

**14. *Kritisches zur Herleitung der Wien'schen Spectralgleichung;***  
**von E. Jahnke, O. Lummer und E. Pringsheim.**

---

Durch die spectrobolometrischen Untersuchungen von O. Lummer und E. Pringsheim<sup>1)</sup> ist mit Sicherheit nachgewiesen worden, dass die Wien'sche Spectralgleichung die Energieverteilung im Spectrum des schwarzen Körpers nicht allgemein darstellt. In voller Uebereinstimmung hiermit stehen die Versuche von Beckmann<sup>2)</sup> und von Rubens und Kurlbaum.<sup>3)</sup> Infolge dieser experimentellen Resultate sieht M. Planck<sup>4)</sup> seine theoretische Ableitung der Wien'schen Spectralgleichung nicht mehr als zwingend an, Wien selbst anerkennt, dass für lange Wellen Abweichungen von seinem Gesetze beobachtet worden sind, und auch Paschen<sup>5)</sup> scheint jetzt das Vorhandensein solcher Abweichungen zuzugeben, obgleich seine bisher publicirten Versuche<sup>6)</sup> das Wien'sche Strahlungsgesetz mit überraschender Genauigkeit selbst bei hohen Temperaturen und bis zu Wellenlängen von  $9\ \mu$  bestätigt haben.

1. Trotzdem macht Wien den Versuch<sup>7)</sup>, die von ihm gegebene Herleitung seiner Spectralgleichung wenigstens teilweise aufrecht zu erhalten, da sie die schwarze Strahlung für kurze Wellen innerhalb der Beobachtungsfehler darstelle. Daher hält er es für wahrscheinlich, dass die von ihm gemachten

---

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. **1.** p. 23—41 und p. 215—235. 1899; ferner **2.** p. 163—180. 1900.

2) H. Beckmann, Inaugural-Dissertation, Tübingen 1898; vgl. auch H. Rubens, Wied. Ann. **69.** p. 576—588. 1899.

3) H. Rubens u. F. Kurlbaum, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1900. p. 929—941.

4) M. Planck, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. **2.** p. 202—204. 1900.

5) Vgl. Anm. 1 auf p. 202 der citirten Planck'schen Arbeit.

6) F. Paschen, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1899. p. 405—420 und p. 959—976. Vgl. auch F. Paschen und H. Wanner, l. c. p. 5—11. 1899.

7) W. Wien, Ann. d. Phys. **3.** p. 530—539. 1900.

Hypothesen bei nicht allzu langen Wellen annähernd zutreffen; bei längeren Wellen würde man von anderen Hypothesen auszugehen haben. Dementsprechend seien verschiedene Strahlungsgesetze für lange und für kurze Wellen zu erwarten.

Eine solche Zweiteilung kann jedoch hier nicht in Betracht kommen. Denn die — von Wien allerdings nicht citirten — Versuche von Lummer und Pringsheim haben gezeigt, dass die Abweichungen nicht allein von der Wellenlänge, sondern auch von der Temperatur abhängen. Maassgebend für sie ist lediglich das Product  $\lambda T$ . Das gleiche Resultat folgt auch aus dem Wien'schen Verschiebungsgesetz. Indem Wien sagt: „Wenn sich solche Abweichungen bei einer bestimmten Temperatur zeigen, so folgt aus meinem Verschiebungsgesetz, dass sie mit steigender Temperatur zu immer kleineren Wellenlängen vorrücken,“ entzieht er selbst dem Versuch, besondere Strahlungsgesetze für lange und für kurze Wellen als wahrscheinlich hinzustellen, den Boden.

2. Der erste, welcher mit Hülfe des Maxwell'schen Verteilungsgesetzes und moleculartheoretischer Hypothesen eine Spectralgleichung abgeleitet hat, ist W. Michelson.<sup>1)</sup> W. Wien knüpft an die Michelson'schen Betrachtungen an und stellt sich die Aufgabe, mit Hülfe seines allgemein anerkannten Verschiebungsgesetzes<sup>2)</sup> die Anzahl der von Michelson gebrauchten Hypothesen zu verringern.<sup>3)</sup>

Um die Michelson'sche Hypothese, dass auch bei einem *festen* Körper die Geschwindigkeiten der Molecüle nach dem Maxwell'schen Gesetze verteilt sind, zu vermeiden, benutzt Wien ein *Gas* als strahlenden Körper, dessen Strahlung er dadurch zur schwarzen macht, dass er es in einen Hohlraum mit vollkommen spiegelnden Wänden einschliesst. Bei der Berechnung der schwarzen Strahlung wird aber irrtümlich das im Hohlraum strahlende Gas wie ein *freistrahrendes* behandelt, indem diejenigen Veränderungen vollkommen vernachlässigt

1) W. Michelson, Journ. Soc. Phys.-chim. russe 19. p. 79. 1887; Journ. de phys. (2) 6. p. 467—479. 1887; Phil. Mag. (5) 25. p. 425—435. 1888.

2) W. Wien, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1893. p. 55—62; Wied. Ann. 52. p. 132—165. 1894. Vgl. hierzu M. Thiesen, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 2. p. 67. 1900.

3) W. Wien, Wied. Ann. 58. p. 662—669. 1896.

werden, welche die Strahlung dadurch erleidet, dass sie im Hohlraume eingeschlossen ist. Nur durch diese von dem Einflusse der Absorption und Reflexion herrührenden Veränderungen verwandelt sich jede beliebige Strahlung — hier die des Gases — in diejenige des schwarzen Körpers. Wenn man statt des strahlenden Gases irgend einen anderen Körper, z. B. ein glühendes Platinblech, in den spiegelnden Hohlraum einführen würde, so würde man durch die Wien'sche Schlussfolgerung dazu gelangen, die Strahlung des schwarzen Körpers auch mit der des freistrahrenden Platins zu identificiren.

Bei der früheren Kritik<sup>1)</sup> dieses Verfahrens haben wir darauf hingewiesen, dass es bei der Gasstrahlung im spiegelnden Hohlraum unzulässig ist, die Strahlungsenergie  $E_\lambda$  der Anzahl der Molecüle proportional zu setzen, welche Strahlen der Wellenlänge  $\lambda$  aussenden. Auf diesen Einwurf antwortet Wien<sup>2)</sup>: „dass die Anzahl der Molecüle durch den zweiten Hauptsatz notwendig wird, weil die Irreversibilität und damit die Herstellung des Wärme Gleichgewichtes nur erst durch das Zusammenwirken einer grossen Anzahl von Molecülen hervorgerufen wird. Bei einer geringen Anzahl würde sich überhaupt kein Gleichgewichtszustand der Strahlung herstellen.“

Diese Motivirung trifft jedoch nicht den erhobenen Einwand. Denn selbst wenn man zugiebt, dass die Anwendung des zweiten Hauptsatzes eine grosse Anzahl von Molecülen verlangt, so lässt sich damit doch unmöglich die der Kirchhoff'schen Hohlraumtheorie widersprechende Wien'sche Hypothese rechtfertigen, dass die Strahlungsenergie des Gases im spiegelnden Hohlraum *proportional der Anzahl der Molecüle* ist. Diese Annahme hat höchstens für ein *freistrahrendes* Gas einen Sinn.

Die Uebertragung der Michelson'schen Hypothesen von einem festen Körper auf ein Gas muss daher als missglückt angesehen werden. Die weitere Wien'sche Herleitung kann somit höchstens unter der auch von Michelson gemachten Annahme aufrecht erhalten werden, dass das Maxwell'sche

---

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 1. p. 31. 1899.

2) W. Wien, Ann. d. Phys. 3. p. 536. 1900.

Gesetz direct auf die Molecüle des *freistrahenden* schwarzen Körpers anwendbar ist.

3. Um dem unbekannten Einfluss Rechnung zu tragen, welchen die Strahlung eines jeden Molecüls durch die Gesamtheit der übrigen Molecüle und durch die Absorption im strahlenden Körper erfährt, setzt Michelson die Strahlungsenergie auch noch einer Function  $f(T)$  proportional. Durch Einführung dieses aus kinetischen Vorstellungen nicht herleitbaren Factors verlässt Michelson den rein kinetischen Boden, auf dem seine übrigen Hypothesen stehen. Ausserdem ist die Michelson'sche Formel nicht eindeutig, sondern sie enthält noch unbestimmte Parameter. Es erschien daher als ein grosser Vorzug der Wien'schen Herleitung, dass sie ohne die genannte Hypothese zu einer eindeutigen Spectralgleichung zu gelangen schien.

Aber die Einfachheit der Wien'schen Herleitung ist nur eine scheinbare; denn auch Wien hat wie Michelson, ohne freilich darauf hinzuweisen, einen Factor  $f(T)$  bei seiner Herleitung benutzt. Er hat nämlich stillschweigend im Maxwell'schen Ausdruck für die Anzahl der Molecüle gleicher Geschwindigkeit den Factor  $T^{-3/2}$  weggelassen, oder was dasselbe ist, den bei richtiger Anwendung des Maxwell'schen Gesetzes sich ergebenden Ausdruck mit der Function  $f(T) = T^{+3/2}$  multiplicirt. Hätte Wien diesen Factor beibehalten, so wäre er zu der unbrauchbaren Spectralgleichung

$$E = C(\lambda T)^{-3/2} \lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}}$$

gelangt, nach welcher die Energie einer jeden Wellenlänge mit steigender Temperatur abnehmen würde. Diese von uns festgestellte Thatsache<sup>1)</sup> erkennt Wien vollkommen an, erklärt aber, dass er bei seiner Herleitung die Begründung für die Fortlassung des Factors  $T^{-3/2}$  nicht gegeben habe, „weil dieselbe ausserordentlich einfach ist.“ Ausserdem betont er, dass das Fortlassen von  $T^{-3/2}$  keine neue Hypothese involvire, vielmehr durch die thermodynamischen Gesetze gefordert werde.

Die Annahme, dass die Energie einer Wellenlänge mit steigender Temperatur nicht abnehmen darf, ist allerdings

1) O. Lummer u. E. Jahnke, Ann. d. Phys. 3. p. 286. 1900.

einfach. Aber diese Annahme genügt keineswegs, um das Fortlassen von  $T^{-3/2}$  als „wohlbegründet“ erscheinen zu lassen.

Eine solche Begründung ist vielmehr unmöglich, da dieses Fortlassen nicht nur willkürlich ist, sondern mit der Einführung einer *weiteren, durch die Erfahrung widerlegten, Hypothese* gleichbedeutend ist. Der Bedingung, dass  $E$  mit wachsendem  $T$  nicht abnehme, wird schon genügt durch Einführung der *unbestimmten* Function  $f(T)$ . Diese führt aber zu folgendem Specialfall der Lummer-Jahnke'schen Gleichung

$$E = C T^{5-\mu} \lambda^{-\mu} e^{-\frac{c}{\lambda T}},$$

wo der unbestimmte Exponent  $\mu$  jede positive Zahl gleich oder kleiner als 5 bedeutet. Will man zu einer *bestimmten* Spectralgleichung gelangen, so muss man mit Hülfe einer *neuen* Hypothese den Wert von  $\mu$  specialisiren. So geht die allgemeine Formel für  $\mu = 5$  in die Wien'sche über. Diese Specialisirung von  $\mu$  ist identisch mit der Hypothese

$$\lim_{T=\infty} E = \text{endlich.}$$

Gegen diese Hypothese aber spricht die Erfahrung, denn die Versuche von Rubens und Kurlbaum für lange Wellen zeigen, dass die von der Wien'schen Gleichung für jede Wellenlänge geforderte *endliche* Grenze der Strahlungsenergie:

$$\text{const.}/\lambda^5$$

schon bei mässigen Temperaturen überschritten wird.

Benutzt man statt dieser Hypothese die von der Erfahrung besser gestützte Beziehung

$$[\lim E = \text{const. } T]_{T=\infty},$$

so wird in der obigen Lummer-Jahnke'schen Gleichung  $\mu = 4$ , und man erhält aus ihr die Rayleigh'sche Formel<sup>1)</sup>

$$E = C T \lambda^{-4} e^{-\frac{c}{\lambda T}}.$$

Da auch diese keine allgemeine Gültigkeit hat, so sieht man, dass der von Michelson eingeschlagene Weg überhaupt zu keiner allgemein gültigen Spectralgleichung führt.

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 49, p. 539. 1900.

4. Gegenüber den Worten Wien's<sup>1)</sup>: „Weshalb dadurch (es ist das Fortlassen von  $T^{-3/2}$  gemeint) der physikalische Sinn des Maxwell'schen Verteilungsgesetzes verloren gehen soll, habe ich nicht verstehen können“, werde ausserdem darauf hingewiesen<sup>2)</sup>, eine wie untergeordnete Rolle bei der Wien'schen Herleitung die von ihm als erforderlich genannten Hypothesen spielen. Wien wäre zu seiner Spectralgleichung auch gelangt, wenn er einfach die Strahlungsenergie proportional dem Factor

$$e^{-\frac{q(\lambda)}{T}}$$

gesetzt und zur Bestimmung der unbekannten Functionen das Stefan'sche Gesetz, das Wien'sche Verschiebungsgesetz und die Hypothese

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E = \text{endlich}$$

hinzugenommen hätte. Dieser Factor hat aber offenbar nur noch eine weitläufige Verwandtschaft mit dem Maxwell'schen Verteilungsgesetz. Die Herleitung der Wien'schen Spectralgleichung entbehrt somit des theoretischen Charakters.

Wir fassen zum Schluss unsere Bemerkungen dahin zusammen, dass Wien's Erwiderung nicht geeignet ist, unsere Einwände zu entkräften, und dass die Wien'sche Herleitung auch nicht für das Gebiet der kurzen Wellen aufrecht erhalten werden kann. Aber auch wenn Wien's Spectralgleichung das wahre Gesetz der schwarzen Strahlung für alle Werte von  $\lambda$  und  $T$  darstellen würde, hätte man kein Recht, auf die Gültigkeit der zu Grunde gelegten Hypothesen zu schliessen, da diese nur eine untergeordnete Rolle bei der Herleitung spielen.

1) W. Wien, *Ann. d. Phys.* **3.** p. 537. 1900.

2) Vgl. O. Lummer u. E. Jahnke, *l. c.* p. 290 u. 296.

(Eingegangen 12. December 1900.)