

9. *Bestimmung der Dielektricitätsconstanten
von Krystallen mit elektrischen Wellen;
von W. Schmidt.*

Die von Boltzmann¹⁾, Curie²⁾ und Grätz u. Fomm³⁾ angegebenen Methoden zur Bestimmung der Dielektricitätsconstanten von Krystallen erfordern entweder ziemlich ausgedehnte Krystalschnitte oder mit grosser Genauigkeit hergestellte geometrische Körper (Kugeln, bez. Scheiben oder Stäbchen) aus bestem, von Sprüngen und Zwillingsbildungen freiem Material. Bei verhältnismässig wenigen Krystallen wird man nun einer dieser Bedingungen genügen können und, wenn es möglich ist, meistens nur mit erheblichen Schwierigkeiten. Dagegen ist man bei einem grossen Teil von Mineralien in der Lage, aus *einem* Krystalle verschieden orientirte Plättchen von ca. 1 mm Dicke und mindestens 25 mm² Oberfläche herauszuschneiden. Bei derartig geringer Materialmenge die Dielektricitätsconstanten mit relativ grosser Genauigkeit zu bestimmen, gestattet die von Drude⁴⁾ ausgearbeitete Methode mit Hilfe elektrischer Wellen. Sie ist in Verbindung mit einem von Starke⁵⁾ angegebenen Verfahren von Loewe⁶⁾ bereits zur Bestimmung des dielektrischen Verhaltens verschiedener Glassorten benutzt worden.

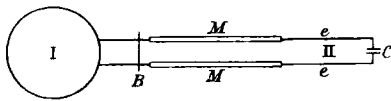


Fig. 1.

Das Princip der beiden erwähnten Methoden ist kurz das folgende. — Der Secundärstromkreis II (vgl. Fig. 1) besteht aus dem Kondensator *C* und den beiden Drähten *ee*, die sich

1) L. Boltzmann, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 68. p. 81. 1873.

2) J. Curie, Ann. de Chim. et phys. 6. Serie 17. p. 385. 1889.

3) L. Grätz u. L. Fomm, Wied. Ann. 53. p. 85. 1894; vgl. R. Fellienger, Ann. d. Phys. 7. p. 333. 1902.

4) P. Drude, Zeitschr. f. physik. Chem. 33. p. 282. 1897; Wied. Ann. 61. p. 466. 1897.

5) H. Starke, Wied. Ann. 60. p. 629. 1897.

6) F. Loewe, Wied. Ann. 66. p. 390. 1898.

posaunenartig in den Röhren MM verschieben lassen.¹⁾ Der Secundärkreis II wird mit dem Primärkreis I in Resonanz stehen, wenn das Product aus Capacität und Selbstinduction ein ganz bestimmtes ist. Vergrössert man also die Capacität von C , so wird man seine Selbstinduction verkleinern, d. h. die Drähte ee weiter in MM hineinschieben müssen. Die Verschiebung kann an einem passend angebrachten Maassstab

A Condensator mit Aichflüssigkeiten gefüllt.

B Condensator mit Aichflüssigkeiten und Krystallplatten gefüllt.

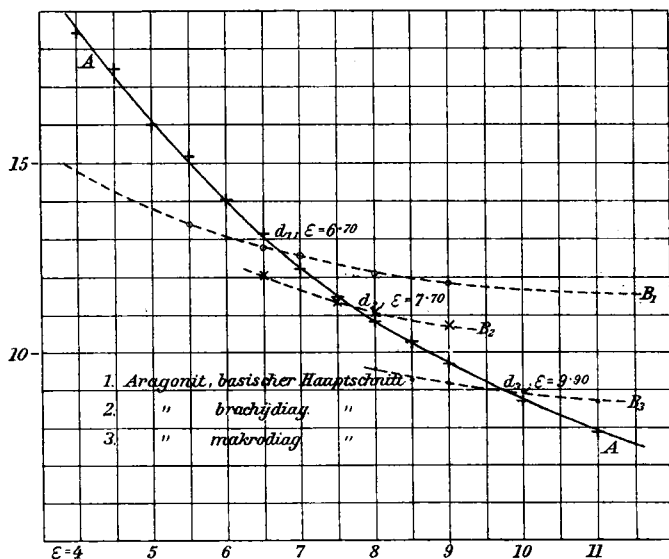


Fig. 2.

abgelesen werden. — C ist ein Glaskölbchen mit gegenüberstehenden kreisförmigen Elektroden. Füllt man nun in C verschiedene Flüssigkeiten von bekannten Dielektricitätsconstanten, so lässt sich der Zusammenhang zwischen den Verschiebungen von ee und den Dielektricitätsconstanten durch die Curve A darstellen (vgl. Fig. 2), wo die Abscissen die Grössen der Dielektricitätsconstanten, die Ordinaten die auf dem Maassstabe abgelesenen Zahlen bedeuten. Bringt man jetzt nun zwischen die Condensatorplatten einen beliebig gestalteten Körper und

1) Ausführlicheres vgl. P. Drude, l. c.

beschießt das Glaskölbchen der Reihe nach mit denselben Flüssigkeiten, so wird die Curve *A* in die Curve *B* übergehen. Anfänglich wird die Curve *B* sich unter *A* befinden: der eingeschobene Körper vergrößert also die Capacität; später wird *B* über *A* sein: die Capacität ist kleiner wie vorher. Im Punkte *d* schneiden sich beide Curven: an dieser Stelle verändert der eingeschobene Körper die Capacität des Flüssigkeitscondensators nicht, d. h. seine Dielektricitätsconstante ist so gross wie die der umgebenden Flüssigkeit. Die Festlegung eines einzelnen Punktes von *A* oder *B* wird mehr oder weniger ungenau sein, da das zum Nachweise der elektrischen Resonanz benutzte Maximum im Aufleuchten einer sogenannten Zehnderröhre nicht mit grosser Sicherheit zu bestimmen ist, auch wenn man das Mittel aus vielen Ablesungen nimmt. Diese Unsicherheit in der Lage der einzelnen Punkte wird sich beim Ausziehen der ganzen Curven sehr verringern, sodass die Genauigkeit ca. 1—1,5 Proc. beträgt. Da wir nun *d* als Schnittpunkt zweier Curven finden, die jede bis auf mindestens 1,5 Proc. genau sind, so wird der Fehler in den Schlussresultaten im ungünstigsten Falle 3 Proc. betragen. *d* selbst wird sich um so sicherer bestimmen lassen, je grösser der Winkel zwischen *A* und *B* ist, d. h. je besser der untersuchte Körper den Raum zwischen den Condensatorplatten ausfüllt. Denn wird z. B. eine sehr dünne Platte eingeschoben, so wird diese die Capacität kaum verändern; die Curve *B* wird also sehr wenig von *A* verschieden sein, sodass die Lage des Schnittpunktes schlecht zu erkennen ist.

Auf diese Weise findet man die Dielektricitätsconstanten ohne jede Rechnung lediglich durch Betrachtung der empirisch gefundenen Curven. Es ist dies deshalb von grossem Vorteil, weil man bei alleiniger Benutzung der *abgelesenen* Zahlen, wie es Loewe¹⁾ machte, die diesen anhaftende Unsicherheit aus der Rechnung nicht eliminiren kann.

Ursprüngliche Versuchsanordnung. (I.)

Benutzt wurde der von Drude²⁾ ausführlich beschriebene Apparat unter Einschaltung eines Teslatransformators, wie dies

1) F. Loewe, l. c.

2) P. Drude, l. c.

kürzlich angegeben wurde.¹⁾ (Inductorium von 10 cm Schlagweite; Primärspule des Teslatransformators 6 Windungen von 12 cm Durchmesser; Secundärspule 270 Windungen von 6,5 cm Durchmesser; Leydener Flasche 6,5 cm Durchmesser,

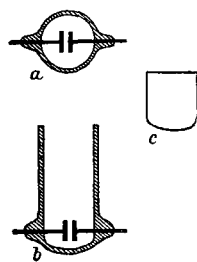


Fig. 3.

10,5 cm Höhe der Belegungen, 2,5 mm Glasdicke.) Für die Präparate mit grösseren Dielektricitätsconstanten war es praktischer, die Verhältnisse des Apparates zu vergrössern. Der Oscillator hatte dann 8,5 cm Durchmesser; die Röhren *MM* waren dementsprechend verlängert. — Die Condensatoren (Fig. 3) waren Glaskölbchen mit eingeschmolzenen kreisförmigen Platinelektroden von 5 bez. 4 mm Durchmesser, die sich in 1,2 mm Entfernung

parallel gegenüberstanden. — Die verschiedenen Oscillatoren und Condensatoren wurden jeweilig so gewählt, dass sich die gesuchte Dielektricitätsconstante auf dem mittleren Teile der Curve *A* ablesen liess, weil dann der procentualische Fehler am geringsten ist (den Grund vgl. Drude, l. c. p. 289).

Abgeänderte Versuchsanordnung. (II.)

Der durch die Anwendung grösserer Oscillatoren erlangte Vorteil war nicht bedeutend, da wohl die Ordinatenpunkte der Curve *A* und *B* in Fig. 2 etwas weiter auseinander rückten, dafür aber die Maxima im Aufleuchten der Zehnderöhre unsicherer zu bestimmen waren, weil diese über ziemlich grosse Verschiebungen hin ansprach. Ausserdem waren für grosse Dielektricitätsconstanten die Unterschiede immerhin noch verhältnismässig klein; betrugen sie doch z. B. bei dem Kölbchen mit kleinen Elektroden (4 mm Durchmesser) für die Dielektricitätsconstante 40 und 80 nur ca. 13 mm. Schliesslich war die Benutzung grösserer Oscillatoren recht umständlich, da jedesmal die Dimensionen des ganzen Apparates geändert werden müssen. Und Kölbchen von noch geringerer Capacität anzuwenden ging deshalb nicht an, weil dann der grösste Teil der Kraftlinien die Platten nicht mehr senkrecht

1) P. Drude, Zeitschr. f. phys. Chem. **40**, p. 635. 1902; Ann. d. Phys. **8**, p. 336. 1902.

durchsetzt hätte und dadurch uncontrolirbare Fehler in die Messungen hineingekommen wären.

Eine Methode nun ähnlich der, wie sie neuerdings von Drude¹⁾ zur Bestimmung von Selbstinductionen angewandt wurde, vermied die erwähnten Nachteile: bei Gebrauch ein und desselben Condensators liess sich die benutzte Wellen-

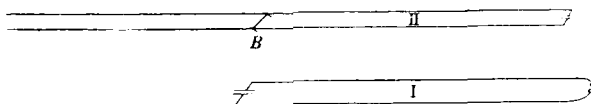


Fig. 4.

länge bequem variiren, ohne dass die Schärfe der Resonanz herabgemindert wurde. Die Methode beruht darauf, dass der Secundärkreis II mit dem darunter befindlichen Primärkreis I durch Verschieben der Metallbrücke *B* in Resonanz gebracht wird (vgl. Fig. 4).

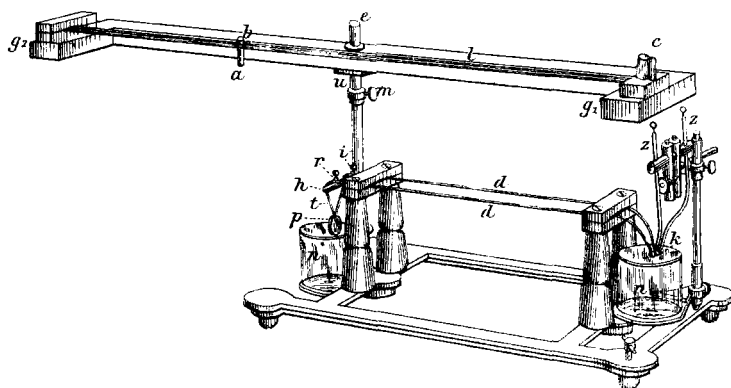


Fig. 5.

Der zu den Versuchen angefertigte Apparat hat folgende Dimensionen (vgl. Fig. 5).²⁾ Die beiden 35 cm langen, 1,5 mm dicken Kupferdrähte *dd* laufen horizontal in einem Abstände von 3,5 cm parallel nebeneinander her. An ihrem einen

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 298. 1902.

2) Der Apparat wird vom Mechaniker W. Schmidt in Giessen angefertigt.

Ende sind sie etwas nach unten zusammengebogen und endigen in Messingkugeln k von 5 mm Durchmesser, an ihrem anderen Ende laufen sie in 1,6 cm lange Röhrchen r von 1,5 mm lichter Weite aus. In seitlich angebrachte Löcher der Messingkugeln k ragen die beiden nach oben gehenden Kupferdrähte zz hinein, die an zwei durch eine Feder verbundene Hartgummistücke befestigt und gegeneinander mit einer Mikrometerschraube verschiebbar sind. Durch diese Kupferdrähte zz wird die elektrische Zuleitung besorgt und gleichzeitig die Entfernung der Kugeln k regulirt. In die Röhrchen r passen zwei Kupferdrähte t hinein, die nach unten rechtwinklig umgebogen und an ihrem anderen Ende auf Kupferscheiben p von 15 bez. 25 mm Durchmesser gelötet sind. Die Drähte t stecken fest in dem Hartgummistück h und werden so in passender Entfernung gehalten; in den Röhrchen r werden sie durch die kleinen Schrauben i befestigt. Die Kupferscheiben p stehen sich parallel gegenüber; ihr Abstand kann durch Verbiegen der Drähte t leicht geändert werden. Sie ragen, gerade wie die Messingkugeln k , in einen mit Petroleum gefüllten Glasnapf n hinein.

Der Secundärkreis besteht aus dem Condensator c und einer Paralleldrahtleitung l von 70 cm Länge in 2 cm Abstand. Die 2 mm starken Kupferdrähte sind durch Zwischenschaltung von Hartgummistücken auf einem Holzrahmen befestigt, der durch die Hülse u an dem 25 cm langen Messingstabe e hinauf- und herabgeschoben und mit der Klemmschraube m befestigt werden kann. Der Messingstab e ist so mit dem Untergestell der Primärleitung verbunden, dass sich die Secundärleitung l mit ihrer einen Hälfte gerade über der Primärleitung dd befindet. — Die Kupferdrähte l sind auf der einen Seite in das Hartgummistück g_1 eingelassen und endigen in zwei mit Quecksilber gefüllten Löchern, in welche die Zuführungsdrähte des in einer Vertiefung sitzenden Condensators c hineinpassen (Anordnung wie bei Drude, l. c. p. 284 Fig. 5). Auf der anderen Seite klemmen sich die Drähte in zwei durch Holzschrauben aufeinandergepresste Hartgummileisten g_2 . Die Länge der wirksamen Drahtleitung (Selbstinduction!) wird durch den Drahtbügel b variirt, dessen Verschiebung an einem vor den Drähten befindlichen Maass-

stabe abgelesen wird.¹⁾ Zur bequemen Handhabe ist unten an den Bügel *b* ein Hartgummigriff *a* angebracht, der durch seine Schwere noch ein festes Aufliegen des Bügels bewirkt.

Drei Plattenpaare *p* zur Veränderung der Primärschwingung wurden benutzt: das erste mit Platten von 15 mm Durchmesser in 10 mm Abstand, das zweite mit Platten vom selben Durchmesser in 1,5 mm Abstand, das dritte mit Platten von 25 mm Durchmesser in 0,8 mm Abstand. Man richtete es am besten so ein, dass die wirksame Secundärleitung nicht viel kürzer wurde als die primäre; sonst wurde die Intensität der Secundärschwingung geringer und man musste die Secundärleitung näher an die Primärleitung heranschieben. Der zumeist benutzte Abstand der beiden Leitungen betrug 10 bis 12 cm. Kleiner als 4 cm konnte man ihn nicht machen, da sonst die Primärleitung direct auf die Zehnderröhre wirkte. Diese lag auf der Secundärleitung in ca. 10 cm Entfernung vom Condensator *c* aus auf.

Beim Arbeiten mit den grösseren Plattenpaaren reichte die bei der „ursprünglichen Versuchsanordnung“ benutzte Tesla-transformation nicht aus. Es wurde dann ein Inductorium mit 15 cm Schlagweite genommen, die Primärspule der Tesla-transformation hatte sechs Windungen von 16 cm Durchmesser, die Secundärspule 98 Windungen von 10 cm Durchmesser, die Leydener Flasche 11,5 cm Durchmesser, 20 cm hohe Belegungen und 5 mm Glasdicke.

Bei der Anordnung II ist wegen der schwachen magnetischen Koppelung die Resonanz viel ausgeprägter, wie bei der zuerst beschriebenen. Denn wenn früher 10—12 einzelne Ablesungen zur Erreichung eines brauchbaren Mittelwertes nötig waren, genügten jetzt deren 3—5. Natürlich wurde dadurch die Schnelligkeit im Arbeiten bedeutend gefördert, während die procentualische Genauigkeit mindestens dieselbe blieb, für die grösseren Dielektricitätsconstanten eher noch besser wurde.

1) Dieser Maassstab ist der Deutlichkeit halber in Fig. 5 weggelassen.

Aichflüssigkeiten und Krystallplatten.

Als Aichflüssigkeiten wurden benutzt Benzol-Aceton- und Aceton-Wassermischungen mit den Dielektricitätsconstanten 2,26, 3, 3,5, 4, 4,5 . . . 10, 11, 12 . . . 20,5, 25, 30 . . . 80,9. — Die Mischungsverhältnisse wurden nach den von Drude¹⁾ angegebenen Tabellen bez. Curven berechnet. — Die Aichflüssigkeiten wurden in gut verschlossenen Glasfläschchen aufbewahrt und nach dem Gebrauch weggeschüttet, damit nicht durch das schnellere Verdampfen des Acetons ihre procentualische Zusammensetzung geändert würde.

Die Krystallplatten, welche grösstentheils schon vor vier Jahren für das Physikalische Institut in Leipzig hergestellt waren und für deren Ueberlassung ich Hrn. Prof. Wiener an dieser Stelle meinen besten Dank sagen möchte, hatten eine Dicke von 0,5—1,2 mm²⁾; ihre Grösse schwankte von Stückchen mit etwa 25 mm² Oberfläche bis zu Präparaten, die sich gerade noch in das Kölbchen zwischen die Condensatorplatten einführen liessen. Wie gesagt, kommt es auf ihre Grösse nicht sehr an, wenn auch Schnitte, wie in Fig. 3 c angegeben, vorzuziehen sind. — Die Festlegung der Curve *B* (vgl. Fig. 2) in ihrer ganzen Ausdehnung war nicht nötig; es genügte meist, von *d* aus auf jeder Seite 2—3 Punkte zu bestimmen. — Durch die vorhandenen 4—6 Punkte liess sich dann gut eine Curve hindurchlegen, zumal man bei einiger Uebung an der Dicke und Grösse der Platte einen Anhaltspunkt dafür hatte, ob sich die Curve *B* viel oder wenig von *A* entfernen musste.

Sämtliche Beobachtungen geschahen in einem Zimmer mit annähernd constanter Temperatur ($\vartheta = 19^\circ$).

Krystallplatten mit sehr hoher Dielektricitätsconstante.

Da man die Dielektricitätsconstanten der Aichflüssigkeiten zwischen 1 und 80,9 variiren kann, ist unsere Methode ohne weiteres auf alle festen Substanzen mit den Dielektricitätsconstanten zwischen denselben Grenzen anwendbar. Für feste

1) P. Drude, l. c. p. 313.

2) Natürlich lassen sich, wenigstens nach der zweiten Methode, auch Platten von ganz geringer Dicke untersuchen (z. B. Dünnschliffe).

Körper mit grösserer Dielektricitätsconstante als 80,9 versagt sie dagegen. Für Rutil parallel und senkrecht zur optischen Axe und für Pyromorphit parallel zur Axe ergaben sich nun die Dielektricitätsconstanten grösser als die von Wasser. Für Rutil, \perp -Axe, dessen Dielektricitätsconstante nicht viel grösser als 81 ist, konnte man sich insofern helfen, dass man die Curven A und B_1 in Fig. 6 bis zu ihrem wahrscheinlichen Schnittpunkte verlängerte. Es ergab sich so als Mittelwert

A Condensator mit Aichflüssigkeiten gefüllt.

B Condensator mit Aichflüssigkeiten und Krystallplatten gefüllt.

C Condensator II mit Aichflüssigkeiten gefüllt.

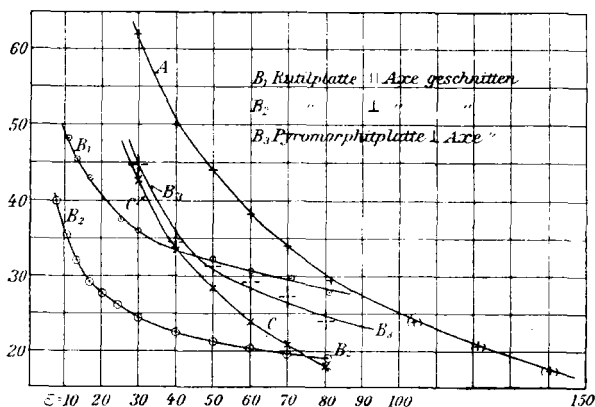


Fig. 6.

aus drei ganz unabhängigen Versuchen der Wert $\varepsilon = 89$. Bei den beiden anderen Präparaten ging es nicht mehr an, aus den Verlängerungen der Curven A und B die Schnittpunkte zu bestimmen, da man für den weiteren Verlauf von A und B keinen Anhaltspunkt hatte. Den weiteren Verlauf von A kann man nun aber durch folgende Ueberlegung ermitteln. Hat man einen Condensator (Condensator II in Fig. 6) von grösserer Capacität als den benutzten, so wird dessen Aichcurve C unter A liegen. Die Capacitäten der beiden Condensatoren werden in einem bestimmten Verhältnis a stehen, das, wie durch vielfache Versuche nachgewiesen wurde, nahezu unabhängig von der Dielektricitätsconstante der Füllungen ist. Kennt man nun a , so kann man aus der Curve C die Curve A

construiren, indem man die zu C gehörigen Ordinaten ungeändert lässt, dagegen die Abscissen mit d multiplicirt. Mit anderen Worten: wenn der Hilfscondensator mit einer Flüssigkeit von der Dielektricitätsconstante ϵ gefüllt eine bestimmte Einstellung der Brücke b (Fig. 5) ergibt, so bekommt man dieselbe Einstellung, wenn der sonst benutzte Condensator mit einer Flüssigkeit von der Dielektricitätsconstante $\epsilon \cdot a$ gefüllt ist. Auf diese Weise kann man sich A bis zur Dielektricitätsconstante $80,9 \cdot a$, in unserem Falle $80,9 \cdot 1,75 = 141$ verlängern. Ein bestimmter Punkt dieser Curve wird jetzt

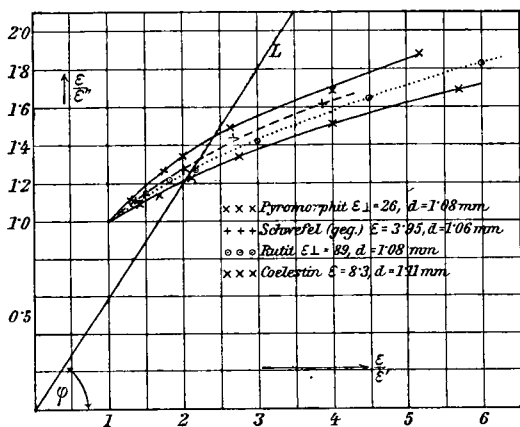


Fig. 7.

nun dieselbe Ordinate haben, wie der äusserste Punkt der Curve B_2 , d. h. die beiderseitige Capacität ist dieselbe und die Platte hat eine Dielektricitätsconstante *mindestens* so gross, wie sie dem betreffenden Punkte der Curve A zukommt.

Die noch vorzunehmende Correction kann man durch folgende Ueberlegung ermitteln. Umgibt man eine Krystallplatte von der Dielektricitätsconstante ϵ in dem Condensator c mit einer Flüssigkeit von der Dielektricitätsconstante ϵ' , so wird die Capacität von c so gross, als ob er ganz mit einer Flüssigkeit von der Dielektricitätsconstante ϵ'' beschickt wäre. Aus den Curven A und B der Figg. 2 und 6 kann man jetzt nun die zusammengehörigen ϵ/ϵ' und ϵ/ϵ'' bestimmen und als Abscissen und Ordinaten in ein Coordinatensystem eintragen (Fig. 7). Die so für verschiedene Platten erhaltenen Curven

werden natürlich sämtlich durch den Punkt (1,1) hindurchgehen, sie sind, wie durch zahlreiche Versuche nachgewiesen wurde, so gut wie unabhängig von ϵ , dagegen in hohem Maasse abhängig von der ganzen Gestalt der Platten. Wie leicht einzusehen, wird die Curve einer Platte, die den Raum zwischen den Condensatorplatten möglichst gut ausfüllt, ziemlich flach verlaufen, während die Curven kleinerer Platten steiler geneigt sind. Zu zwei Platten von geometrisch gleicher Gestalt wird ein und dieselbe Curve gehören. Berücksichtigt man nun noch, dass der Winkel φ zwischen einer durch den Coordinatenanfangspunkt gezogenen Geraden L und der Abscissenaxe gegeben ist durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\epsilon'}{\epsilon''},$$

so kann man bei bekannten ϵ' und ϵ'' einer Krystallplatte von unbekanntem ϵ den Schnittpunkt von L mit den Curven bestimmen, die zu Platten von bekannter Dielektricitätsconstante gehören. Hat nun eine der letzteren Platten dieselbe geometrische Form, wie die zu untersuchende, so braucht man nur noch die Ordinate (Abscisse) des Schnittpunktes mit ϵ'' (ϵ') zu multipliciren, um das unbekannte ϵ zu finden.

Natürlich wird dieser Wert durchaus nicht so genau, wie die direct gefundenen. Namentlich macht es Schwierigkeiten, zwei Platten von genau derselben Gestalt herauszufinden. Immerhin wird der Fehler kaum mehr als 10 Proc. betragen.

Die zu untersuchende Rutilplatte \perp zur optischen Axe geschnitten war 1,08 mm dick und hatte ziemlich unregelmässige Begrenzung. Es wurde deshalb von ihr mit Hülfe einer Gipsmatrize ein Abguss aus Schwefel hergestellt und die so erhaltene etwas dickere Platte sorgfältig abgeschliffen. Die Dicke betrug nach dem Schleifen 1,06 mm, also nur etwas weniger, wie die der Rutilplatte. Dieser ähnelte in der Form sehr die andere Rutilplatte (\parallel Axe geschnitten), doch wurde diese wohl von etwas mehr Kraftlinien durchsetzt. Deshalb wurde der Mittelwert der Schnittpunkte von L mit den beiden Curven in Fig. 7 genommen, nämlich

$$\frac{\epsilon}{\epsilon''} = 1,3, \text{ bez. } \frac{\epsilon}{\epsilon'} = 2,15,$$

wo ϵ'' bez. ϵ' aus Fig. 6 zu 133 bez. 80,9 hervorgingen. *Es ergab sich dann als Dielektricitätsconstante in Richtung der Axe $\epsilon_{||} = 173$.* — Die beiden anderen Curven der Fig. 7 gehören zu einer Pyromorphitplatte (\parallel Axe geschnitten), die etwas schmaler ist, als die beiden Rutilplatten, und zu einer Cölestinplatte, die den Raum zwischen den Condensatoren sehr gut ausfüllte. — Eine Pyromorphitplatte \perp zur Axe geschnitten konnte leider auf diese Weise nicht untersucht werden, da sie zu klein war und den Raum zwischen den Elektroden nur unvollständig ausfüllte. Ausserdem war es unmöglich, sie stets in genau gleicher Weise zwischen die Elektroden zu bringen, wie dies schon aus der unregelmässigen Verteilung der Curvenpunkte B_3 in Fig. 6 hervorgeht. Der in der später folgenden Tab. 2 angegebene Wert 150 soll mehr den Charakter der Grössenordnung haben.

Zusammenstellung der Resultate.

Die dritte Columnne der folgenden Tabellen zerfällt in zwei Unterabteilungen. In der mit I überschriebenen Zeile stehen die Resultate der ursprünglichen, in der mit II überschriebenen die der abgeänderten Versuchsanordnung. In der vierten Columnne sind zum Vergleich die Brechungsindices der Substanzen für Na-Licht angegeben und zwar in der Ordnung, bez. mit derartiger Indexbezeichnung, dass die Quadratwurzel der Dielektricitätsconstanten nach der Maxwell'schen Regel mit dem entsprechenden Brechungsindex übereinstimmen müssten. Die Brechungsexponenten sind mit dem Zeiss'schen Krystallrefractometer ermittelt oder, falls die Bestimmung so wegen schlechter Oberflächenbeschaffenheit oder zu hohem Brechungsverhältnis nicht möglich war, bekannten mineralogischen Werken entnommen (*). Von den „anderen Beobachtern“ der fünften Columnne kommen in Betracht:

J. Curie, l. c. (C.)

R. Fellinger, l. c. (F.)

L. Boltzmann, l. c. (L. B.)

H. Starke, l. c. (S.)

Ch. Borel, Arch. phys. et. nat. (3) 30, p. 131. 1893 (C. B.).

Tabelle 1.
Reguläre Krystalle.

Krystalle	Farbe etc.	ϵ		μ	ϵ And. Beob.
		I	II		
Steinsalz	völlig klar	5,50	5,60	1,5441	5,85 (C.) 6,29 (S.)
Sylvin	völlig klar	4,65	4,75	1,5900	4,94 (S.)
Flussspat	leicht getrübt	6,70	6,70	1,4340	6,80 (C.) 6,92 (S.)
Alaun	völlig klar	6,40	6,25	1,4558	6,40 (C.) 6,67 (S.)
Zinkblende	gelb, durchscheinend	7,74	7,85	2,369 (*)	—

Die Werte stimmen im allgemeinen gut mit denen von Curie und Starke erhaltenen überein. — Bei Steinsalz erklärt sich der Unterschied wohl durch die verschiedene Periode der Ladungsdauern. — Ausserdem wurden Bleiglanz und Pyrit untersucht; doch liess sich deren Dielektricitätsconstante wegen zu grosser Leitfähigkeit nicht bestimmen.

In der jetzt folgenden Tab. 2 sind in der dritten und fünften Columnne zwei Werte angegeben. Der obere bez. untere wurde aus Schnitten parallel bez. senkrecht zur optischen Axe ermittelt, giebt also den Wert der Dielektricitätsconstante senkrecht zur optischen Axe bez. in deren Richtung an. In der vierten Columnne steht dementsprechend der Brechungsindex des ordentlichen, bez. ausserordentlichen Strahles.

Wir sehen aus Tab. 2, dass im allgemeinen die optisch positiven (negativen) Krystalle auch dielektrisch positiv (negativ) sind. Eine Ausnahme machen Zirkon, Vesuvian und Pyromorphit. Gerade die beiden letztgenannten Mineralien ändern durch geringe Beimischung fremder Bestandteile leicht ihren optischen Charakter; bei Zirkon ist der Unterschied zwischen den beiden ϵ überhaupt nur äusserst gering. — Die gefundenen Werte stimmen mit denen anderer Beobachter bei Quarz und Kalkspat innerhalb der beiderseitigen Fehlergrenzen überein. Bei Turmalin und Beryll erklärt sich die Verschiedenheit durch die Fussnote, die Curie (l. c.) seinen Werten zufügt: „Werte sicher zu gross. Die Dielektricitätsconstanten ein und derselben Substanzen vermindern sich beträchtlich mit der Ladungsdauer.“ Aus diesem Grunde sind die entsprechenden Werte von Curie eingeklammert.

Tabelle 2.
Optisch einaxige Krystalle.

Krystall	Farbe etc.	ε_{\perp}	ε_{\parallel}	ν_0 ν_e	ε_{\perp} ε_{\parallel}	Andere Beob.
		I	II			
Vesuvian	{ durchsichtig, gelblich grün, von zahlreichen kl. Sprüngen durchsetzt }	8,45	8,30	1,722	—	—
		8,85	9,05	1,720 (*)		
Zirkon (Ceylon)	{ durchsichtig, an den zahlreichen kleinen Sprüngen und Rissen bräunlichgelb }	—	12,8	1,9239	—	—
		—	12,6	1,9682 (*)		
Rutil	{ metallisch glänzend, braunrot, mit inneren Reflexen }	—	89	2,6158	—	—
		—	173	2,9029 (*)		
Quarz	völlig klar {	4,36	4,32	1,5442	{ 4,49 (C.) 4,69 (F.) }	{ 4,73 (S.) }
		4,60	4,60	1,5534		
Beryll I	{ durchsichtig, schwachgrüngefärbt }	6,10	6,05	1,5764	{ (7,58) (C.) }	{ 7,44 (S.) ¹⁾ }
		5,50	5,50	1,5709		
Beryll II	{ durchsichtig, schwach blau gefärbt }	6,00	6,05	1,5731	{ (6,24) (C.) }	{ 7,85 (S.) ¹⁾ }
		5,50	5,55	1,5681		
Turmalin	{ hellgrün, durchsichtig }	6,80	6,75	1,6462	{ (7,10) (C.) }	{ 7,13 (F.) }
		5,53	5,65	1,6254		
Apatit	{ schwach lila gefärbt, stellenweise unrein }	9,50	9,50	1,632	—	—
		7,42	7,40	1,628		
Kalkspat (Island)	völlig klar {	8,65	8,50	1,6583	{ 8,48 (C.) 8,49 (F.) }	{ 8,54 (S.) }
		8,05	8,00	1,4864		
Dolomit (Traversella)	{ farblos, doch wegen der vielen kl. Risse nur durchscheinend }	7,75	7,80	1,6920	—	—
		6,60	6,80	1,5095 (*)		
Eisenspat (Siegen, Rheinprovinz)	{ durchscheinend, an den zahlreichen Sprungstellen braun }	7,82	7,90	starke neg.	—	—
		6,80	6,90	Doppelbr.		
Pennin	grün, durchsichtig {	—	—	1,577	—	—
		4,90	4,80	1,573		
Pyromorphit (Zschopau)	{ gelb, durchscheinend }	26,5	26,0	neg. Doppel-	—	—
		—	ca.150	brechung		

1) Hier sind wohl von Starke die beiden Richtungen verwechselt.

Tabelle 3.

Optisch zweiaxige Krystalle des rhombischen Krystallsystems.

Krystall	Farbe etc.	$\varepsilon_a \quad \varepsilon_b \quad \varepsilon_c$			$\nu_a \quad \nu_\beta \quad \nu_\gamma$			Andere Beobachter $\varepsilon_a \quad \varepsilon_b \quad \varepsilon_c$
		I	II					
Schwefel künstlich aus CS ₂	durchsichtig, gelb	3,55 3,80 4,63	3,62 3,85 4,60	1,9510 2,0375 (*) 2,2402	3,81 3,97 (L. B.) 4,77	3,59 3,89 ¹⁾ 4,60	3,65 3,85 (C. B.) 4,66	
Schwefel, gegoss. alt	schwefelgelb	3,90	3,90	—			3,60 (F.)	
„ „ frisch	gelblichbraun	4,00	3,95	—			4,00 (C.) 4,05 (F.)	
„ amorph.	braun	3,80	—	—			—	
Aragonit I (Herrngrund in Ungarn)	farblos	9,90 7,70 6,70	9,80 7,68 6,55	1,6803 1,6853 1,5298			9,14 — (F.) 7,13	
Aragonit II Drensteinfurt, West- falen)	farblos	10,00 7,80 6,60	9,80 7,70 6,55	1,6804 1,6852 1,5802			— — —	
Cerussit (Grube Friedrichs- segen)	farblos	25,5 22,8 20,0	25,4 23,2 19,2	2,0780 2,0763 (*) 1,8037			— — —	
Witherit	farblos, stellenweise mit Bleiglanz- einschlüssen	7,77 7,38 6,42	7,80 7,50 6,35	1,677 1,676 (*) 1,521			— — —	
Topas	durchsichtig, wein- gelb, mit vielen kl. Sprüngen	6,72 6,72 6,25	6,65 6,70 6,30	1,6320 1,6329 1,6394			— — 6,56 (C.)	
Baryt I	farblos, völlig klar	7,60 12,30 7,55	7,65 12,20 7,70	1,6480 1,6370 1,6360			7,13 11,91 (F.) —	
Baryt II	farblos, von zahl- reichen kl. Rissen durchsetzt	7,70 — 7,65	7,70 11,00 ²⁾ 7,73	— — —			6,97 10,09 (F.) 7,00	
Cölestin I	durchsichtig, doch mit wenigen fremden Einschlüssen	7,90 17,8 8,10	8,10 ³⁾ 18,5 ²⁾ 8,30	1,6309 1,6234 1,6217			— — —	
Cölestin II (Strontian)	durchsichtig, doch mit wenigen fremden Einschlüssen	— — —	7,70 18,50 8,30	1,6309 1,6234 1,6217			— — —	
Anhydrit (Stassfurt)	durchsichtig	— 5,70 6,36	— 5,60 6,35	1,6104 1,5794 1,5693			— — —	

1) Nach der Maxwell'schen Gleichung $\varepsilon = \nu^2$ mit Hülfe der Cauchy'schen Dispersionsformel berechnet. 2) Schlechtes Präparat benutzt. 3) Schnitt war nicht genau orientirt.

Zu den Starke'schen Zahlen ist zu bemerken, dass sie „nicht streng als die Dielektricitätsconstanten in den Richtungen \parallel und \perp zur Axe anzusehen sind.“¹⁾ Daher erklärt sich ihr relativ kleinerer Unterschied voneinander.

Der tetragonale Zinnstein (aus Altenburg im Erzgebirge) hat wie Bleiglanz und Pyrit eine zu grosse Leitfähigkeit.

In Tab. 3 entsprechen die drei untereinander stehenden Werte einem makrodiagonalen, brachydiagonalen und basischen Hauptschnitt. In der ersten Zeile steht also der Wert der Dielektricitätsconstante parallel der Brachyaxe a , in der zweiten parallel der Makroaxe b , in der dritten parallel der Verticalaxe c . Die krystallographischen Orientirung ist durchweg nach Dana²⁾ gewählt. Die Hauptbrechungsindices sind in entsprechender Weise geordnet.

Die dielektrischen Eigenschaften der zweiaxigen Krystalle stimmen im allgemeinen qualitativ *nicht* mehr mit den optischen überein. Nur bei Schwefel, Cerussit und Witherit gehört zur grössten (mittelsten, kleinsten) Dielektricitätsconstante auch der grösste (mittelste, kleinste) Brechungsindex. Interessant ist das Verhalten des Schwefels, der als *einzig*er der untersuchten Krystalle das Maxwell'sche Gesetz streng zu befolgen scheint. Wenigstens stimmen die berechneten und die gefundenen Werte ebenso wie bei Borel auffallend gut überein. — Baryt scheint, wie bereits Fellingner (l. c.) betont, dielektrisch einaxig in Richtung der Makrodiagonalen zu sein; der ähnliche Cölestin zeigt ebenfalls in Richtung der Makrodiagonalen einen auffallend grossen Wert, während die beiden anderen Constanten nicht sehr voneinander verschieden sind.³⁾ Auch die Carbonate Aragonit, Cerussit und Witherit zeigen in den entsprechenden krystallographischen Richtungen qualitativ dieselben dielektrischen Eigenschaften. — Topas scheint dielektrisch einaxig in Richtung der Verticalaxe zu sein. — Die Constanten der beiden Aragonitkrystalle stimmen gut mit-

1) l. c. p. 641, Anmerkung.

2) J. D. Dana, Descriptive Mineralogy, New-York 1892.

3) Hr. Prof. Dr. Brauns war so liebenswürdig, die richtige Orientirung dieser Schnitte zu prüfen. Ich spreche ihm dafür, wie für manchen anderen liebenswürdigen Rat, auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank aus.

einander überein; ebenso die der Baryt- und Cölestinkrystalle bei den einwandsfreien Schnitten. — Anhydrit zeigte in Richtung der Makroaxe deutliche Absorption; diese konnte bei den übrigen Präparaten nicht bestimmt nachgewiesen werden, wenn auch einige Krystalle, z. B. Kalkspat, Dolomit, Eisenspat die Helligkeit im Aufleuchten der Zehnderröhre ein wenig zu vermindern schienen.

Die Werte stimmen mit denen von Fellingner qualitativ überein.

In Tab. 4 sind die Resultate schiefer Schnitte vereinigt. In der zweiten Columnne ist die Lage des Schnittes angegeben, in der dritten der Winkel seiner Normalen mit den Hauptaxen; in der vierten die gefundenen Werte für ε , in der fünften die nach der Formel¹⁾:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\perp} \cos^2 \alpha + \varepsilon_{\parallel} \cos^2 \beta$$

bez.

$$\varepsilon = \varepsilon_a \cos^2 \alpha + \varepsilon_b \cos^2 \beta + \varepsilon_c \cos^2 \gamma$$

berechneten, wo die ε aus Columnne 3 der Tabellen 2 und 3 eingesetzt sind (mit Ausnahme von Schwefel, wo die aus der Maxwell'schen Gleichung $\varepsilon = \nu^2$ berechneten Werte benutzt sind).

Tabelle 4.

Schiefe Schnitte optisch ein- und zweiaxiger Krystalle.

Krystall	Schnitt	α	β	γ	ε gefunden		ε berechnet	
					I	II	I	II
Quarz	<i>P</i>	38° 13'	51° 47'	—	4,45	4,45	4,45	4,43
Kalkspat	Spaltstück	44 37	45 23	—	8,40	8,25	8,36	8,26
Schwefel	<i>P</i>	42 30	53 13	71° 40'	3,85	3,80	3,80	3,80
Baryt I	<i>d</i>	38 52	90	0 51 8	7,55	7,70	7,57	7,67
Cölestin II	<i>O</i>	90 0	38	0 52 0	—	14,7	—	14,6
	<i>M</i>	37 55	52	5 90 0	—	11,5	—	11,8
	Kante(<i>OP</i>)	90 0	63	10 26 50	—	10,4	—	10,4

1) Diese Formel ergibt sich durch Transformation der Maxwell'schen Differentialgleichungen.

Wir sehen, dass die vierte und fünfte Columnne gut, zum Teil vorzüglich miteinander übereinstimmen.

Von monoklinem Gips wurden fünf Schnitte untersucht, die in Tab. 5 vereinigt sind.

Tabelle 5.

Gips.

Bezeichnung	Orientirung des Schnittes	ϵ		ϵ And. Beob.
		I	II	
a	\perp Axe a (Klinodiagonale)	9,80	10,0	—
a'	\parallel Axe a , d. h. basisch. Pinakoïd	5,00	5,10	—
c	\perp Axe c (Verticale)	5,20	5,35	—
c'	\parallel Axe c , d. h. Orthopinakoïd	9,60	9,80	—
b	Spaltfläche, d. h. Klinopinakoïd (\perp Symmetrieaxe b)	5,10	5,20	6,33 (C.) 5,04 (S.)

Wir sehen, dass die Schnitte a und c' einerseits und $a'c$ und b andererseits ziemlich denselben Wert ergeben. Zeichnet man nun, wie dies in Fig. 8 geschehen, die Plattensenkrechten in ein rechtwinkliges Coordinatensystem ein, indem man a' mit

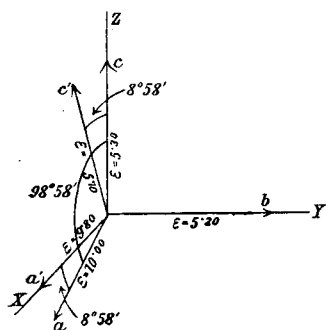


Fig. 8.

der X -Axe, b mit der Y -Axe, c mit der Z -Axe zusammenfallen lässt, so sieht man unmittelbar, dass die Dielektritätsconstante in Richtung a ein Maximum, in den dazu senkrechten Richtungen b und c' ein Minimum wird und in den anderen Richtungen mittlere Werte annimmt. Die Werte von b und c' unterscheiden sich noch dazu sehr wenig voneinander, sodass es fast den Anschein hat, als ob Gips

dielektrisch einaxig in Richtung der Klinodiagonalen ist. Natürlich könnte das nur mit Bestimmtheit behauptet werden, wenn noch weitere anders orientirte Schnitte untersucht würden. Immerhin bleibt es auffallend, dass die Dielektritätsconstante längs einer weder krystallographisch, noch optisch bevorzugten Richtung einen relativ so grossen Wert hat.

Zusammenfassung der Hauptresultate.

1. Die Maxwell'sche Regel $\epsilon = v^2$ ist allein beim Schwefel bestätigt; bei den anderen Krystallen nie numerisch und nur teilweise der Richtung nach.

2. Der Unterschied zwischen den Dielektricitätsconstanten desselben Krystalles nach verschiedenen Richtungen („elektrische Doppelbrechung“) ist oft sehr gross (z. B. beim Pyromorphit, Rutil, Gips ca. 50 Proc.).

3. Einige Krystalle (Rutil, Pyromorphit) zeigen bei äusserst geringer Leitfähigkeit auffallend hohe Werte der Dielektricitätsconstanten (z. B. 173 und 150).

4. Vergleicht man die vom Verfasser gefundenen Resultate mit denen von Curie, so findet man dessen Ansicht (l. c.) bestätigt, dass die Dielektricitätsconstante von der Periode der Ladungsdauer bei Kalkspat, Quarz, Topas, Steinsalz, Alaun und Flussspat unabhängig, bei Beryll und Turmalin stark abhängig ist und zwar mit zunehmender Schwingungszahl abnimmt.

Giessen, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 10. September 1902.)
