

Auch in dem aus dem Prisma bei *Q* austretenden Strahlenbündel zeigen sich Interferenzstreifen, welche gegenüber den durch Reflexion entstandenen um eine halbe Streifenbreite verschoben sind, weil hier der im Hauptschnitt schwingende Strahl an Intensität überwiegt. Dieselben sind jedoch viel blasser, weil die Intensitäten der beiden zu einander senkrecht schwingenden Componenten hier nicht sehr voneinander verschieden sind.

XIII. Ueber adiabatische Elasticitätsconstanten; von W. Voigt.

Den Unterschied zwischen isothermischen und adiabatischen Elasticitätsconstanten hat bereits Maxwell¹⁾ gemacht; aber er beschränkt sich dabei auf specielle Fälle. So gut man indess von Volumenänderungen durch allseitigen Druck bei constanter Temperatur oder bei constanter Wärme reden kann, hat dieser Unterschied für jede Art elastischer Deformation Bedeutung, und er gewinnt praktisches Interesse, da je nach den Umständen beobachtbare Erscheinungen von den isothermischen oder adiabatischen Constanten abhängig sind, — Gleichgewichtserscheinungen im Allgemeinen von den ersteren, gewisse Bewegungserscheinungen hingegen von den letzteren.

Die von mir an verschiedenen Orten mitgetheilten Bestimmungen der vollständigen isothermischen Elasticitätsconstanten für isotrope und krystallinische Körper gestatten nun die Aufstellung der bezüglichlichen vollständigen Systeme der adiabatischen Elasticitätsconstanten und daher auch der adiabatischen Dehnungs- und Drillungscoëfficienten. Nebenbei findet sich auch der allgemeine Werth der specifischen Wärmen jener Körper.

Im Folgenden gebe ich zunächst die Entwicklung der Gleichungen der mechanischen Wärmetheorie für krystalli-

1) J. C. Maxwell, Theorie der Wärme, Braunschweig 1878, p. 197.

nische Körper, die nach den Arbeiten von Thomson¹⁾, Schiller²⁾, Planck³⁾ und v. Helmholtz⁴⁾ Neues nicht bringt, gehe dann speciell auf den Fall ein, dass die Temperaturänderungen von der Ordnung der Deformationen, also sehr klein sind, bilde hierfür die allgemeine corrigirte Fourier'sche Wärmegleichung und die allgemeine Bedingung der adiabatischen Deformation. Hierdurch gelange ich zu dem Werthe der adiabatischen Elasticitätsconstanten und denjenigen der aus ihnen gebildeten für alle Anwendungen massgebenden Determinantenverhältnisse. Es schliesst sich daran eine Zusammenstellung von Zahlenwerthen für einige isotrope und krystallinische Körper.

Endlich wird der Einfluss grösserer Temperaturänderungen und der Abhängigkeit der Elasticitätsconstanten von der Temperatur in Betracht gezogen.

Bezeichnet man mit $\Xi_x, H_x, Z_x \dots$ die ganzen thermisch-elastischen Drucke, bezogen auf die Flächeneinheit, mit X, Y, Z und $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ die äussern, resp. Oberflächenkräfte, so gilt bekanntlich für jede Stelle im Innern eines elastischen Körpers:

$$(1) \quad \varepsilon u'' = \varepsilon X - \left(\frac{\partial \Xi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Xi_y}{\partial y} + \frac{\partial \Xi_z}{\partial z} \right),$$

.

für die Oberfläche hingegen

$$(2) \quad \bar{X} + \Xi_n = 0, \dots$$

Als natürlichen Zustand bezeichnen wir denjenigen, der sich bei constanter Temperatur Θ_0 einstellt, falls keine äusseren Drucke wirken. Die Verschiebungen, die bei anderen Bedingungen eintreten, seien mit u, v, w bezeichnet.

Dann ist der innere Zustand an jeder Stelle völlig bestimmt durch die sieben unabhängigen Variablen:

$$x_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad y_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad z_z = \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$y_z = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \quad z_x = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad x_y = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y},$$

1) W. Thomson, Quart. Journ. of Math. Vol. I. p. 57. 1857.

2) N. Schiller, Journ. d. russ. phys. Ges. 11. p. 6, 1879, Beiblätter 4. p. 423. 1880.

3) M. Planck, Gleichgewichtszustände isotroper Körper, Münch. 1880.

4) H. v. Helmholtz, Berl. Ber. v. 2. Febr. 1882.

und die absolute Temperatur Θ , oder statt letzterer die relative Temperatur $\Theta - \Theta_0 = \vartheta$.

Wird mechanisch und calorisch auf den betrachteten Körper eingewirkt, so gilt für die Aenderung seiner Energie E durch die zugeführte Arbeit dS und Wärmed dQ die Gleichung:

$$(3) \quad dE = dS + AdQ.$$

Wir wenden sie auf eine beliebige Stelle des Körpers an und beziehen sie auf die Volumeneinheit.

Dann ist, falls noch Ω die Geschwindigkeit an der Stelle x, y, z bezeichnet:

$$(4) \quad dE = \frac{\partial E}{\partial x} dx_x + \frac{\partial E}{\partial y_y} dy_y + \frac{\partial E}{\partial z_z} dz_z + \frac{\partial E}{\partial y_z} dy_z + \frac{\partial E}{\partial z_x} dz_x \\ + \frac{\partial E}{\partial x_y} dx_y + \frac{\partial E}{\partial \Theta} d\Theta + \frac{\varepsilon d\Omega^2}{2},$$

$$dQ = \Theta dU^1)$$

$$(5) \quad = \Theta \left(\frac{\partial U}{\partial x_x} dx_x + \frac{\partial U}{\partial y_y} dy_y + \frac{\partial U}{\partial z_z} dz_z \right. \\ \left. + \frac{\partial U}{\partial y_z} dy_z + \frac{\partial U}{\partial z_x} dz_x + \frac{\partial U}{\partial x_y} dx_y + \frac{\partial U}{\partial \Theta} d\Theta \right),$$

und nach leicht ausführbarer Berechnung:

$$(6) \quad dS = -(\tilde{Z}_x dx_x + \tilde{H}_y dy_y + \tilde{Z}_z dz_z + \tilde{H}_z dy_z + \tilde{Z}_x dz_x + \tilde{Z}_y dx_y) \\ + \frac{\varepsilon d\Theta^2}{2}.$$

Setzt man diese Werthe in Gleichung (3) ein und dann die Coëfficienten der einzelnen Differentiale, die von einander unabhängig sind, für sich gleich Null, so erhält man:

$$(7) \quad \frac{\partial E}{\partial x_x} = -\tilde{Z}_x + A\Theta \frac{\partial U}{\partial x_x} \\ \frac{\partial E}{\partial x_y} = -\tilde{H}_y + A\Theta \frac{\partial U}{\partial x_y} \\ \frac{\partial E}{\partial \Theta} = A\Theta \frac{\partial U}{\partial \Theta} = -AU + A \frac{\partial U \Theta}{\partial \Theta}.$$

Hieraus folgt:

$$(8) \quad \tilde{Z}_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_x}, \quad \dots, \quad \tilde{Z}_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_y}, \quad AU = -\frac{\partial \Phi}{\partial \Theta},$$

1) Es wird angenommen, dass die Wärmebewegung in einer Weise stattfindet, die sich nur unendlich wenig von einem umkehrbaren Process unterscheidet.

wo $\Phi = E - A\Theta U$ eine Function von $x_x \dots x_y$ und Θ (die freie Energie nach v. Helmholtz) bezeichnet; daher gilt also auch:

$$(9) \quad A \frac{\partial U}{\partial x_x} = \frac{\partial \Xi_x}{\partial \Theta}, \quad \dots, \quad A \frac{\partial U}{\partial x_y} = \frac{\partial \Xi_y}{\partial \Theta}.$$

Dies ergibt, in (5) eingesetzt:

$$(10) \quad dQ = \frac{\Theta}{A} \left(\frac{\partial \Xi_x}{\partial \Theta} dx_x + \dots + \frac{\partial \Xi_y}{\partial \Theta} dx_y \right) + \Theta \frac{\partial U}{\partial \Theta} d\Theta.$$

Da hier links $dQ = \varepsilon C d\Theta$ ist (unter C die spezifische Wärme verstanden), so ergibt sich durch Nullsetzen aller $dx_x \dots dx_y$

$$(11) \quad \mathfrak{C} = \varepsilon c = \Theta \frac{\partial U}{\partial \Theta} = - \frac{\Theta}{A} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \Theta^2},$$

falls c die sogenannte wahre spezifische Wärme, \mathfrak{C} die wahre Wärmecapazität der Volumeinheit bezeichnet, d. h. die Wärmemenge, welche die Temperaturänderung Eins hervorbringt, während die Gestalt sich nicht ändert.

So ergibt sich schliesslich:

$$(12) \quad dQ = \varepsilon C d\Theta = \varepsilon c d\Theta + \frac{\Theta}{A} \left(\frac{\partial \Xi_x}{\partial \Theta} dx_x + \dots + \frac{\partial \Xi_y}{\partial \Theta} dx_y \right),$$

oder kürzer:

$$= \varepsilon c d\Theta - \frac{\Theta}{A} d_y \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \Theta} \right).$$

Hieraus folgt eine zweite spezifische Wärme, wenn man die Erwärmung bei constanten Spannungen $\Xi_x \dots \Xi_y$ betrachtet.

Man erhält:

$$(13) \quad c^1 = c + \frac{\Theta}{A\varepsilon} \left(\frac{\partial \Xi_x}{\partial \Theta} \frac{\partial x_x}{\partial \Theta} + \dots + \frac{\partial \Xi_y}{\partial \Theta} \frac{\partial x_y}{\partial \Theta} \right).$$

Dabei ist in den ersten Differentialquotienten $x_x \dots x_y$, in den zweiten $\Xi_x \dots \Xi_y$ constant zu lassen.

Setzt man in (12) $dQ = 0$, so erhält man die Bedingung der adiabatischen Aenderung, d. h. die Temperaturänderung durch blosse Deformation.

Gehört das betrachtete Volumen einem wärmeleitenden Körper an, so ist in leicht verständlicher Bezeichnung:

$$dQ = - \left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} \right) dt,$$

also die obige Gleichung:

$$(14) \quad -\varepsilon c \frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} + \frac{\Theta}{A} \left(\frac{\partial \Xi_x}{\partial \Theta} \frac{\partial x_x}{\partial t} + \cdots + \frac{\partial \Xi_y}{\partial \Theta} \frac{\partial x_y}{\partial t} \right).$$

Diese Formel gibt die allgemeine Correction der Fourier'schen Wärmeleitungsgleichung.

Als Randbedingung bleibt:

$$(14') \quad \overline{Q} + \overline{Q}_n = 0.$$

Ein wichtiger Fall ist der, dass die Temperaturänderung ausschliesslich Folge der Deformationen und demgemäss ϑ mit jenen erster Ordnung ist. Dann wird man für die Function Ψ eine homogene Function zweiten Grades der sieben Argumente $x_x \dots x_y$ und ϑ zu setzen haben, die in Rücksicht auf (11) so geschrieben werden mag:

$$(15) \quad \left\{ \begin{aligned} 2\Psi = & c_{11}x_x^2 + 2c_{12}x_xy_y + 2c_{13}x_xz_z + \cdots \\ & + c_{22}y_y^2 + 2c_{23}y_yz_z + \cdots \\ & + c_{33}z_z^2 + 2c_{34}z_zx_x + \cdots \\ & + c_{44}y_y^2 + 2c_{45}y_yz_z + 2c_{46}y_yx_x \\ & + c_{55}z_z^2 + 2c_{56}z_zx_x \\ & + c_{66}x_x^2 \\ & - 2\vartheta(q_1x_x + q_2y_y + q_3z_z + q_4y_z + q_5z_x + q_6x_y) - \frac{A\varepsilon c \vartheta^3}{\Theta}. \end{aligned} \right.$$

Hieraus folgt dann:

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} -\Xi_x = & c_{11}x_x + c_{12}y_y + c_{13}z_z + c_{14}y_z + c_{15}z_x + c_{16}x_y - q_1\vartheta = -(X_x + q_1\vartheta), \\ -\Xi_y = & c_{61}x_x + c_{62}y_y + c_{63}z_z + c_{64}y_z + c_{65}z_x + c_{66}x_y - q_6\vartheta = -(X_y + q_6\vartheta), \end{aligned} \right.$$

$$(17) \quad +AU = \frac{A\varepsilon c \vartheta}{\Theta} + (q_1x_x + q_2y_y + q_3z_z + q_4y_z + q_5z_x + q_6x_y).$$

Letztere Gleichung bestimmt also in unserem Falle vollständig die Entropie; der Werth derselben für den natürlichen Zustand ist gleich Null eingeführt. Die allgemeine spezifische Wärme C folgt daraus gemäss:

$$(17') \quad \varepsilon C d\vartheta = \Theta dU.$$

Θ ist in diesen Gleichungen als Constante anzusehen — nämlich als sehr gross gegen die Aenderung ϑ ; c ist constant, d. h. unabhängig von Θ und $x_x \dots x_y$.

Die $X_x \dots X_y$ bezeichnen die bei constanter Normaltemperatur $\Theta = \Theta^0$ oder $\vartheta = 0$ durch Deformationen hervorgerufenen elastischen Drucke.

Ist ϑ von x, y, z unabhängig, und wirken auf den Körper

tretenden nehmen ohne den Werth zu ändern, also c' mit dem gebräuchlichen c_p ohne Weiteres vertauschen.

Nicht ebenso ist c mit dem gebräuchlichen c_v identisch zu setzen, denn es sind, wie sich zeigen wird, bei Krystallen Deformationen denkbar, die ohne Volumenänderung stattfinden und doch auf die specifische Wärme Einfluss haben. Unser c ist also specieller als c_v ; um es c_p entsprechend anschaulich zu bezeichnen, wollen wir:

$$c = c_a$$

setzen, was heissen soll: specifische Wärme bei constanter Deformation.

Das allgemeinere c_v ist durch (17) und (17') gegeben, wenn darin:

$$dx_x + dy_y + dz_z = 0;$$

c_v kann also unendlich viele Werthe annehmen.

Setzt man in die Gleichung $dQ = \Theta dU$:

$$dQ = -\frac{\partial Q_x}{\partial x} - \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \frac{\partial Q_z}{\partial z},$$

und für dU den aus (17) oder (22) folgenden Werth, so resultirt die speciellere, d. h. für sehr kleine Temperaturänderungen gültige Differentialgleichung der Wärmebewegung.

Für dreifach symmetrische Krystalle ist $q_4 = q_5 = q_6 = 0$, $a_4 = a_5 = a_6 = 0$, und folgt, falls $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ die Wärmeleitungsfähigkeiten parallel den Hauptaxen bezeichnen, aus (17):

$$(24) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon c_d \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \kappa_1 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \kappa_2 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \kappa_3 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \\ - \frac{\Theta}{A} \left(q_1 \frac{\partial x_x}{\partial t} + q_2 \frac{\partial y_y}{\partial t} + q_3 \frac{\partial z_z}{\partial t} \right), \end{array} \right.$$

während gleichzeitig gilt:

$$(25) \quad \left\{ \begin{array}{l} q_h = a_1 c_{h1} + a_2 c_{h2} + a_3 c_{h3} \quad \text{für } h = 1, 2, 3, \quad \text{und} \\ c_p - c_d = \frac{\Theta}{A\varepsilon} (q_1 a_1 + q_2 a_2 + q_3 a_3). \end{array} \right.$$

Für reguläre Krystalle und unkrystallinische Medien ist:

$$(26) \quad \begin{array}{l} q_1 = q_2 = q_3 = q, \quad a_1 = a_2 = a_3 = a, \quad \kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = \kappa \quad \text{und} \\ \varepsilon c_d \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \kappa \Delta \vartheta - \frac{\Theta q}{A} \frac{\partial \delta}{\partial t}, \end{array}$$

worin $\delta = x_x + y_y + z_z$ gesetzt ist. Wegen der Gleichheit der

q_h ist nach (17) bei regulären Krystallen und unkrystallinen Medien c_v mit c_d identisch.

Ferner ist:

$$(27) \quad \left\{ \begin{array}{l} q = a(c_{11} + 2c_{12}) = a/(s_{11} + 2s_{12}), \\ c_p - c_v = c_p - c_d = \frac{3qa\Theta}{A\varepsilon}, \end{array} \right.$$

und daher Gleichung (26) auch:

$$(27') \quad \varepsilon c_v \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \alpha A \vartheta - \frac{\varepsilon(c_p - c_v)}{3\alpha} \frac{\partial \delta}{\partial t}.$$

3α ist hierin der thermische cubische Ausdehnungscoefficient.

Ist die Wärmeströmung im Inneren und durch die Oberfläche des Körpers unmerklich, wie z. B. bei Oscillationen, bei denen die Zustände sich schneller ändern, als dass eine Ausgleichung der eingetretenen Differenzen möglich wäre, so kann man aus der Gleichung (17), die, wenn U gleich Null ist, lautet:

$$(28) \quad \varepsilon c_d \vartheta = -\frac{\Theta}{A} (q_1 x_x + \dots + q_0 x_y),$$

ϑ als Function der $x_x \dots x_y$ bestimmen und in die Formeln für die Componenten $\tilde{\varepsilon}_x \dots \tilde{\varepsilon}_y$ einsetzen.

Man erhält hieraus:

$$(29) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\tilde{\varepsilon}_x = \left(c_{11} + \frac{q_1 q_1 \Theta}{A\varepsilon c_d}\right) x_x + \left(c_{12} + \frac{q_1 q_2 \Theta}{A\varepsilon c_d}\right) y_y + \left(c_{13} + \frac{q_1 q_3 \Theta}{A\varepsilon c_d}\right) z_z \\ \quad + \left(c_{14} + \frac{q_1 q_4 \Theta}{A\varepsilon c_d}\right) y_z + \left(c_{15} + \frac{q_1 q_5 \Theta}{A\varepsilon c_d}\right) z_x + \left(c_{16} + \frac{q_1 q_6 \Theta}{A\varepsilon c_d}\right) x_y \end{array} \right.$$

u. s. f., kurz Formeln derselben Gestalt, wie für $-X_x, \dots -X_y$ gelten, nur steht an Stelle der isothermischen Elasticitätsconstanten c_{hk} eine andere, die adiabatische Elasticitätsconstante

$$(30) \quad \gamma_{hk} = c_{hk} + \frac{q_h q_k \Theta}{A\varepsilon c_d}.$$

Genau ebenso treten an Stelle der (für die Anwendung so besonders wichtigen) isothermischen Constanten s_{hk} die adiabatischen σ_{hk} , die aus dem System (21) hervorgehen, wenn man darin ϑ gemäss der in (22) eingesetzten Relation $U=0$ eliminirt; man erhält:

$$(31) \quad \sigma_{hk} = s_{hk} - \frac{a_h a_k \Theta}{A\varepsilon c_p}.$$

Diese Gleichung gibt Anlass zu zwei merkwürdigen und einfachen Sätzen.

Der isothermische Dehnungscoefficient ist für einen beliebigen Krystall in einer durch die Richtungscosinus α, β, γ gegebenen Richtung:

$$(32) \quad \left\{ \begin{aligned} E &= s_{11} \alpha^4 + s_{22} \beta^4 + s_{33} \gamma^4 + s_{44} \beta^2 \gamma^2 + s_{55} \gamma^2 \alpha^2 + s_{66} \alpha^2 \beta^2 \\ &+ 2 [s_{23} \beta^2 \gamma^2 + s_{31} \gamma^2 \alpha^2 + s_{12} \alpha^2 \beta^2 \\ &+ \alpha^2 (s_{14} \beta \gamma + s_{15} \gamma \alpha + s_{16} \alpha \beta) + \beta^2 (s_{24} \beta \gamma + s_{25} \gamma \alpha + s_{26} \alpha \beta) \\ &+ \gamma^2 (s_{34} \beta \gamma + s_{35} \gamma \alpha + s_{36} \alpha \beta)]. \end{aligned} \right.$$

Bildet man hieraus den adiabatischen Dehnungscoefficienten E , indem man einfach die s_{hk} mit den σ_{kk} vertauscht, und benutzt die Werthe (31), so resultirt in Hinblick auf (18') leicht der allgemeine Satz:

$$(33) \quad E = E - \frac{a^2 \Theta}{A \varepsilon c_p},$$

wo a der thermische lineäre Dilatationscoefficient für die Richtung λ ist.

Ferner ist der isothermische Drillungscoefficient T für ein rechteckiges Prisma, dessen Längsaxe α, β, γ , dessen grössere Querdimension $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ zu Richtungscosinus hat:

$$(34) \quad \left\{ \begin{aligned} T &= 4 (s_{11} \alpha^2 \alpha_1^2 + s_{22} \beta^2 \beta_1^2 + s_{33} \gamma^2 \gamma_1^2) + s_{44} (\beta \gamma_1 + \gamma \beta_1)^2 \\ &+ s_{55} (\gamma \alpha_1 + \alpha \gamma_1)^2 + s_{66} (\alpha \beta_1 + \beta \alpha_1)^2 \\ &+ 8 (s_{23} \beta \gamma \beta_1 \gamma_1 + s_{31} \gamma \alpha \gamma_1 \alpha_1 + s_{12} \alpha \beta \alpha_1 \beta_1) \\ &+ 4 (\beta \gamma_1 + \gamma \beta_1) (s_{14} \alpha \alpha_1 + s_{15} \beta \beta_1 + s_{16} \gamma \gamma_1) \\ &+ 4 (\gamma \alpha_1 + \alpha \gamma_1) (s_{24} \alpha \alpha_1 + s_{25} \beta \beta_1 + s_{26} \gamma \gamma_1) \\ &+ 4 (\alpha \beta_1 + \beta \alpha_1) (s_{34} \alpha \alpha_1 + s_{35} \beta \beta_1 + s_{36} \gamma \gamma_1) \\ &+ 2 [s_{56} (\gamma \alpha_1 + \alpha \gamma_1) (\alpha \beta_1 + \beta \alpha_1) + s_{64} (\alpha \beta_1 + \beta \alpha_1) (\beta \gamma_1 + \gamma \beta_1) \\ &+ s_{45} (\beta \gamma_1 + \gamma \beta_1) (\gamma \alpha_1 + \alpha \gamma_1)]. \end{aligned} \right.$$

Verfährt man hier wie bei E , so erhält man sogleich aus (18''):

$$(35) \quad T = T - \frac{a'^2_{01} \Theta}{A \varepsilon c_p},$$

wo a'_{01} die thermische Winkeländerung zwischen der Längs- und grösseren Querrichtung des Prismas ist.

Für einen Kreiscylinder tritt neben dem obigen T das entsprechende auf, in welchem die Richtung $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ mit der dazu und zu α, β, γ normalen $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ vertauscht ist; die Summe beider, die wir als Drillungscoefficienten T^0 für

den Kreiscylinder bezeichnen wollen, ist nur von α , β , γ abhängig. Man erkennt, dass hier die Relation gilt:

$$(36) \quad \mathbf{T}^0 = \mathbf{T}^0 - \frac{a'^2 \Theta}{A \varepsilon c_p},$$

wenn a' die thermische Winkeländerung der Längsaxe gegen die Ebene des Querschnitts bezeichnet. Beide Sätze zeigen, in welchen Fällen allein der isothermische und adiabatische Tensionscoefficient verschieden sind.

Für Krystalle mit zwei oder drei zu einander normalen Symmetrieaxen ist, falls man die Coordinatenaxen in dieselben legt:

$$c_{14}, c_{24}, c_{34}, c_{15}, c_{25}, c_{35}, c_{16}, c_{26}, c_{36}, c_{56}, c_{64}, c_{45},$$

gleich Null, ebenso, wie schon oben benutzt:

$$q_4 = q_5 = q_6 = 0, \quad a_4 = a_5 = a_6 = 0.$$

Es wird hier also der Unterschied zwischen isothermischen und adiabatischen Constanten nur für die in x, y, z , resp. Ξ, H, Z multiplicirten Factoren der Gleichungen (16) resp. (21) stattfinden und gelten:

$$\gamma_{44} = c_{44}, \quad \gamma_{55} = c_{55}, \quad \gamma_{66} = c_{66}, \quad \text{ebenso:}$$

$$\sigma_{44} = s_{44}, \quad \sigma_{55} = s_{55}, \quad \sigma_{66} = s_{66}.$$

Für reguläre Krystalle ist:

$$c_{11} = c_{22} = c_{33}, \quad c_{23} = c_{31} = c_{12}, \quad c_{44} = c_{55} = c_{66}$$

und gilt analoges für die σ_{hk} ; ferner ist:

$$a_1 = a_2 = a_3 = a, \quad q_1 = q_2 = q_3 = q,$$

zugleich hier auch $c_d = c_v$.

Daher wird:

$$\gamma_{11} = c_{11} + \frac{q^2 \Theta}{A \varepsilon c_v}, \quad \gamma_{12} = c_{12} + \frac{q^2 \Theta}{A \varepsilon c_v},$$

$$\sigma_{11} = s_{11} - \frac{a^2 \Theta}{A \varepsilon c_p}, \quad \sigma_{12} = s_{12} - \frac{a^2 \Theta}{A \varepsilon c_p},$$

zugleich folgt aus (33) und (35) resp. (36):

$$\mathbf{E} = \mathbf{E} - \frac{a^2 \Theta}{A \varepsilon c_p}, \quad \mathbf{T} = \mathbf{T},$$

die Differenz der adiabatischen und isothermischen Dehnungscoefficienten ist constant, die Drillungscoefficienten sind identisch.

Das System der Druckkräfte aber lautet, wenn $x + y + z = \delta$ gesetzt wird:

$$-\Xi_x = (c_{11} - c_{12})x_x + \left(c_{12} + \frac{q^2\Theta}{Asc_v}\right)\delta,$$

$$-\overset{\cdot}{H}_z = \overset{\cdot}{c}_{44}\overset{\cdot}{y}_z\overset{\cdot}{\cdot}$$

Dasselbe gilt für isotrope Medien, nur ist da specieller $c_{44} = (c_{11} - c_{12})/2$ und dem entsprechend $s_{44} = 2(s_{11} - s_{12})$; man erhält so für **E** das lang bekannte specielle Resultat.

Man erkennt, dass hier ein Unterschied zwischen adiabatischen und isothermischen Deformationen nur dann eintritt, wenn bei denselben die räumliche Dilatation δ von Null verschieden ist.

Im Folgenden gebe ich für die von mir bisher untersuchten Krystalle, sowie für zwei Glassorten die Zahlwerthe, die nach den vorstehenden Formeln berechnet sind.

Die Elasticitätsconstanten c_{hk} und die Determinantenverhältnisse s_{hk} sind den unten vermerkten Abhandlungen¹⁾ entnommen, und die ihnen zu Grunde liegenden Einheiten — Grammgewicht als Kraft, Millimeter als Längeneinheit — auch in den übrigen benutzt, auch die Masse eines Grammes als Masseneinheit zugefügt. Demgemäss drückt sich die Dichtigkeit in einer tausendmal kleineren Zahl aus, wie gewöhnlich — das mechanische Wärmeäquivalent in einer tausendmal grösseren; A ist = 426000 gesetzt. Indem Grammcalthorien vorausgesetzt sind, geben sich die specifischen Wärmen in den gebräuchlichen Zahlen.

Für die Dichtigkeiten sind die Werthe angenommen, die Kopp gefunden hat, für die specifischen Wärmen, soweit sie vorliegen, gleichfalls; für Beryll und Topas habe ich letztere nach der Mischungsmethode bestimmt.

Für die thermischen linearen Ausdehnungscoëfficienten α sind die Werthe für Flussspath, Pyrit, Baryt nach Pfaff, für Beryll, Bergkrystall, Topas nach Fizeau eingeführt; für die Glassorten, für Steinsalz und Sylvin sind sie mit Hülfe von Hrn. Pockels hier neu bestimmt. Die Coëfficienten q_h der thermischen Drucke sind aus ihnen nach Formel (20) berechnet.

1) W. Voigt, Wied. Ann. **31**. p. 474 und 701. 1887. **34**. p. 981. 1888. **35**. p. 642. 1888.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXXVI.

Die benutzten Dichtigkeiten, specifischen Wärmen, Ausdehnungscoëfficienten sind zum grössten Theil nicht an demselben Material bestimmt, welches die Elasticitätsconstanten geliefert hat; dies ist unbedenklich, da es sich um die Bestimmung nur kleiner Variationen handelt, die sich der Beobachtung fast entziehen.

Glas.

1. Guinand'sches grünes Glas.

$$\begin{aligned}\varepsilon &= 2,54 \cdot 10^{-3}, \quad c_p = 0,19, \quad a = 9,8 \cdot 10^{-6}, \quad q = 111. \\ s_{11} &= 15,4 \cdot 10^{-8}, \quad s_{12} = -3,3 \cdot 10^{-8}, \quad s_{44} = 2(s_{11} - s_{12}) = 37,4 \cdot 10^{-8} \\ s_{11} - \sigma_{11} &= s_{12} - \sigma_{12} = 0,014 \cdot 10^{-8}. \\ c_{11} &= 6,23 \cdot 10^6, \quad c_{12} = 1,88 \cdot 10^6, \quad c_{44} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) = 2,17 \cdot 10^6 \\ \gamma_{11} - c_{11} &= \gamma_{12} - c_{12} = 0,018 \cdot 10^6 \\ c_p - c_v &= 0,0009, \quad \kappa = 1,0046.\end{aligned}$$

2. Weisses rheinisches Spiegelglas.

$$\begin{aligned}\varepsilon &= 2,56 \cdot 10^{-3}, \quad c_p = 0,19, \quad a = 8,0 \cdot 10^{-6}, \quad q = 100. \\ s_{11} &= 13,6 \cdot 10^{-8}, \quad s_{12} = -2,8 \cdot 10^{-8}, \quad s_{44} = 2(s_{11} - s_{12}) = 32,8 \cdot 10^{-8} \\ s_{11} - \sigma_{11} &= s_{12} - \sigma_{12} = 0,009 \cdot 10^{-8}. \\ c_{11} &= 8,27 \cdot 10^6, \quad c_{12} = 2,18 \cdot 10^6, \quad c_{44} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) = 3,05 \cdot 10^6 \\ \gamma_{11} - c_{11} &= \gamma_{12} - c_{12} = 0,014 \cdot 10^6 \\ c_p - c_v &= 0,0006, \quad \kappa = 1,0034.\end{aligned}$$

Reguläre Krystalle.

1. Flussspath (vom Brienzer See).

$$\begin{aligned}\varepsilon &= 3,18 \cdot 10^{-3}, \quad c_p = 0,209, \quad a = 19,5 \cdot 10^{-6}, \quad q = 505; \\ s_{11} &= 679 \cdot 10^{-8}, \quad s_{12} = -1,46 \cdot 10^{-8}, \quad s_{44} = 29,02 \cdot 10^{-8} \\ s_{11} - \sigma_{11} &= s_{12} - \sigma_{12} = 0,040 \cdot 10^{-8}. \\ c_{11} &= 16,70 \cdot 10^6, \quad c_{12} = 4,57 \cdot 10^6, \quad c_{44} = 3,45 \cdot 10^6 \\ \gamma_{11} - c_{11} &= \gamma_{12} - c_{12} = 0,27 \cdot 10^6 \\ c_p - c_v &= 0,0065, \quad \kappa = 1,031.\end{aligned}$$

2. Pyrit (aus Cornwallis).

$$\begin{aligned}\varepsilon &= 5,03 \cdot 10^{-3}, \quad c_p = 0,126, \quad a = 10,1 \cdot 10^{-6}, \quad q = 273; \\ s_{11} &= 2,83 \cdot 10^{-8}, \quad s_{12} = 0,43 \cdot 10^{-8}, \quad s_{44} = 9,30 \cdot 10^{-8} \\ s_{11} - \sigma_{11} &= s_{12} - \sigma_{12} = 0,011 \cdot 10^{-8}. \\ c_{11} &= 36,80 \cdot 10^6, \quad c_{12} = -4,83 \cdot 10^6, \quad c_{44} = 10,75 \cdot 10^6, \\ \gamma_{11} - c_{11} &= \gamma_{12} - c_{12} = 0,083 \cdot 10^6, \\ c_p - c_v &= 0,0012, \quad \kappa = 1,009.\end{aligned}$$

3. Steinsalz (aus Stassfurth).

$$\begin{aligned}\varepsilon &= 2,15 \cdot 10^{-3}, \quad c_p = 0,219, \quad a = 40,6 \cdot 10^{-6}, \quad q = 301, \\ s_{11} &= 23,82 \cdot 10^{-8}, \quad s_{12} = -5,16 \cdot 10^{-8}, \quad s_{44} = 77,29 \cdot 10^{-8}, \\ s_{11} - \sigma_{11} &= s_{12} - \sigma_{12} = 0,25 \cdot 10^{-8}, \\ c_{11} &= 4,77 \cdot 10^6, \quad c_{12} = 1,32 \cdot 10^6, \quad c_{44} = 1,29 \cdot 10^6, \\ \gamma_{11} - c_{11} &= \gamma_{12} - c_{12} = 0,135 \cdot 10^6, \\ c_p - c_v &= 0,0120, \quad \kappa = 1,048.\end{aligned}$$

Bei Steinsalz haben also alle Differenzen zwischen isothermischen und adiabatischen Constanten einen sehr bedeutenden Werth.

Die Dehnungscoefficienten parallel der Würfel-, Grana-toëder- und Octaëdernormale sind resp.:

	W.	G.	O.
isothermisch	$23,82 \cdot 10^{-8}$	$28,65 \cdot 10^{-8}$	$30,26 \cdot 10^{-8}$
adiabatisch	$23,57 \cdot 10^{-8}$	$28,40 \cdot 10^{-8}$	$30,01 \cdot 10^{-8}$

analog die Elasticitätscoefficienten oder Dehnungswiderstände:

	W.	G.	O.
isothermisch	$4,198 \cdot 10^6$	$3,489 \cdot 10^6$	$3,306 \cdot 10^6$
adiabatisch	$4,243 \cdot 10^6$	$3,522 \cdot 10^6$	$3,332 \cdot 10^6$

Bestimmungen dieser Grössen durch Schwingungsbeobachtungen sollten also wohl den Unterschied direct zu constatiren vermögen. Hr. Groth¹⁾ hat dergleichen leider nur zur Bestimmung des Verhältnisses E_g/E_w angewandt, das sich von E_g/E_w nur um 1/600 unterscheidet, d. h. um eine nicht sicher nachweisbare Grösse.

4. Sylvin (aus Stassfurth).

$$\begin{aligned}\varepsilon &= 1,98 \cdot 10^{-3}, \quad c_p = 0,171 \cdot 10^{-6}, \quad a = 37,1 \cdot 10, \quad q = 154. \\ s_{11} &= 26,85 \cdot 10^{-8}, \quad s_{12} = -1,35 \cdot 10^{-8}, \quad s_{44} = 153,0 \cdot 10^{-8}, \\ s_{11} - \sigma_{11} &= s_{12} - \sigma_{12} = 0,29 \cdot 10^{-8}, \\ c_{11} &= 3,75 \cdot 10^6, \quad c_{12} = 0,20 \cdot 10^6, \quad c_{44} = 0,655 \cdot 10^6, \\ \gamma_{11} - c_{11} &= \gamma_{12} - c_{12} = 0,043 \cdot 10^6, \\ c_p - c_v &= 0,0061, \quad \kappa = 1,036.\end{aligned}$$

Hexagonale Krystalle.

1. Beryll (aus Nertschinsk).

$$\begin{aligned}\varepsilon &= 2,70 \cdot 10^{-3}, \quad c_p = 0,212, \quad \alpha_1 = \alpha_2 = 1,37 \cdot 10^{-6}, \\ \alpha_3 &= -1,06 \cdot 10^{-6}, \quad q_1 = q_2 = +43,9, \quad q_3 = -7,10.\end{aligned}$$

1) P. Groth, Berl. Ber. v. 5. Aug. 1875.

$$s_{11} = 4,33 \cdot 10^{-8}, \quad s_{12} = -1,34 \cdot 10^{-8}, \quad s_{13} = -0,84 \cdot 10^{-8}, \\ s_{33} = 4,62 \cdot 10^{-8}, \quad s_{44} = 15,00 \cdot 10^{-8},$$

$$s_{11} - \sigma_{11} = s_{12} - \sigma_{12} = 0,00023 \cdot 10^{-8},$$

$$s_{13} - \sigma_{13} = -0,00017 \cdot 10^{-8}, \quad s_{33} - \sigma_{33} = 0,00014 \cdot 10^{-8}.$$

$$c_{11} = 27,5 \cdot 10^6, \quad c_{12} = 9,80 \cdot 10^6, \quad c_{13} = 6,74 \cdot 10^6,$$

$$c_{33} = 24,1 \cdot 10^6, \quad c_{44} = 6,66 \cdot 10^6.$$

$$\gamma_{11} - c_{11} = \gamma_{12} - c_{12} = 0,0023 \cdot 10^6,$$

$$\gamma_{13} - c_{13} = -0,00038 \cdot 10^6, \quad \gamma_{33} - c_{33} = 0,00006 \cdot 10^6.$$

$$c_p - c_a = 0,000033, \quad \kappa = 1,00016.$$

2. Bergkrystall (aus Brasilien).

$$\epsilon = 2,65 \cdot 10^{-8}, \quad c_p = 0,186, \quad a_1 = a_2 = 14,2 \cdot 10^{-6}, \quad a_3 = 7,8 \cdot 10^{-6}$$

$$q_1 = q_2 = 144, \quad q_3 = 125.$$

$$s_{11} = 12,73 \cdot 10^{-8}, \quad s_{12} = -1,63 \cdot 10^{-8}, \quad s_{13} = -1,49 \cdot 10^{-8},$$

$$s_{14} = -4,23 \cdot 10^{-8}, \quad s_{33} = 9,71 \cdot 10^{-8}, \quad s_{44} = 19,67 \cdot 10^{-8},$$

$$s_{11} - \sigma_{11} = s_{12} - \sigma_{12} = 0,028 \cdot 10^{-8},$$

$$s_{13} - \sigma_{13} = 0,016 \cdot 10^{-8}, \quad s_{33} - \sigma_{33} = 0,0085 \cdot 10^{-8}.$$

$$c_{11} = 8,68 \cdot 10^6, \quad c_{12} = 0,71 \cdot 10^6, \quad c_{13} = 1,44 \cdot 10^6,$$

$$c_{14} = 1,72 \cdot 10^6, \quad c_{33} = 10,75 \cdot 10^6, \quad c_{44} = 5,82 \cdot 10^6,$$

$$\gamma_{11} - c_{11} = \gamma_{12} - c_{12} = 0,029 \cdot 10^6,$$

$$\gamma_{13} - c_{13} = 0,025 \cdot 10^6, \quad \gamma_{33} - c_{33} = 0,022 \cdot 10^6.$$

$$c_p - c_a = 0,0013, \quad \kappa = 1,0070.$$

Rhombische Krystalle.

1. Topas (aus Mursinka).

$$\epsilon = 3,54 \cdot 10^{-8}, \quad c_p = 0,206,$$

$$a_1 = 4,84 \cdot 10^{-6}, \quad a_2 = 4,14 \cdot 10^{-6}, \quad a_3 = 5,92 \cdot 10^{-6}.$$

$$q_1 = 243, \quad q_2 = 263, \quad q_3 = 256.$$

$$s_{11} = 4,34 \cdot 10^{-8}, \quad s_{22} = 3,46 \cdot 10^{-8}, \quad s_{33} = 3,77 \cdot 10^{-8},$$

$$s_{23} = -0,65 \cdot 10^{-8}, \quad s_{31} = -0,84 \cdot 10^{-8}, \quad s_{12} = -1,35 \cdot 10^{-8},$$

$$s_{44} = 9,06 \cdot 10^{-8}, \quad s_{55} = 7,39 \cdot 10^{-8}, \quad s_{66} = 7,49 \cdot 10^{-8},$$

$$s_{11} - \sigma_{11} = 0,0023 \cdot 10^{-8}, \quad s_{22} - \sigma_{22} = 0,0016 \cdot 10^{-8},$$

$$s_{33} - \sigma_{33} = 0,0031 \cdot 10^{-8},$$

$$s_{23} - \sigma_{23} = 0,0023 \cdot 10^{-8}, \quad s_{31} - \sigma_{31} = 0,0026 \cdot 10^{-8},$$

$$s_{12} - \sigma_{12} = 0,0019 \cdot 10^{-8}.$$

$$c_{11} = 28,7 \cdot 10^6, \quad c_{22} = 35,6 \cdot 10^6, \quad c_{33} = 30,0 \cdot 10^6,$$

$$c_{23} = 9,0 \cdot 10^6, \quad c_{31} = 8,6 \cdot 10^6, \quad c_{12} = 12,8 \cdot 10^6,$$

$$c_{44} = 11,0 \cdot 10^6, \quad c_{55} = 13,5 \cdot 10^6, \quad c_{66} = 13,4 \cdot 10^6,$$

$$\gamma_{11} - c_{11} = 0,055 \cdot 10^6, \quad \gamma_{22} - c_{22} = 0,066 \cdot 10^6, \quad \gamma_{33} - c_{33} = 0,062 \cdot 10^6,$$

$$\gamma_{23} - c_{23} = 0,060.10^6, \quad \gamma_{31} - c_{31} = 0,058.10^6, \quad \gamma_{12} - c_{12} = 0,061.10^6.$$

$$c_p - c_d = 0,00037, \quad \alpha = 1,0039.$$

2. Baryt (aus Cumberland).

$$\varepsilon = 4,48.10^{-3}, \quad c_p = 0,108,$$

$$a_1 = 14,3.10^{-6}, \quad a_2 = 22,5.10^{-6}, \quad a_3 = 14,9.10^{-6},$$

$$q_1 = 276, \quad q_2 = 288, \quad q_3 = 263.$$

$$s_{11} = 16,13.10^{-8}, \quad s_{22} = 18,57.10^{-8}, \quad s_{33} = 10,42.10^{-8},$$

$$s_{23} = -2,46.10^{-8}, \quad s_{31} = -1,88.10^{-8}, \quad s_{12} = -8,80.10^{-8},$$

$$s_{44} = 82,30.10^{-8}, \quad s_{55} = 34,16.10^{-8}, \quad s_{66} = 35,36.10^{-8},$$

$$s_{11} - \sigma_{11} = 0,029.10^{-8}, \quad s_{22} - \sigma_{22} = 0,072.10^{-8},$$

$$s_{33} - \sigma_{33} = 0,032.10^{-8},$$

$$s_{23} - \sigma_{23} = 0,048.10^{-8}, \quad s_{31} - \sigma_{31} = 0,030.10^{-8},$$

$$s_{12} - \sigma_{12} = 0,046.10^{-8}.$$

$$c_{11} = 9,07.10^6, \quad c_{22} = 8,00.10^6, \quad c_{33} = 10,74.10^6,$$

$$c_{23} = 2,78.10^6, \quad c_{31} = 2,75.10^6, \quad c_{12} = 4,68.10^6,$$

$$c_{44} = 1,22.10^6, \quad c_{55} = 2,93.10^6, \quad c_{66} = 2,83.10^6,$$

$$\gamma_{11} - c_{11} = 0,108.10^6, \quad \gamma_{22} - c_{22} = 0,118.10^6, \quad \gamma_{33} - c_{33} = 0,098.10^6,$$

$$\gamma_{23} - c_{23} = 0,108.10^6, \quad \gamma_{31} - c_{31} = 0,103.10^6, \quad \gamma_{12} - c_{12} = 0,113.10^6.$$

$$c_p - c_d = 0,00220, \quad \alpha = 1,020.$$

Für grössere Temperaturänderungen, aber noch immer sehr kleine Deformationen (eine Annahme, die in praxi wohl nie aufgegeben zu werden braucht), kann man Ansatz (15) noch immer benutzen, wenn man nur die dort als constant angenommenen Factoren als Functionen der Temperatur einführt. Die Werthe der Druckcomponenten $\bar{\varepsilon}_x \dots \bar{\varepsilon}_y$ bleiben dann gleichfalls in derselben Form, nur der Werth von U complicirt sich.

Nimmt man die Elasticitätsconstanten als lineäre Functionen der Temperatur:

$$c_{hk} = c_{hk}^0 + c_{hk}' \vartheta,$$

und betrachtet das zweite Glied als eine neben dem ersten kleine Grösse — Beobachtungen für Krystalle, welche die Aenderung aller Constanten mit ϑ ergeben, liegen noch nicht vor, daher ist die Tragweite dieser Annahme noch nicht zu übersehen —, und setzt man ebenso den Coëfficienten des thermischen Druckes:

$$q_h = q_h^0 + q_h' \vartheta,$$

die Coëfficienten der thermischen Dilatationen:

$$a_h = a_h^0 + a_h' \vartheta,$$

so lassen sich einige einfache Folgerungen ziehen.

Man erhält durch die Beobachtungen zunächst die Determinantenverhältnisse:

$$s_{hk} = s_{hk}^0 + s_{hk}' \vartheta,$$

aus diesen folgen die Elasticitätsconstanten c_{hk} .

Setzt man die Determinante:

$$\begin{vmatrix} s_{11} & \dots & s_{16} \\ \vdots & & \vdots \\ s_{61} & \dots & s_{66} \end{vmatrix} = P$$

und hierin den Coëfficienten des h ten Elementes der k ten Reihe gleich P_{hk} und kürzt ab:

$$P_{hk} / P = p_{hk},$$

so ist:

$$c_{hk} = p_{hk}$$

oder:
$$c_{hk}^0 + \vartheta c_{hk}' = p_{hk}^0 + \vartheta \left(\frac{\partial p_{hk}}{\partial \vartheta} \right)_{\vartheta=0},$$

indem die Voraussetzung benutzt wird, dass mit dem zweiten Glied abgebrochen werden kann. Es folgt also:

$$c_{hk}^0 = p_{hk}^0, \quad c_{hk}' = \left(\frac{\partial p_{hk}}{\partial \vartheta} \right)_{\vartheta=0}.$$

Letzteres lässt sich ausrechnen. Da nämlich ϑ nur in den Verbindungen $s_{mn}^0 + \vartheta s_{mn}'$ in p_{hk} vorkommt, so ist:

$$c_{hk}' = \sum_{mn} s_{mn}' \frac{\partial p_{hk}^0}{\partial s_{mn}^0} = \sum_{mn} s_{mn}' \cdot \frac{\partial c_{hk}^0}{\partial s_{mn}^0}.$$

Nun gelten z. B. für die $c_{11} \dots c_{16}$ die Formeln:

$$\begin{aligned} 1 &= c_{11}^0 s_{11}^0 + \dots c_{16}^0 s_{16}^0 \\ 0 &= c_{11}^0 s_{21}^0 + \dots c_{16}^0 s_{26}^0 \\ &\vdots \\ 0 &= c_{11}^0 s_{61}^0 + \dots c_{16}^0 s_{66}^0, \end{aligned}$$

ähnlich für die übrigen, und hieraus folgt leicht:

$$\frac{\partial c_{11}^0}{\partial s_{11}^0} = -c_{11}^0 c_{11}^0, \quad \frac{\partial c_{12}^0}{\partial s_{11}^0} = -c_{11}^0 c_{12}^0, \quad \frac{\partial c_{13}^0}{\partial s_{13}^0} = -c_{11}^0 c_{13}^0 \dots$$

$$\frac{\partial c_{11}^0}{\partial s_{12}^0} = -2c_{11}^0 c_{12}^0, \quad \frac{\partial c_{12}^0}{\partial s_{12}^0} = -c_{12}^0 c_{12}^0 - c_{11}^0 c_{22}^0,$$

$$\frac{\partial c_{13}^0}{\partial s_{12}^0} = -c_{12}^0 c_{13}^0 - c_{11}^0 c_{23}^0, \dots$$

Demgemäss wird schliesslich:

$$c'_{hk} = - \sum_{m,n} s'_{mn} c_{hm}^0 c_{kn}^0,$$

die Summe über alle Combinationen m, n mit Wiederholungen genommen.

Diese Formel ist zu benutzen, um aus den Beobachtungen die Variationen der Elasticitätsconstanten mit der Temperatur zu berechnen.

XIV. Ueber die Kirchhoff'sche Formel für die Capacität eines Schutzringcondensators; von F. Himstedt.

In einer Arbeit: „Ueber die Bestimmung der Capacität eines Schutzringcondensators in absolutem, electromagnetischem Maasse“¹⁾, hatte ich versucht, die Formeln, welche für die Capacität eines solchen Condensators von Kirchhoff²⁾ und von Maxwell³⁾ aufgestellt sind, durch eine Reihe von Versuchen zu prüfen, und war zu dem Resultate gekommen, dass die Maxwell'sche Formel die Beobachtungen entschieden besser wiedergibt, als die Kirchhoff'sche, ja dass die letztere vielleicht überhaupt unbrauchbar sei.

Obgleich ich in der Kirchhoff'schen Ableitung der Formel trotz wiederholten Durchrechnens keinen Fehler finden konnte, ein solcher bei der bekannten Sorgfalt Kirchhoff's auch von vornherein ausgeschlossen schien, so glaubte ich das obige Resultat doch veröffentlichen zu sollen, weil ich zu demselben schon bei einer früheren Gelegenheit geführt war, und weil meine neueren zahlreichen Versuche, die von den früheren ganz unabhängig nach anderer Methode und mit anderen Apparaten angestellt waren, wieder die gleichen Differenzen zwischen Rechnung und Beobachtung ergeben hatten, wie die früheren.

1) Himstedt, Wied. Ann. 35. p. 126 1888.

2) Kirchhoff, Ber. der Berl. Acad. 1877 p. 144.

3) Maxwell, Electr. u. Magn., dtseh. v. Weinstein 1. p. 320.