

Gold	Silber
12. aus den Gruben von Boitza, Zwillinggruppe von fünf Krystallen	
13.	13. aus den Gruben von Kongsberg.
14. aus den Gruben von Boitza, Zwillingkryst.	14. dito.
15. aus den Gruben von Veröspatak, Zwillingkrystall	15. dito.
16. aus den Gruben in der Gegend v. Abrudbanya	

III. *Ueber die Natur des Lichts in den beiden durch die Doppelbrechung des Bergkrystalls hervorgebrachten Strahlen;*

von G. B. Airy,

Professor der Astronomie und Physik an der Universität zu Cambridge.

(Aus dem vom Verfasser übersandten vierten Bande der *Transactions of the Cambridge Philosophical Society.*)*)

In diesem Aufsatze beabsichtige ich, einige Vermuthungen über die Natur des Lichts der beiden durch die Dop-

*) Wiewohl die vorliegende Arbeit des, als Mathematiker längst rühmlich bekannten, Hrn. Airy sicher meines Lobes nicht bedarf, die Wichtigkeit der in ihr niedergelegten neuen Thatsachen und theoretischen Betrachtungen einem Jeden, der specielles Studium von der Optik macht, sogleich in die Augen springen wird, so glaube ich sie doch den Lesern hier noch besonders empfehlen zu müssen, da sie eine, in keinem der bisher erschienenen Werke über das Licht zu findende Gelegenheit giebt, sich gründliche Einsicht in eine Klasse von Erscheinungen zu verschaffen, die zu den interessantesten und wichtigsten

pelbrechung des Quarzes erzeugten Strahlen vorzutragen, die ihnen zum Grunde liegenden Versuche zu beschreiben, und die zum Vergleiche der Theorie und Erfahrung unternommenen Rechnungen aus einander zu setzen. Wie ich glaube, ist der Gegenstand, mit Ausnahme eines ausgezeichneten Fremden, noch von Niemand beachtet; die Berechnungsart ist mir eigenthümlich, und so viel ich weiß, neu.

Wie bekannt sind die beiden Strahlen, welche durch die Doppelbrechung des Kalkspaths und der meisten anderen doppeltbrechenden Krystalle erzeugt werden, vollkommen polarisirt, der eine nach dem durch den Strahl gelegten Hauptschnitt (oder, wenn es ein zweiaxiger Krystall ist, nach einer Ebene, die gleich geneigt ist gegen die durch den Strahl und die beiden Axen gelegten Ebenen), und der andere nach einer auf diesem Schnitt senkrechten Ebene. Aus der genauen Uebereinstimmung der Depolarisationsphänomene mit den in dieser Hypothese gemachten Berechnungen sind wir zu der Annahme berechtigt, daß das Gesetz noch gültig bleibt, falls auch die Strahlen so wenig getrennt sind, daß es schwierig ist, sie bei der gewöhnlichen Beobachtungsweise wahrzunehmen. Nun sind, nach allgemeiner Annahme, die beiden Strahlen des Quarzes auf eben die Weise polarisirt, und von denen des Kalkspaths nur in der Größe und Richtung ihrer Trennung verschieden. Kaum hatten indeß Arago und Biot ihre Beobachtungen begonnen, so ergab sich auch schon, daß die Strahlen, welche in Richtung der Axe durch den Quarz gehen, eine Anomalie darbieten; und

der neuern Optik gehört. Die gegenwärtige Untersuchung des Hrn. Airy (von der es sehr zu wünschen wäre, daß sie auch auf die zweiaxigen Krystalle ausgedehnt würde) liefert übrigens, wie die in vorigem Band dieser Ann., S. 68 u. 90, mitgetheilten Abhandlungen des verewigten Fresnel, einen abermaligen Beweis von der Fruchtbarkeit der Undulationstheorie, die leider bei uns noch immer zu wenig gekannt ist, und darum nicht gar selten ganz verkannt wird. P.

der letztere dieser Beobachter stellte den Unterschied von rechts- und linksgewundenen Quarzkrystallen auf. Durch einen einfachen Versuch *), den ich wiederholt habe, hat Fresnel gezeigt, daß das Licht, welches in Richtung der Axe durch den Quarz geht, nicht aus *einem* Strahl, sondern aus zweien besteht, die sich in gleicher Richtung, aber mit ungleicher Geschwindigkeit bewegen. Er hat überdies gefunden, daß eine neue Lichtart erzeugt wird, wenn man polarisirtes Licht in einem Glas-Parallelepiped mit gewissen Winkeln zwei innere Reflexionen erleiden läßt, und zwar so, daß die Polarisationssebene einen Winkel von 45° mit der Einfallsebene macht; und daß dies Licht genau dem einen oder dem andern der zwei erwähnten Strahlen ähnlich ist, je nachdem die Polarisationssebene auf dieser oder jener Seite der Einfallsebene liegt. Durch eine mathematische Untersuchung, deren mangelnde Stellen ich jedoch nicht zu ergänzen im Stande bin, hat er gezeigt, daß durch die Wirkung der inneren Reflexionen die gegen die Einfallsebene senkrechten Undulationen um eine Viertelundulation verzögert werden, so daß die Aethertheilchen, welche ursprünglich (im Zustand des Gleichgewichts, der Finsterniß. *P.*) in gerader Linie liegen, in dem so modificirten Lichte sich jederzeit auf einer kreisrunden Schraubenlinie befinden, und ein jedes von ihnen sich gleichförmig in einem Kreise dreht **). Aus der Natur des cr-

*) Es ist nicht leicht diesen Versuch auf eine befriedigende Weise anzustellen, Sind die Axen der Krystalle nicht genau adjustirt, sieht man immer mehrere Bilder. Es ist mir nicht gelungen bloß zwei zu erhalten; allein ich habe die übrigen viel schwächer als die beiden hauptsächlich gemacht. (Man vergl. darüber den Aufsatz von Fresnel in diesen Annalen, Bd. XXI S. 276, besonders S. 279, wo man den erwähnten Versuch beschrieben findet. *P.*)

**) Da ich den mathematischen Beweis über die Natur der Circularpolarisation nicht beurtheilen kann, so werde ich den experimentellen Beweis, der mir dieselbe verständlich gemacht, anführen.

wählten Versuchs erhellt die Nothwendigkeit der Annahme, daß in dem rechtsgewundenen Quarz die rechts-circulare, und in dem linksgewundenen Quarz die links-circulare mit der größeren Geschwindigkeit fortgepflanzt werde. Ich habe die meisten von Fresnel's Versuchen über diesen Gegenstand wiederholt und abgeändert, und mich vollkommen von der Richtigkeit seiner Ansichten überzeugt.

Wenn nun bei dem Versuche mit dem Glas-Parallelepiped dessen Refractionsebene einen andern Winkel als 45° mit der ursprünglichen Polarisationssebene macht, so bleibt die Größe der Undulationen parallel und senkrecht gegen die Refractionsebene des Parallelepipeds nicht mehr gleich, doch wird der Wechsel ihrer Perioden noch derselbe seyn wie zuvor. Die Verschiebung der Aethertheilchen wird noch durch eine Schraubenlinie dargestellt, allein jetzt muß man sich dieselbe, statt auf einen kreisrunden, auf einen elliptischen Cylinder gezogen denken. Diese Modification kann mit Recht (wie auch von Fres-

1) Wenn das Licht mit der Zerlegungsplatte (d. h. mit dem zweiten Spiegel des gewöhnlichen Polarisationsapparats (P)) oder mit einem Turmalin aufgefangen wird, zeigt es, wie man auch die Platte oder den Turmalin um den einfallenden Strahl drehen mag, immer dieselben Erscheinungen. 2) Die Depolarisationserscheinungen sind gleich, in welche Richtung auch die Zerlegungsplatte gedreht wird. 3) Wenn das polarisirte Licht durch zwei solche ähnlich gelagerte Parallelepipede geht, wird die Polarisationssebene um 90° gedreht. 4) Liegen die Parallelepipede aber über Kreuz (d. h. liegen ihre Reflexionsebenen senkrecht gegen einander (P)), so bleibt die Polarisationssebene ungeändert. 5) Die Depolarisationsphänomene stimmen mit der Rechnung, gegründet auf die Voraussetzung: daß in einaxigen Krystallen, wo beim Herumgehen um die Axe die Polarisationssebene des einen Strahls um 360° gedreht wird, die Quadranten abwechselnd um ein Farbenviertel hinaus oder herein geschoben werden, und daß in zweiaxigen Krystallen, wo beim Herumgehen um die Axe die Polarisationssebene nur um 180° gedreht wird, die Halbkreise abwechselnd auf gleiche Weise verändert werden.

nel geschehen ist) elliptische Polarisation genannt werden *). Seitdem ist dieser Ausdruck vom Dr. Brewster gebraucht, um die Natur des (mit diesem wahrscheinlich identischen oder sehr nahe verwandten) von Metallflächen reflectirten Lichts zu bezeichnen **). Sollte zwischen beiden Lichtarten eine Verschiedenheit gefunden werden, so stehe ich nicht an, den Namen Circularpolarisation auf die vorhin beschriebene Art zu übertragen, da er dieser im eigentlichen Sinne zukommt.

Ich bin nun im Stande, meine Hypothesen über die Natur des Lichts der beiden Strahlen des Quarzes aus einander zu setzen. Sie sind:

1) Dafs der gewöhnliche Strahl aus elliptisch polarisirtem Lichte bestehe, und die grofse Axe seiner Ellipsen senkrecht gegen den Hauptschnitt liege; umgekehrt dafs der ungewöhnliche Strahl aus elliptisch polarisirtem Lichte bestehe, dessen Ellipsen ihre grofse Axe in dem Hauptschnitt liegen haben.

2) Dafs, wenn der gewöhnliche Strahl rechts elliptisch

*) Wenn ich es wagen wollte, diejenige Entdeckung Fresnel's zu bezeichnen, welche unter allen seinen wundervollen Erweiterungen der Lichtlehre den gröfsten practischen Werth besitzt, so entschiede ich mich für seine Methode, circular und elliptisch polarisirtes Licht durch innere Reflexion des linear polarisirten in Glas oder Wasser hervorzubringen. Er hat uns darin ein Mittel zur Erzeugung eines Lichts geliefert, dessen Gesetze eben so gut als die des linear polarisirten gekannt sind, und das von mehrfachem Gebrauch ist, da es verschiedene Grade von Ellipticität annehmen kann. Die schöne Geometrie von Malus ist vergessen, wenn wir an seine Entdeckung der Lichtpolarisation denken; die weit werthvolleren theoretischen Entdeckungen Fresnel's verlieren ihren Vorrang, wenn sie mit einer Erfindung in Vergleich gestellt werden, welche andere in den Stand setzt, fernere Entdeckungen zu machen.

**) Brewster's Abhandlung findet man in diesen *Annal.*, Bd. XXI (97) S. 219. P.

tisch polarisirt ist, der ungewöhnliche Strahl links elliptisch polarisirt sey, und so umgekehrt.

3) Dafs das Verhältniß der Axen in beiden Ellipsen gleich sey, und dafs es gleich Eins werde, wenn die Richtung der Strahlen mit der Krystallaxe zusammenfällt; dafs dagegen jene Axen, nach einem unbekannten Gesetze, ungleich werden, so wie die Strahlen gegen die Krystallaxe neigen. Die kleine Axe der Ellipsen hat eine merkbare Gröfse, wenn die Strahlen um 10° gegen die Krystallaxe neigen.

4) Dafs der Lauf der Strahlen nach der Refraction durch die von Huyghens für den Kalkspath gegebene Construction bestimmt werden könne, mit dem Unterschiede jedoch, dafs das abgeplattete Sphäroid, welches zur Bestimmung der Lage des ungewöhnlichen Strahles dient, nicht mit der Kugel, welche die Lage des gewöhnlichen Strahls bestimmt, als in Berührung, sondern als gänzlich in derselben enthaltend, gedacht werden müsse.

Diese Hypothesen wurden ursprünglich in dem Wunsche aufgestellt, zwischen der gewöhnlichen und der von Fresnel *) entdeckten besonderen Doppelbrechung längs der Axe ein Bindeglied aufzufinden. Alle Farbenercheinungen, welche ich beobachtet habe, stimmen vollkommen mit den Resultaten meiner Hypothesen.

Ich muß erwähnen, dafs ich in den früheren Abhandlungen von Arago und Biot Beobachtungen über manche Einzelheiten der hier in Gesamtheit betrachteten Erscheinungen angetroffen habe. Allein die Methode, welche diese Physiker (besonders der Letztere) anwand-

*) Wie ich glaube, hat Fresnel sich nicht bestimmt darüber ausgesprochen, ob die beiden Strahlen in der Axe als letzte Zustände des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls zu betrachten seyen; denn alle seine Abhandlungen liefsen mich darüber in Zweifel, ob sowohl der gewöhnliche, wie der ungewöhnliche Strahl, bei sehr kleinen Winkeln mit der Axe, nicht als getheilt in zwei circular polarisirte Strahlen angesehen werden müsse.

ten, nämlich zur Zeit nur ein kleines Stück zu untersuchen, scheint zur Entdeckung der Gesetze des Lichts nicht wohl geeignet. Bei den Versuchen, welche ich beschreiben werde, hängt alles von der Form der farbigen Curven ab, und diese aus der Beobachtung von Bruchstücken entdecken zu wollen, würde ein ganz fruchtloses Unternehmen seyn.

Zu bemerken ist, daß alle weiterhin angeführten Erscheinungen so beschrieben sind, wie man sie bei Untersuchung mit einer Platte unbelegten Spiegelglases sieht. Braucht man eine Turmalinplatte, so haben die rechts und links liegenden Theile des Bildes dieselbe relative Lage; allein die oberen und unteren sind dann vertauscht.

Erscheinungen.

I. Wenn eine senkrecht gegen die Axe geschnittene Kalkspathplatte mit den über Kreuz gelegten Polarisations- und Zerlegungsspiegeln untersucht wird *), erblickt man das auf Taf. II Fig. 1 abgebildete System von Ringen. Wenn der Zerlegungsspiegel nach dieser oder jener Seite hin weniger als 90° um den einfallenden Strahl gedreht wird, so erscheint das in Fig. 2 abgebildete Ring-System; und, wenn er endlich genau um 90° gedreht wird, sieht man Fig. 3. Die Farbenreihe weicht nicht merklich von Newton's Skale ab, und beginnt mit

*) D. h. Setzt man jene Kalkspathplatte dem polarisirten Lichte aus, welches in dem gewöhnlichen Polarisationsapparat vom ersten Spiegel (die *polarizing plate* des Verfassers) reflectirt wird, so erblickt man im zweiten Spiegel (die *analyzing plate* des Verfassers), wenn dessen Reflexionsebene senkrecht steht auf der des ersten Spiegels, die Fig. 1, wenn sie einen andern Winkel mit derselben macht, die Fig. 2, und wenn sie mit ihr zusammenfällt, die Fig. 3, vorausgesetzt, man habe das Auge dem Spiegel so nahe gebracht, daß die in dasselbe gelangenden Strahlen merklich convergiren.

Schwarz. Diefs sind gemeine und bekannte Erscheinungen.

II. Wenn Fresnel's Parallelepiped, gefasst wie es in Fig. 1 Taf. III abgebildet ist, so angebracht wird, dafs es das polarisirte Licht auffängt, und dabei die Reflexionsebene durch die Theilpunkte 45° und 225° geht *), so zeigt der Kalkspath die in Fig. 4 Taf. II abgebildete Erscheinung. Die Ringe sind unterbrochen und verschoben; die in den Quadranten rechts oben und links unten sind um ein Viertel-Intervall vom Mittelpunkt fortgeschoben, und die in den beiden andern Quadranten sind dem Mittelpunkte um dieselbe Gröfse näher gerückt. Die Linie, welche die Quadranten trennt, ist nirgends schwarz; die Intensität des Lichts ist gleichförmig, und etwa der mittleren Intensität gleich. Geht die Reflexionsebene durch die Theilpunkte 135° und 315° , so sind die Erscheinungen in den zusammenstofsenden Quadranten genau verwechselt. Es ändert sich nichts, wenn man den Zerlegungsspiegel um den einfallenden Strahl dreht; die Linien, welche die Quadranten trennen, sind immer parallel und senkrecht gegen die Reflexionsebene des Zerlegungsspiegels **).

*) D. h. wenn die Ebene der zweimaligen inneren Reflexion im Glas-Parallelepiped (welches der Verfasser der Kürze halber immer *rhomb* nennt) den Winkel 45° oder 225° mit der ursprünglichen Polarisationssebene macht, oder, wie die französischen Physiker sagen, im Azimuthe 45° oder 225° liegt. Nach der, wohl nicht ganz richtig gezeichneten Fig. 1 Taf. III zu urtheilen, scheint der polarisirte Strahl in dem Polarisationsapparat des Verfassers horizontal zu liegen (was bestimmt zu wissen, für das Verständnifs mancher Stellen in der Abhandlung nicht überflüssig wäre), da er rechtwinklig seyn muß gegen die hier lothrecht gezeichnete Ebene der Kreistheilung, folglich auch gegen die mit dieser Ebene parallel liegenden Ein- und Austrittsflächen des Parallelepipeds oder geschobenen Prisma's, dessen beide rhombischen Flächen parallel liegen der Ebene der doppelten inneren Reflexion, und, nach Einrichtung der Fassung, auch dem Zeiger in Fig. 1 Taf. III. P.

**) Nicht unpassend ist es wohl zu erwähnen, dafs ich diese Er-

III. Geht die Reflexionsebene des Parallelepipedes durch 0° und 180° oder durch 90° und 360° , so sind die Erscheinungen und die Veränderungen, welche sie erleiden, genau denen in §. I. gleich. Wird, während die Spiegel mit ihren Reflexionsebenen senkrecht auf einander stehen, das Parallelepiped langsam aus der Lage 0° gegen 45° gedreht, so verändern sich die Ringe allmählig, werden zuerst (wenigstens dem Augenschein nach) elliptisch, und nehmen dann die in Fig. 5 Taf. II abgebildete Gestalt an.

IV. Wenn eine Quarzplatte, gleichviel, ob von einem rechts oder von einem links gewundenen Krystall, zwischen die mit ihren Reflexionsebenen auf einander senkrechten Spiegel gebracht wird, so sieht man eine Reihe Ringe, wie Fig. 6, 7, 8, 9 Taf. II. So weit es das Auge beurtheilen kann, sind die Ringe genau kreisrund; allein es ist kein schwarzes Kreuz vorhanden, und die Farbe in der Mitte ist nicht schwarz, sondern vom Schwarz um eine Anzahl von Farben aus Newton's Skale entfernt, die der Dicke der Quarzplatte proportional ist. Wenn z. B. diese Dicke 0,48 Zoll beträgt, ist die Farbe der Mitte blafs Nelkenroth; bei der Dicke 0,38 Zoll ist sie hell gelbgrün; bei der Dicke 0,26 Zoll: reich pflaumenroth; bei der Dicke 0,17 Zoll: reich gelb.

Die Farben scheinen dann, von der Mitte aus gerechnet, nahe dieselben zu seyn, wie in Newton's Skale, wenn man mit der Farbe anfängt, welche diese Farbe der Mitte repräsentirt. In einer beträchtlichen Entfernung vom Mittelpunkt beginnen vier dunkle Büschel (*brushes*) sichtbar zu werden, und zwar in derselben Richtung, wie die Arme des schwarzen Kreuzes beim Kalkspath.

scheinungen schon im Herbste vorigen Jahres der physikalischen Gesellschaft zu Cambridge gezeigt habe, lange vor der Bekanntmachung von Dr. Brewster's werthvollen Abhandlung in den *Philosoph. Transact. f.* 1830 (Siehe diese Ann. Bd. XXI (97) S. 219), und, wie ich glaube, jedoch nicht sicher weiß, vor deren Mittheilung an die Königliche Gesellschaft.

V. Wenn nun die Quarzplatte (vorausgesetzt, daß sie von einem rechts gewundenen Krystall genommen worden sey) dünn ist, und der Zerlegungsspiegel gedreht wird, sein oberer Theil gegen die linke Hand des Beobachters, so erscheint in der Mitte *) ein bläuliches kurz-armiges Kreuz, welches bei weiterer Drehung gelb wird, so wie gleichzeitig die Ringe gröfser werden. Bei noch weiterer Drehung löst sich das Kreuz in vier Flecke auf. Die Ringe sind nun nicht mehr kreisrund, sondern von einer zwischen dem Kreise und dem Quadrate liegenden Form, deren Diagonalen (so gut wie das Kreuz) nach der Linken der Linien neigen, welche gegen die Reflexionsebene parallel und senkrecht liegen (Fig. 10 Taf. II). Wird die Zerlegungsplatte in entgegengesetzter Richtung gedreht, so entsteht kein Kreuz; allein die Gestalt der anfangs kreisrunden Ringe wird wie zuvor geändert.

VI. Ist die Quarzplatte dick, so sind die Vergröfserung der Ringe und die Veränderung ihrer Form die allein sichtbaren Phänomene. Dreht man den Zerlegungsspiegel beständig gegen die Linke, so vergröfsern sich die Ringe beständig, und in dem Mittelpunkte bilden sich unaufhörlich neue Flecke, die in Ringe übergehen. Die Bemerkungen in diesem und dem vorhergehenden Paragraphen sind ganz eben so auf links gewundene Krystalle anwendbar, sobald man nur annimmt, der Zerlegungsspiegel werde in entgegengesetzter Richtung gedreht.

VII. Wenn Fresnel's Parallelepiped in die Lage 45° gebracht wird, und das hiedurch circular polarisirte Licht durch den Quarz geht, so erblickt man in dem Zerlegungsspiegel statt der Ringe zwei in einander gewickelte Spiralen, wie Fig. 11 Taf. II. Bringt man das Parallelepiped in die Lage 135° , so ist die Figur einen Qua-

*) Dies kann als Definition der *Rechts-Gewundenheit* eines Krystalls angesehen werden, so wie dann auch diese Beobachtung das leichteste Mittel liefert zu bestimmen, ob eine dünne Platte rechts oder links gewundener Natur sey. Ist die Platte dick, so sieht man dies am besten aus der Richtung, in welcher der Zerlegungsspiegel gedreht werden muß, um die Ringe zu vergröfsern.

dranten herumgedreht. Wenn es ein links gewundener Quarz ist, sind die Spiralen in entgegengesetzter Richtung gedreht. Die Farbe der Mitte scheint weiß zu seyn. Mit dem gewöhnlich von mir angewandten Parallelepiped (welches von Tafelglas ist, aber die von Fresnel für Kronglas gegebenen Winkel besitzt) zeigt sich in der Mitte eine ungemein schwache nelkenrothe Farbe. Ich halte es jedoch für wahrscheinlich, daß sie aus einem Fehler in den Winkeln entspringt, da die Intensität der Farbe in keinem Verhältniß zu der anderer Theile der Spiralen steht. Die Figur ist eine Abbildung der Erscheinungen, welche eine 0,26 dicke Quarzplatte zeigt.

VIII. Wenn zwei gleichdicke Quarzplatten, eine rechtsgewundene und eine linksgewundene, auf einander gelegt und zwischen den Polarisations- und den Zerlegungsspiegel gebracht werden, die linksgewundene Platte dem Polarisationspiegel zugewandt, so erblickt man die Fig. 12 Taf. II. Vier Spiralen, die von einem gegen die Reflexionsebene geneigten Kreuz in der Mitte ausgehen, schneiden eine Reihe von Kreisen in jedem Quadranten. Die Durchschnittspunkte liegen in der Reflexionsebene und senkrecht auf derselben. Diefß ist die einfachste Art, die Form zu beschreiben; wenn wir aber den Farbencurven folgen, die sich am sanftesten verlaufen, so müssen wir sagen, daß die Form einer jeden, von Quadrant zu Quadrant, abwechselnd ein Spiral- und ein Kreishogen ist. In einiger Entfernung von der Mitte zeigen sich schwarze Büschel. Wenn die zusammen vereinigten Platten umgewandt werden, so daß die rechts gewundene auf Seite des Polarisationsspiegels zu liegen kommt, so drehen sich die Spiralen in entgegengesetzter Richtung. Diese Erscheinungen gehören zu den schönsten in der ganzen Optik. Die Scheiben, deren Erscheinungen hier abgebildet sind, haben jede eine Dicke von 0,16 Zoll.

Ich werde nun aus einander setzen, wie ich diese Erscheinungen nach den von mir über die Natur des Lichts in den beiden Strahlen des Krystalls angenommenen Gesetzen berechnet habe.

Es seyen AB , CD (Fig. 2 Taf. III) zwei Parallelstrahlen, welche auf eine, senkrecht gegen die Axe geschnittene Kalkspathplatte fallen; der eine von ihnen liefert den gewöhnlichen Strahl BE , und der andere den ungewöhnlichen Strahl ED , welche beide letztere hernach gemeinschaftlich in der Richtung EF hinaustreten. Der ungewöhnliche Strahl von AB , und der gewöhnliche von CD sind hier nicht in Betracht gezogen, da sie nicht bei E ausfahren; beide treffen natürlich mit andern Strahlen zusammen.) Die Richtung der Strahlen wird durch folgende Construction gefunden. Ziehe GK , Tangente am Kreise, dessen Radius $GH \propto b$ ist (nach Biot's hier beibehaltener Bezeichnung *); ziehe LN , Tangente an der Ellipse, deren Halbaxen sind $LM \propto a$ und $LM \propto b$. Geschwindigkeit und Richtung des Strahls werden dann durch den Radius vorgestellt, welcher den Einfallspunkt mit dem Berührungspunkt verbindet; die Geschwindigkeit in der Luft wird durch GH und LM vorgestellt.

Der vom gewöhnlichen Strahl zurückgelegte Weg (gemessen durch den Weg, welchen derselbe in gleicher Zeit in der Luft zurückgelegt haben würde) übertrifft den des ungewöhnlichen Strahls um:

$$OB + \frac{GH}{BK} \cdot BE - \frac{LM}{DN} \cdot DE.$$

Setzt man φ für den Einfallswinkel und T für die Dicke der Platte, so ist diese Gröfse, nach Vollziehung sämmtlicher Reductionen, gleich:

*) Dieser gemäß ist a das Brechungsverhältniß des ungewöhnlichen Strahls, und b das des gewöhnlichen, für den Fall, daß die Axe des Kalkspaths senkrecht liegt gegen die Refractionschene.

$$\frac{T}{b} (\sqrt{1 - b^2 \sin^2 \vartheta} - \sqrt{1 - a^2 \sin^2 \vartheta}).$$

Wenn ϑ klein ist, wird dies nahe $= T \times \frac{a^2 - b^2}{2b} \times \vartheta^2$.

Diese GröÙe heiÙe Θ .

Ich werde nun mit Fresnel unter einem nach einer gewissen Ebene polarisirten Strahl einen solchen verstehen, dessen Vibrationen senkrecht gegen diese Ebene geschehen; werde folglich annehmen, die Vibrationen, welche den gewöhnlichen Strahl bilden, seyen senkrecht auf dem durch diesen Strahl gelegten Hauptschnitt, und diejenigen, welche den ungewöhnlichen Strahl bilden, parallel mit diesem Schnitt.

1 *). Gesetzt, es falle ein polarisirter Lichtbündel unter einem kleinen Einfallswinkel auf eine senkrecht gegen ihre Axe geschnittene Kalkspathplatte. Nehmen wir an, wir sähen in Richtung des einfallenden Strahls, und es stelle Fig. 3 Taf. III die Polarisationsebenen der beiden Spiegel des Polarisationsapparats und den durch den einfallenden Strahl gelegten Hauptschnitt des Krystalls, projecirt auf eine gegen den einfallenden Strahl senkrechte Ebene dar. Es sey $P_2 Ap_2$ die Polarisations- (oder Reflexions-) Ebene des Zerlegungsspiegels, und sie mache den Winkel α mit der ursprünglichen Polarisationsebene $P_1 Ap_1$; ferner sey $C Ac$ der durch den einfallenden Strahl gelegte Hauptschnitt des Krystalls, und mache mit der Ebene $P_2 Ap_2$ den Winkel φ . Die Verschiebung der Aethertheilchen in der ursprünglich polarisirten Welle kann durch:

$$c \sin . \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x)$$

dargestellt werden, wo λ der Zwischenraum zweier Wellen (die Undulationslänge) ist, x die von einem willkürlichen Punkt gemessene Entfernung, t die Zeit, seit

*) Die zusammengehörigen Erscheinungen und mathematischen Untersuchungen finden sich unter gleicher römischer Zahl.

welcher der Aether an diesem Punkte in Ruhe war, und v die Geschwindigkeit der Welle *). Dieser Ausdruck bleibt noch gültig, nachdem die Welle durch irgend ein

*) Da vielleicht nicht alle Leser mit der Herleitung der Formel, die Hr. Airy seinen übrigen Untersuchungen zum Grunde legt, ganz vertraut seyn möchten, so erscheint es mir nicht überflüssig eine hieher gehörige Stelle aus Fresnel's Abhandlung über die Diffraction (die ich ihrer Wichtigkeit wegen vielleicht in Zukunft noch einmal ausführlich in die Annalen aufnehmen werde) hier einzuschalten.

Es ist die Annahme natürlich, heisst es in der genannten Abhandlung, daß die Vibrationen der das Licht erzeugenden Theilchen auf ähnliche Weise wie die der tönenden Körper geschehen, d. h. wie diese nach den Gesetzen der kleinen Pendelschwingungen, oder, was dasselbe sagt, daß die beschleunigende Kraft, welche die Theilchen in ihre Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt, proportional ist der Entfernung, um welche dieselben aus dieser Lage abgelenkt sind. Wie nun auch die Function dieser Entfernung, die ich mit s bezeichne, beschaffen seyn mag, so kann sie doch immer unter die Form $As + Bs^2 + Cs^3 + \text{u. s. w.}$ gebracht werden, da sie zugleich mit s Null werden muß. Setzt man nun die Ablenkung der Molecüle als sehr klein voraus gegen die Grösse des Wirkungskreises der anziehenden und abstoßenden Kräfte, so kann man gegen As alle übrigen Glieder der Reihe vernachlässigen, und die beschleunigenden Kräfte als nahe proportional der Entfernung s betrachten. Diese von der Analogie nachgewiesene Hypothese ist die einfachste, welche sich über die Schwingungen der leuchtenden Theilchen machen läßt, und sie muß zu genauen Resultaten führen, weil man nicht bemerkt, daß die Gesetze für das Licht von dessen Intensität abhängig sind.

Bezeichnet nun v die Oscillationsgeschwindigkeit eines leuchtenden Theilchen nach Verlauf der Zeit t , so hat man $d\sigma = -As dt$;

allein $v = \frac{ds}{dt}$ oder $dt = \frac{ds}{v}$; substituirt man diess in der ersten

Gleichung, so hat man: $v ds = -As ds$, und durch Integration: $v^2 = C - As^2$, woraus:

$$s = -\frac{\sqrt{C - v^2}}{A}$$

Substituirt man diesen Werth in der ersten Gleichung, so hat man:

oder mehrere Mittel gegangen ist, sobald man nur für x den Raum nimmt, welcher in derselben Zeit in Luft zurückgelegt seyn würde. Diese Verschiebung geschieht senkrecht gegen $P_1 p_1$. Sie kann zerlegt werden in:

$$dt = \frac{dv}{\sqrt{A(C-v^2)}}$$

und durch Integration:

$$t = C + \frac{1}{\sqrt{A}} \arcsin \left(\frac{v}{\sqrt{C}} \right).$$

Nimmt man nun zum Anfangspunkt der Zeit den der Bewegung, so muß die Constante C Null seyn, und man hat dann:

$$t = \frac{1}{\sqrt{A}} \arcsin \left(\frac{v}{\sqrt{C}} \right),$$

oder:

$$v = \sqrt{C} \cdot \sin(t \cdot \sqrt{A}).$$

Nimmt man ferner zur Einheit die Zeit, welche von dem Abgang des Theilchens bis zu seiner Wiederkehr verfließt, so hat man:

$$v = \sqrt{C} \sin(2\pi t).$$

Mithin sind in den isochronen Oscillationen die Geschwindigkeiten, welche gleichen Werthen von t entsprechen, proportional der Constante \sqrt{C} , welche demnach die Intensität der Vibrationsbewegung vorstellt.

Beobachten wir nun die Undulationen, welche durch die Oscillationen dieses Theilchens im Aether erzeugt werden. Die Stärke der Bewegung des Aethers in irgend einem Punkt hängt ab von der Geschwindigkeit des bewegenden Theilchens in dem Augenblick, wo dasselbe den Impuls hervorgebracht hat, der jetzt in jenem Punkte merkbar wird. Die Geschwindigkeit der Aethertheilchen in irgend einem Punkt des Raums nach Verlauf der Zeit t ist proportional derjenigen, welche das bewegende Theilchen im Augenblick $t - \frac{x}{\lambda}$ besaß, wo x die Entfernung jenes Punktes von der Quelle der Bewegung und λ die Länge einer Lichtundulation bezeichnet. Wenn also v die Geschwindigkeit der Aethertheilchen bezeichnet, so hat man:

$$v = a \cdot \sin 2\pi \left(t - \frac{x}{\lambda} \right).$$

So weit Fresnel. Aus dieser Gleichung für die Oscillationsgeschwindigkeit der Aethertheilchen läßt sich nun die für die Verschiebung (z) der Theilchen aus ihrer Gleichgewichts-

$c \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda}(\nu t - x) \cdot \cos(\alpha + \varphi)$ senkrecht gegen AC
und in
 $c \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda}(\nu t - x) \cdot \sin(\alpha + \varphi)$ parallel mit AC .

lage leicht ableiten. Geht man nämlich zu dem Aethertheilchen zurück, für das $x=0$ ist, so hat man erstlich:

$$v = a \cdot \sin 2\pi t,$$

dann, da $v = \frac{ds}{dt}$:

$$ds = a \cdot \sin 2\pi t \cdot dt,$$

und endlich, wenn man integrirt:

$$s = -\frac{a}{2\pi} \cos 2\pi t + C$$

Da $s=0$ seyn muß, wenn $v=a$, dann aber $t=\frac{1}{4}$ wird, und dieser Werth von t das erste Glied des zweiten Theils der Gleichung annullirt, so ist die Constante $C=0$, mithin:

$$s = -\frac{a}{2\pi} \cos 2\pi t.$$

Hier zählt t vom Augenblick, wo $v=0$ oder $s=\frac{a}{2\pi}$, d. h. von einem der Gränzpunkte der Oscillation; zählt man aber die Zeit vom Mittelpunkt der Oscillation, für den $v=a$ und $s=0$ ist (wie es in dem Airy'schen Ausdruck geschieht), so muß man statt t setzen $t + \frac{1}{4}$ (die Zeit einer ganzen Oscillation vom Ausgangspunkt bis zu ihm zurück $=1$ gesetzt) also:

$$s = -\frac{a}{2\pi} \cos 2\pi \left(t + \frac{1}{4}\right),$$

was entwickelt giebt:

$$s = -\frac{a}{2\pi} \left[\cos 2\pi t \cdot \cos \frac{1}{2}\pi - \sin 2\pi t \cdot \sin \frac{1}{2}\pi \right] = \frac{a}{2\pi} \sin 2\pi t$$

und, wenn man wieder zu dem in der Entfernung x befindlichen Aethertheilchen übergeht:

$$s = \frac{a}{2\pi} \sin 2\pi \left(t - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Mit diesem ist der Airy'sche Ausdruck identisch. Schreibt man ihn nämlich so:

$$c \sin 2\pi \left(\frac{v}{\lambda} t - \frac{x}{\lambda}\right)$$

und erwägt, daß $\lambda = vT$ (wo λ die Länge der Welle, v ihre

Der erste dieser Ausdrücke liefert den gewöhnlichen, und der zweite den ungewöhnlichen Strahl. Nachdem die Strahlen durch die Krystallplatte gegangen sind, können wir für die Vibration des gewöhnlichen Strahls noch den obigen Ausdruck annehmen, sobald wir nur mit dem Werthe von x die geeignete Veränderung treffen; allein den Weg des ungewöhnlichen Strahls müssen wir um die Gröfse Θ verkürzen. Nach dem Durchgange durch den Krystall ist also die vom gewöhnlichen Strahl hervorgebrachte Vibration:

$$c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \cdot \cos(\alpha + \varphi) \text{ senkrecht gegen } AC$$

und die vom ungewöhnlichen Strahl erzeugte:

$$c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x + \Theta) \right] \cdot \sin(\alpha + \varphi) \text{ parallel mit } AC.$$

Fügt man diese Vibrationen mit dem Zerlegungsspiegel auf, so werden nur die gegen seine Reflexionsebene AP_2 senkrecht liegenden Theile in's Auge oder auf den Schirm reflectirt, nämlich:

$$c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \cdot \cos(\alpha + \varphi) \cdot \cos \varphi$$

und

$$c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x + \Theta) \right] \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot \sin \varphi,$$

und die Summe dieser beiden Ausdrücke repräsentirt die Gröfse der Vibration, welche in's Auge gelangt oder auf den Schirm fällt. Diese Summe kann unter folgende Gestalt gebracht werden:

Geschwindigkeit und T die Zeit, in welcher sie die Länge λ zurücklegt), also, wenn man T (das gleich ist der Zeit einer ganzen Oscillation eines Aethertheilchens) gleich Eins setzt, $\frac{v}{\lambda} = 1$, so bekommt man:

$$s = c \sin 2\pi \left(t - \frac{x}{\lambda} \right).$$

$$\left[c \cdot \cos(\alpha + \varphi) \cos \varphi + c \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \sin(\alpha + \varphi) \sin \varphi \right] \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \\ + c \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \sin(\alpha + \varphi) \sin \varphi \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x)$$

Nun muß als allgemeiner Satz, dessen wir uns hier ohne weiteren Beweis bedienen, bemerkt werden, daß ein Ausdruck von der Form:

$$E \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] + F \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right]$$

immer unter die Form gebracht werden kann:

$$\sqrt{E^2 + F^2} \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(\nu t - x + \frac{\lambda G}{2\pi} \right) \right],$$

wo $\tan G = \frac{F}{E}$, und G constant für diesen Strahl ist *).

*) Der Beweis dieses Satzes ergibt sich leicht, wenn man

$$\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) = \alpha$$

setzt, wodurch $\frac{2\pi}{\lambda} \left(\nu t - x + \frac{\lambda G}{2\pi} \right) = \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) + G = \alpha + G$ wird. Dann muß sein

$$E \sin \alpha + F \cos \alpha = \sqrt{E^2 + F^2} \cdot \sin (\alpha + G) \\ = \sqrt{E^2 + F^2} [\sin \alpha \cos G + \cos \alpha \sin G].$$

Ist aber $\tan G = \frac{F}{E}$, so wird $E = \cos G \sqrt{E^2 + F^2}$ und $F = \sin G \sqrt{E^2 + F^2}$, also, nach Substitution dieser Werthe, die Gleichung identisch.

Diese Transformation hat hier nur den Zweck zu zeigen, daß man berechtigt ist, die Summe der in's Quadrat erhobenen Factoren von Sinus und Cosinus $\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x)$ als Maass der Intensität des Lichts anzusehen, da die Quadratwurzel dieser Summe als Factor auftritt in der ganz analogen Function:

$$\sqrt{E^2 + F^2} \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) + G \right],$$

einer Function, welche eben so die Excursion der Aethertheilchen in dem von der Quelle der Bewegung um $x - G$ entfer-

Es ist klar, daß dies eine periodische Vibration, ähnlich der bisher gebrauchten, bezeichnet, deren Coefficient statt c ist: $\sqrt{E^2 + F^2}$. Es ist zweckmäßig das Quadrat dieses Coefficienten als das Maass für die Intensität des Lichts zu nehmen, und so wird $E^2 + F^2$ in

ten Punkt angiebt, wie es die Function $c \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ für den in der Entfernung x liegenden Punkt thut.

Zu bemerken ist, daß die GröÙe $F \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) \right]$ eine Welle bezeichnet, die der durch $E \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) \right]$ ausgedrückten um eine Viertel-Undulation vorausgeht. Die letztere GröÙe bezeichnet nämlich die Verschiebung der Aethertheilchen in dem Punkte, dessen Abscisse x ist; für einen Punkt, der eine Viertel-Undulation ($\frac{1}{4}\lambda$) entfernter liegt, wird sie also:
 $E \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x + \frac{1}{4}\lambda) \right]$, d. h. $E \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) + 90^\circ \right]$
 oder:

$$E \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) \right],$$

worin man nur den Buchstaben E gegen F zu vertauschen hat.

Die GröÙe:

$$\sqrt{E^2 + F^2} \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(vt - x + \frac{\lambda G}{2\pi} \right) \right]$$

bezeichnet demnach die Resultante zweier Wellensysteme, die in ihrem Gange um eine Viertel-Undulation verschieden sind, und von welchen in einem die Oscillationen der Theilchen die Amplitude E , und in dem andern die Amplitude F besitzen. Das resultirende Wellensystem ist von der einen Componente durch den Raum $\frac{\lambda G}{2\pi}$ getrennt, und die Amplitude der Oscillationen in demselben beträgt $= \sqrt{E^2 + F^2}$.

Aus den Gleichungen $\tan G = \frac{F}{E}$; $E = \cos G \sqrt{E^2 + F^2}$; $F = \sin G \sqrt{E^2 + F^2}$ geht übrigens hervor, daß zwischen der Resultante zweier rechtwinkligen Kräfte und der Resultante zweier in ihrem Gange um eine Viertel-Undulation verschiedener Wellensysteme die vollkommste Aehnlichkeit vorhanden ist.

P.

allen Fällen wie dieser die Intensität des Lichts bezeichnen.

Die Intensität oder die Summe der Quadrate der Multiplicatoren des Sinus und Cosinus von $\frac{2\pi}{\lambda}(\nu t - x)$ ist im gegenwärtigen Fall:

$$\begin{aligned} & c^2 [\cos^2(\alpha + \varphi) \cos^2 \varphi + \sin^2(\alpha + \varphi) \sin^2 \varphi \\ & \quad + 2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot \cos(\alpha + \varphi) \sin \varphi \cos \varphi] \\ & = \frac{c^2}{2} \left[1 + \cos 2(\alpha + \varphi) \cdot \cos 2\varphi + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \sin 2(\alpha + \varphi) \sin 2\varphi \right] \end{aligned}$$

So haben wir einen allgemeinen Ausdruck für die Intensität des Lichts, wenn polarisirtes Licht in irgend einer Richtung durch den Krystall geht, und, nachdem es von dem Zerlegungsspiegel reflectirt worden ist, mit einem Schirm aufgefangen wird. Nehmen wir an, es falle polarisirtes Licht in allen möglichen Richtungen (innerhalb gewisser Gränzen) auf den Krystall, so müssen wir den Winkeln ϑ und φ alle möglichen Werthe geben, und so werden wir die Intensität des Lichts an allen einzelnen Stellen des Schirms haben. Es ist zu bemerken, daß ϑ sehr nahe proportional ist dem Radius vector des correspondirenden Punkts auf dem Schirm, und daß der Winkel hier von dem unteren Theil gegen die rechte Hand gemessen wird.

Wenn das Auge so gestellt wird, daß es das von verschiedenen Stellen des Zerlegungsspiegels kommende Licht empfängt, so wird die Erscheinung in Bezug auf rechts und links umgekehrt, und dann muß der Winkel φ von dem unteren Punkt gegen die linke Hand gemessen werden.

Erstens. Die Spiegel mögen sich kreuzen (d. h. ihre Reflexionsebenen senkrecht auf einander stehen. $P.$), oder $\alpha = 90^\circ$, so ist:

$\cos 2(\alpha + \varphi) = -\cos 2\varphi$; $\sin 2(\alpha + \varphi) = -\sin 2\varphi$
und die Intensität:

$$\frac{c^2}{\Sigma} \cdot \sin^2 2\varphi \cdot \sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda},$$

oder, wenn man für Θ seinen Werth setzt:

$$\frac{c^2}{2} \cdot \sin^2 2\varphi \cdot \sin^2 \left(\frac{T\pi}{\lambda} \cdot \frac{a^2 - b^2}{2b} \cdot \vartheta^2 \right).$$

Dieser Ausdruck wird Null, oder es tritt Dunkelheit ein, wenn $\varphi = 0$, oder $= 90^\circ$, oder $= 180^\circ$, oder $= 270^\circ$, wie auch der Werth von ϑ seyn mag. Diefs zeigt, dafs durch die Mitte, parallel und senkrecht gegen die Reflexionsebene, ein schwarzes Kreuz hindurchgeht. Es herrscht ferner Dunkelheit, für jeglichen Werth von φ , sobald:

$$\frac{T\pi}{\lambda} \cdot \frac{a^2 - b^2}{2b} \cdot \vartheta^2 = 0, \text{ oder } = \pi, \text{ oder } = 2\pi \text{ u. s. w.}$$

oder wenn:

$$\vartheta^2 = 0, \text{ oder } = \frac{2b\lambda}{T(a^2 - b^2)}, \text{ oder } = \frac{4b\lambda}{T'(a^2 - b^2)} \text{ etc.}$$

Diefs zeigt, dafs in der Mitte ein dunkler Fleck ist, und dafs es eine Reihe dunkler Ringe giebt, deren Radien eine fortwährend abnehmende Differenz unter sich zeigen. Caeteris paribus verhalten sich die Quadrate der Diameter dieser Ringe umgekehrt wie $\frac{a^2 - b^2}{b}$, und umgekehrt wie T . Die Ringe sind also desto kleiner, je gröfser die Doppelbrechung der Krystalle und je dicker die Platte ist. Sie stehen in geradem Verhältnifs zu λ , und sind also für die rothen Strahlen gröfser als für die blauen. Nach einer kurzen Zeit correspondiren also die hellen Ringe einer Farbe mit den dunklen einer andern. Diefs giebt den Ringen ihren eigenthümlichen Charakter. Es verbindet auch, dafs einer von ihnen gänzlich schwarz erscheine; wogegen das Verschwinden des Lichts in dem Kreuz unabhängig von λ ist, und dieserhalb das Kreuz gänzlich schwarz erscheint.

Zweitens. Die Spiegel (oder vielmehr ihre Reflexions-
ebenen

ebenen. *P.*) seyen parallel, oder $\alpha=0$; dann wird der Ausdruck für die Intensität:

$$\frac{c^2}{2} \left[1 + \cos^2 2\varphi + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \sin^2 2\varphi \right].$$

Wenn $\varphi=0$, oder $=90^\circ$, oder $=180^\circ$, oder $=270^\circ$, so wird dieser Ausdruck $=c^2$; und folglich ist jetzt statt des schwarzen ein weißes Kreuz da. Für andere Werthe

von φ ist das Licht am stärksten, wenn $\frac{2\pi}{\lambda} \Theta=0$,

oder $=2\pi$ u. s. w., und am schwächsten, wenn $\frac{2\pi}{\lambda} \Theta$

$=\pi$, oder $=3\pi$ u. s. w.; im ersten Fall ist es $=c^2$, im letzteren: $=c^2 \cos^2 2\varphi$. Diese Andeutungen bezeichnen genau die Fig. 3 Taf. II, und in der That ist aus den Ausdrücken leicht zu ersehen, daß die entsprechenden Theile der Figuren I und 3 (Taf. II) genau complementär zu einander sind.

Drittens. Setzt man in dem allgemeinen Ausdruck $\sin 2\varphi=0$ (d. h. setzt $\varphi=0$, oder $=90^\circ$, oder $=180^\circ$, oder $=270^\circ$), so wird derselbe:

$$\frac{c^2}{2} \left[1 + \cos 2(\alpha + \varphi) \cdot \cos 2\varphi \right] = \frac{c^2}{2} (1 + \cos 2\alpha).$$

Dies zeigt ein mattes Kreuz an, welches für kleine Werthe von α hell, und, wenn α nahe $=90^\circ$ wird, dunkel ist. Wenn $\sin 2(\alpha + \varphi)=0$, erscheint ein anderes Kreuz, das gegen das erstere unter den Winkel α neigt. Im Allgemeinen, wenn φ zwischen 0° und $90^\circ - \alpha$ liegt,

ist die Intensität am größten, wenn $\frac{2\pi}{\lambda} \Theta=0$, oder $=2\pi$

u. s. w., und am kleinsten, wenn $\frac{2\pi}{\lambda} \Theta=\pi$, oder $=3\pi$

u. s. w.; sobald aber φ zwischen $90^\circ - \alpha$ und 90° liegt, dann ist die Intensität am größten, wenn $\frac{2\pi}{\lambda} \Theta=\pi$, $=3\pi$

u. s. w., und am schwächsten, wenn diese Größe $=0$, oder $=2\pi$. Dasselbe findet statt, wenn wir alle diese

Winkel um 90° vergrößern. So ist Fig. 2 eine Mischung von Theilen der Ringsysteme von Fig. 1 und 3 (Taf. II).

II. Nun werde Fresnel's Parallelepiped zwischen gesetzt: es sey RAr (Fig. 4 Taf. III) die Ebene senkrecht auf der Ebene der inneren Reflexion, und sie mache den Winkel β mit der Ebene der ursprünglichen Polarisation. Das Uebrige bleibe wie zuvor. Die Schwingung $c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} \cdot (\nu t - x) \right]$ senkrecht gegen P, A kann zerlegt werden in:

$$c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} \cdot (\nu t - x) \right] \sin \beta, \text{ parallel mit } Ar$$

und

$$c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \cos \beta, \text{ senkrecht gegen } Ar.$$

Die erste dieser Schwingungen wird nach Fresnel's Theorie um eine Viertel-Undulation verzögert, oder die letztere um eben so viel beschleunigt. In der letzten Voraussetzung müssen wir annehmen, dafs nach dem Austritt aus dem Rhomboëder die Vibrationen sind, parallel mit Ar :

$$c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right],$$

und senkrecht gegen Ar :

$$c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) + 90^\circ \right] \cos \beta,$$

oder:

$$c \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \cos \beta.$$

Diefs giebt für den gewöhnlichen Strahl des Krystalls:

$$c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \sin \beta \cdot \sin(\beta + \alpha + \varphi)$$

$$+ c \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \cos \beta \cdot \cos(\beta + \alpha + \varphi)$$

und für den ungewöhnlichen Strahl:

$$-c \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \sin \beta \cdot \cos(\beta + \alpha + \varphi) \\ + c \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \cos \beta \cdot \sin(\beta + \alpha + \varphi).$$

Nach dem Austritt aus dem Krystall müssen wir, wie zuvor, x in dem letzteren Ausdruck um die Gröfse Θ verringern, und so wird dann die Vibration des ungewöhnlichen Strahls:

$$= -c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x + \Theta) \right] \sin \beta \cdot \cos(\beta + \alpha + \varphi) \\ + c \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x + \Theta) \right] \cos \beta \cdot \sin(\beta + \alpha + \varphi).$$

Von diesen Schwingungen wirft der Zerlegungsspiegel nur die senkrecht gegen seine Polarisationssebene liegenden Componenten zurück, nämlich die Vibration des gewöhnlichen Strahls $\propto \cos \varphi$, und die des ungewöhnlichen Strahls $\propto \sin \varphi$:

$$= c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \sin \beta \cdot \sin(\beta + \alpha + \varphi) \cdot \cos \varphi \\ + c \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \cos \beta \cdot \cos(\beta + \alpha + \varphi) \cos \varphi \\ - c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x + \Theta) \right] \sin \beta \cdot \cos(\beta + \alpha + \varphi) \sin \varphi \\ + c \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x + \Theta) \right] \cos \beta \cdot \sin(\beta + \alpha + \varphi) \sin \varphi$$

Der Coëfficient von $\sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right]$ ist:

$$c \cdot \sin \beta \cdot \sin(\beta + \alpha + \varphi) \cos \varphi \\ - c \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \sin \beta \cdot \cos(\beta + \alpha + \varphi) \sin \varphi \\ - c \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \cos \beta \cdot \sin(\beta + \alpha + \varphi) \sin \varphi.$$

Der Coëfficient von $\cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right]$ ist:

$$c \cdot \cos \beta \cdot \cos(\beta + \alpha + \varphi) \cos \varphi$$

$$\begin{aligned}
 & -c \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \sin \beta \cdot \cos(\beta + \alpha + \varphi) \sin \varphi \\
 & + c \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \cos \beta \cdot \sin(\beta + \alpha + \varphi) \sin \varphi
 \end{aligned}$$

Die Intensität, oder die Summe der Quadrate dieser Coëfficienten ist, nach gemachter Reduction:

$$\begin{aligned}
 & \frac{c^2}{2} \left[1 + \cos 2\beta \cdot \cos 2\varphi \cdot \cos 2(\beta + \alpha + \varphi) \right. \\
 & \quad + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \cos 2\beta \cdot \sin 2\varphi \cdot \sin 2(\beta + \alpha + \varphi) \\
 & \quad \left. - \sin \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \sin 2\beta \cdot \sin 2\varphi \right].
 \end{aligned}$$

Wenn nun $\beta = 45^\circ$, also $\cos 2\beta = 0$ und $\sin 2\beta = 1$, wird die Intensität:

$$= \frac{c^2}{2} \left[1 - \sin \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \sin 2\varphi \right].$$

Erstens. Da α aus diesem Ausdruck verschwunden ist, so wird die Figur für jeglichen Werth von α , d. h. für jegliche Lage des Zerlegungsspiegels dieselbe bleiben.

Zweitens. Wenn $\varphi = 0, = 90^\circ, = 180^\circ, = 270^\circ$, so wird der Ausdruck $\frac{c^2}{2}$, was zeigt, dafs parallel und senkrecht gegen die Reflexionsebene des Zerlegungsspiegels ein schwaches Kreuz vorhanden ist.

Drittens. Wenn φ ist > 0 und $< 90^\circ$, oder $> 180^\circ$ und $< 270^\circ$, so ist die Intensität am grössten, wenn $\frac{2\pi}{\lambda} \Theta = \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}$ u. s. w., und am schwächsten, wenn $\frac{2\pi}{\lambda} \Theta = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$, u. s. w. Wenn φ ist $> 90^\circ, < 180^\circ$, oder $> 270^\circ, < 360^\circ$, so ist die Intensität am schwächsten, wenn $\frac{2\pi}{\lambda} \Theta = \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}$ u. s. w., und am grössten, wenn $\frac{2\pi}{\lambda} \Theta = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$ u. s. w.

Viertens. Wenn $\beta = 135^\circ$, wird die Intensität:

$$= \frac{c^2}{2} \left[1 + \sin \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \sin 2\varphi \right],$$

woraus leicht zu ersehen, daß dann die hellen Theile der Ring-Quadranten den matten, für den Fall $\beta=45^\circ$, entsprechen, und so umgekehrt.

III. Wenn im letzten Versuch das Parallelepiped in die Lage 0° gebracht wird, so muß man $\beta=0$ machen, was für die Intensität giebt:

$$\frac{c^2}{2} \left[1 + \cos 2\varphi \cdot \cos 2(\alpha + \varphi) \right. \\ \left. + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \sin 2\varphi \sin 2(\alpha + \varphi) \right]$$

genau, wie im allgemeinen Fall des Versuches I.

Befindet sich das Parallelepiped in der Lage 90° , so ist der Ausdruck genau derselbe.

Wenn der Polarisations- und der Zerlegungsspiegel mit ihren Reflexionsebenen einander rechtwinklig kreuzen, so muß man $\alpha=90^\circ$ machen, und der allgemeine Ausdruck wird dann:

$$\frac{c^2}{2} \left[1 - \cos 2\beta \cdot \cos 2\varphi \cdot \cos 2(\beta + \varphi) \right. \\ - \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \cos 2\beta \cdot \sin 2\varphi \cdot \sin 2(\beta + \varphi) \\ \left. - \sin \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \cdot \sin 2\beta \cdot \sin 2\varphi \right].$$

Wenn hier $\varphi=0$, $=90^\circ$, $=180^\circ$, $=270^\circ$ ist, wird die Intensität $=\frac{c^2}{2} \sin^2 2\beta$, was zeigt, daß dann parallel und senkrecht gegen die Reflexionsebene ein schwaches Kreuz vorhanden ist. Für andere Werthe von φ ist der variable Theil nur in den beiden letzten Gliedern eingeschlossen, oder in:

$$-\frac{c^2}{2} \sin 2\varphi \left[\sin 2\beta \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \right. \\ \left. + \cos 2\beta \cdot \sin 2(\beta + \varphi) \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \right].$$

Dies kann unter die Form $A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Theta - B\right)$ gebracht werden, wo

$$A = -\frac{c^2}{2} \sin^2 \varphi \sqrt{\sin^2 2\beta + \cos^2 2\beta \cdot \sin^2 2(\beta + \varphi)}$$

und

$$\text{tang} \cdot B = \frac{\text{tang} 2\beta}{\sin 2(\beta + \varphi)}.$$

Die Gleichung für die dunklen Ringe wird gefunden, wenn man macht:

$$\frac{2\pi}{\lambda} \Theta - B = 0, \text{ oder } = 2\pi, \text{ oder } = 4\pi \text{ u. s. w.}$$

also:

$$\Theta = \frac{\lambda B}{2\pi}, \text{ oder } = \lambda + \frac{\lambda B}{2\pi}, \text{ oder } = 2\lambda + \frac{\lambda B}{2\pi} \text{ u. s. w.}$$

und:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{2b\lambda}{T(a^2 - b^2)}} \cdot \sqrt{\frac{B}{2\pi}},$$

oder:

$$= \sqrt{\frac{2b\lambda}{T(a^2 - b^2)}} \sqrt{1 + \frac{B}{2\pi}},$$

oder:

$$= \sqrt{\frac{2b\lambda}{T(a^2 - b^2)}} \sqrt{2 + \frac{B}{2\pi}} \text{ u. s. w.}$$

Wenn nun β klein ist, ist auch $\text{tang} 2\beta$ klein, so wie auch $\text{tang} B$, ausgenommen, wenn $\sin 2(\beta + \varphi)$ klein ist wo B schleunig $= 90^\circ$ wird. Wird $\sin 2(\beta + \varphi)$ negativ, wird auch B negativ, und zwar -90° seine Gröfse nimmt dann ab bis $\sin 2(\beta + \varphi) = -1$, und! es geht dann durch denselben Wechsel. Der Kreis wird daher in die Fig. 5 Taf. III verwandelt. Doch da die Ringe an den Stellen, wo $\sin 2(\beta + \varphi) = 0$ ist, sehr schwach sind, entgehen die Einbiegungen der Curve leicht der Aufmerksamkeit und die Figur erscheint deshalb elliptisch. Wenn aber β wächst, so ist die Intensität der Ringe, wo

$\sin 2(\beta + \varphi) = 0$ ist, nicht klein (sie wird durch A repräsentirt), und die Gestalt der Ringe ist leicht zu erkennen *). Alle diese Schlüsse stimmen vollkommen mit der Beobachtung.

IV. Um auf ähnliche Weise die Erscheinungen der Quarzplatten gemäß den zu Anfange dieses Aufsatzes gemachten Voraussetzungen zu untersuchen, müssen wir einen linear polarisirten Strahl **) in zwei elliptisch polarisirte Strahlen zerfällen. Es sey AP_1 (Fig. 6 Taf. III) die Ebene der ursprünglichen Polarisation, AC der Hauptschnitt des Krystalls. Da der gewöhnliche Strahl elliptisch polarisirt ist, so besteht er aus einer Vibration in der Richtung Oo_1 , und einer andern in der Richtung o_1o_2 , die um einé Viertel-Undulationslänge von einander getrennt sind. Der Coëfficient der letzteren Vibration ist $=k$ multiplicirt mit dem der ersteren Vibration, und k ist ein Bruch, der, nach einem unbekannten Gesetze, von der Neigung gegen die Axe abhängt, allein $=1$ wird, wenn die Neigung $=0$ ist, dagegen $=0$ wird, wenn die Neigung beträchtlich ist. Der ungewöhnliche Strahl besteht aus einer Vibration in der Richtung Ee_1 , und aus einer andern, die um eine Viertel-Undulationslänge vorausgeht, in der Richtung e_1e_2 . Der Coëfficient der letzteren Vibration ist $=\frac{1}{k}$, multiplicirt mit dem der ersteren.

Es sey die Vibration senkrecht gegen AP_1 :

$c \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right]$, oder, Kürze halber, $= c \cdot \sin \xi$;
ferner die nach Oo_1 :

*) Fast auf gleiche Weise habe ich auch die Form der Curven in der Voraussetzung untersucht, daß der Krystall sich zwischen dem Polarisationspiegel und dem Parallelepiped befinde. Die berechneten Phänomene sind beinahe den oben beschriebenen gleich, und stimmen vollkommen mit der Beobachtung.

**) Unter einem linear polarisirten Strahl ist ein gewöhnlich polarisirter zu verstehen.

$$p \sin(\xi + v), \text{ oder } p \cos v \cdot \sin \xi + p \cdot \sin v \cdot \cos \xi, \\ \text{oder } \omega \sin \xi + x \cos \xi,$$

die nach o_1, o_2 :

$$k p \sin(\xi + v - 90^\circ), \text{ oder } -k p \cos(\xi + v), \\ \text{oder } k p \sin v \sin \xi - k p \cos v \cos \xi, \\ \text{oder } k x \sin \xi - k \omega \cos \xi;$$

die nach $E e_1$:

$$q \sin(\xi + \chi), \text{ oder } q \cos \chi \sin \xi + q \sin \chi \cos \xi, \\ \text{oder } y \sin \xi + z \cos \xi;$$

die nach e_1, e_2 :

$$\frac{q}{k} \sin(\xi + \chi + 90^\circ), \text{ oder } \frac{q}{k} \cos(\xi + \chi). \\ \text{oder } -\frac{q}{k} \sin \chi \sin \xi + \frac{q}{k} \cos \chi \cos \xi, \\ \text{oder } -\frac{z}{k} \sin \xi + \frac{y}{k} \cos \xi.$$

Zerlegt man diese Vibrationen nach den Richtungen parallel und senkrecht gegen AP_1 , und vergleicht sie mit der Vibration der ursprünglichen Polarisation, so hat man:

$$\begin{aligned} & \cos(\alpha + \varphi) \cdot (\omega \sin \xi + x \cos \xi) \\ & + \sin(\alpha + \varphi) (k x \sin \xi - k \omega \cos \xi) \\ & + \cos(\alpha + \varphi) (y \sin \xi + z \cos \xi) \\ & + \sin(\alpha + \varphi) \left(-\frac{z}{k} \sin \xi + \frac{y}{k} \cos \xi \right) = c \sin \xi \\ & \sin(\alpha + \varphi) (\omega \sin \xi + x \cos \xi) \\ & - \cos(\alpha + \varphi) (k x \sin \xi - k \omega \cos \xi) \\ & + \sin(\alpha + \varphi) (y \sin \xi + z \cos \xi) \\ & - \cos(\alpha + \varphi) \left(-\frac{z}{k} \sin \xi + \frac{y}{k} \cos \xi \right) = 0, \end{aligned}$$

oder, da diese Gleichungen für alle Werthe von ξ gültig bleiben müssen, wenn man die Coëfficienten von $\sin \xi$ und $\cos \xi$ für sich einander gleich setzt:

$$\begin{aligned} & \omega \cos(\alpha + \varphi) + x k \sin(\alpha + \varphi) \\ & + y \cos(\alpha + \varphi) - z \frac{1}{k} \sin(\alpha + \varphi) = c \quad . \quad . \quad (1) \end{aligned}$$

$$x \cos(\alpha + \varphi) + \omega k \cdot \sin(\alpha + \varphi) \\ + z \cos(\alpha + \varphi) + y \frac{1}{k} \sin(\alpha + \varphi) = 0 \quad . \quad (2)$$

$$\omega \sin(\alpha + \varphi) - x k \cos(\alpha + \varphi) \\ + y \sin(\alpha + \varphi) + z \frac{1}{k} \cos(\alpha + \varphi) = 0 \quad . \quad (3)$$

$$x \sin(\alpha + \varphi) + \omega k \cos(\alpha + \varphi) \\ + z \sin(\alpha + \varphi) - y \frac{1}{k} \cos(\alpha + \varphi) = 0 \quad . \quad (4)$$

Durch die Lösung dieser Gleichungen erhält man:

$$\omega = \frac{c}{1+k^2} \cos(\alpha + \varphi)$$

$$x = \frac{k}{1+k^2} c \cdot \sin(\alpha + \varphi)$$

$$y = \frac{k^2}{1+k^2} c \cdot \cos(\alpha + \varphi)$$

$$z = -\frac{k}{1+k^2} c \cdot \sin(\alpha + \varphi).$$

Folglich sind, wenn man den gemeinschaftlichen Factor

$\frac{c}{1+k^2}$ fortläßt, die Ausdrücke für die Vibrationen:

nach $O o_1$

$$\cos(\alpha + \varphi) \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \\ + k \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right]$$

nach $o_1 o_2$

$$k^2 \cdot \sin(\alpha + \varphi) \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \\ - k \cdot \cos(\alpha + \varphi) \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right]$$

nach $E e_1$

$$k^2 \cdot \cos(\alpha + \varphi) \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \\ - k \sin(\alpha + \varphi) \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right]$$

nach $e_1 e_2$

$$\sin(\alpha + \varphi) \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \\ + k \cos(\alpha + \varphi) \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right].$$

Nach dem Austritt aus dem Krystall muß x in den beiden letzteren Ausdrücken um Θ vermindert werden. (Zwar ist Θ für den Quarz negativ, doch bringt dies keine Verschiedenheit in unseren Untersuchungen oder Schlüssen zu Wege.)

Wenn man nun das Licht mit dem Zerlegungsspiegel auffängt, so werden bloß die senkrecht gegen deren Reflexionsebene liegenden Componenten der Vibrationen sichtbar. Setzt man nun wie zuvor ξ für $\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x)$, so sind diese:

von $O o_1$

$$\cos(\alpha + \varphi) \cos \varphi \sin \xi \\ + k \sin(\alpha + \varphi) \cos \varphi \cos \xi$$

von $o_1 o_2$

$$k^2 \sin(\alpha + \varphi) \sin \varphi \sin \xi \\ - k \cos(\alpha + \varphi) \sin \varphi \cos \xi$$

von $E e_1$

$$k^2 \cos(\alpha + \varphi) \cos \varphi \sin \left(\xi + \frac{2\pi \Theta}{\lambda} \right) \\ - k \sin(\alpha + \varphi) \cos \varphi \cos \left(\xi + \frac{2\pi \Theta}{\lambda} \right)$$

von $e_1 e_2$

$$\sin(\alpha + \varphi) \sin \varphi \sin \left(\xi + \frac{2\pi \Theta}{\lambda} \right) \\ + k \cos(\alpha + \varphi) \sin \varphi \cos \left(\xi + \frac{2\pi \Theta}{\lambda} \right)$$

Nimmt man die Summe, so ist der Coefficient von $\sin \xi$:

$$\cos(\alpha + \varphi) \cos \varphi + k^2 \sin(\alpha + \varphi) \sin \varphi \\ + k^2 \cos(\alpha + \varphi) \cos \varphi \cos \frac{2\pi \Theta}{\lambda}$$

$$+k \sin \alpha \sin \frac{2\pi \Theta}{\lambda} + \sin(\alpha + \varphi) \sin \varphi \cos \frac{2\pi \Theta}{\lambda}$$

Der Coëfficient von $\cos \xi$ ist:

$$k \sin \alpha + k^2 \cos(\alpha + \varphi) \cos \varphi \cdot \sin \frac{2\pi \Theta}{\lambda}$$

$$-k \sin \alpha \cdot \cos \frac{2\pi \Theta}{\lambda} + \sin(\alpha + \varphi) \sin \varphi \cdot \sin \frac{2\pi \Theta}{\lambda}$$

Die Summe der Quadrate dieser Coëfficienten, nachdem alle Reductionen gemacht sind, ist:

$$(1 - k^2)^2 \cos^2(\alpha + 2\varphi) \sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda} \\ + \left[(1 + k^2) \cos \alpha \cos \frac{\pi \Theta}{\lambda} + 2k \sin \alpha \sin \frac{\pi \Theta}{\lambda} \right]^2$$

und, wenn man den Factor $\frac{c^2}{(1 + k^2)^2}$ wieder hinzufügt, haben wir für die Helligkeit:

$$c^2 \left(\frac{1 - k^2}{1 + k^2} \right)^2 \cos^2(\alpha + 2\varphi) \sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda} \\ + c^2 \left[\cos \alpha \cos \frac{\pi \Theta}{\lambda} + \frac{2k}{1 + k^2} \sin \alpha \sin \frac{\pi \Theta}{\lambda} \right]^2.$$

Wenn die Reflexionsebenen der beiden Spiegel einander rechtwinklig kreuzen, oder wenn $\alpha = 90^\circ$ ist, wird dieser Ausdruck:

$$= c^2 \left(\frac{1 - k^2}{1 + k^2} \right)^2 \cdot \sin^2 2\varphi \cdot \sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda} + c^2 \frac{4k^2}{(1 + k^2)^2} \cdot \sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda} \\ = c^2 \sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda} \left[\frac{4k^2}{(1 + k^2)^2} + \left(\frac{1 - k^2}{1 + k^2} \right)^2 \sin^2 2\varphi \right].$$

Erstens. Für jeglichen Werth von φ ist dieser Ausdruck $= 0$, sobald:

$$\frac{\pi \Theta}{\lambda} = 0, = \pi, = 2\pi \text{ u. s. w.}$$

Dies zeigt also, daß dunkle, genau kreisrunde Ringe vorhanden sind, was auch völlig mit der Erfahrung übereinstimmt.

Zweitens. Weil aber gemäß unserer vierten Hypothese das Sphäroid und die Kugel, welche zur Be-

stimmung der Bahn der beiden Strahlen gebraucht werden, einander nicht berühren, so wird Θ noch einen Werth haben, wenn $\vartheta=0$ ist. Θ kann daher nicht schlechthin durch

$$T \times \frac{a^2 - b^2}{2b} \times \vartheta^2$$

ausgedrückt werden, sondern wir müssen noch ein additionelles Glied $T \times E$ haben. Der Werth von E (der von λ abhängig ist) kann folgendermassen gefunden werden. Für die Mitte ist, gemäß der dritten Hypothese, $k=1$ angenommen. Der allgemeine Ausdruck für die Intensität des Lichts in der Mitte ist also:

$$c^2 \left(\cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi \Theta}{\lambda} + \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi \Theta}{\lambda} \right)^2$$

oder:

$$c^2 \cos^2 \left(\alpha - \frac{\pi \Theta}{\lambda} \right).$$

Dieser wird 0, wenn $\alpha - \frac{\pi \Theta}{\lambda} = 90^\circ$; oder, wenn man Θ, α' für diese besonderen Werthe von Θ und α setzt: $\alpha' = 90^\circ + \frac{\pi \Theta'}{\lambda}$. Nun hat Hr. Biot gefunden, dafs in einem rechtsgewundenen Krystall α' (gemessen in der von uns angenommenen Richtung) gröfser seyn mufs als 90° um eine Gröfse, die der Dicke der Platte direct und dem Quadrate von λ umgekehrt proportional ist; d. h.:

$$\frac{\pi \Theta'}{\lambda} = \frac{e T}{\lambda^2} \quad \text{oder} \quad \Theta' = \frac{e T}{\lambda \pi}.$$

E ist deshalb $\frac{e}{\lambda \pi}$, und folglich:

$$\Theta = T \times \left(\frac{e}{\lambda \pi} + \frac{a^2 - b^2}{2b} \cdot \vartheta^2 \right).$$

Wir müssen den Leser daran erinnern (da wir späterhin Gelegenheit haben Gebrauch davon zu machen), dafs $\frac{e T}{\lambda^2}$ der Winkel ist, um welchen der Zerlegungs-

spiegel aus der gekreuzten Lage (d. h. der, wo seine Reflexionsebene senkrecht gegen die des Polarisationsspiegels liegt) gedreht werden muß, um, bei der angewandten Farbengattung, Dunkelheit in der Mitte hervorzubringen. Wir müssen auch bemerken, daß wenn Θ als positiv angesehen wird (wie es hier fortwährend geschieht), alle unsere Ausdrücke (wie aus dem Vergleich der Theorie mit der Beobachtung erhellt) als angewandt auf einen rechtsgewundenen Krystall zu verstehen sind; wenn das Zeichen von k geändert wird, sind sie anwendbar auf einen linksgewundenen Krystall. Wenn man aber, was richtiger ist, Θ das negative Zeichen giebt, so finden unsere Ausdrücke ihre Anwendung auf einen linksgewundenen Krystall, so lange das Zeichen von k nicht geändert wird *).

Der Werth von $\frac{\pi \Theta}{\lambda}$ ist also $\frac{Te}{\lambda^2} + \frac{T\pi(a^2 - b^2)}{2b\lambda} \vartheta^2$

Es möge nun $\lambda' + \delta\lambda$ die (Undulations-) Länge für irgend einen Farbenstrahl bezeichnen, wo λ' diese Länge für die mittleren Strahlen, also constant ist, und $\delta\lambda$ klein ist für alle helle Farben. Dann haben wir für $\frac{\pi \Theta}{\lambda' + \delta\lambda}$

sehr nahe:

$$\frac{Te}{\lambda'^2} + \frac{T\pi(a^2 - b^2)}{2b\lambda'} \vartheta^2 - \frac{\delta\lambda}{\lambda'^2} \left[\frac{2Te}{\lambda'} + \frac{T\pi(a^2 - b^2)}{2b} \vartheta^2 \right].$$

*) Der Leser, welcher sich die Mühe geben will, die Ausdrücke zu studiren, wird bei deren Vergleich mit Biot's Versuchen finden, daß, bei gleichzeitiger Aenderung des Zeichens von Θ und k , nicht nur die Rechtsgewundenheit des Krystalls un geändert bleibt, sondern auch, daß alle Richtungen der Spiralen u. s. w. in den folgenden Versuchen dieselben bleiben. Die Beziehungen zwischen der Rechtsgewundenheit und der Richtung der Spiralen ist also unabhängig von dem für Θ angenommenen Zeichen. Aus diesem Grunde hielt ich es für das Beste, bei den Theoremen für den Kalkspath und den Bergkrystall gleiches Zeichen zu gebrauchen.

Die Mischung der Farben in den Ringen wird alleinig von dem Unterschied der Werthe von $\frac{\pi \Theta}{\lambda}$ für die verschiedenen Farben, und nicht von der absoluten Gröfse dieser Werthe, folglich nur von dem letzten Gliede dieses Ausdrucks abhängen *). Diefs ist nun dasselbe, was wir für die Farben der Newton'schen Skale, die von der Dicke $\frac{2 T e}{\lambda} + \frac{T \pi (a^2 - b^2)}{2 b} \Theta^2$ einer Luftschicht abhängen, gefunden haben würden, wenn $\frac{a^2 - b^2}{2 b}$ gleich wäre für alle Farben; oder wenn die Variationen von $\frac{a^2 - b^2}{b}$ proportional wären den Variationen von λ , müfste das letzte Glied in einem gewissen Verhältnifs geändert werden, wenn unsere Angabe noch wahr seyn soll. Es geht also daraus hervor, dafs die Mitte nahe diejenige Farbe besitzt, welche in Newton's Skale einer Luft-

**) Diefs ist nicht streng richtig, denn obgleich, beim Vergleiche dieser Ringe mit den Newton'schen, die zusammengemischten Farben gleicher Art seyn mögen, so werden doch ihre Intensitäten nicht gleich seyn, ausgenommen $\sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda}$ wäre gleich, und also wird die resultirende Farbe nicht dieselbe seyn. Allein klar ist, dafs, wenn wir die beiden Ringe nehmen, welche dem Punkt, wo die Differenz von $\frac{\pi \Theta}{\lambda}$ der im vorliegenden Falle gleich ist, unmittelbar vorangehen und nachfolgen, wir dann an den Punkten, wo $\sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda}$ denselben Werth für die mittleren Strahlen besitzt, Gemische haben, die nach entgegengesetzten Seiten von dem hier betrachteten abweichen. Eben so hat man für den Rest dieses Paragraphen zu merken, dafs wenn man aus Newton's Skale diejenigen Farben nimmt, zwischen denen die Farben dieser Ringe liegen, man in der Skale vorrückt; doch wird man möglicherweise zwischen zwei Newton'schen Ringen keinen Ring, oder mehr wie einen liegen haben.

schicht von der Dicke $\frac{2Te}{\lambda'}$ entspricht, und dafs dieser Farbe die übrigen der Newton'schen Skale folgen. Diefs stimmt hinlänglich mit den Beobachtungen.

Drittens. Sobald nicht $\frac{\pi\Theta}{\lambda}=0$, oder $=\pi$ u. s. w., ist das Licht nicht $=0$; daher giebt es hier kein schwarzes Kreuz. Allein das Licht ist am schwächsten, wenn $\varphi=0$, oder $=90^\circ$, oder $=180^\circ$, oder $=270^\circ$, und am stärksten, wenn $\varphi=45^\circ$, oder $=135^\circ$, oder $=225^\circ$, oder $=315^\circ$, diefs zeigt, dafs es parallel und senkrecht gegen die Reflexionsebene dunkle Büschel giebt, die aber nicht die Ringe unterbrechen. Da k in der Nachbarschaft der Axe (gemäß der Hypothese) nahe $=1$ ist, so sind die Büschel in der Nähe der Mitte nicht sichtbar; allein in einiger Entfernung werden sie stärker, da k sich dann der Null nähert. Diefs ist der Beobachtung gemäß.

V. Nimmt man den allgemeinen Ausdruck für die Helligkeit und macht:

$$\tan \psi = \frac{2k}{1+k^2} \cdot \tan \alpha,$$

so haben wir:

$$\begin{aligned} \cos \alpha \cos \frac{\pi\Theta}{\lambda} + \frac{2k}{1+k^2} \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi\Theta}{\lambda} \\ = \sqrt{\left(\cos^2 \alpha + \frac{4k^2}{(1+k^2)^2} \sin^2 \alpha \right) \cos^2 \left(\frac{\pi\Theta}{\lambda} - \psi \right)} \end{aligned}$$

und der allgemeine Ausdruck für die Helligkeit ist dann:

$$\begin{aligned} c^2 \left(\frac{1-k^2}{1+k^2} \right)^2 \cdot \cos^2 (\alpha+2\varphi) \cdot \sin^2 \frac{\pi\Theta}{\lambda} \\ + c^2 \left(\cos^2 \alpha + \frac{4k^2}{(1+k^2)^2} \sin^2 \alpha \right) \cos^2 \left(\frac{\pi\Theta}{\lambda} - \psi \right). \end{aligned}$$

Vorausgesetzt, dafs k nicht sehr geändert wird durch eine kleine Veränderung von Θ , wird diefs ein Maximum oder Minimum für einen gegebenen Werth von φ , wenn:

$$0 = (1 - k^2)^2 \cdot \cos^2(\alpha + 2\varphi) \sin \frac{2\pi\Theta}{\lambda} \\ - ((1 + k^2)^2 \cos^2 \alpha + 4k^2 \sin^2 \alpha) \sin \left(\frac{2\pi\Theta}{\lambda} - 2\psi \right),$$

oder:

$$\tan \left(\frac{2\pi\Theta}{\lambda} - \psi \right) = \frac{2k}{1 + k^2} \tan \alpha \\ \times \frac{(1 + k^2)^2 \cos^2 \alpha + 4k^2 \sin^2 \alpha + (1 - k^2)^2 \cos^2(\alpha + 2\varphi)}{(1 + k^2)^2 \cos^2 \alpha + 4k^2 \sin^2 \alpha - (1 - k^2)^2 \cos^2(\alpha + 2\varphi)}$$

Daher wird $\frac{2\pi\Theta}{\lambda}$ größer seyn als ψ (oder $\psi + \pi$, oder $\psi + 2\pi$, oder $\psi + 3\pi$ u. s. w.; denn jede dieser Größen genügt der Gleichung $\tan \psi = \frac{2k}{1 + k^2} \tan \alpha$) um den Winkel ω , dessen Tangente die zweite Seite dieses Ausdrucks ist.

Erstens. Wenn k nahe gleich 1 ist (was wir als wahr annehmen, wenn ϑ klein ist) und α kleiner als 90° , so ist der Ausdruck für $\tan \omega$ immer positiv. Sein größter Werth, wenn $\varphi = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, oder $= 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, oder $= 270^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, oder $= 360^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ ist:

$$\frac{2k}{1 + k^2} \tan \alpha \times \frac{2 + 2k^4 - (1 - k^2)^2 \sin^2 \alpha}{4k^2 - (1 - k^2)^2 \sin^2 \alpha}$$

und sein kleinster, wenn $\varphi = 45^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, oder $135^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, oder $225^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, oder $315^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ ist:

$$\frac{2k}{1 + k^2} \tan \alpha.$$

Deshalb wird $\frac{2\pi\Theta}{\lambda}$ in den hellen und dunklen Ringen größer seyn als ψ , oder $\psi + \pi$, oder $\psi + 2\pi$ u. s. w., um einen Winkel ω , welcher immer zwischen 0 und 90° eingeschlossen ist, und welcher sein Maximum hat an einer Stelle, die, wenn α kleiner als 90° ist, dadurch gefunden wird, daß man etwas nach der negativen Seite der parallel und senkrecht gegen die Reflexionsebene stehenden Linie sieht (wenn es also ein rechtsgewundener

Kry-

Krystall ist, muß man gegen die linke Seite des oberen Theils sehen, wo man die Ecken der quadratischen Figur finden wird). Wenn α größer ist als 90° , tritt der Maximum-Werth der Tangente in Punkten ein, die man findet, wenn man etwas nach der positiven Seite jener Perpendicular- und Parallellinie sieht; allein die Tangente ist dann negativ (denn $\tan \alpha$, welches als Multiplikator eingeht, ist negativ). Das Maximum der Contraction der Kreise wird also gefunden, wenn man nach der positiven Seite, und die runden Ecken der Quadrate, wenn man nach der negativen Seite schaut. In welche Richtung daher auch die Zerlegungsplatte gedreht werden mag, so gehen doch die Kreise in die Fig. 7 Taf. III über (einen rechts gewundenen Krystall vorausgesetzt). Dieser merkwürdige Schluß stimmt vollkommen mit der Erfahrung.

Zweitens. Wenn k sehr klein ist, kann der Ausdruck für $\tan \omega$ negativ werden, was zeigt, daß ω plötzlich größer als 90° wird, und nach fortdauerndem Wachsen, während φ sich um einen Bogen von verschiedentlicher Größe (je nach dem Werthe von α) verändert, plötzlich kleiner als 90° wird. Diefes zeigt, daß die hellen und dunklen Ringe die in Fig. 2 Taf. II abgebildete Gestalt besitzen, nur daß sie, statt durch die acht Radien völlig unterbrochen zu werden, sehr stark geneigt durch dieselben hindurchgehen.

Drittens. Wir haben schon bemerkt, daß wenn $\alpha = 90^\circ + \frac{e T}{\lambda^2}$ ein dunkler Fleck in der Mitte erscheint.

Nun ergibt sich (aus dem allgemeinen Ausdruck) für einen gegebenen Werth von θ , daß das Licht am schwächsten ist, wenn $\varphi = 45^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, $= 135^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ u. s. w.

Diefes zeigt, daß bei diesem Werthe von α der Fleck in ein etwas dunkles Kreuz übergeht, dessen Arme liegen in: $45^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, $135^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ u. s. w.

Diefes sind aber genau die Winkel, bei welchen die

Eindrückung der Ringe ein Minimum ist, oder bei denen die runden Ecken der Quadrate sich finden. Deshalb haben wir in der Mitte einen kreuzähnlichen Fleck zu erwarten, dessen Arme in den Diagonalen des krummlinigen Quadrats liegen. Diefes entspricht den Erscheinungen vollkommen.

Viertens. Die Farbenfolge in dem kreuzähnlichen Fleck hängt, wie leicht zu erschen, nur davon ab, dafs, weil λ gröfser ist für die rothen als für die blauen Strahlen, der Werth von α , welcher den rothen Strahlen den Eintritt verwehrt, kleiner ist als der, welcher keine blauen Strahlen einläfst; d. h. bei einem gewissen kleinen Werth von α werden blofs die blauen Strahlen, bei einem gröfseren Werth nur die rothen Strahlen durchgelassen.

Fünftens. Wenn die Reflexionsebenen der Polarisations- und Zerlegungsplatte parallel sind, oder $\alpha=0$ ist, so wird der Ausdruck für die Helligkeit:

$$c^2 - c^2 \left[1 - \left(\frac{1-k^2}{1+k^2} \right)^2 \cos^2 2\varphi \right] \sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda}.$$

Es ist leicht zu erschen, dafs diefs eine Reihe von Ringen bezeichnet, in der aber nirgends eine gänzliche Dunkelheit vorhanden ist.

Wenn $\varphi=0, =90^\circ, =180^\circ, =270^\circ$, so wird der Ausdruck:

$$c^2 - c^2 \cdot \frac{4k^2}{(1+k^2)^2} \sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda}.$$

So wie k kleiner wird, so variirt dieser Ausdruck weniger mit den Variationen von ϑ , allein er verschwindet nicht; d. h. von der Mitte ausgegangen, werden die Ringe immer mehr und mehr von einem weissen Kreuze unterbrochen. Ist die Quarzplatte dünn, so kann der erste Ring so breit seyn, dafs er merklich davon unterbrochen wird. In diesem Fall wird der erste Ring (wenn er nämlich breit ist) das Aussehen von vier unterbrochenen Quadranten verlieren und in vier Flecke übergehen. Diefs ist beim Versuche leicht zu sehen.

VI. Wir haben gesehen, dafs, für einen hellen

oder dunklen Ring, $\frac{2\pi\theta}{\lambda}$ von ψ nur um ω verschieden ist. Wenn $\alpha=0$, ist auch $\omega=0$, und wenn $\alpha=90^\circ$ wird, ist eben so ω allmählig $=90^\circ$ geworden. Wenn ferner $\alpha=0$, ist $\psi=0$, oder 2π u. s. w., und so wie α allmählig $=90^\circ$ wird, wächst ψ allmählig zu $\frac{1}{2}\pi$, oder $\frac{3}{2}\pi$, oder $\frac{5}{2}\pi$ u. s. w.

Folglich nimmt $\frac{2\pi\theta}{\lambda}$ oder $\psi+\omega$ um 180° zu, während α von 0° bis 90° wächst. Eben so, wenn α allmählig von 90° bis 180° zunimmt, wächst ω allmählig von 90° bis 180° , und ψ von $\frac{1}{2}\pi$, oder $\frac{3}{2}\pi$, oder $\frac{5}{2}\pi$ u. s. w. bis π , oder 2π , oder 3π u. s. w., und folglich nimmt $\frac{2\pi\theta}{\lambda}$ oder $\psi+\omega$ wiederum allmählig um 180° zu.

Dasselbe findet statt für jeden folgenden Quadranten des Umfangs. Wenn wir demnach unsere Aufmerksamkeit auf einen Ring heften, und die Zerlegungsplatte nach der Linken drehen (vorausgesetzt, der Krystall ist rechts gewunden), so wird der Abstand des Ringes von der Mitte, oder θ , welches

$$= \sqrt{\frac{2b}{T(a^2-b^2)}} \left(\theta - \frac{Tc}{\pi\lambda} \right)$$

ist, beständig aber nicht gleichförmig anwachsen. Diefes stimmt mit der Erfahrung.

VII. Wenn Fresnel's Parallelepiped in der Lage 45° zwischen gestellt wird, so müssen wir AR , Fig. 6 Taf. III als senkrecht gegen die Ebene der inneren Reflexion annehmen, und so haben wir dann die Schwingungen:

$$-\frac{c}{\sqrt{2}} \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \dots \text{parallel mit } AR$$

und $\frac{c}{\sqrt{2}} \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \dots \text{senkrecht gegen } AR.$

Zerfällt man diese Schwingungen nach den Richtungen parallel und senkrecht gegen AC , so erhalten wir für die erstere Componente:

$$-\frac{c}{\sqrt{2}} \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \cos (\alpha + \varphi + 45^\circ) \\ + \frac{c}{\sqrt{2}} \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \sin (\alpha + \varphi + 45^\circ),$$

oder

$$-\frac{c}{\sqrt{2}} \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) - (\alpha + \varphi) - 45^\circ \right]$$

und für die letztere:

$$\frac{c}{\sqrt{2}} \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \sin (\alpha + \varphi + 45^\circ) \\ + \frac{c}{\sqrt{2}} \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) \right] \cos (\alpha + \varphi + 45^\circ)$$

oder:

$$\frac{c}{\sqrt{2}} \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) - (\alpha + \varphi) - 45^\circ \right].$$

Gebrauchen wir nun dieselben Ausdrücke, wie zuvor, für die Vibrationen nach Oo_1 u. s. w., und vergleichen die Summen in den Richtungen parallel und senkrecht gegen AC_1 , setzen überdies

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x) - 45^\circ \right) = \xi,$$

so haben wir:

$$-\frac{c}{\sqrt{2}} \sin (\xi - (\alpha + \varphi)),$$

oder:

$$-\frac{c}{\sqrt{2}} \cos (\alpha + \varphi) \sin \xi + \frac{c}{\sqrt{2}} \sin (\alpha + \varphi) \cos \xi \\ = \left(kx - \frac{z}{k} \right) \sin \xi + \left(\frac{y}{k} - k\omega \right) \cos \xi$$

und:

$$\frac{c}{\sqrt{2}} \cos (\xi - (\alpha + \varphi)),$$

oder:

$$\frac{c}{\sqrt{2}} \sin (\alpha + \varphi) \sin \xi + \frac{c}{\sqrt{2}} \cos (\alpha + \varphi) \cos \xi \\ = (\omega + y) \sin \xi + (x + z) \cos \xi,$$

und, wenn wir die Coëfficienten vom $\sin \xi$ und von $\cos \xi$ vergleichen:

$$kx - \frac{z}{k} = -\frac{c}{\sqrt{2}} \cos(\alpha + \varphi)$$

$$\frac{y}{k} - k\omega = \frac{c}{\sqrt{2}} \sin(\alpha + \varphi)$$

$$\omega + y = \frac{c}{\sqrt{2}} \sin(\alpha + \varphi)$$

$$x + z = \frac{c}{\sqrt{2}} \cos(\alpha + \varphi).$$

Substituirt man die hieraus abgeleiteten Werthe von ω , x , y , z in den Ausdrücken für die Vibrationen, so erhalten wir, den gemeinschaftlichen Factor $\frac{c}{(1+k^2)\sqrt{2}}$ einstweilen auslassend, für die Vibrationen:

$$\text{parallel } Oo_1 \dots (1-k) \cos(\xi - (\alpha + \varphi))$$

$$- o_1 o_2 \dots k(1-k) \sin(\xi - (\alpha + \varphi))$$

$$- Ee_1 \dots k(1+k) \cos(\xi - (\alpha + \varphi))$$

$$- e_1 e_2 \dots -(1+k) \sin(\xi - (\alpha + \varphi)).$$

Nach dem Austritt aus dem Krystall muß ξ in den beiden letzten Ausdrücken um $\frac{2\pi\Theta}{\lambda}$ vergrößert werden.

Nimmt man nun die Componenten der Vibration senkrecht gegen AP_2 , so finden wir für die wirksame Vibration:

$$\begin{aligned} & (1-k) \cos(\xi - (\alpha + \varphi)) \cos \varphi \\ & + k(1-k) \sin(\xi - (\alpha + \varphi)) \sin \varphi \\ & + k(1+k) \cos\left(\xi - (\alpha + \varphi) + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) \cos \varphi \\ & - (1+k) \sin\left(\xi - (\alpha + \varphi) + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) \sin \varphi. \end{aligned}$$

Der Coëfficient von $\sin(\xi - (\alpha + \varphi))$ ist:

$$\begin{aligned} k(1-k) \sin \varphi - k(1+k) \cos \varphi \sin \frac{2\pi\Theta}{\lambda} \\ - (1+k) \sin \varphi \cos \frac{2\pi\Theta}{\lambda}. \end{aligned}$$

Der Coëfficient von $\cos(\xi - (\alpha + \varphi))$ ist:

$$(1-k)\cos\varphi + k(1+k) \cdot \cos\varphi \cdot \cos\frac{2\pi\Theta}{\lambda} - (1+k)\sin\varphi \sin\frac{2\pi\Theta}{\lambda}$$

Die Summe der Quadrate ist:

$$(1+k^2)^2 - 2k(1-k^2)\cos 2\varphi + 2k(1-k^2)\cos 2\varphi \cos\frac{2\pi\Theta}{\lambda} - (1-k^4)\sin 2\varphi \sin\frac{2\pi\Theta}{\lambda}$$

Stellt man den Factor $\frac{c^2}{2(1+k^2)^2}$ wieder her, so hat man für die Helligkeit:

$$\frac{c^2}{2} \left[1 - \frac{2k(1-k^2)}{(1+k^2)^2} \cos 2\varphi + \frac{2k(1-k^2)}{(1+k^2)^2} \cos 2\varphi \cdot \cos\frac{2\pi\Theta}{\lambda} - \frac{1-k^4}{1+k^2} \sin 2\varphi \cdot \sin\frac{2\pi\Theta}{\lambda} \right]$$

Setzt man $\frac{1+k^2}{2k} \cdot \tan 2\varphi = \tan \chi$, so werden die

beiden letzten Glieder, oder:

$$\frac{1-k^2}{1+k^2} \left[\frac{2k}{1+k^2} \cos 2\varphi \cdot \cos\frac{2\pi\Theta}{\lambda} - \sin 2\varphi \cdot \sin\frac{2\pi\Theta}{\lambda} \right]$$

zu:

$$\frac{1-k^2}{1+k^2} \sqrt{\left[\frac{4k^2}{(1+k^2)^2} \cos^2 2\varphi + \sin^2 2\varphi \right]} \cos\left(\frac{2\pi\Theta}{\lambda} + \chi\right),$$

und der Ausdruck für die Helligkeit wird:

$$\frac{c^2}{2} \left[1 - \frac{1-k^2}{1+k^2} \left(\sqrt{\frac{4k^2}{(1+k^2)^2} \cos^2 2\varphi + \sin^2 2\varphi} + \frac{2k}{1+k^2} \cos 2\varphi \right) + 2 \left(\frac{1-k^2}{1+k^2} \right) \sqrt{\left[\frac{4k^2}{(1+k^2)^2} \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \right]} \cos\left(\frac{\pi\Theta}{\lambda} + \frac{\chi}{2}\right) \right]$$

Erstens. Da der Multiplikator von $\cos^2\left(\frac{\pi\Theta}{\lambda} + \frac{\chi}{2}\right)$

niemals $=0$ wird, so lange k irgend einen Werth zwi-

sehen 0 und 1 besitzt, so sind die Ringe an keiner Stelle ihres Umfangs unterbrochen.

Zweitens. Dieser Multiplicator ist jedoch klein, wenn k nahe $=1$ ist; er ist auch klein für einen kleinen Werth von k , wenn $\sin 2\varphi=0$, d. h. wenn $\varphi=0, =90^\circ, =180^\circ, =270^\circ$. Folglich wird es nahe an der Mitte keine Ringe geben, und in einiger Entfernung von der Mitte werden sie in den Linien parallel und senkrecht gegen die Reflexionsebene schwach seyn.

Drittens. Die Gestalt der dunkeln Ringe wird bestimmt, indem man $\cos^2\left(\frac{\pi\theta}{\lambda}+\frac{\chi}{2}\right)=0$ setzt, und die der hellen Ringe dadurch, daß man dieselbe Größe $=1$ macht. Die erste dieser Voraussetzungen giebt:

$$\frac{\pi\theta}{\lambda}+\frac{\chi}{2}=\frac{\pi}{2}, \text{ oder } =\frac{\pi}{3} \text{ u. s. w. und } \frac{\pi\theta}{\lambda}=\frac{\pi}{2}-\frac{\chi}{2}$$

u. s. w.

Nun wächst χ von 0° bis 90° , von 90° bis 180° u. s. w., während 2φ zunimmt von 0° bis 90° , von 90° bis 180° u. s. w., folglich weicht χ niemals sehr von 2φ ab, und deshalb ist für die dunkeln Ringe annähernd:

$$\frac{\pi\theta}{\lambda}=\frac{\pi}{2}-\varphi, \text{ oder } =\frac{3\pi}{2}-\varphi \text{ u. s. w.}$$

D. h. θ nimmt bei Verringerung von φ fortwährend zu, und folglich wächst auch θ beständig, so wie φ abnimmt. Diefs zeigt, daß die Curve eine Spirale ist, und zwar in negativer Richtung gedreht. Das Auge, wenn es über der Mitte gehalten wird, muß nach der Linken gedreht werden, um die Curve zu verfolgen, wie sie sich von der Mitte entfernt, vorausgesetzt, daß der Krystall ein rechtsgewundener sey. Ist der Krystall linksgewunden, so muß das Zeichen von k geändert werden. Diefs ändert das Zeichen von χ , und nun dreht sich die Spirale in entgegengesetzter Richtung. Diefs alles stimmt vollkommen mit der Beobachtung.

Viertens. Nehmen wir den Radius Vector in ent-

gegengesetzter Richtung in Bezug auf die, welche irgend einen Punkt der Spirale entspricht, d. h. vergrößern wir φ um 180° , so finden wir für die neuen Werthe von θ in den dunkeln Ringen annähernd:

$$\frac{\pi}{2} - (\varphi + 180^\circ), \quad \frac{3\pi}{2} - (\varphi + 180^\circ), \quad \frac{5\pi}{2} - (\varphi + 180^\circ) \text{ etc.}$$

oder:

$$-\frac{\pi}{2} - \varphi, \quad \frac{\pi}{2} - \varphi, \quad \frac{3\pi}{2} - \varphi, \quad \text{u. s. w.}$$

Dies ist genau dieselbe Reihe, wie die für die anfängliche Richtung des Radius vector, und deshalb sind die Werthe von θ durchaus dieselben für jeden Radius vector und den ihm entgegengesetzten. Allein die Curve ist, wie wir zuvor gesehen, eine Spirale. Diese beiden Bedingungen erfordern, daß die dunkeln Linien die Gestalt zweier in einander gewickelter, in ihrer Lage um 180° verschiedener, sonst aber gleicher Spiralen besitzen. Allein keine andere Aenderung von φ giebt dieselben Werthe für θ in den dunkeln Ringen. Folglich haben die dunkeln Ringe die Gestalt zweier, und nicht mehrerer Spiralen, die entgegengesetzte Lage besitzen und sich in gleicher Richtung drehen. Dieser merkwürdige Schluß wird durch die Erfahrung bestätigt.

Fünftens. Wenn 2φ zwischen 0° und 90° liegt, ist χ größer als 2φ ; wenn aber 2φ zwischen 90° und 180° liegt, ist χ kleiner als 2φ , und so für die folgenden Quadranten; d. h. wenn φ zwischen 0° und 45° liegt, ist χ zu groß oder θ zu klein für eine Spirale von gleichförmiger Annäherung zum Centrum; wenn φ zwischen 45° und 90° liegt, ist θ zu groß. Dies zeigt, daß die Spirale ein quadratisches Ansehen haben wird, was auch wirklich mit der Erfahrung übereinstimmt.

Sechstens. Der Ausdruck für die Helligkeit der Mitte (wo $k=1$) ist einfach $\frac{c^2}{2}$. Da derselbe unabhängig ist von λ , so zeigt er, daß in der Mitte dieselbe

Farbenmischung, die man angewandt hat, vorhanden ist, daß die Mitte also bei gemeinem Lichte weiß ist.

Ich würde die Zeit der Leser unnöthigerweise in Anspruch nehmen, wenn ich die Untersuchung für den Fall, daß das Parallelepiped in der Lage 135° wäre, durchführen wollte.

VIII. Im Artikel IV fanden wir, daß die Ausdrücke für die Vibrationen des Lichts, welches anfänglich linear polarisirt war, und darauf durch eine Platte von rechtsgewundenem Quarz ging (wenn ξ für $\frac{2\pi}{\lambda}(\nu t - x)$

gesetzt, und der gemeinschaftliche Multiplicator $\frac{c}{1+k^2}$ fortgelassen wird) sind:

$$\begin{array}{l} \text{parallel } O o_1 \\ \cos(\alpha + \varphi) \cdot \sin \xi + k \sin(\alpha + \varphi) \cdot \cos \xi, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{parallel } o_1 o_2 \\ k^2 \sin(\alpha + \varphi) \sin \xi - k \cos(\alpha + \varphi) \cos \xi, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{parallel } E e_1 \\ k^2 \cos(\alpha + \varphi) \sin \left[\xi + \frac{2\pi\theta}{\lambda} \right] - k \sin(\alpha + \varphi) \cos \left[\xi + \frac{2\pi\theta}{\lambda} \right]. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{parallel } e_1 e_2 \\ \sin(\alpha + \varphi) \sin \left[\xi + \frac{2\pi\theta}{\lambda} \right] + k \cos(\alpha + \varphi) \cos \left[\xi + \frac{2\pi\theta}{\lambda} \right]. \end{array}$$

Wir haben diese nun zu zérlegen in elliptische Vibrationen, wie sie in einer eben so dicken Platte linksgewundenen Quarzes, deren Hauptschnitt in derselben Lage liegt, vor sich gehen. Es ist zu bemerken, daß der Unterschied zwischen rechts- und linksgewundenem Quarz bloß in der Verschiedenheit des Zeichens von k besteht.

Nimmt man zuerst die Vibrationen parallel $O o_1$ und $o_1 o_2$, so hat man (Fig. 6 Taf. III):

$$\begin{aligned} O o_1 &= \text{Vibration parallel } O' o'_1 + \text{Vibrat. parall. } E' e'_1 \\ &= \omega \sin \xi + x \cos \xi + y \sin \xi + z \cos \xi \end{aligned}$$

$$o_1 o_2 = \text{Vibration parallel } o'_1 o'_2 + \text{Vibrat. parall. } e'_1 e'_2 \\ = -kx \sin \xi + k\omega \cos \xi + \frac{z}{k} \sin \xi - \frac{y}{k} \cos \xi.$$

Und vergleicht man die Coëfficienten von $\sin \xi$ und $\cos \xi$:

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \varphi) &= \omega + y \\ k \sin(\alpha + \varphi) &= x + z \\ k^2 \sin(\alpha + \varphi) &= -kx + \frac{z}{k} \\ -k \cos(\alpha + \varphi) &= k\omega - \frac{y}{k} \end{aligned}$$

woraus:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1 - k^2}{1 + k^2} \cos(\alpha + \varphi) \\ x &= \frac{k(1 - k^2)}{1 + k^2} \sin(\alpha + \varphi) \\ y &= \frac{2k^2}{1 + k^2} \cos(\alpha + \varphi) \\ z &= \frac{2k^3}{1 + k^2} \sin(\alpha + \varphi). \end{aligned}$$

Nach dem Austritt aus der zweiten Platte sind also die Schwingungen (wenn man, wie vorhin, den gemeinschaftlichen Factor $\frac{1}{1 + k^2}$ fortläßt):

$$\begin{aligned} &\text{parallel } O'_1 o'_1 \\ (1 - k^2) \cos(\alpha + \varphi) \sin \xi + k(1 - k^2) \sin(\alpha + \varphi) \cos \xi \\ &\text{parallel } o'_1 o'_2 \\ -k^2(1 - k^2) \sin(\alpha + \varphi) \sin \xi + k(1 - k^2) \cos(\alpha + \varphi) \cos \xi \\ &\text{parallel } E e'_1 \\ 2k^2 \cos(\alpha + \varphi) \sin\left(\xi + \frac{2\pi\vartheta}{\lambda}\right) + 2k^3 \sin(\alpha + \varphi) \cos\left(\xi + \frac{2\pi\vartheta}{\lambda}\right) \\ &\text{parallel } e'_1 e'_2 \\ 2k \sin(\alpha + \varphi) \sin\left(\xi + \frac{2\pi\vartheta}{\lambda}\right) - 2k \cos(\alpha + \varphi) \cos\left(\xi + \frac{2\pi\vartheta}{\lambda}\right) \end{aligned}$$

In ähnlicher Weise hat man für die Vibrationen parallel $E e_1$ und $e_1 e_2$

$$\begin{aligned}
 E e_1 &= \omega \sin\left(\xi + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) + x \cos\left(\xi + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) \\
 &\quad + y \sin\left(\xi + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) + z \cos\left(\xi + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) \\
 e_1 e_2 &= -kx \sin\left(\xi + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) + k\omega \cos\left(\xi + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) \\
 &\quad + \frac{z}{k} \sin\left(\xi + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) - \frac{y}{k} \cos\left(\xi + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right)
 \end{aligned}$$

Aus dem Vergleich der Coëfficienten von .

$$\sin\left(\xi + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) \text{ und } \cos\left(\xi + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right)$$

folgt;

$$\begin{aligned}
 k \cos(\alpha + \varphi) &= \omega + y \\
 -k \sin(\alpha + \varphi) &= x + z \\
 \sin(\alpha + \varphi) &= -kx + \frac{z}{k} \\
 k \cos(\alpha + \varphi) &= k\omega - \frac{y}{k},
 \end{aligned}$$

woraus:

$$\begin{aligned}
 \omega &= \frac{2k^2}{1+k^2} \cos(\alpha + \varphi) \\
 x &= \frac{-2k}{1+k^2} \sin(\alpha + \varphi) \\
 y &= \frac{-k^2(1-k^2)}{1+k^2} \cos(\alpha + \varphi) \\
 z &= \frac{k(1-k^2)}{1+k^2} \sin(\alpha + \varphi).
 \end{aligned}$$

Sonach sind die Schwingungen nach dem Austritt aus der zweiten Platte (wenn man $\frac{1}{1+k^2}$ fortläßt):

parallel $O'o_1$

$$\begin{aligned}
 &2k^2 \cdot \cos(\alpha + \varphi) \sin\left(\xi + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) \\
 &- 2k \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cos\left(\xi + \frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right)
 \end{aligned}$$

parallel $o'_1 o'_2$

$$2k^2 \sin(\alpha + \varphi) \sin\left(\xi + 2\frac{\pi \Theta}{\lambda}\right) \\ + 2k^3 \cos(\alpha + \varphi) \cos\left(\xi + 2\frac{\pi \Theta}{\lambda}\right)$$

parallel $E' e'_1$

$$-k^2(1-k^2) \cos(\alpha + \varphi) \sin\left(\xi + 4\frac{\pi \Theta}{\lambda}\right) \\ + k(1-k^2) \sin(\alpha + \varphi) \cos\left(\xi + 4\frac{\pi \Theta}{\lambda}\right)$$

parallel $e'_1 e'_2$

$$(1-k^2) \sin(\alpha + \varphi) \sin\left(\xi + 4\frac{\pi \Theta}{\lambda}\right) \\ + k(1-k^2) \cos(\alpha + \varphi) \cos\left(\xi + 4\frac{\pi \Theta}{\lambda}\right)$$

Addirt man die Vibrationen von gleicher Richtung zusammen, so ergibt sich (mit Fortlassung des Factors

$$\frac{c}{(1+k^2)^2}):$$

Vibration parallel $O o_1$

$$= (1-k^2) \cos(\alpha + \varphi) \sin \xi + k(1-k^2) \sin(\alpha + \varphi) \cos \xi \\ + 1k^2 \cos(\alpha + \varphi) \sin\left(\xi + \frac{2\pi \Theta}{\lambda}\right) \\ - 2k(1-k^2) \sin(\alpha + \varphi) \cos\left(\xi + \frac{2\pi \Theta}{\lambda}\right) \\ - k^2(1-k^2) \cos(\alpha + \varphi) \sin\left(\xi + \frac{4\pi \Theta}{\lambda}\right) \\ + k(1-k^2) \sin(\alpha + \varphi) \cos\left(\xi + \frac{4\pi \Theta}{\lambda}\right)$$

Vibration parallel $o_1 o_2$

$$= -k^2(1-k^2) \sin(\alpha + \varphi) \sin \xi \\ + k(1-k^2) \cos(\alpha + \varphi) \cos \xi \\ + 1k^2 \sin(\alpha + \varphi) \sin\left(\xi + \frac{2\pi \Theta}{\lambda}\right) \\ - 2k(1-k^2) \cos(\alpha + \varphi) \cos\left(\xi + \frac{2\pi \Theta}{\lambda}\right)$$

$$\begin{aligned}
 &+(1-k^2)\sin(\alpha+\varphi)\sin\left(\xi+\frac{4\pi\Theta}{\lambda}\right) \\
 &+k(1-k^2)\cos(\alpha+\varphi)\cos\left(\xi+\frac{4\pi\Theta}{\lambda}\right).
 \end{aligned}$$

Um unnötige Verallgemeinerungen zu vermeiden, wollen wir annehmen, die Reflexionsebenen der Spiegel kreuzen sich rechtwinklig, oder es sey $\alpha = 90^\circ$. Diefes giebt:

Vibrationen parallel Oo_1

$$\begin{aligned}
 &-(1-k^2)\sin\varphi\sin\xi+k(1-k^2)\cos\varphi\cos\xi \\
 &\quad -4k^2\sin\varphi\sin\left(\xi+\frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) \\
 &\quad -2k(1-k^2)\cos\varphi\cdot\cos\left(\xi+\frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) \\
 &\quad +k^2(1-k^2)\sin\varphi\sin\left(\xi+\frac{4\pi\Theta}{\lambda}\right) \\
 &\quad +k(1-k^2)\cos\varphi\cos\left(\xi+\frac{4\pi\Theta}{\lambda}\right)
 \end{aligned}$$

Vibrationen parallel o_1o_2

$$\begin{aligned}
 &=-k^2(1-k^2)\cos\varphi\cdot\sin\xi-k(1-k^2)\sin\varphi\cos\xi \\
 &\quad +4k^2\cos\varphi\cdot\sin\left(\xi+\frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) \\
 &\quad +2k(1-k^2)\sin\varphi\cos\left(\xi+\frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right) \\
 &\quad +(1-k^2)\cos\varphi\sin\left(\xi+\frac{4\pi\Theta}{\lambda}\right) \\
 &\quad -k(1-k^2)\sin\varphi\cos\left(\xi+\frac{4\pi\Theta}{\lambda}\right)
 \end{aligned}$$

Die wirksame, oder die auf AP_2 senkrechte Vibration wird gefunden, wenn man die erstere der eben entwickelten mit $\cos\varphi$, und die letztere mit $\sin\varphi$ multipliziert, und ihre Summe nimmt. So haben wir:

$$\begin{aligned}
 &-\frac{1-k^4}{2}\sin 2\varphi\cdot\sin\xi+k(1-k^2)\cos 2\varphi\cos\xi \\
 &\quad -2k(1-k^2)\cos 2\varphi\cdot\cos\left(\xi+\frac{2\pi\Theta}{\lambda}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1-k^2}{2} \sin 2\varphi \cdot \sin \left(\xi + \frac{4\pi\Theta}{\lambda} \right) \\
& + k(1-k^2) \cos 2\varphi \cdot \cos \left(\xi + \frac{4\pi\Theta}{\lambda} \right)
\end{aligned}$$

Der Coefficient von $\sin \xi$ ist:

$$\begin{aligned}
& + \frac{1-k^4}{2} \sin 2\varphi + 2k(1-k^2) \cos 2\varphi \cdot \sin \frac{2\pi\Theta}{\lambda} \\
& + \frac{1-k^4}{2} \sin 2\varphi \cdot \cos \frac{4\pi\Theta}{\lambda} - k(1-k^2) \cos 2\varphi \sin \frac{4\pi\Theta}{\lambda}.
\end{aligned}$$

Der Coefficient von $\cos \xi$ ist:

$$\begin{aligned}
& k(1-k^2) \cos 2\varphi - 2k(1-k^2) \cos 2\varphi \cdot \cos \frac{2\pi\Theta}{\lambda} \\
& + \frac{1-k^4}{2} \sin 2\varphi \cdot \sin \frac{4\pi\Theta}{\lambda} + k(1-k^2) \cos 2\varphi \cdot \cos \frac{4\pi\Theta}{\lambda}
\end{aligned}$$

Nach sämmtlichen Reductionen ist die Summe ihrer Quadrate: $(1-k^2)^2 \times$

$$\sin^2 \frac{\pi\Theta}{\lambda} \left[4k \cos 2\varphi \cdot \sin \frac{\pi\Theta}{\lambda} - 2(1+k^2) \sin 2\varphi \cos \frac{\pi\Theta}{\lambda} \right]^2$$

Und stellen wir den Factor $\frac{c^2}{(1+k^2)^4}$ wieder her, haben wir für die Helligkeit:

$$\begin{aligned}
c^2 \left(\frac{1-k^2}{1+k^2} \right)^2 \cdot \sin^2 \frac{\pi\Theta}{\lambda} & \left[\frac{4k}{1+k^2} \cos 2\varphi \cdot \sin \frac{\pi\Theta}{\lambda} \right. \\
& \left. - 2 \sin 2\varphi \cdot \cos \frac{\pi\Theta}{\lambda} \right]^2.
\end{aligned}$$

Erstens. Machen wir $\frac{1+k^2}{2k} \tan 2\varphi = \tan \chi$, so wird dieser Ausdruck:

$$\begin{aligned}
c^2 \frac{(1-k^2)^2}{(1+k^2)^4} & \left[16k^2 \cos^2 2\varphi \right. \\
& \left. + 4(1+k^2)^2 \sin^2 2\varphi \right] \sin^2 \frac{\pi\Theta}{\lambda} \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi\Theta}{\lambda} - \chi \right).
\end{aligned}$$

Dies verschwindet, oder es giebt schwarze Linien, wenn $\sin^2 \frac{\pi\Theta}{\lambda} = 0$, oder wenn:

$$\frac{\pi\Theta}{\lambda} = 0, \text{ oder } = \pi, \text{ oder } = 2\pi \text{ u. s. w.}$$

Dies deutet eine Reihe dunkler Ringe an von gleichen Durchmessern, wie die Ringe, welche man mit jeder Platte für sich erhält.

Zweitens. Der Ausdruck verschwindet ferner, wenn:

$$\sin^2 \left(\frac{\pi \Theta}{\lambda} - \chi \right) = 0,$$

oder wenn:

$$\frac{\pi \Theta}{\lambda} = \chi, = \pi + \chi, = 2\pi + \chi \text{ u. s. w.}$$

Wenn nun 2φ wächst von 0° bis 90° , von 90° bis 180° u. s. w., so wächst auch χ von 0° bis 90° , von 90° bis 180° u. s. w., und folglich wird χ nie sehr von 2φ abweichen, so daß der Ausdruck verschwindet, wenn beinahe:

$$\frac{\pi \Theta}{\lambda} = 2\varphi, = \pi + 2\varphi, = 2\pi + 2\varphi \text{ u. s. w.}$$

Klar ist, daß in der durch diese Gleichung bestimmten Curve Θ unaufhörlich wächst, so lange φ zunimmt, folglich, daß auch ϑ fortwährend wächst, so lange φ sich vergrößert. Die Curve ist demnach eine Spirale in solcher Lage, daß wenn wir nach einem Punkt über dem Centrum sehen und der Curve gegen die rechte Hand folgen, der Radius vector beständig zunimmt.

Drittens. Vermehrt man nun φ um 90° , oder 180° , oder 270° , so erhalten wir dieselben Werthe für χ , vergrößert um π , oder 2π , oder 3π . Die Werthe des Radius vector für einen Punkt der dunkeln Linien werden gefunden, wenn man $\frac{\pi \Theta}{\lambda}$ gleich setzt:

in der ersten dieser Linien: $\pi + \chi, 2\pi + \chi, 3\pi + \chi$ etc.
 - - zweiten - - $2\pi + \chi, 3\pi + \chi, 4\pi + \chi$ -
 - - dritten - - $3\pi + \chi, 4\pi + \chi, 5\pi + \chi$ -

Dies ist offenbar dieselbe Reihe von Werthen, wie die mit dem ursprünglichen Werthe von φ gefundene. Wenn wir demnach vier Radii vectores von gleicher Länge und unter einander rechtwinklig ziehen, und einer

dieser endigt in einem Punkt auf der dunkeln Curve, so werden auch die andern in Punkten auf der dunkeln Curve endigen. Diese Bedingung kann mit der Spiralform der Curve nur in der Annahme vereinbart werden, daß die Curve aus vier ähnlichen Spiralen besteht, deren Lagen für je zwei benachbarte um 90° verschieden sind. Die allgemeine Form dieser Curven besteht demnach aus vier Spiralen, die in ihren Lagen um 90° von einander abweichen, und die, alle in derselben Richtung gedreht, eine Reihe von Kreisen schneiden. Diese sehr merkwürdige Form ist genau die, welche die Beobachtung giebt.

Viertens. Die Durchschnittspunkte der Spiralen mit den Kreisen werden gefunden, wenn man die beiden Gleichungen

$$\sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda} = 0 \text{ und } \sin^2 \left(\frac{\pi \Theta}{\lambda} - \chi \right) = 0$$

gleichzeitig gelten läßt. Diefs giebt:

$$\chi = 0, \text{ oder } = \pi, \text{ oder } = 2\pi \text{ u. s. w.}$$

also:

$$\varphi = 0, \text{ oder } = \frac{1}{2}\pi, \text{ oder } = \pi, \text{ oder } = \frac{3}{2}\pi \text{ u. s. w.}$$

D. h. die Durchschnittspunkte der Spiralen und Kreise liegen sämmtlich in den Linien, die parallel und senkrecht gegen die Reflexionsebene durch die Mitte gezogen werden. Diefs wird genau von der Erfahrung bestätigt.

Fünftens. Da jeder Kreis folgeweise einen um π vergrößerten Werth von $\frac{\pi \Theta}{\lambda}$ verlangt, und eben so von Spirale zu Spirale für die Punkte, welche auf gleichem Radius vector liegen, successiv ein um π vergrößerter Werth von $\frac{\pi \Theta}{\lambda}$ erforderlich ist, so wird jeder Kreis in den oben erwähnten Linien, also in jedem Quadranten, von den Spiralen durchschnitten. Diefs ergibt sich durch die Erfahrung als richtig.

Sechs-

Sechstens. Wenn wir die der Mitte benachbarten, und nicht auf dem Umfang eines der Kreise liegenden Theile betrachten, so wird der Winkel φ' , der einem dunkeln Punkt entspricht, nahe seyn:

$$= \frac{\pi \Theta'}{2\lambda}, \text{ oder } = \frac{\pi \Theta'}{2\lambda} + 90^\circ \text{ u. s. w.}$$

wo Θ' der Werth ist von Θ , der $\vartheta=0$ entspricht; oder:

$$\Theta' = \frac{e T}{\lambda \pi},$$

folglich:

$$\varphi' = \frac{e T}{2\lambda^2}, \text{ oder } \frac{e T}{2\lambda^2} + 90^\circ \text{ u. s. w.}$$

Allein $\frac{e T}{\lambda^2}$ ist der Winkel, um den der Zerlegungsspiegel nach der Linken gedreht werden muſs, wenn man mit der rechtsgewundenen Platte für sich den dunkeln Fleck sehen will. Das dunkle Kreuz, in welchem die Spiralen entspringen, neigt also (mit dem oberen Theil gegen die Rechte) um einen Winkel halb so groſs wie der, durch welchen der Zerlegungsspiegel gedreht werden muſs (den oberen Theil nach der Linken), wenn man mit der rechtsgewundenen Platte für sich den dunkeln Fleck sehen will. Dieſs scheint mit der Erfahrung übereinzustimmen,

Siebtens. Bis hieher haben wir immer vorausgesetzt, die rechtsgewundene Platte liege auf Seite des Polarisationsspiegels. Wenn die vereinten Quarzplatten umgekehrt werden, so daſs die linksgewundene dem Polarisationsspiegel zugewandt liegt, so muſs das Zeichen von k gewechselt werden. Dieſs ändert auch das Zeichen von χ (das von φ als gleich geblieben vorausgesetzt), und es ist leicht zu ersehen, daſs, in Folge dieser Veränderung, die Richtung und Lage der Spiralen genau umgekehrt werden. Die Richtigkeit dieses ergibt sich durch den Versuch.

Achtens. Für kleine Werthe von k wird die Hel-

ligkeit schwach, wenn $\sin^2 2\varphi = 0$, d. h. wenn $\varphi = 0$, oder $= 90^\circ$ u. s. w. Diefs erklärt die dunkeln Büschel, welche, in großem Abstand von der Mitte, senkrecht und parallel gegen die Reflexionsebene liegend gesehen werden.

Neuntens. Ist $\varphi > 0 < 45^\circ$, so ist $\chi > 2\varphi$; ist aber $\varphi > 45 < 90^\circ$, so ist $\chi < 2\varphi$. Bedenkt man, dafs die Spiralen die Kreise schneiden, wenn $\varphi = 0$, $= 90^\circ$ etc., so sieht man hieraus auch leicht, dafs sie dieselben unter einem etwas gröfseren Winkel schneiden, als es eine einzige Spirale thun würde. Diefs scheint auch beim Versuche wahrnehmbar zu seyn.

Zehntens. Die auffallende Lebhaftigkeit der Farben scheint durch folgende Betrachtung erklärt werden zu können. Die dunkeln Curven werden hier bestimmt, indem man den Ausdruck für die Helligkeit gänzlich verschwinden läfst, wogegen man in andern Fällen (wie im Artikel VII) die dunkeln Curven findet, wenn man den Ausdruck für die Helligkeit blofs zu einem Minimum macht. Hier sind also die Farben viel weniger als in Artikel VII. mit unzersetztem farblosen Lichte verdünnt. In den Linien parallel und senkrecht gegen die Reflexionsebene, für die $\chi = 0$, ist der Ausdruck für die Helligkeit:

$$c^2 \frac{(1 - k^2)^2}{(1 + k^2)^4} 16 k^2 \sin^4 \frac{\pi \Theta}{\lambda}.$$

Von der Mitte aus, diefs- und jenseits des Punktes, der $\frac{\pi \Theta}{\lambda} = n\pi$ entspricht, giebt es hier auf eine beträchtliche Strecke kein Licht; die Farben sind weniger gemengt, erscheinen daher lebhafter als vielleicht sonst in irgend einem Polarisationsphänomen. Die gröfste Helligkeit in diesen Linien, wenn k nicht sehr klein, ist vier Mal stärker als die gröfste Helligkeit in den Linien, die den Winkel 45° mit jenen machen (wie man es sieht, wenn man in dem Ausdruck für die Helligkeit $\varphi = 45^\circ$ macht). In Wirklichkeit sind auch die Farben am leb-

haftesten in den Linien parallel und senkrecht gegen die Reflexionsebene.

Es ist fast unnöthig, den Leser darauf aufmerksam zu machen, daß keine der Eigenthümlichkeiten dieser Erscheinungen mehr stattfinden würden, sobald k entweder 0 oder 1 wäre, d. h. sobald das Licht entweder linear oder circular polarisirt wäre. Keiner dieser Ausdrücke wird jedoch geändert, wenn man statt k setzt $\frac{1}{k}$; d. h. es ist gleichgültig, von welchem Strahl wir annehmen, daß die große Axe seiner Ellipse parallel dem Hauptschnitt liege.

Die Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Erscheinungen läßt, wie ich glaube, wohl nicht daran zweifeln, daß das Licht der beiden Strahlen des Quarzes die von mir beschriebene Beschaffenheit habe. Ich meine damit nicht die Möglichkeit der Annahme auszuschließen, daß die Form der Wellen (in der Construction zur Bestimmung des Laufs der Strahlen) nicht auch anders als genau sphärisch oder genau sphäroidisch sey, vorausgesetzt der Unterschied in den Formen sey nur nahe derselbe, wie der zwischen einer Kugel und einem Sphäroid. Auch will ich nicht behaupten, daß jeder elliptisch polarisirte Strahl aus zwei linear polarisirten Strahlen bestehe, die getrennt durch den Zwischenraum von einer Viertel-Undulation auf einander folgen, oder daß das Verhältniß der beiden Axen in den zwei Strahlen genau gleich sey. Allein ich halte es für ganz gewiß, daß der allgemeine Charakter des Lichtes so ist, wie ich ihn in meinen Hypothesen aufgestellt habe.

Ich habe keine Berechnungen nach anderweitiger Voraussetzung gemacht, allein ich kann mir schwerlich einbilden,

dafs irgend eine andere die Erscheinungen mit solch auferordentlicher Genauigkeit darstellen würde. Die Erklärung der fortwährenden Vergröfserung der Kreise und die allgemeine Darstellung der Spiralfornien hat mich nicht so sehr überrascht, wie die Erklärung der unbedeutenden Abweichungen von der Symmetrie, wie z. B. die: dafs die Kreise fast in Quadrate übergehen, und dafs die Kreuze gegen die Polarisationssebene neigen. Ein Jeder, der meine mathematischen Untersuchungen studirt und meine Versuche wiederholt, wird, glaube ich, von deren vollkommenen Uebereinstimmung überrascht werden.

Es giebt eine Beziehung zwischen der zur Bestimmung des Laufs der Strahlen dienenden Construction und der Natur der Strahlen, welche, glaube ich, eine besondere Beachtung verdient, die nämlich (wenn man die Strahlen des Quarzes mit denen irgend eines anderen Krystalls vergleicht), dafs eine Aenderung in der Natur der Strahlen immer mit einer Unterbrechung der Continuität verbunden ist. Die Stücke (*nappes*) der Wellenoberflächen sind durchaus getrennt. Diefs ist nicht der Fall bei der gewöhnlichen Construction für einaxige Krystalle, noch bei Fresnel's Construction für zweiaxige Krystalle. Möglicherweise giebt es hier einen Zusammenhang gleicher Art wie zwischen dem Uebergang der partiellen in totale Reflexion innerhalb Glas, und der gleichzeitigen Umwandlung des linear polarisirten in elliptisch polarisirtes Licht. Diese Fälle sind wenigstens in so weit analog, als die Umwandlung des Lichts und die Unterbrechung der Continuität einen gemeinschaftlichen Gang nehmen. Doch wir sind in Betreff der physischen Constitution des Quarzes noch so im Dunkeln, dafs wir gegenwärtig nicht weiter gehen können.

Es könnte wünschenswerth erscheinen, dafs ich meine Voraussetzungen durch directere Versuche mit den einzelnen Strahlen des Quarzes geprüft hätte; allein meine Amtsgeschäfte gestatteten mir nicht die dazu nöthige Mufse.

Sie würden übrigens in jedem Fall mühsamer, und, wie mir scheint, doch nicht befriedigender als die hier beschriebenen gewesen seyn. Die Depolarisationserscheinungen eignen sich bewundernswürdig zur Entdeckung der zartesten Unterschiede in der Natur und des Laufs der Strahlen. Der Mangel an Zeit wird mich auch entschuldigen, daß hier genaue Messungen *) fehlen, ohne welche keine Theorie, wie sehr sie auch in allgemeinen Erklärungen befriedigen mag, doch nicht als gänzlich festgestellt betrachtet werden kann.

N a c h t r a g.

Nachdem ich die im obigen Aufsatz beschriebenen Versuche angestellt hatte, erhielt ich von Hrn. Dollond einen nach meiner Anleitung verfertigten Apparat, welcher, hinsichtlich seines bequemen und mannigfaltigen Gebrauchs viele andere von mir gesehene übertrifft. Die Parallelstrahlen fallen auf eine rückwärts geschwärzte Platte Tafelglas, und, nachdem sie an dieser vollkommen polarisirt zurückgeworfen sind, auf eine Linse, von der sie erstlich in einem Punkt vereinigt, und dann divergirend auf eine zweite Linse geleitet werden, welche, da sie um ihre Brennweite von jenem Punkte absteht, die Strahlen parallel austreten läßt. In diesem Zustande werden sie von dem Zerlegungsspiegel (einer rückwärts geschwärzten Platte Tafelglas) aufgefangen, und also vollständig zer-

*) Sehr wünschenswerth wäre, daß Jemand die Durchmesser der Ringe und Spirale, welche der Quarz zeigt, in verschiedenen Richtungen genau messe, und, mittelst der Biot'schen Messungen über die Stärke der Doppelbrechung des Quarzes, einen Vergleich mit der Theorie unternahme. Sollten Beobachtung und Theorie nicht übereinstimmen, so würde daraus folgen, entweder, daß in der Theorie ein Fehler stecke, oder daß der Unterschied in der Krümmung der Kugel und des Sphäroids nahe an dessen Scheiteln nicht so ist, wie er sich aus der Huyghens'schen Construction, nach der obigen Modification, ergibt.

legt. Hierauf fallen sie auf eine dritte Linse, welche, wie das Ocularglas eines Fernrohrs, in einer ausziehbaren Röhre befestigt ist, und sie alle durch das Augenloch gehen macht. Die Linsen sind von gleicher Brennweite, und genau so gestellt, wie die in den alten dreiglasigen Ocularstücken, wenn man den Abstand zwischen der zweiten und dritten Linse längs dem einfallenden und reflectirten Strahl mißt. Der Zerlegungsspiegel ist, mit der zweiten und dritten Linse, drehbar um eine Axe parallel den am ersten Spiegel polarisirten Strahlen, welche durch die Mitten der ersten und zweiten Linse gehen.

Um in einem Krystall die Ringe und andere Erscheinungen sichtbar zu machen, muß man ihn dorthin bringen, wo sich zwischen der ersten und zweiten Linse die Strahlen kreuzen. Ein Stück von $\frac{1}{20}$ Zoll Breite daselbst angebracht, wird die Ringe mit vollkommener Lebhaftigkeit und Klarheit in ihrer größten Ausbildung zeigen. Wünscht man ein Mikrometer zu gebrauchen, so muß dieses zwischen dem Polarisationspiegel und der ersten Linse angebracht werden, und zwar von dieser um ihre Brennweite entfernt, wodurch es, zugleich mit den Ringen, deutlich gesehen wird. Wünscht man die fleckige Structur des Quarzes, Amethystes und Topases u. s. w. zu sehen, so muß man diese Substanzen an die eben für das Mikrometer angegebene Stelle bringen; dann sind keine Ringe sichtbar, allein wenn man den Zerlegungsapparat in azimuthaler Richtung dreht, erscheinen die einzelnen Theile verschiedenartig gefärbt.

Wendet man nur linear polarisirtes Licht an, so genügt es, wenn der Polarisationspiegel so groß als die Projection der ersten Linse ist, und der Abstand zwischen der Linse und dem ihr am nächsten liegenden Rand des Polarisationsspiegels braucht nur wenig größer als die Brennweite dieser Linse zu seyn. Da ich aber gegenwärtig jeden Apparat für unvollständig halte, der nicht

die Anwendung des circular und des elliptisch polarisirten Lichts erlaubt, so habe ich den Polarisationsspiegel so weit von der Linse entfernt, daß man Fresnel's Parallelepiped, gefaßt wie in Fig. 1 Taf. III, zwischen beiden anbringen kann, und zwischen dem Parallelepiped und der Linse noch Raum für das Mikrometer u. s. w. übrig bleibt. Ueberdies ist der Polarisationsspiegel so groß genommen, daß er, unter welchen Winkel das Parallelepiped auch gestellt seyn mag, noch linear polarisirtes Licht zu dem einen Ende desselben schicken kann, während das andere Ende gerade der ersten Linse mitten gegenübersteht.

Um künstliches Licht mit Leichtigkeit anzuwenden, wird eine Lampe in den Brennpunkt einer Linse gestellt, deren Durchmesser gleich ist dem des Kreises, welchen die Spitze des Parallelepipeds beschreibt. Das Brett, welches Lampe und Linse trägt, ist unter solchem Winkel ausgeschnitten, daß, wenn es mit seiner niedrigen Seite an das Gestell des Apparats geschoben wird, der Polarisationsspiegel das Licht ohne weitere Ajustirung in der gehörigen Richtung zurückwirft.

Die Vorzüge dieses Apparats sind: daß man mit ihm, bei Tage wie bei Nacht, an einer sehr kleinen Krystallplatte alle Erscheinungen des linear und elliptisch polarisirten Lichts unter dem größten Gesichtswinkel, welchen das Auge zu umspannen vermag, wahrnehmen und mit bisher noch nicht gekannter Bequemlichkeit messen kann; daß man z. B. einen fleckigen Krystall oder ein Stück schnell abgekühlten Glases durch successive Untersuchung der verschiedenen kleinen Theile gleichsam zerschneiden kann, daß eine zufällige Unebenheit oder Rauheit des Krystalls keinen merklichen Einfluß hat, und daß man, wenn das Krystallstück in die andere Lage gebracht wird, die fleckige Structur mit ungemeiner Deutlichkeit zeigen kann.

Bei Untersuchung der zuvor beschriebenen Erschei-

nungen, welche der Quarz darbietet, wenn man ihn dem circular polarisirten Lichte aussetzt, stiefs ich auf grofse Schwierigkeiten, weil, wenn ich Fresnel's Parallelepipiped bei dem gewöhnlichen Polarisationsapparat anwandte, das Gesichtsfeld sehr verengert wurde. Bei Untersuchung der beiden in einander gewundenen Spiralen konnte ich wenig mehr als eine einzige Linie zur Zeit erblicken, und nur durch sorgfältige Drehung des Krystalls konnte ich die Beziehung einer Linie zu der andern auffinden. Hauptsächlich, um diese Schwierigkeit zu beseitigen, erdachte ich den hier beschriebenen Apparat; in diesem kann ich die Spiralbogen mit einem Male ganz übersehen, so weit als die Farben noch wahrnehmbar sind. Es hat mich sehr befriedigt, zu sehen, dafs meine früheren Zeichnungen ganz richtig waren.

Beim Nachdenken über meine Hypothesen in Betreff der Natur der beiden Strahlen des Bergkrystalls ergibt sich die folgende Methode als ein Mittel zur Prüfung eines Theils dieser Hypothesen und zur Messung der Ellipticität der Strahlen. Gesetzt, es werde elliptisch polarisirtes Licht (erhalten dadurch, dafs man Fresnel's Parallelepipiped in eine Lage zwischen 0° und 45° , oder zwischen 90° und 135° bringt) durch Bergkrystall geleitet. Dieser mag nun rechts- oder linksgewunden seyn, so giebt es eine Richtung (A), in welcher der eine Strahl des Bergkrystalls, z. B. der gewöhnliche, gerade von gleicher Beschaffenheit ist mit dem einfallenden elliptischen Lichte. Folglich liefert diefs Licht keinen ungewöhnlichen Strahl. Nehmen wir nun eine Richtung (a), die um den möglich kleinsten Winkel dem Parallelismus mit der Axe näher kommt, und eine andere (b), die um den möglich kleinsten Winkel sich von diesem Parallelismus weiter entfernt als die eben erwähnte Richtung (A), so wird dasselbe elliptische Licht, wenn es in den Richtun-

gen (a) oder (b) einfällt, ungewöhnliche Strahlen liefern, die, unabhängig von allen übrigen Ursachen, in ihrem Gange um eine halbe Wellenlänge verschieden sind. Denn das elliptische Licht, welches von gleicher Art ist mit dem gewöhnlichen Strahl (A) ist stärker elliptisch als der gewöhnliche Strahl in (a) und schwächer elliptisch als der in (b). Wenn wir demnach das elliptische Licht in (a) in einen gewöhnlichen und einen ungewöhnlichen Strahl zerlegen, so ist es das *Deficit* der Länge der kleinen Axe, was die ungewöhnlichen Strahlen hervorbringt, und, wenn dieselbe Zerlegung in (b) bewirkt wird, so ist es der *Ueberschufs* der Länge der kleinen Axe, was den ungewöhnlichen Strahl erzeugt. Wenn demnach die Vibration, welche in (a) den ungewöhnlichen Strahl erzeugt, in positiver Richtung geschieht, wird die, welche den ungewöhnlichen Strahl in (b) hervorbringt, in negativer Richtung geschehen, und so umgekehrt. Diefes bewirkt dasselbe, wie eine Verzögerung oder Beschleunigung um eine halbe Wellenlänge. Es ist leicht zu ersehen, dafs die Trennung beider Strahlen vermöge der Doppelbrechung hierauf keinen Einflufs hat, und dafs der Satz wahr bleibt, wie klein auch der Winkel zwischen den Richtungen (a) und (b) seyn möge, vorausgesetzt, dafs die eine Richtung einen gröfseren, und die andere einen kleineren Winkel mit der Axe mache, als die Richtung (A). Nun hängt bekanntlich die Reihenfolge der Ringe von der Zahl der Wellenlängen ab, welche der ungewöhnliche Strahl dem gewöhnlichen voraus ist, oder hinter ihm zurückbleibt. An dieser Stelle wird der Vorsprung oder die Verspätung plötzlich um eine halbe Welle geändert. Die Reihe der Ringe wird also plötzlich um eine halbe Ordnung geändert; die Ringe werden schwach, und dann zeigt sich in den Farben ein *Sprung* von einer halben Ordnung. Wird die Richtung des Strahls, in welcher dieser Sprung stattfindet, beobachtet, so hat man die Richtung, in welcher der gewöhnli-

che Strahl gleiche Ellipticität wie das einfallende Licht besitzt, dessen Ellipticität durch die Stellung des Parallelepipeds bekannt ist.

Durch diese Betrachtung habe ich mich überzeugt, daß sich die Beziehung zwischen der Richtung des Strahls und seiner Ellipticität sichtbar machen lasse. Bei Versuchen mit dem eben beschriebenen Apparat fand ich die Erscheinungen ganz meiner Erwartung gemäß. Wird das Parallelepiped in die Lage 315° gebracht, so sind die Spiralen vollkommen. Wird es vorwärts gedreht, so brechen die inneren Bogen successiv in einer fast horizontalen Linie aus einander (wenn es ein linksgewundener Krystall ist), und der obere Theil von jedem vereinigt sich mit dem unteren Theil des nächst äusseren Bogens. Bei fortgesetztem Drehen klaffen nun auch die äusseren Bogen aus einander, bis das Parallelepiped die Lage 0° erreicht hat, wo die Figur aus vollkommenen Kreisen besteht. Dreht man noch weiter, so schlagen die Kreise successiv (die äusseren zuerst) in einer fast verticalen Linie aus einander, und wenn das Parallelepiped das Azimuth 45° erreicht hat, sind die Spiralen so vollkommen wie zuvor, nur um 90° verschoben. So sind bei jeder Lage des Parallelepipeds zwischen 0° und 45° u. s. w. einer oder mehrere der inneren Kreise zwar vollständig da, aber verzerrt, und die äusseren Kreise sind in zwei in einander gewickelte Spirale verwaandelt. Klar ist, daß die Spiralen an denjenigen Punkten anfangen, wo das elliptische Licht nur den gewöhnlichen Strahl liefert, da die Farben ein Viertel einer Ordnung innerhalb dieser Punkte, und ein Viertel einer Ordnung ausserhalb derselben gleich sind.

Der Schluß, daß die inneren Ringe aus Kreisen, und die äusseren aus zwei Spiralen bestehen, ergibt sich leicht aus folgender Betrachtung. Das hineingelassene elliptisch polarisirte Licht hat in den mit der Krystallaxe sehr nahe zusammenfallenden Richtungen eine kürzere

kleine Axe als der gewöhnliche Strahl (dem allein es ähnlich ist), und deshalb wird es Curven erzeugen, denen ähnlich, welche das linearpolarisirte Licht hervorbringt, d. h. kreisähnliche Curven. In den sich weiter vom Parallelismus mit der Kystallaxe entfernenden Richtungen hat es aber eine grössere kleine Axe als der gewöhnliche Strahl, und deshalb bringt es Curven hervor, denen ähnlich, welche das circular polarisirte Licht erzeugt, d. h. zwei spiralförmige Curven, die in einander gewickelt sind. Es hält nicht schwer, nach den im vorhergehenden Aufsatze beschriebenen Grundsätzen eine genauere Untersuchung anzustellen; allein ich habe es nicht gethan, aus einem Grunde, welcher weiterhin klar werden wird.

Ich habe noch keine Gelegenheit gehabt, Messungen anzustellen, die genau genug gewesen wären, das Gesetz zwischen der Ellipticität der Strahlen und der Neigung, welche dieselben mit der Krystallaxe machen, auszumitteln. Als ausgewacht darf man jedoch Folgendes betrachten. Einer der Strahlen ist rechtsgewunden elliptisch, und der andere linksgewunden elliptisch (oder so nahe, daß kein Unterschied wahrnehmbar). In dem einen Strahl liegt die große Axe der Ellipse senkrecht, und in dem andern parallel gegen den Hauptschnitt des Krystalls.

Durch eine vorläufige Messung über die Ellipticität der Strahlen glaube ich zu dem Schluß berechtigt, daß die Axen der Ellipse in dem gewöhnlichen Strahle sich mehr der Gleichheit nähern als in dem ungewöhnlichen. So z. B. wurde bei einer rechtsgewundenen Platte von 0,38 Zoll Dicke, und bei Anwendung eines rothen Glases, der erste rothe Ring zweifelhaft (wenn ich diesen Ausdruck gebrauchen darf, um den Zustand zu bezeichnen, wo der Ring auf solche Weise zerfällt, daß es schwer hält zu sagen, ob der Theil an einer Seite genauer mit dem äußeren oder inneren Theil der anderen Seite verknüpft wird) als durch ein elliptisches Licht, dessen Axen das Verhältniß:

$$\frac{\text{Kleine Axe}}{\text{Große Axe}} = \tan 17^{\circ} 15'$$

hatten, nur ein gewöhnlicher Strahl, oder durch elliptisches Licht, bei dem war:

$$\frac{\text{Kleine Axe}}{\text{Große Axe}} = \tan 16^{\circ} 2',$$

nur ein ungewöhnlicher Strahl hervorgebracht wurde.

Bei einer linksgewundenen Platte, von 0,16 Zoll Dicke, wurde der erste rothe Ring zweifelhaft, als mit elliptischen Lichte, für das

$$\frac{\text{Kleine Axe}}{\text{Große Axe}} = \tan 9^{\circ} 3'$$

war, bloß ein gewöhnlicher Strahl, oder mit elliptischem Lichte, für das

$$\frac{\text{Kleine Axe}}{\text{Große Axe}} = \tan 8^{\circ} 50'$$

war, bloß ein ungewöhnlicher Strahl entstand.

Das erste Resultat ist das Mittel aus 8 Messungen, und das zweite das Mittel aus 4 Messungen *). Die Nullpunkte der Theilung am Parallelepiped wurde dadurch bestimmt, daß man beobachtete, wann die Ringe des Kalkspathes nicht zerbrochen waren. Diese Bestimmung ist sehr genau; wenn sie indeß unrichtig ist, so wirkt jeder Fehler in der Lage des Nullpunkts, eben so wie jede Unvollkommenheit in der Construction des Parallelepipeds, bei rechts gewundenen Platten umgekehrt wie bei linksgewundenen, und eben deshalb habe ich beide Messungen gegeben. Aus der Verrückung des Kreises, welcher das Parallelepipedum trägt, ist kein Fehler zu befürchten, sobald derselbe mit 4 Nonien rechtwinklig gegen einander versehen ist, und man diese sämmtlich abliest. Sollte sich dennoch ein Fehler zeigen so kann

*) Im ersten dieser Fälle machten die Strahlen (nach einer rohen Messung) in der Luft den Winkel $9^{\circ} 42'$ und im letzten, ebenfalls in der Luft, den Winkel $13^{\circ} 50'$ mit der Krystallaxe.

er nur eine Folge seyn von der Trennung der Strahlen in dem Quarz, oder es tritt zu dem schon hinreichend complicirten Phänomen des Quarzes noch eine andere Anomalie hinzu. Da ich jedenfalls die vollkommene Gleichheit der Ellipticitäten als zweifelhaft betrachte, so habe ich keine mathematischen Untersuchungen mehr in jener Voraussetzung angestellt, obgleich der Unterschied der Ellipticitäten so klein ist, daß daraus kein merklicher Irrthum entsteht.

Für den, der diese Versuche zu wiederholen wünscht, werden folgende Winke nicht ohne Nutzen seyn.

Es ist zweckmäßig, wenn mit dem Parallelepiped, parallel oder senkrecht gegen dessen innere Reflexionsebene, ein Draht herumgeführt wird, und zwar an dem zuvor für das Mikrometer angegebenen Orte, da alsdann der Beobachter sieht, daß die Linie vom Mittelpunkt der Ringe zu dem Punkt, wo die Erscheinungen zweifelhaft werden, entweder mit dem Draht parallel oder auf ihn senkrecht ist.

Das elliptisch polarisirte Licht ist gleicher Art (immer rechts gewunden), das Parallelepiped mag zwischen 0° und 90° oder zwischen 180° und 270° liegen; dagegen ist es immer linksgewunden, wenn das Parallelepiped zwischen 90° und 180° oder zwischen 270° und 360° liegt.

Das Verhältniß der Axen ist gleich der Tangente des Winkels, den die Reflexionsebene des Parallelepipeds mit der ursprünglichen Polarisationssebene macht (*the tangent of the reading of the rhomb-position*). Die große Axe ist parallel derjenigen Kante an der (rectangulären) Basis des Parallelepipeds (*parallel to that edge of the end of the rhomb*), welche den größten Winkel macht mit der Reflexionsebene des Polarisationsspiegels.

Wenn die Verworrenheit rechts oder links von der Mitte eintritt, ist es der gewöhnliche Strahl, welcher

sie hervorbringt; findet sie dagegen über oder unter der Mitte statt, so rührt sie vom ungewöhnlichen Strahl her.

Vielleicht ist es nicht unpassend, diesem Aufsatz noch die folgende Hypothese zur Erklärung der ungleichen Brechbarkeit der verschiedenen Farbenstrahlen hinzuzufügen.

Um die Verschiedenheit der Brechbarkeit zu erklären, muß man annehmen, daß die Geschwindigkeit der Wellen von verschiedener Länge verschieden sey, entweder in der Luft oder in dem brechenden Mittel, oder in beiden. Wäre sie in der Luft verschieden, so würde sie die Aberration der Sterne um eine wahrnehmbare Gröfse abändern; allein es ist kein Grund zu einer solchen Annahme vorhanden. Es ist daher wahrscheinlich, daß die Verschiedenheit gänzlich in dem brechenden Mittel liege. Nun ist vor Allem zu bemerken, daß der Geschwindigkeitsunterschied nicht von der Gröfse der Vibration jedes einzelnen Theilchens abhängt, denn dieser Unterschied bleibt derselbe, das Licht mag schwach oder stark, d. h. die Vibration klein oder groß seyn. Auch hängt er nicht von der relativen Vibration zweier benachbarten Theilchen ab, da diese in demselben Verhältniß wie jene mit einer Variation der Intensität variirt. Das einzige Element, welches, in Verbindung mit einer dieser Größen, die Undulation bestimmt, ist die Dauer der Vibration, und es ist in der That diese Dauer, wodurch sich die verschiedenen Lichtarten unterscheiden. Es scheint daher natürlich, die Erklärung über die Verschiedenheit der Geschwindigkeiten in Etwas zu suchen, was nicht von dem Raum, sondern von der Zeit abhängt. Nun haben wir allen Grund zu glauben, daß ein Theil der Geschwindigkeit des Schalls von dem Umstand abhängt: daß bei plötzlicher Condensation der Luft die entwickelte Wärme nicht Zeit zum Entweichen hat, und daß

dadurch die Elasticität gröfser wird als bei langsamer Condensation, dafs also wirklich das Gesetz der Elasticität geändert wird.

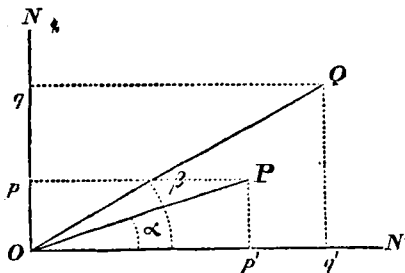
Meine Hypothese ist nun, dafs in den brechenden Mitteln vielleicht ein von der Zeit abhängiges Etwas vorhanden ist, was die Elasticität derselben auf eben die Weise abändert, wie die Wärme die Elasticität der Luft, dafs nämlich die Elasticität der lichtbrechenden Mittel, eben so wie die der Luft, bei rascher Vibration der Theilchen gröfser sey als bei einer langsameren. Vielleicht findet auch das Umgekehrte statt, d. h. bei rascher Vibration hat die latente Wärme (oder was es sonst seyn mag) nicht Zeit zur Ausübung ihres Einflusses auf die Elasticität. Im letzteren Fall wird die Elasticität, und folglich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit am gröfsten seyn für die langsamsten Vibrationen, d. h. für die rothen Strahlen, und diese werden daher am wenigsten gebrochen. Ich bin nicht vorbereitet zu sagen, ob das allgemeine Gesetz der Superposition kleiner Vibrationen mit dieser Hypothese verträglich sey.

13. April 1831.

Zusatz des Herausgebers. Die Zerfällung der linear polarisirten Strahlen in elliptisch polarisirte, von der in der eben geschlossenen Abhandlung (S. 231) die Rede war, steht mit der Zusammensetzung der letzteren Lichtart aus ersterer in so natürlicher Beziehung, dafs ich nicht unterlassen kann, über diesen anziehenden Gegenstand noch einige Sätze aus Fresnel's unvergleichlichen Arbeiten mitzuthemen, die daselbst theils unmittelbar gegeben, theils angedeutet, in nachfolgender Gestalt und Verbindung vielleicht aber noch nicht aufgestellt worden sind.

Ein elliptisch polarisirter Strahl läfst sich betrachten als entstanden aus dem Zusammenwirken zweier linear polarisirten Strahlen, die in einer und derselben Rich-

tung fortgehen, im Allgemeinen aber unterschieden seyn können: 1) durch die Gröfse der Oscillationen in den Wellen, 2) durch die Richtung derselben, und 3) durch den Gang oder den Abstand zwischen den entsprechenden Punkten beider Wellensysteme. Zwei solche Strahlen mögen die Ebene der nebenstehenden Figur in O senkrecht



durchschneiden. Die Gröfse und Richtung der Oscillationen in ihren Wellen sey durch die Länge und Lage der Linien OP , OQ , die mit ON' die Winkel α und β bilden, vorgestellt, und der

Gangunterschied zwischen ihnen durch $m\lambda$ ausgedrückt, wo λ die Undulationslänge und m irgend eine Zahl bezeichnet.

Da kleine Oscillationen sich wie Kräfte zerlegen lassen, so kann man die beiden Wellensysteme, in denen die Aethertheilchen parallel den Linien OP , OQ schwingen, durch vier andere ersetzen, in welchen jene Theilchen ihre Oscillationen parallel den auf einander rechtwinkligen Linien ON , ON' vollziehen. Wird die Oscillationsamplitude in den beiden ersten Systemen mit P , Q , und die in den vier letzten mit p , p' , q , q' bezeichnet, so ergibt sich demnach:

$$\begin{aligned} &\text{parallel } ON \\ p &= P \cdot \sin \alpha \\ q &= Q \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{parallel } ON' \\ p' &= P \cdot \cos \alpha \\ q' &= Q \cdot \cos \beta \end{aligned}$$

Betrachten wir nun zunächst die beiden ersten Wellensysteme, in denen die Aethertheilchen parallel der Linie ON schwingen, und suchen dieselben zu einem einzigen Wellensystem, dessen Oscillationsebene gleichfalls durch diese Linie geht, zusammenzusetzen. Der Gang-

un-

unterschied zwischen ihnen wird offenbar noch $=m\lambda$ seyn, wie der zwischen den Systemen OP , OQ , aus deren Zerlegung sie entstanden sind. Das nämliche Aethertheilchen, welches von dem Anfangspunkt des ersteren dieser Wellensysteme um die Strecke z entfernt ist, steht also von dem des letzteren um $(z+m\lambda)$ ab, und in demselben Moment, da es von einer Welle des ersten Systems um: $p \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z)$ aus seiner Gleichgewichtslage abgelenkt wird, erfährt es von einer Welle des zweiten Systems die Ablenkung: $q \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z - m\lambda)$.

Da beide Impulse parallel der Linie ON geschehen, so hat man für die gesammte Ablenkung, welche das Aethertheilchen durch die vereinte Wirkung beider Wellensysteme erleidet, den Ausdruck:

$$p \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z) + q \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z - m\lambda),$$

über den man, was die Herleitung seiner Glieder betrifft, das Nähere S. 217 angegeben findet. Setzt man Kürze halber $\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z) = \zeta$, so wird dieser Ausdruck:

$$p \sin \zeta + q \sin (\zeta - 2m\pi),$$

oder:

$$p \sin \zeta + q \sin \zeta \cos 2m\pi - q \cos \zeta \sin 2m\pi,$$

oder:

$$(p + q \cos 2m\pi) \sin \zeta - q \sin 2m\pi \cos \zeta.$$

Setzt man ferner:

$$M \cos 2n\pi = p + q \cos 2m\pi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

$$M \sin 2n\pi = q \sin 2m\pi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (II)$$

wodurch:

$$M = \sqrt{p^2 + q^2 + 2pq \cos 2m\pi},$$

so kommt:

$$M \cos 2n\pi \sin \zeta - M \sin 2n\pi \cos \zeta,$$

oder:

$$M \sin (\zeta - 2n\pi),$$

also, wenn man ζ wiederum durch die ursprüngliche GröÙsse ersetzt:

$$M \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z) - 2n\pi \right],$$

oder:

$$M \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z - n\lambda).$$

Da dieser Ausdruck, der Form nach, ganz identisch ist mit jeder der beiden GröÙssen, aus deren Summation er hervorgegangen ist, so folgt, daÙ die beiden Wellensysteme, deren Oscillationsebenen durch die Linie ON gehen, und deren Gangunterschied $m\lambda$ beträgt, durch ihre Vereinigung ein System von eben so langen Wellen erzeugen. Die Formel zeigt aber auch, daÙ das resultierende Wellensystem in seinem Gange von den beiden erzeugenden Systemen verschieden ist, von dem, welches den Coëfficienten p besitzt, um $n\lambda$, und von dem mit dem Coëfficienten q um $(m-n)\lambda$, so wie auch, daÙ die Oscillationen in demselben die gröÙsere Amplitude M besitzen.

Ganz eben so findet sich, daÙ die beiden Wellensysteme, in denen die Aethertheilchen parallel der Linie ON oscilliren, und gleichzeitig um die Strecken:

$$p' \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z) \text{ und } q' \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z - m\lambda)$$

aus ihrer Gleichgewichtslage abgelenkt werden, ein Wellensystem hervorbringen, in welchem die Aethertheilchen zur selben Zeit eine Ablenkung aus ihrer Gleichgewichtslage gleich:

$$M' \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z - n'\lambda)$$

erfahren. Das Maximum dieser Ablenkung, oder die Oscillationsamplitude M' und die Gangverschiedenheit n' (in Bezug auf das System, dessen Coëfficient $= p'$) sind für dieses System gegeben durch die Gleichungen:

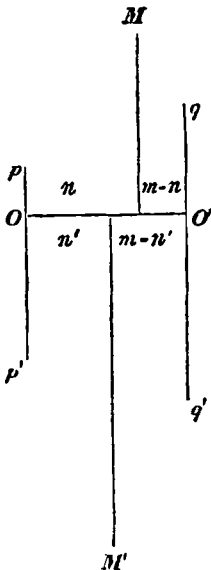
$$M' \cos 2n'\pi = p' + q' \cos 2m\pi \quad . \quad . \quad . \quad (III)$$

$$M' \sin 2n'\pi = q' \sin 2m\pi \quad . \quad . \quad . \quad (IV)$$

wodurch:

$$M' = \sqrt{p'^2 + q'^2 + 2p'q' \cos 2m\pi}.$$

Während also die Wellensysteme P und Q (wenn wir Kürze halber die Wellensysteme nach den Coëfficienten ihrer Oscillationsamplitude benennen), gleich wie ihre Componenten p , q und p' , q' im Gange um $m\lambda$ verschieden sind, findet zwischen den Systemen M (der Resultante von p und q) und M' (der Resultante von p' und q') der Gangunterschied $n' - n$ statt. Ferner ist der Gangunterschied zwischen M und p gleich n , also der zwischen M und q gleich $m - n$; eben so ist der zwischen M' und p' gleich n' , und der zwischen M' und q' gleich $m' - n'$. Die nebenstehende Figur, in der man sich die



Ebene $O M O'$ als senkrecht stehend auf der Ebene $O M' O'$, und beide Ebenen als senkrecht auf der Ebene der früheren Figur zu denken hat, wird dieß vollends verdeutlichen. $O O'$ ist die gemeinschaftliche Richtung der beiden Strahlen, und die auf dieser Richtung, und, von ihr ab, nach oben und unten gezogenen Linien bezeichnen durch ihre Länge und Stelle die Oscillationsamplitude und den Gangunterschied der sechs Wellensysteme, zu denen die Systeme P und Q Veranlassung gaben.

Multipliziert man die Gleichung (I) mit $\sin 2m\pi$, so wie die Gleichung (II) mit $\cos 2m\pi$, und zieht dann beide von einander ab, so kommt:

$$M \cdot \sin 2(m-n)\pi = p \cdot \sin 2m\pi \quad . \quad . \quad . \quad (V)$$

Multiplirt man ferner die Gleichung (I) mit $\cos 2m\pi$, und die Gleichung (II) mit $\sin 2m\pi$, so hat man nach Addition:

$$M \cdot \cos 2(m-n)\pi = q + p \cos 2m\pi \quad . \quad . \quad (VI)$$

Ganz auf ähnliche Weise findet man:

$$M' \cdot \sin 2(m-n')\pi = p' \cdot \sin 2m\pi \quad . \quad . \quad (VII)$$

$$M' \cdot \cos 2(m-n')\pi = q' + p' \cos 2m\pi \quad . \quad (VIII)$$

Aus der Division der Gleichung (V) durch die Gleichung (II) und der Gleichung (VII) durch die Gleichung (IV) ergibt sich:

$$\frac{\sin 2(m-n)\pi}{\sin 2n\pi} = \frac{p}{q}; \quad \frac{\sin 2(m-n')\pi}{\sin 2n'\pi} = \frac{p'}{q'}$$

Dies zeigt, daß der Gangunterschied zwischen dem Wellensysteme M und seinen beiden Erzeugern, nämlich die Größen $(m-n)$ und n , im umgekehrten Verhältnisse zu den Coëfficienten q und p , oder den Oscillationsamplituden der anliegenden Systeme stehen. Gleiches gilt von $(m-n')$ und n' in Bezug auf q' und p' .

Multiplirt man die Gleichung (IV) mit Gleichung (I) und die Gleichung (II) mit Gleichung (III), und zieht die Producte von einander ab, so bekommt man, nach gemachter Reduction:

$$\sin 2(n'-n)\pi = \frac{1}{MM'}(pq' - p'q)\sin 2m\pi,$$

oder wenn man für p, q, p', q' die ursprünglichen Werthe setzt:

$$\sin 2(n'-n)\pi = \frac{PQ}{MM'} \sin(\alpha - \beta) \sin 2m\pi.$$

Dieser Ausdruck giebt also den Gangunterschied $(n'-n)$ der beiden auf einander rechtwinklig polarisirten Wellensysteme M, M' in Function ihrer und der ursprünglichen Wellensysteme P, Q Oscillationsamplitude, des Gangunterschiedes und des Winkels zwischen den Oscillationsebenen (oder den auf diesen rechtwinkligen Polarisations-ebenen) der beiden letzteren Systeme.

Durch Subtraction der Cotangenten, die sich aus den acht Gleichungen ergeben, erhält man auch:

$$\cot 2n\pi - \cot 2n'\pi = \frac{1}{\sin 2m\pi} \cdot \frac{P}{Q} \cdot \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \beta \cos \beta}$$

$$\cot 2(m-n')\pi - \cot 2(m-n)\pi = \frac{1}{\sin 2m\pi} \cdot \frac{Q}{P} \cdot \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha},$$

wodurch $(n' - n)$ unabhängig von den etwas verwickelten Gröſsen M und M' gefunden wird.

Um nun die Curve zu bestimmen, welche die Aethertheilchen vermöge der nach den beiden rechtwinkligen Richtungen ON und ON' geschehenden gleichzeitigen Ablenkungen

$$M \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z - n\lambda) \right] ; M' \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z - n'\lambda) \right]$$

beschreiben, betrachte man diese Ablenkungen als die rechtwinkligen Coordinaten x, y der Curve, setze zur Abkürzung a statt $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \nu t$, ferner b statt $\frac{2\pi}{\lambda} (z - n\lambda)$ und c statt $\frac{2\pi}{\lambda} (z - n'\lambda)$, und eliminire dann die Zeit t aus den Ausdrücken:

$$\sin(a - b) = \frac{x}{M} ; \sin(a - c) = \frac{y}{M'}$$

Um diese Elimination mit Leichtigkeit zu vollziehen, erwäge man, dafs

$$(a - b) + (b - c) = (a - c),$$

folglich:

$$\sin[(a - b) + (b - c)] = \sin(a - c),$$

also:

$$\sin(a - b) \cos(b - c) + \cos(a - b) \sin(b - c) = \sin(a - c),$$

oder:

$$\sin(a - b) \cos(b - c) - \sin(a - c) = -\cos(a - b) \sin(b - c),$$

und wenn man die Gleichung in's Quadrat erhebt, $\cos^2(a - b)$ durch $1 - \sin^2(a - b)$ ersetzt, und reducirt:

$$\sin^2(a - b) - 2\cos(b - c) \sin(a - b) \sin(a - c) + \sin^2(a - c) = \sin^2(b - c).$$

Setzt man hierin für $\sin(a-b)$ und $\sin(a-c)$ die obigen Werthe, und erwägt, daß $(b-c) = 2\pi(n'-n)$, so bekommt man, nach gemachter Reduction:

$$M^2 y^2 - 2 \cos 2\pi(n'-n) M M' xy + M'^2 x^2 = M^2 M'^2 \sin^2 2\pi(n'-n)$$

offenbar die Gleichung für die Ellipse. Die Aethertheilchen, welche in der gemeinschaftlichen Richtung der beiden Strahlen liegen, deren Oscillationen, nach den auf einander rechtwinkligen Richtungen ON , ON' zerlegt, die Componenten

$$M \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - z - n\lambda) \right] \text{ und } M' \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x - n'\lambda) \right]$$

geben, beschreiben demnach eine Ellipse.

Wie bekannt ist die Gleichung für die Ellipse, im Fall die unter sich rechtwinkligen Coordinaten x , y den Winkel φ mit den Axen a , b bilden, folgende:

$$(b^2 \sin^2 \varphi + a^2 \cos^2 \varphi) y^2 - 2(a^2 - b^2) \sin \varphi \cos \varphi xy + (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi) x^2 = a^2 b^2.$$

Mit dieser ist, der Form nach, die eben gefundene:

$$M^2 y^2 - 2 \cos 2\pi(n'-n) M M' xy + M'^2 x^2 = M^2 M'^2 \sin^2 2\pi(n'-n)$$

offenbar identisch, und daraus geht also hervor, daß im Allgemeinen die große und kleine Axe der von den Aethertheilchen beschriebenen Ellipse nicht zusammenfallen mit den Richtungen der auf einander rechtwinkligen Oscillationen, aus deren Vereine die elliptische Bewegung als entstanden betrachtet werden kann, sondern, daß sie mit ihnen einen Winkel bilden. Um diesen Winkel, der mit φ bezeichnet seyn mag, und die Axen a und b der Ellipse zu finden, braucht man nur die Coefficienten von y^2 , xy , x^2 in beiden Gleichungen einander gleich zu setzen. Diefes giebt:

$$\tan 2\varphi = \frac{2 M M' \cos 2\pi(n'-n)}{M^2 - M'^2}$$

$$a^2 = \frac{1}{2} (M^2 + M'^2) + \frac{1}{2} \sqrt{(M^2 - M'^2)^2 + 4 M^2 M'^2 \cos^2 2\pi(n'-n)}$$

$$b^2 = \frac{1}{4}(M^2 + M'^2)$$

$$- \frac{1}{4} \sqrt{M^2 - M'^2 + 4 M^2 M'^2 \cos^2 2\pi(n' - n)}$$

Wenn, während M und M' verschieden sind, $n' - n = \frac{1}{4}$ oder $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{4}$ u. s. w. ist, d. h. der Gangunterschied zwischen den beiden rechtwinkligen Wellensystemen eine drei, fünf, sieben u. s. w. Viertel-Undulationen beträgt (in welchem Fall, und sonst nicht, die Größe

$$M \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda}(\nu t - z - n\lambda)$$

ihr Maximum oder Minimum (M oder Null) erreicht zur nämlichen Zeit, da die andere: $M' \sin \frac{2\pi}{\lambda}(\nu t - z - n'\lambda)$

Null oder M' ist) wird $\cos 2\pi(n' - n) = 0$, und mithin:

$$\varphi = 0 \text{ oder } = 90^\circ$$

$$a = M$$

$$b = M';$$

folglich ist die Curve, welche die Aethertheilchen beschreiben, eine Ellipse, deren Axen in diesem Fall mit den Richtungen der auf einander senkrechten Oscillationen zusammenfallen.

Ist $n' - n = \frac{1}{4}$ oder gleich einer ungeraden Anzahl von Vierteln und zugleich $M = M'$ (d. h. wenn man zu den beiden ursprünglichen Wellensystemen P , Q zurückgeht:

$$0 = P^2 \cos 2\alpha + Q^2 \cos 2\beta + 2PQ \cos(\alpha + \beta) \cos 2m\pi)$$

so wird:

$$\tan 2\varphi = 0; a = b = M,$$

mithin ist nun die Ellipse in einen Kreis übergegangen, und das Licht nicht elliptisch, sondern circular polarisirt.

Ist $M = M'$, ohne daß $n' - n = \frac{1}{4}$ oder überhaupt der Gangunterschied gleich einer ungeraden Zahl von Viertelundulationen ist, so hat man wiederum eine Ellipse, für die:

$$\varphi = 45^\circ \text{ oder } = 135^\circ$$

$$a = M \sqrt{1 + \cos 2\pi(n' - n)}$$

$$b = M \sqrt{1 - \cos 2\pi(n' - n)}$$

deren Axen also die rechten Winkel zwischen den Os-

Oscillationsrichtungen halbiren, der Gangunterschied, ist er nur nicht Null oder ein ganzes, gerades oder ungerades Multiplum von einer Viertel-Undulation, mag seyn wie er wolle.

Ist endlich $n' - n = 0$ oder $= \frac{1}{2}, = 1, = 1\frac{1}{2}$ u. s. w., ohne daß $M = M'$, so hat man:

$$\begin{aligned} \tan 2\varphi &= \pm \frac{2MM'}{M^2 - M'^2} \\ a &= \sqrt{M^2 + M'^2} \\ b &= 0, \end{aligned}$$

woraus hervorgeht, daß in diesen Fällen das Licht nicht mehr elliptisch, sondern linear polarisirt ist, da die Ellipse sich in eine gerade Linie verwandelt hat. Der Winkel, den diese Linie mit der Oscillationsebene des Wellensystems M macht, ist positiv für die Fälle $n' - n = 0, = 1, = 2$ u. s. w. und negativ für die Fälle $n' - n = \frac{1}{2}, = \frac{3}{2}, = \frac{5}{2}$ u. s. w.; ist $M^2 = M'^2$, so wird er $= 45^\circ$ oder $= 135^\circ$, und $a = M\sqrt{2}$.

Schließlich mag hier noch die Bemerkung stehen, daß gleich wie die elliptische Polarisation, der Theorie nach, von drei Elementen abhängig ist (von der Größe der Oscillationen, von der Richtung derselben und vom Gangunterschied der beiden linear polarisirten Strahlen), eben so auch die Hervorbringung des elliptisch polarisirten Lichts durch totale Reflexionen innerhalb Glas, deren Entdeckung wir Fresnel verdanken, von drei Elementen bedingt wird, nämlich: 1) von der Anzahl dieser Reflexionen, 2) von der Größe der inneren Einfallswinkel, und 3) von der Neigung der inneren Reflexionsebene gegen die Polarisationsebene des einfallenden linear polarisirten Lichts. Man gehe diese Annalen, Bd. XXI (97) S. 282 und Bd. XXII S. 125 *).

*) Berichtigungen:

S. 208 Z. 7 statt Circularpolarisation, lies: der elliptischen Polarisation.

S. 221 Z. 1 von unten, statt: $x - G$ lies: $x - \frac{\lambda G}{2\pi}$.