieser Umstand ist geeignet, Zweifel über die Berechtigung der Gröfse ε in uns zu erregen, und uns zu veranlassen, den Gegenstand einer nähern Betrachtung zu unterwerfen. Dieselbe wird uns denn auch, wie wir sehen werden, zu der Ansicht führen, dafs die in der Gleichung (b) enthaltenen Gröfsen ε und ε_1 in der That *nicht in diese Gleichung hineingehören.*

Die Gleichung (a) setzt nämlich voraus, dafs die *ganze* in dem Wellenstück $K\lambda$ enthaltene mechanische Energie sich mit der Welle fortpflanze und daher in den Wellenstücken $K_1\lambda_1$ und $K_2\lambda_2$ sich wiederfinde. Dies scheint aber eben nicht der Fall zu seyn.

Zerlegt man die lebendige Kraft, welche ein Körpertheilchen m bei seiner Ankunft im Ruheorte erlangt hat, in der schon angewandten Weise in zwei Theile, setzt also

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2} m a^2 = \frac{2\pi^2}{\tau^2} m a a_0 + \frac{2\pi^2}{\tau^2} m a (a - a_0),$$

so ist der erste Theil die in lebendige Kraft umgewandelte potentielle Energie, welche das Körpertheilchen während seiner fallenden Bewegung von dem Aether empfangen hat, und welche es während seines Steigens an denselben zurückgiebt. Dieser Theil der lebendigen Kraft stammt also aus der potentiellen Energie, welche *der Aether* zur Zeit seines Verschiebungsmaximums hat. Der zweite Theil, welchen man auch so schreiben kann:

$$\frac{2\pi^2}{\delta^2} m (a - a_0)^2,$$

ist dagegen nichts anderes, als die in lebendige Kraft verwandelte potentielle Energie, welche das im Verschiebungsmaximum befindliche *Körpertheilchen selbst* besitzt. Um also die Gröfsen ε und ε_2 ansehen zu können als in die Gleichung (b) nicht gehörend, mufs man annehmen, dafs die potentielle Energie, welche die *Körpertheilchen* zur Zeit ihres Verschiebungsmaximums besitzen, sowie die aus derselben hervorgehende actuelle Energie, von der Fortpflanzung ausgeschlossen sey.

Für diese Annahme sprechen in der That folgende Gründe.

Nach unserer mit der Fresnel'schen übereinstimmenden Grundansicht ist es blofs die überall gleiche Elasticität des Aethers, welche die Fortpflanzung der Lichtschwingungen bewirkt. Die Kraft, welche die Körpertheilchen nach ihrem Gleichgewichtsorte treibt, trägt also Nichts dazu bei; sie hat blofs den Zweck, die Mitschwingungen der Körpertheilchen zu vermitteln. Die aus dieser Kraft erzeugte potentielle Energie, welche die letzteren zur Zeit ihres Verschiebungsmaximums besitzen, steht daher zur Fortpflanzung in keiner Beziehung, und man kann daher nicht wohl annehmen, dafs sie selbst an der Fortpflanzung theilnehme.

Setzt man in der Gleichung (8) $\frac{u'}{u}$ für n, so entsteht

$$\frac{u'^2}{u^2} = \frac{m'a'^2 + \Sigma m a a_0}{m'a'^2}.$$

Da u', die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im leeren Raume, constant ist, der Werth von a' aber willkürlich ist, also ebenfalls als constant angenommen werden kann, so kann man das Product $u'^2 m' a'^2$ gleich einer Constanten $\frac{\tau^2}{2\pi^2} C$ setzen, wodurch man erhält

$$(e) \qquad u^2 = \frac{C}{\frac{2\pi^2}{\tau^2}(m'a'^2 + \Sigma m a a_0)}.$$

Setzt man wie in §. 1

$$u^2 = c\,\frac{E}{D},$$

so sieht man, dafs in der Gleichung (*e*) die die Fortpflanzung bewirkende Elasticität E, unserer erwähnten Ansicht entsprechend, constant ist, und dafs die Dichtigkeit D vertreten ist durch diejenige beim Durchgang durch den Ruheort stattfindende lebendige Kraft, welche aus der potentiellen Energie, die der *Aether* zur Zeit seines Verschiebungsmaximums besitzt, entstanden ist. Die aus der potentiellen Energie, welche die *Körpertheilchen* zu dieser Zeit haben, hervorgegangene lebendige Kraft ist in der Gleichung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht enthalten; sie hat also mit der Fortpflanzung Nichts zu thun, und es ist daher auch nicht anzunehmen, dafs sie an derselben theilnehme.

Demnach ist man wohl zu der Annahme berechtigt,

dafs nur die potentielle Energie des Aethers und die daraus entstandene actuelle Energie in der Welle sich fortpflanze, dafs dagegen die potentielle Energie, welche die Körpertheilchen in ihrem Verschiebungsmaximum haben, sowie die daraus hervorgegangene actuelle Energie, von der Fortpflanzung ausgeschlossen sey.

Man kann die erstere als *fortschreitende*, die letztere als *stehende* Energie bezeichnen. Diese stehende Energie mufs nun von der Gleichung (*a*) ausgeschlossen bleiben, wodurch die Gröfsen $\frac{\varepsilon}{n^2}$ und $\frac{\varepsilon_2}{n^2_2}$ aus der Gleichung (*b*) herausfallen.

Diese *stehende* Energie der Körpertheilchen gehört dessenungeachtet der Lichtbewegung an und geht derselben nicht verloren. Auch sie enstammt, ebenso wie die *fortschreitende* Energie der Körpertheilchen, der Bewegung des Aethers und geht an dieselbe wieder zurück, aber nicht, wie die letztere, innerhalb derselben Welle, sondern innerhalb der ganzen Schwingungsreihe. Sie wächst, wenn in der Schwingungsreihe die Amplitude des Aethers wächst, und nimmt ab, wenn diese abnimmt. Dieses Wachsen und Abnehmen der stehenden Energie kann aber, wegen des Princips der Erhaltung der Kraft, nur auf Kosten oder zu Gunsten der fortschreitenden Energie geschehen. Wenn daher eine Aetherwelle einen Körper durchläuft, so mufs ihre fortschreitende Energie abnehmen, wenn ihre Amplitude gröfser ist als die der nächst vorhergehenden Welle, und sie mufs wachsen, wenn jene kleiner ist als diese. Aber dieser Verlust oder Gewinn an Energie, welchen die Welle auf ihrem Wege erleidet, wird nur auf gröfseren Strecken merklich werden können; in der kurzen Zeit, in welcher sie die Gränzfläche passirt, ist derselbe jedenfalls als gleich Null zu erachten. Daraus folgt denn, dafs die Gleichung (a) richtig ist, wenn man sie auf die fortschreitende Energie bezieht, die stehende aber ausschliefst, und dafs man statt der Gleichung (b) die folgende schreiben mufs:

$$(f) \qquad (a'^2 - a'^2_1) \cot \alpha = a'^2_2 \cot \alpha^2,$$

aus welcher, wie wir gesehen, durch Anwendung der Continuitätsgleichungen (c) und (d) die genauen Fresnel'schen Formeln hervorgehen.

Das vollständige Continuitätsprincip wurde, wie schon bemerkt, von Cauchy in seiner Reflexionstheorie angewandt; dagegen blieb von dieser Theorie jede andere Voraussetzung, sey es über gleiche oder ungleiche Elasticität des Aethers, über gleiche oder ungleiche Dichtigkeit desselben, oder über die Constanz der lebendigen Kräfte, ausgeschlossen. Die von Cauchy erhaltenen Formeln für die Intensität der reflectirten und gebrochenen Strahlen weichen nur, wenn die Schwingungen der Einfallsebene parallel sind, von den Fresnel'schen mehr oder weniger ab. Sucht man aber aus ihnen die Beziehung zwischen der Gröfse a'^2_2 und der Differenz $a'^2 - a'^2_1$, so erhält man die Gleichung (f), und zwar ganz genau. Daraus folgt, dafs, wie Fresnel's Annahme ungleicher Dichtigkeit des Aethers bei gleicher Elasticität, ebenso auch unsere Annahme der Mitschwingungen der Körpertheilchen *mit der Reflexionstheorie von Cauchy vollkommen harmonirt.* Diese *vollkommene* Uebereinstimmung würde aber nicht stattfinden, d. h. das Continuitätsprincip würde nicht in derselben Vollständigkeit bei dem Uebergange des Strahls aus einem Mittel in das andere verwirklicht werden können, wenn die *gesammte* Energie der Körpertheilchen als mit der Welle fortschreitend angesehen werden müfste.

Unsere frühere Meinung, dafs die Intensitätsgesetze der reflectirten und gebrochenen Lichtstrahlen an die Bedingung geknüpft seyen, dafs die Brechung ganz vorzugsweise durch solche Körpertheilchen bewirkt werden, deren eigenthümliche Schwingungsdauer sehr klein ist im Vergleich zur Schwingungsdauer des Lichts, müssen wir also jetzt als Irrthum bezeichnen; *diese Gesetze sind*, wenn unsere Unterscheidung zwischen fortschreitender und stehender Energie richtig ist, *an keine Bedingung in Betreff der eigenthümlichen Schwingungsdauern gebunden*, wenn es auch aus anderen Gründen Thatsache zu seyn scheint, dafs die refractiven Körpertheilchen allerdings sehr vorherrschend die Brechung bewirken. Indessen hat jener Irrthum — hervorgegangen aus dem Gedanken, dafs die Körpertheilchen, wenn ihre einzige oder fast einzige Rolle in der Vermehrung der durch die elastische Kraft des Aethers zu bewältigenden Masse bestehen soll, ihrem momentanen Gleichgewichtsorte stets sehr nahe bleiben müfsten — doch auch sein Gutes gehabt: denn er ist es eben gewesen, was zu der so erfolgreichen Methode der Betrachtung der momentanen Gleichgewichtsörter zuerst Anlafs gegeben hat.

Es mufs noch bemerkt werden, dafs, wenn die Schlüsse, welche uns zur Unterscheidung zwischen fortschreitender und stehender Energie geführt haben, noch nicht den zur vollständigen Ueberzeugung erforderlichen Grad von Evidenz besitzen, dies nur auf die Reflexionstheorie von Einflufs ist, dafs dagegen die wichtige Gleichung (8), deren nähere Betrachtung uns jetzt obliegt, davon gar nicht berührt wird.

(Schlufs des zweiten Theils im nächsten Heft.)