

# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 24.

**1. Einige neue Methoden  
zur Bestimmung der Schwingungszahlen höchster  
hörbarer und unhörbarer Töne. — Anwendung  
auf die Töne der Galtonpfeife  
und die Bestimmung der oberen Hörgrenze<sup>1)</sup>;  
von F. A. Schulze.**

Die nachstehende Arbeit zerfällt in zwei wesentlich verschiedene Abschnitte. Im ersten Abschnitt (A) werden einige neue Methoden zur Bestimmung der Schwingungszahlen sehr hoher Töne beschrieben. Der zweite Abschnitt (B) enthält eine Bestimmung der oberen Hörgrenze unter Anwendung der Methoden des ersten Abschnittes.

### A. Messung sehr hoher Schwingungszahlen.

**1. Messung der Schwingungszahl durch Absuchen der Knoten und Bäuche stehender Wellen mittels kreisförmiger Platten mit festgeklebtem Rande.**

An der Galtonpfeife in der von M. Th. Edelmann verbesserten Ausführung wurde zunächst eine Methode näher ausprobiert, über die ich<sup>2)</sup> vor einigen Jahren an anderer Stelle nur ganz kurz berichtet hatte.

Sie besteht darin, daß man den zu untersuchenden Ton an einer horizontalen Ebene, etwa der Tischplatte, reflektieren

1) Eine kurze vorläufige Mitteilung der Methoden und Resultate ist von mir in den Marburger Sitzungsber. dieses Jahres gegeben; eine eingehendere Darstellung der Bestimmungen der oberen Hörgrenze in der demnächst neu erscheinenden Zeitschrift: Beiträge zur Anatomie, Physiologie, Pathologie und Therapie des Ohres, der Nase und des Kehlkopfes; herausgegeben von A. Passow und Karl L. Schäfer; Verlag von S. Karger, Berlin.

2) F. A. Schulze, Marburger Sitzungsber. 1902. p. 66. Solche Plättchen hatte ich auch früher schon als Ersatz des Ohres bei der Bestimmung unhörbarer hoher Schwingungen bei der Messung mit der Quinckeschen Interferenzröhre benutzt; Wied. Ann. 68. p. 99. 1899.

läßt und so stehende Wellen erzeugt. Man führt nun die Glimmerplatte auf der Lotlinie von der Tonquelle nach der reflektierenden Ebene auf und ab. In den Bäuchen wird der Sand auf der Platte aufgewirbelt, in den Knoten bleibt er völlig in Ruhe. Man erhält so als Abstand zweier Knoten oder Bäuche die halbe Wellenlänge. Bei einigermaßen intensiven Tönen stellt man am besten auf das Bewegungsminimum, bei schwachen Tönen auf das Maximum ein. Bei sehr geringer Intensität wählt man am besten ein Plättchen, dessen Eigenschwingung in Resonanz mit dem zu untersuchenden Tone steht. Die auf diese Weise erhaltenen Schwingungszahlen sind in guter Übereinstimmung mit den nach anderen Methoden gemessenen. Natürlich ist dieses Verfahren auch auf Töne oberhalb der Hörgrenze anwendbar und hier angewendet worden.

Im einzelnen ist zu dieser Messung wenig zu bemerken. Es ist je nach der Tonstärke usw. der zweckmäßigste Abstand der Pfeife von der reflektierenden Platte auszuprobieren. Die Messungen erfolgen am besten in der Nähe der Platte, nicht in der Nähe der Pfeife. Bis zu Schwingungszahlen von ca. 30000 zeigte sich die Methode durchaus anwendbar. Bei nicht zu hohen Tönen ist die Einstellung auf das Minimum der Bewegung bei nicht zu geringer Tonintensität ganz außerordentlich scharf. Die geringste Verschiebung aus dem Knoten bringt sofort Bewegung des Sandes hervor.<sup>1)</sup> Zu den Messungen dienten die im folgenden Abschnitt genauer beschriebenen Platten.

## 2. Messung der Schwingungszahl mittels der Chladnischen Klangfiguren am Rande festgeklebter Platten und Berechnung der zugehörigen Tonhöhe.

Man kann derartige dünne, am Rande festgeklebte Platten in noch einfacherer Weise zur Messung hoher Töne auch weit über das hörbare Gebiet hinaus benutzen mit Hilfe der Feststellung des Obertones, in dem sie gerade mit dem

---

1) Für tiefere Töne ist diese Methode bereits von A. Seebeck angewendet worden; Pogg. Ann. 59. p. 177. 1843; über Messungen in Pfeifen in derselben Weise siehe W. Kohlrausch, Wied. Ann. 8. p. 584. 1879.

zu untersuchenden Ton in Resonanz ist, und theoretische Berechnung der zugehörigen Tonhöhe. Stellt man sich eine Reihe solcher Platten von verschiedener Dicke und verschiedenem Durchmesser her, so wird immer einer der zahlreichen Obertöne sehr nahe dem zu untersuchenden liegen.

a) Berechnung der Schwingungszahlen.

Vorbedingung für die Anwendbarkeit dieser Methode auf die Bestimmung von Schwingungszahlen ist nun aber, daß die berechnete Tonhöhe wirklich der tatsächlichen Schwingungszahl entspricht. Für Platten aus Glas und Kupfer ist dies, wie im folgenden gezeigt wird, der Fall, dagegen nicht für Platten aus Papier.

Für anisotrope Platten, wie es Glimmerplatten sind, gelang die Berechnung der Eigenschwingungen nicht.

Da die Berechnung der Eigenschwingungen von isotropen ebenen kreisförmigen Platten mit festgeklebtem Rande bisher noch nicht durchgeführt zu sein scheint, so möge sie hier mitgeteilt werden.

Die wesentlich schwierigere Berechnung der Schwingungen von isotropen ebenen kreisförmigen Platten mit freiem Rand ist von G. Kirchhoff<sup>1)</sup> gegeben.

Hier, wo die Grenzbedingungen viel einfacher sind als bei freiem Rande, gestaltet sich natürlich auch die Rechnung bedeutend einfacher.

Die allgemeine Lösung des Problems ist für die senkrechte Entfernung  $w_n$  aus der Gleichgewichtslage gegeben durch<sup>2)</sup>:

$$(1) \quad w_n = P \cos(n\vartheta) \{J_n(\kappa r) + \lambda J_n(i\kappa r)\} \cos(pt - \epsilon).$$

$J_n$  ist dabei die Besselsche Funktion,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $P$  ist eine belanglose Amplitudenkonstante,  $\vartheta$  der Winkel, den der Radiusvektor mit einem willkürlich gewählten Ausgangsvektor bildet,

---

1) G. Kirchhoff, Ges. Abh. p. 237; Crelles Journ. 40. 1850; Pogg. Ann. 81. 1850.

2) Lord Rayleigh, Die Theorie des Schalles, übersetzt von F. Neesen, 1. p. 396. Braunschweig 1880, Vieweg und Sohn.

$n$  eine positive ganze Zahl einschließlich Null,  $\varepsilon$  eine Phasenkonstante.  $p$  ist maßgebend für die Schwingungszahl. Mit  $\kappa$  hängt es zusammen durch die Beziehung

$$p = \kappa^2 c^2,$$

wo

$$c^2 = \frac{D}{R^2} \sqrt{\frac{1}{12(1-\mu^2)}} \cdot \sqrt{\frac{E}{\varrho}}.$$

Hierin bedeutet  $D$  die ganze Dicke der Platte,  $R$  den Radius,  $E$  den Elastizitätsmodul,  $\varrho$  die Dichte,  $\mu$  die Elastizitätszahl.

$n=0$  gibt die Schwingungen, die nur Kreise als Knotenlinien haben,  $n=1$  die Schwingungen, die außer Kreisen einen Durchmesser als Knotenlinie haben usw.

$\kappa$  und  $\lambda$  bestimmen sich aus den für festgeklebten Rand geltenden Grenzbedingungen

$$\left. \begin{aligned} (2) \quad & w_n = 0 \\ (3) \quad & \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \end{aligned} \right\} \text{ für } r = R.$$

Zur Abkürzung sei gesetzt  $\kappa r = \varrho$ . Aus (2) und (3) folgt

$$(4) \quad J_n(\varrho)_{r=R} + \lambda J_n(i\varrho)_{r=R} = 0,$$

$$(5) \quad \left( \frac{\partial J_n(\varrho)}{\partial r} \right)_{r=R} + \lambda \left( \frac{\partial J_n(i\varrho)}{\partial r} \right)_{r=R} = 0.$$

Aus (4) und (5) folgt durch Elimination von  $\lambda$

$$(6) \quad \frac{J_n(\varrho)_{r=R}}{J_n(i\varrho)_{r=R}} = \frac{\frac{\partial J_n(\varrho)}{\partial r}_{r=R}}{\frac{\partial J_n(i\varrho)}{\partial r}_{r=R}}.$$

Aus (6) ergeben sich die numerischen Werte von  $\kappa$  für jeden Wert von  $n$ . Mit Hilfe dieses Wertes von  $\kappa$  erhält man dann am bequemsten aus (4) die Werte für  $\lambda$ .

Die Berechnungen sind durchgeführt für  $n=0, 1, 2$ . Zur Verwendung gelangten dabei die in R. Fricke, Analytisch-funktionentheoretische Vorlesungen, p. 71 ff. B. G. Teubner, Leipzig 1900 abgedruckte Tabellen für  $J_0$  und  $J_1$ , ferner außer der gewöhnlichen Reihenentwicklung von  $J_n$  die für große Werte des Argumentes sehr bequemen Formeln:

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} J_n(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{\frac{x}{2}}} \left\{ (\cos(x - \tfrac{1}{2}n\pi) + \sin(x - \tfrac{1}{2}n\pi)) \right. \\ &\quad \left( 1 - \frac{(1-4n^2)(9-4n^2)}{1 \cdot 2} \frac{1}{(8x)^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-4n^2)(9-4n^2)(25-4n^2)(49-4n^2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{1}{(8x)^4} + \dots \right) \\ &\quad + (\sin(x - \tfrac{1}{2}n\pi) - \cos(x - \tfrac{1}{2}n\pi)) \\ &\quad \left. \left( \frac{(1-4n^2)}{1} \frac{1}{8x} - \frac{(1-4n^2)(9-4n^2)(25-4n^2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \frac{1}{(8x)^3} + \dots \right) \right\}, \\ (8) \quad \left\{ \begin{aligned} J_n(ix) &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{e^x}{\sqrt{\frac{x}{2}}} \left\{ 1 + \frac{1-4n^2}{1} \cdot \frac{1}{8x} + \frac{(1-4n^2)(9-4n^2)}{1 \cdot 2} \cdot \frac{1}{(8x)^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-4n^2)(9-4n^2)(25-4n^2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \frac{1}{(8x)^3} + \dots \right\}. \end{aligned} \right. \end{aligned} \right.$$

Für  $x$  ergeben sich aus (6) zu jedem  $n$  eine unendliche Reihe von Werten, die dem Grundton und den Obertönen entsprechen.

Unter Benutzung der Relation  $J_0'(x) = -J_1(x)$  ergibt sich aus den Formeln (7) und (8) leicht, daß für  $n = 0$  die Werte von  $x$  in der Nähe von  $\pi, 2\pi, 3\pi \dots$  liegen müssen und diesen Zahlen um so näher kommen, je höher die Ordnungszahl von  $x$  ist (je größer  $x$ ).

Ähnlich findet man, daß für  $n = 1$  die Werte von  $x$  sind:

$$\frac{3}{2}\pi, \quad \frac{5}{2}\pi, \quad \frac{7}{2}\pi \dots$$

bei Benutzung der Relation

$$J_1' = J_0 - \frac{1}{x} J_1$$

und der Gleichungen (7) und (8).

Zu jedem Wert von  $x$  kann man ferner diejenigen Werte von  $r$  berechnen, die kleiner als  $R$  sind und

$$w_n = J_n(xr) + \lambda J_n(ixr)$$

zu Null machen. Diese Werte von  $r$  geben dann also die Radien der Knotenkreise.

1) G. Kirchhoff, l. c. p. 274. An Stelle des dortigen  $2x$  ist hier  $x$  zu setzen.

Die Rechnung ergab folgendes ( $k = 1$  gesetzt):

$n = 0.$

|                        |              |                      |                             |
|------------------------|--------------|----------------------|-----------------------------|
| $\kappa_I = 3,19$      | Knotenkreis  | $r = 1$ (Peripherie) | $\lambda_I = 0,0558$        |
| $\kappa_{II} = 6,806$  | Knotenkreise | $r_1 = 0,3803$       | $\lambda_{II} = - 0,00253$  |
|                        |              | $r_2 = 1$            |                             |
| $\kappa_{III} = 9,425$ | „            | $r_1 = 0,255$        | $\lambda_{III} = + 0,00011$ |
|                        |              | $r_2 = 0,584$        |                             |
|                        |              | $r_3 = 1$            |                             |
| $\kappa_{IV} = 12,56$  | „            | $r_1 = 0,190$        | $\lambda_{IV} \cong 0$      |
|                        |              | $r_2 = 0,435$        |                             |
|                        |              | $r_3 = 0,684$        |                             |
|                        |              | $r_4 = 1$            |                             |
| $\kappa_V = 15,71$     | „            | $r_1 = 0,155$        | $\lambda_V \cong 0$         |
|                        |              | $r_2 = 0,364$        |                             |
|                        |              | $r_3 = 0,551$        |                             |
|                        |              | $r_4 = 0,752$        |                             |
|                        |              | $r_5 = 1$            |                             |

$n = 1$  (1 Knotendurchmesser).

|                        |              |               |                             |
|------------------------|--------------|---------------|-----------------------------|
| $\kappa_I = 4,612$     | Knotenkreis  | $r_1 = 1$     | $\lambda_I = 0,0152$        |
| $\kappa_{II} = 7,80$   | Knotenkreise | $r_1 = 0,491$ | $\lambda_{II} = - 0,00053$  |
|                        |              | $r_2 = 1$     |                             |
| $\kappa_{III} = 10,95$ | „            | $r_1 = 0,350$ | $\lambda_{III} = + 0,00001$ |
|                        |              | $r_2 = 0,640$ |                             |
|                        |              | $r_3 = 1,0$   |                             |

$n = 2$  (2 Knotendurchmesser).

|                      |              |               |                          |
|----------------------|--------------|---------------|--------------------------|
| $\kappa_I = 5,904$   | Knotenkreis  | $r_1 = 1$     | $\lambda_I = - 0,0292$   |
| $\kappa_{II} = 9,40$ | Knotenkreise | $r_1 = 0,542$ | $\lambda_{II} = 0,00017$ |
|                      |              | $r_2 = 1,00$  |                          |

Die Schwingungszahl ist

$$N = \frac{p}{2\pi} = \frac{\kappa^2 c^3}{2\pi} \text{ v. d.}$$

Für den Grundton  $N_0$  ( $n = 0$ ,  $\kappa = 3,19$ ), wo die Platte als Ganzes schwingt, ergibt sich demnach

$$\text{für } \mu = 0,25: \quad N_0 = 0,463 \frac{D}{R^3} \sqrt{\frac{E}{q}} \text{ v. d.}$$

$$\text{für } \mu = 0,5: \quad N_0 = 0,540 \frac{D}{R^3} \sqrt{\frac{E}{q}} \text{ v. d.}$$

Es sei die Zahl der Durchmesser mit  $n'$ , die der Knotenlinien mit  $\nu$  bezeichnet. Dann gilt für die Tonhöhe folgende Tabelle (wenn der Grundton  $N_0$  zu 1 angesetzt wird).

| $\nu$ | $n' = 0$    | $n' = 1$    | $n' = 2$    |
|-------|-------------|-------------|-------------|
| 0     | 1           | 2,07 (1,59) | 3,42 (2,14) |
| 1     | 3,90 (2,80) | 5,98 (2,92) | 8,68 (3,50) |
| 2     | 8,70 (3,60) | 11,76       |             |
| 3     | 15,50       |             |             |

Die in Klammern beigefügten Zahlen geben die entsprechenden Tonhöhen einer Membran. Der Vollständigkeit wegen sei auch noch die entsprechende Tabelle für die Radien der Knotenkreise angegeben (der Radius der Platte = 1 gesetzt):

| $\nu$ | $n' = 0$   | $n' = 1$                                 | $n' = 2$    |
|-------|--|--|-------------|
| 1     | 0,38 (0,44)  | 0,49 (0,55)                              | 0,54 (0,61) |
| 2     | $\begin{cases} 0,26 (0,28) \\ 0,58 (0,64) \end{cases}$ | $\begin{cases} 0,35 \\ 0,64 \end{cases}$ |             |
| 3     | $\begin{cases} 0,19 \\ 0,44 \\ 0,68 \end{cases}$       |  |             |

#### b) Versuche.

Für Platten aus Glas und Kupfer zeigten sich die abgeleiteten Beziehungen hinreichend bestätigt. Die Plättchen wurden auf Messingringen von ca. 5 mm Dicke und etwa 10 mm Breite aufgeklebt und in die Nähe der tönenden Galtonpfeife gebracht. Durch feinen Sand markierten sich haarscharf die Knotenkreise bzw. Knotendurchmesser. In vielen Fällen waren die Knotenkreise etwas elliptisch, wohl infolge kleiner Spannungen, nicht überall gleicher Dicke, ungleicher Befestigung usw.

Es mögen nur einige aus dem vorliegenden Material willkürlich herausgegriffene Zahlen mitgeteilt werden.

Es hätten zu einer genauen Prüfung natürlich die Werte von  $E$ ,  $\rho$  und  $\mu$  für jedes benutzte Stück gemessen werden müssen. Ich habe wegen der erwähnten kleinen Fehler mich damit begnügt, mit bekannten Mittelwerten zu rechnen.

Bei Glas ist gesetzt

$$\sqrt{\frac{E}{\rho}} = 5 \cdot 10^5 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}, \quad \mu = 0,25;$$

bei Kupfer ist gesetzt

$$\sqrt{\frac{E}{\varrho}} = 3,7 \cdot 10^4 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}, \quad \mu = 0,25.$$

Glas.

Es wurden käufliche Deckgläschen benutzt; die Dicke war genügend gleichmäßig.

Es entstanden meist nur die Knotenkreise.

Unter „gefunden“ sind diejenigen Schwingungszahlen eingetragen, die der betreffenden Pfeifenlänge, Windstärke und Maulweite der Galtonpfeifen nach den Messungen mit anderen Methoden, meist mit Staubfiguren, zukommen.

Die Einstellung auf Resonanz war sehr präzis. Es wurde dazu diejenige Pfeifenlänge ermittelt, bei der die Bewegung des Sandes noch auf die weiteste Entfernung hin sichtbar war (oft fast 1 m).

1. Rundes Deckglas.  $D = 0,169$  mm,  $R = 6,05$  mm.

|                              |             |
|------------------------------|-------------|
| Grundton berechnet . . . . . | 10540 v. d. |
| gefunden . . . . .           | 10500       |

2. Rundes Deckglas.  $D = 0,169$  mm,  $R = 8,3$  mm.

|                              |      |
|------------------------------|------|
| Grundton berechnet . . . . . | 6450 |
| gefunden . . . . .           | 5560 |

|  |       |
|--|-------|
| Oberton mit 1 Kreisknotenlinie berechnet | 22400 |
| gefunden                                 | 23000 |

|  |         |
|--|---------|
| Radius des Knotenkreises berechnet . . | 3,19 mm |
| gefunden . .                           | 3,15 mm |

3. Rundes Deckglas.  $D = 0,190$  mm,  $R = 12,75$  mm.

Der Grundton ist mit der Galtonpfeife nicht zu erhalten, also jedenfalls kleiner als 3300 (berechnet 2670).

|  |       |
|--|-------|
| Oberton mit 1 Kreisknotenlinie berechnet | 10900 |
| gefunden                                 | 10500 |

|  |        |
|--|--------|
| Radius des Knotenkreises berechnet . . | 9,7 mm |
| gefunden . .                           | 9,8 mm |

|   |       |
|---|-------|
| Oberton mit 2 Kreisknotenlinien berechnet | 23460 |
| gefunden                                  | 23000 |

4. Rundes Deckglas.  $D = 0,165$  mm,  $R = 11,05$  mm.

Grundton nicht auf der Galtonpfeife, also kleiner als 3300 (berechnet 3100).

|                                       |       |
|---------------------------------------|-------|
| Oberton mit 1 Knotenkreis berechnet . | 12100 |
| gefunden .                            | 11000 |



|   |           |            |
|---|-----------|------------|
| Oberton mit 2 Knotenkreisen                           | berechnet | 27500      |
|   | gefunden  | 26000      |
| 5. Rechteckiges Glas auf Ring mit kreisförmigem Loch. |           |            |
| $D = 0,130$ mm, $R = 9,13$ mm.                        |           |            |
| Oberton mit 1 Knotenkreis                             | berechnet | 14980      |
|   | gefunden  | 14500      |
| Knotenlinie elliptisch. Durchmesser des               |           |            |
| Knotenkreises   | berechnet | 6,94 mm    |
|   | gefunden  | 6,8—7,6 mm |
| Oberton mit 2 Knotenkreisen                           | berechnet | 30700      |
|   | gefunden  | 32400      |
| 6. Rechteckiges Glas. $D = 0,160$ mm, $R = 9,125$ mm. |           |            |
| Grundton  | berechnet | 4420       |
|   | gefunden  | 4300       |
| Oberton mit 1 Knotenkreis                             | berechnet | 17230      |
|   | gefunden  | 18400      |
| Durchmesser des Knotenkreises                         | berechnet | 6,94 mm    |
|   | gefunden  | 7,0—7,8 mm |
| 7. Rundes Deckglas. $D = 0,190$ mm, $R = 12,75$ mm.   |           |            |
| Oberton mit 1 Durchmesser und 1 Knotenkreis           | berechnet | 15900      |
|   | gefunden  | 15000      |

#### Kupfer.

|                                    |           |       |
|------------------------------------|-----------|-------|
| 1. $D = 0,051$ mm, $R = 15,05$ mm. |           |       |
| Oberton mit 2 Knotenkreisen        | berechnet | 3880  |
|                                    | gefunden  | 3800  |
| Oberton mit 3 Knotenkreisen        | berechnet | 6900  |
|                                    | gefunden  | 5900  |
| Oberton mit 4 Knotenkreisen        | berechnet | 10760 |
|                                    | gefunden  | 10000 |
| 2. $D = 0,051$ mm, $R = 10,0$ mm.  |           |       |
| Oberton mit 1 Knotenkreis          | berechnet | 3400  |
|                                    | gefunden  | 3450  |
| Oberton mit 2 Knotenkreisen        | berechnet | 7650  |
|                                    | gefunden  | 7200  |
| 3. $D = 0,051$ mm, $R = 10,08$ mm. |           |       |
| Oberton mit 1 Knotenkreis          | berechnet | 3400  |
|                                    | gefunden  | 3400  |
| Oberton mit 2 Knotenkreisen        | berechnet | 7650  |
|                                    | gefunden  | 7900  |

|                             |           |       |
|-----------------------------|-----------|-------|
| Oberton mit 3 Knotenkreisen | berechnet | 13600 |
|                             | gefunden  | 13900 |
| Oberton mit 4 Knotenkreisen | berechnet | 21280 |
|                             | gefunden  | 22100 |

| Durchmesser der Knotenkreise |            |
|------------------------------|------------|
| berechnet                    | gefunden   |
| 15,5                         | 15,04      |
| 11,1                         | 11,02      |
| 7,3                          | 7,28       |
| 3,1                          | elliptisch |

Die Übereinstimmung ist bei diesen Substanzen im allgemeinen wohl als befriedigend zu bezeichnen. Dagegen wurde die Theorie durchaus nicht bestätigt bei Platten aus Papier.

#### Papier.

Da ich keine Angaben über den Elastizitätsmodul von Papier fand, bestimmte ich ihn durch Biegung schmaler Streifen von etwa 2 mm Breite, 20 mm Länge bei einseitiger Festklemmung. Er ergab sich für die benutzte Sorte (Schreibpapier) zu 230 kg-Gew./mm<sup>2</sup>. Die Dichte war 1,01.

1.  $D = 0,096$  mm,  $R = 7$  mm.

|                           |                 |       |
|---------------------------|-----------------|-------|
| Oberton mit 1 Knotenkreis | berechnet . . . | 61600 |
|                           | gefunden . . .  | 11000 |

2.  $D = 0,096$  mm,  $R = 15,0$  mm.

|                             |               |      |
|-----------------------------|---------------|------|
| Oberton mit 2 Knotenkreisen | berechnet . . | 3100 |
|                             | gefunden . .  | 4700 |

3.  $D = 0,096$  mm,  $R = 6,0$  mm.

|          |                     |      |
|----------|---------------------|------|
| Grundton | berechnet . . . . . | 2160 |
|          | gefunden . . . . .  | 3700 |

|                           |                 |       |
|---------------------------|-----------------|-------|
| Oberton mit 1 Knotenkreis | berechnet . . . | 8600  |
|                           | gefunden . . .  | 11500 |

In ähnlicher Weise weichen die Schwingungszahlen bei allen Versuchen von den berechneten ab.

Es kann das nicht daher rühren, daß etwa der Elastizitätsmodul nach verschiedenen Richtungen (etwa infolge des Walzens bei der Herstellung) verschieden ist. Denn es fand sich dieser aus Biegungsversuchen an dünnen Streifen innerhalb der Beobachtungsfehler unabhängig von der Richtung. Am wahrscheinlichsten ist wohl, da die gefundenen Schwingungszahlen stets

größer waren als die berechneten, daß beim Aufkleben eine Spannung des Papiers eintrat, trotzdem ich mich möglichst bemühte, dies zu vermeiden. Diese Spannungselastizität tritt dann zu der Eigenelastizität der Papierplatte hinzu.

Auch fand sich beim Papier folgende Eigentümlichkeit. Während bei Glas, Kupfer und Glimmer der Sand nur in der unmittelbaren Nähe der Eigentöne in lebhafte Bewegung kam und sich zur Chladnischen Klangfigur anordnete, war bei Papierplatten stets eine mehr oder minder gut ausgeprägte Klangfigur, stets ein Mitschwingen der Platte in irgendwelcher Art vorhanden, welche Höhe der Ton auch hatte, wenn er nur nicht zu tief unter dem Grundton lag. Es erinnert dieses Verhalten an dasjenige des Trommelfelles, das auch auf alle ankommenden Töne in Mitschwingen gerät.

Die Chladnischen Klangfiguren gingen also hier vollkommen stetig ineinander über, und es ließ sich dieser stetige Übergang bei Verschieben des Stempels der Pfeife genau verfolgen.

Wir wollen ausgehen von derjenigen Kreisfigur, die etwas oberhalb des ersten Obertones mit einem Kreisknoten entsteht; und es werde nun der Ton allmählich vertieft. Die allmählichen Übergänge sind dann folgende:

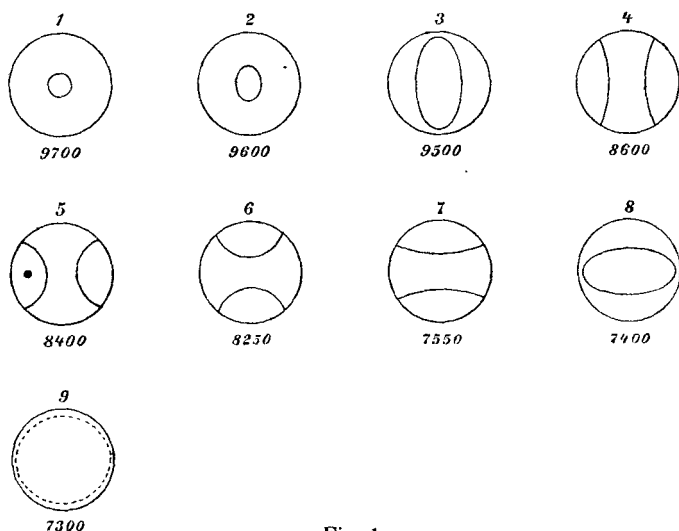


Fig. 1.

Der Übergang der Formen ineinander ist, wie gesagt, ein vollkommen kontinuierlicher und genau zu verfolgen.

Bei höheren Tönen sind die Figuren ähnlich, nur komplizierter. Die beigelegten Zahlen geben die zugehörigen Schwingungszahlen an. Am merkwürdigsten sieht der Übergang von 5 in 6 aus, wo die Figur sozusagen in einer zu der vorigen senkrechten Lage umschlägt. Dabei war ein Moment vorhanden, wo sehr starke Resonanz bestand, die Knotenlinien aber kaum feststellbar waren; sie schienen nebenstehende Gestalt zu haben.

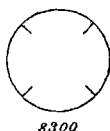


Fig. 2.

Diese Figuren sind nun vollkommen gleich mit denjenigen, die bereits, ebenfalls an Platten aus Papier, Pappe und dergl. mit kreisförmigen aber freiem Rand, A. Elsas<sup>1)</sup> erhalten hat, indem er sie in horizontaler Lage an einem in ihrem Mittelpunkt befestigten Faden frei schwingen ließ, dessen anderes Ende mit etwas Klebwachs an der Zinke einer horizontal liegenden Stimmgabel befestigt war, deren Stiel in einem Schraubstock eingeklemmt wurde. Auch die für höhere Töne erhaltenen Figuren sind durchaus den von Elsas abgebildeten analog. Ich kann deshalb wegen weiterer Einzelheiten auf diese Abhandlung und die ihr beigegebenen Figuren verweisen. Der Unterschied besteht eben nur darin, daß ich die Figuren an Platten mit festgeklebten, A. Elsas an solchen mit freiem Rand erhielt. Ferner bekommt man bei Anblasen mit der verstellbaren Galtonpfeife den vollen stetigen Übergang der Figuren. Beide Male handelt es sich um erzwungene Schwingungen.

Eine Berechnung dieser Figuren dürfte große Schwierigkeiten bieten. Es teilt sich die Platte eben in solcher Weise, daß jeder Teil für sich frei schwingend die Schwingungsdauer des erregenden Tones gibt. Da sie nur bei Papier, Pappe und derartig weichen Substanzen auftreten, nicht bei Glas, Metall, Glimmer, so mag diese Unschärfe der Resonanz, oder besser Ansprechen auf weite Intervalle von der Dämpfung durch innere Reibung herrühren. Da sie Elsas auch bei Platten aus Gipspulver erhalten hat, ist irgendeine Anisotropie, an die man bei Papier leicht denken könnte, als Grund der

1) A. Elsas, Wied. Ann. 19. p. 474. 1883.

Erscheinung wohl ausgeschlossen, wenn auch offenbar immer zwei zueinander senkrechte ausgezeichnete Richtungen auftreten.

Glimmer.

Am bequemsten für die Versuche sind wohl die Platten aus Glimmer, da man sich hier die verschiedensten Dicken bei vollkommener Planparallelität herstellen kann. Die Chladnischen Klangfiguren entstehen hier auch am leichtesten und deutlichsten bis hinauf zu sehr hohen Obertönen. Es wurden z. B. leicht noch erhalten die Figuren mit drei Knotenkreisen und zwei Knotendurchmessern, mit einem Knotenkreis und drei Knotendurchmessern, mit vier Knotenkreisen usw.; bei der Kleinheit der Platten (Durchmesser von etwa 10 mm an) geben diese Figuren einen sehr zierlichen Anblick. Bei sehr dünnen Blättchen ist die Empfindlichkeit sehr groß, wenn man gerade Resonanz hat. Es ließ sich dann im ganzen Zimmer, auf etwa 3 m Entfernung, die Erregung des Sandes gut nachweisen. Da hier in der Spaltfläche des Glimmers der Elastizitätsmodul nach verschiedenen Richtungen verschieden ist<sup>1)</sup>, so läßt sich die nur für isotrope Substanzen geltende Theorie hier nicht anwenden.

Es traten hier bei Glimmer die Obertöne der Platten bis zu sehr hohen Ordnungen, drei Knotenkreise und zwei Knotendurchmesser und dergl. leicht auf. Merkwürdigerweise hatten die Klangfiguren hier fast stets diejenigen Formen, die abweichend von der typischen scharfe exakte Knotenkreise und Knotendurchmesser enthaltenden Form, nach den Versuchen von Chladni<sup>2)</sup>, in seiner „Akustik“ abgebildet, öfters bei Platten mit freiem Rand entstehen. Es seien hier besonders genannt die Figg. 109b und 111c in Chladnis „Akustik“.

Besonders auffallend war hierbei die aus einer Ellipse und einem diese einschließenden Fünfeck bestehende Klangfigur, die sehr oft auftrat (Fig. 109b).

Bei der Verwendung dieser Glimmerplatten zur Messung hoher Töne wird man sie am besten nach irgendeiner anderen (etwa nach der im folgenden Abschnitt beschriebenen) Methode eichen.

1) L. A. Coromilas, Dissert. Tübingen 1877; Zeitschr. f. Kryst. 1. p. 407. 1877.

2) E. F. F. Chladni, Akustik, Leipzig 1830. Breitkopf & Härtel.

3. Messung der Schwingungszahlen mittels der Chladnischen Klangfiguren von Platten mit freiem Rande (Deckgläschen) und Berechnung der zugehörigen Tonhöhe.

Auch die Schwingungen von kleinen dünnen Platten mit *freiem* Rande, deren Berechnung wir Kirchhoff verdanken, lassen sich in einfacher Weise zur Messung hoher Schwingungszahlen verwenden.

Ich habe hierzu kreisrunde Deckgläschen für Mikroskope benutzt, wie sie im Handel erhältlich sind. Legt man ein

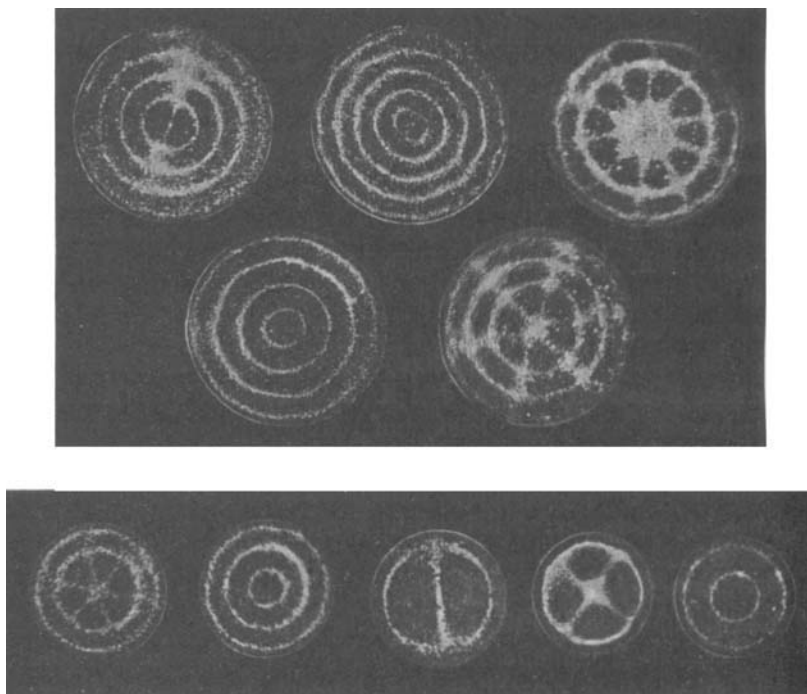


Fig. 3. Natürliche GröÙe.

solches, mit feinem Sande bestreut, auf ein sehr weitmaschiges Drahtnetz (etwa 3—4 mm Maschenweite) und hält dieses über die tönende Pfeife, so entstehen in überraschender Leichtigkeit und Schärfe die Chladnischen Klangfiguren, wenn der Pfeifenton mit einem der Eigentöne der Platte in Resonanz steht.

Vorstehend sind einige der so erhaltenen Klangfiguren in natürlicher Größe abgebildet. Sie sind (nach Vorschlag von Hrn. Prof. Schaum) durch direktes Auflegen auf Kopierpapier photographiert.

Bei nicht zu hohen Obertönen gerät die Platte in leichte Bewegung auf dem Drahtnetz. Bei dem ersten und zweiten Oberton springt sogar die ganze Platte bei Resonanz lebhaft etwa 1—2 cm in die Höhe. Die Einstellung ist sehr scharf; geringe Änderungen der Schwingungszahl sind am Ausbleiben der Klangfigur zu erkennen. Es hat sich, soweit die bisherigen Messungen reichen, eine befriedigende Übereinstimmung mit der Kirchhoffschen Theorie ergeben, sowohl in bezug auf die absolute Höhe der Töne, als auch in bezug auf die Größe der Radien der Knotenkreise.<sup>1)</sup> <sup>2)</sup>

Die Kirchhoffsche Theorie (Ges. Werke p. 283) gibt für den Grundton der freien Scheibe von der Dicke  $D$ , dem Radius  $R$ , dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Dichte  $\rho$

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{a) } N = 0,261 \frac{D}{R^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{ v. d. pro sec, für } \mu = \frac{1}{4}, \\ \text{b) } = 0,256 \frac{D}{R^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{ v. d. pro sec, für } \mu = \frac{1}{3}, \end{array} \right.$$

(Die Angabe von Kirchhoff, l. c., bezieht sich auf *einfache* Schwingungen, wie zwar nicht ausdrücklich gesagt, aber sich durch Nachrechnen aus der allgemeinen Theorie ergibt.)

Die Klangfigur besteht natürlich aus Durchmessern und Kreisen. Die Zahl der Durchmesser sei mit  $n$ , die der Radien mit  $\nu$  bezeichnet. Nach der Theorie von Kirchhoff ist die Höhe der Eigentöne der freien Platte, den Grundton gleich 1 gesetzt, in folgender Tabelle (für  $\mu = \frac{1}{4}$ ) gegeben.

| $\nu$ | $n = 0$ | $n = 1$ | $n = 2$ | $n = 3$ | $n = 4$ | $n = 5$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0     |         |         | 1,0000  | 2,3124  | 4,0485  | 6,1982  |
| 1     | 1,6131  | 3,7032  | 6,4038  | 9,6445  | 13,3987 | 17,6304 |
| 2     | 6,9559  | 10,8383 | 15,3052 | 20,3249 |         |         |
| 3     | 15,9031 | 21,25?  |         |         |         |         |

1) Bisher scheint die Kirchhoffsche Theorie nur in bezug auf die *relative* Tonhöhe verifiziert zu sein.

2) Über die Erzeugung Chladnischer Klangfiguren an sehr kleinen im Mittelpunkt befestigten Platten durch Anstreichen mit dem Bogen vgl. R. König, Wied. Ann. 69. p. 729. 1899.

Es seien nun p. 801—803 einige Messungen mitgeteilt. Unter  $N_{\text{ber.}}$  sind diejenigen Werte von  $N$  angegeben, die man erhält, wenn man in (9a)  $\sqrt{E/\rho}$  zu  $5 \cdot 10^5$  cm/sec annimmt, was ungefähr einem für Glas gültigen Durchschnittswert von  $\sqrt{E/\rho}$  entspricht.

In den Versuchen wurde eine neue mir von Hrn. Geheimrat C. Stumpf freundlichst zur Verfügung gestellte Galtonpfeife nach Edelmann benutzt. Unter  $N_{\text{Staubfigur}}$  sind, soweit ein Vergleich zulässig, die mittels Staubfiguren ermittelten Schwingungszahlen angegeben. Der Winddruck betrug stets 900 mm.

In der „Pfeifenton“ überschriebenen Kolonne bedeuten die Ziffern 0 Grundton der Pfeife, 1 erster Oberton der Pfeife (= 3 mal Grundton), 2 zweiter Oberton der Pfeife usw.

In Anbetracht des Umstandes, daß hier für  $\sqrt{E/\rho}$  nur mit einem Mittelwert gerechnet ist, darf man wohl die Übereinstimmung der durch die Chladnischen Klangfiguren an den freien kreisförmigen Platten bestimmten mit der nach der Staubfigurenmethode ermittelten als durchaus befriedigend bezeichnen. Es ist dadurch einmal eine gewisse Bestätigung der Kirchhoffschen Theorie gegeben; ferner ist nun aber weiter auch damit gezeigt, daß diese so erregten Schwingungen freier Platten sich zur Bestimmung sehr hoher Schwingungszahlen vorzüglich eignen. Ich möchte diese Methode, zumal für sehr hohe Töne, als wesentlich bequemer empfehlen, als die Methode der Kundtschen Staubfiguren. Bei sehr hohen Tönen entstehen diese sehr viel schwerer als die Chladnische Klangfigur.

Im allgemeinen sind die mit Kundtschen Staubfiguren ermittelten Schwingungszahlen etwa 10 Proz. höher als die aus der Chladnischen Klangfigur bestimmten. Es ist sehr wohl möglich, daß der für  $\sqrt{E/\rho}$  angesetzte Mittelwert  $5 \cdot 10^5$  cm/sec um 10 Proz. zu niedrig ist. Die Schallgeschwindigkeit im Glas ist oft höher als  $5 \cdot 10^5$  cm/sec gefunden.

Eine besondere Bestimmung der Werte von  $E$ ,  $\mu$  und  $\rho$  für die verwendeten Gläser zur exakten Prüfung der Kirchhoffschen Theorie ist in Vorbereitung. Die relativen Werte der Schwingungszahlen stimmen gut mit der Theorie, ebenso die Durchmesser der Knotenkreise.



| Dicke<br>in mm | Durch-<br>messer<br>in mm | Grundton<br>ber., v. d.<br>pro sec | Maul-<br>weite | Pfeifen-<br>länge<br>in mm | Klangfigur |   | Nber.<br>in v. d. | N <sup>o</sup> Staubfigur | Pfeifen-<br>ton | Knotendurchmesser |             |
|----------------|---------------------------|------------------------------------|----------------|----------------------------|------------|---|-------------------|---------------------------|-----------------|-------------------|-------------|
|                |                           |                                    |                |                            | m          | n |                   |                           |                 | ber.              | gef.        |
| 0,1765         | 17,65                     | 2957                               | 0,90           | 6,3                        | 1          | 2 | 31629             |                           | 2               | 8,85; 15,40       | 8,60; 15,10 |
| "              | "                         | "                                  | "              | 3,8                        | —          | 3 | 47010             |                           | 2               |                   |             |
| "              | "                         | "                                  | "              | 2,9                        | 1          | 1 | 18923             | 20500                     | 0               |                   |             |
| "              | "                         | "                                  | "              | 2,6                        | —          | 2 | 20578             | 22460                     | 0               | 6,90; 14,89       | 7,0; 14,60  |
| "              | "                         | "                                  | "              | 11,3                       | 2          | 2 | 45236             |                           | 3               |                   |             |
| "              | "                         | "                                  | "              | 15,3                       | —          | 3 | 47010             |                           | 4               |                   |             |
| "              | "                         | "                                  | "              | 1,0                        | 1          | 2 | 31629             |                           | 0               |                   |             |
| "              | "                         | "                                  | "              | 10,8                       | —          | 3 | 47010             |                           | 3               |                   |             |
| "              | "                         | "                                  | "              | 18,6                       | 2          | 2 | 45236             |                           | 5?              |                   |             |
| "              | "                         | "                                  | "              | 22,3                       | 2          | 2 | 45236             |                           | 6?              |                   |             |
| "              | "                         | "                                  | "              | 0,2                        | 2          | 2 | 45236             |                           | 0               |                   |             |
| "              | "                         | "                                  | 2,0            | 6,8                        | 1          | 1 | 10939             | 11630                     | 0               |                   |             |
| "              | "                         | "                                  | "              | 15,8                       | —          | 1 | 4798              | 5270                      | 0               |                   |             |
| 0,256          | 15,50                     | 5750                               | 2,0            | 2,1                        | 1          | 1 | 21276             |                           | 0               |                   |             |
| "              | "                         | "                                  | "              | 8,25                       | —          | 1 | 9247              | 9470                      | 0               | 10,55             | 10,70       |
| "              | "                         | "                                  | "              | 11,40                      | 1          | 1 | 21276             |                           | 0               |                   |             |

| Dicke<br>in mm | Durch-<br>messer<br>in mm | Grundton<br>ber., v. d.<br>pro sec | Maul-<br>weite | Pfeifen-<br>länge<br>in mm | Klangfigur |       | $N_{\text{Ber.}}$<br>in v. d. | $N_{\text{Staubigur}}$ | Pfeifen-<br>ton | Knotendurchmesser    |                      |
|----------------|---------------------------|------------------------------------|----------------|----------------------------|------------|-------|-------------------------------|------------------------|-----------------|----------------------|----------------------|
|                |                           |                                    |                |                            | $n$        | $\nu$ |                               |                        |                 | ber.                 | gef.                 |
| 0,176          | 17,70                     | 3179                               | 2,0            | 6,0                        | 1          | 1     | 10932                         | 12040                  | 0               |                      |                      |
| "              | "                         | "                                  | "              | 15,9                       | —          | 1     | 4756                          | 5220                   | 0               |                      |                      |
| 0,176          | 17,80                     | 3150                               | "              | 5,8                        | 1          | 1     | 10832                         | 12170                  | 0               |                      |                      |
| "              | "                         | "                                  | "              | 16,2                       | —          | 1     | 4712                          | 5170                   | 0               |                      |                      |
| 0,146          | 17,70                     | 2434                               | "              | 7,7                        | 1          | 1     | 9005                          | 10000                  | 0               |                      |                      |
| "              | "                         | "                                  | "              | 19,8                       | —          | 1     | 3917                          | 4110                   | 0               |                      |                      |
| 0,177          | 17,70                     | 2949                               | 1,4            | 5,85                       | 1          | 1     | 10955                         | 12110                  | 0               | 13,80                | 13,78                |
| "              | "                         | "                                  | "              | 15,90                      | —          | 1     | 4765                          | 5200                   | 0               |                      |                      |
| "              | "                         | "                                  | 0,70           | 0,8                        | 1          | 2     | 32094                         |                        | 0               |                      |                      |
| "              | "                         | "                                  | "              | 2,8                        | 3          | 2     | 60163                         |                        | 1?              |                      |                      |
| "              | "                         | "                                  | "              | 0,9                        | 1          | 3     | 62769?                        |                        | 1?              |                      |                      |
| 0,1765         | 17,65                     | 2957                               | 0,90           | 7,7                        | 2          | 2     | 45237                         |                        | 2               | 9,91; 15,70          | 9,65; 15,75          |
| "              | "                         | "                                  | "              | 7,3                        | —          | 3     | 47010                         |                        | 2               | 4,55; 10,44<br>15,82 | 4,35; 10,25<br>75,65 |

| Dicke<br>in mm | Durch-<br>messer<br>in mm | Grundton<br>ber., v. d.<br>pro sec | Maulweite | Pfeifen-<br>länge<br>in mm | Klangfigur |       | $N_{\text{ber.}}$<br>in v. d. | $N_{\text{Staubgür}}$ | Pfeifen-<br>ton |
|----------------|---------------------------|------------------------------------|-----------|----------------------------|------------|-------|-------------------------------|-----------------------|-----------------|
|                |                           |                                    |           |                            | $n$        | $\nu$ |                               |                       |                 |
| 0,147          | 15,75                     | 3096                               | 1,0       | 0,90                       | 1          | 2     | 33405                         | 34720                 | 0               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 2,60                       | —          | 2     | 21520                         | 22650                 | 0               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 6,10                       | 1          | 2     | 33405                         |                       | 1               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 11,10                      | 1          | 2     | 33405                         |                       | 2               |
| "              | "                         | "                                  | 0,75      | 1,00                       | 1          | 2     | 33405                         | 34650                 | 0               |
| "              | "                         | "                                  | 2,0       | 5,7                        | 1          | 1     | 11457                         | 12300                 | 0               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 2,15                       | 2          | 1     | 19828                         |                       |                 |
| "              | "                         | "                                  | "         | 15,4                       | —          | 1     | 4984                          | 5310                  | 0               |
| 0,160          | 15,75                     | 3373                               | 2,0       | 5,25                       | 1          | 1     | 12481                         | 13080                 | 0               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 14,30                      | —          | 1     | 5431                          | 5760                  | 0               |
| 0,291          | 16,00                     | 5929                               | "         | 7,0                        | —          | 1     | 9557                          | 10880                 | 0               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 9,7                        | 1          | 1     | 21940                         |                       | 1               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 25,3                       | —          | 1     | 9557                          |                       | 1               |
| "              | "                         | "                                  | 1,0       | 0,3                        | —          | 2     | 41271                         |                       | 0               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 0,6                        | 1          | 1     | 37930                         |                       | 0               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 2,3                        | 1          | 1     | 21940                         |                       | 0               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 4,5                        | —          | 2     | 41271                         |                       | 1               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 8,3                        | —          | 2     | 41271                         |                       | 2               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 9,3                        | 2          | 1     | 37930                         |                       | 2               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 9,9                        | 1          | 1     | 21941                         |                       | 1               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 2,3                        | 1          | 1     | 21941                         |                       | 0               |
| "              | "                         | "                                  | 0,75      | 4,6                        | —          | 2     | 41271                         |                       | 1               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 9,8                        | 1          | 1     | 21941                         |                       | 1               |
| "              | "                         | "                                  | "         | 20,6                       | —          | 2     | 41271                         |                       | 5               |

Bei der Bestimmung hoher Schwingungszahlen wird man am besten an einem schon auf anderem Wege bestimmten Ton den Faktor der Gleichung (9) empirisch ermitteln. Für die Obertöne der Pfeife ergeben sich durchaus wahrscheinliche Werte. Wie schon früher von mir, Schwendt und Edelmann gefunden wurde, sind sie stets etwas kleiner als das theoretische Vielfache des Grundtones. Während früher aber nur die Obertöne mit Staubfiguren bis höchstens zum zweiten gefunden sind, zeigt sich hier, daß sie bei kleiner Maulweite und relativ großer Pfeifenlänge leicht bis zum sechsten nachzuweisen sind.

Die Schwingungszahl des Tones mit drei Knotenkreisen und einem Knotendurchmesser ist von Kirchhoff nicht mehr berechnet worden. Sie ist hier, bezogen auf den Grundton, zu 21,25 angesetzt auf Grund der Bemerkung von Kirchhoff, daß sich die Obertöne immer mehr den Quadraten von  $n + 2$  nähern. Dementsprechend ist eine der berechneten Schwingungszahlen (in den Tabellen mit ? bezeichnet) als unsicher anzusehen.

Auffällig ist, daß es nicht gelang, diejenigen Chladnischen Klangfiguren zu erhalten, die nur Knotendurchmesser, keine Knotenkreise haben. Daß sie sich bei der gebrauchten Versuchsanordnung schwerer bilden als die anderen, ist allerdings sehr plausibel. Man wird sie wohl bekommen, wenn man die Platte nicht auf Drahtnetze, sondern auf entsprechende Drahtsterne auflegt.

Es ist zu erwarten, daß man nach dieser Methode auch leicht die freien Schwingungen dünner, kleiner Stäbchen erhalten wird. Es wird so z. B. möglich sein, die relativen (und vielleicht auch die absoluten) Werte von  $E$  für Glimmer in den verschiedenen Richtungen zu messen.

#### 4. Messung der Schwingungszahl durch Beugung.

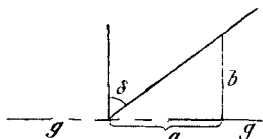
Die Empfindlichkeit der Glimmer- und Papierplatten ließ es als möglich erscheinen, mit ihrer Hilfe Beugungsvorgänge bei hohen Tönen zu verfolgen.<sup>1)</sup> Es wurden zwei Beugungs-

1) In sehr vollkommener Weise ist die Beugung kürzlich von W. Altberg bei den sehr hohen Tönen, die bei oszillierenden Funkenentladungen entstehen, zur Messung der Wellenlänge verwandt worden (Ann. d. Phys. 23. p. 267. 1907).

gitter benutzt. Sie wurden aus einem großen Kartonpapierbogen durch Ausschneiden von Streifen hergestellt. Die Länge der Streifen betrug bei beiden 25 cm, die Breite sowohl der ausgeschnittenen wie der stehenbleibenden Streifen im ersten Gitter 15 mm, im zweiten 10 mm. Die Anzahl der Öffnungen betrug bei beiden Gittern 5.

Die Pfeife wurde in etwa 20—25 cm Abstand unter dem horizontal liegenden Gitter aufgestellt. Durch Pappschirme wurde dafür Sorge getragen, daß kein Schall direkt zu der Glimmerplatte gelangen konnte, mit der nun der Raum oberhalb der Gitterebene abgesucht wurde.

In der Tat war die Beugung gut nachweisbar, wenn man eine Platte benutzte, die mit dem zu untersuchenden Ton in Resonanz war. Die aus dem Beugungswinkel berechnete Schwingungszahl stand in befriedigender Übereinstimmung mit der nach anderen Methoden gemessenen. Die Genauigkeit ist zwar nicht so groß, wie bei anderen Meßmethoden, wenigstens für die benutzte Anordnung, aber immerhin ist die Größenordnung der Schwingungszahl gut zu messen. Die Einstellung ist oft überraschend scharf. In der skizzierten Anordnung ist  $gg$  das Gitter und  $A$  die Pfeife.  $a$  ist von der Mitte des Gitters gerechnet.



$A$   
Pfeife

Fig. 4.

Es seien einige Messungen mitgeteilt.

Gitterkonstante 30 mm. Pfeifenlänge 3,9, Winddruck 80 mm.

| $a$   | $b$   |
|-------|-------|
| 15 cm | 12 cm |
| 20    | 17    |
| 25    | 21    |
| 30    | 23    |
| 35    | 25    |
| 40    | 28    |
| 45    | 32    |

Hieraus berechnen sich als extreme

Werte:

$$\delta_1 = 54,5^\circ$$

$$\delta_2 = 49,5^\circ.$$

Dies ergibt die Schwingungszahlen:

$$N_1 = 14\,000$$

$$N_2 = 14\,900.$$

Nach anderen Methoden fand sich  $N = 15\,600$ . Der Ton war hörbar.

Ein anderer Ton, der zu  $N = 21\,000$  bestimmt war, ergab mittels Beugung die Schwingungszahl zwischen 17700 und

20900. Der Ton lag an der Hörgrenze. Meist war er für mich unhörbar.

Ein Ton von  $N=24000$  v. d., *für mich ganz unhörbar*, ergab durch Beugung  $N=23900$  bei der Messung mit dem Gitter von der Gitterkonstante 20 mm ( $\delta = 45^\circ$ ). Ich zweifle nicht, daß man mit diesen Platten auch z. B. den Fresnel'schen Spiegelversuch wird anstellen können.

## B. Bestimmung der oberen Hörgrenze.

### 1. Allgemeines.

Die Angaben über die obere Hörgrenze des menschlichen normalen Ohres haben im Laufe der Zeit große Schwankungen erfahren. Namentlich auf Grund der Schwingungszahlen, die A. Appunn<sup>1)</sup> den von ihm verfertigten Stimmgabeln und Pfeifen für höchste Töne zuschrieb, bestand lange die Meinung, daß die obere Hörgrenze beträchtlich oberhalb 40000 v. d. liegen müsse. Schon F. Melde<sup>2)</sup> zeigte, daß die Appunnschen Stimmgabeln bei weitem nicht die angegebene hohe Schwingungszahl von 40000 v. d. geben, sondern viel tiefere Töne. Später wurde von C. Stumpf und M. Meyer<sup>3)</sup> mit der Differenztonmethode nachgewiesen, daß auch die Appunnschen Pfeifen nicht die von ihm angegebenen hohen Schwingungszahlen geben, sondern beträchtlich tiefere. Zwar bemühte sich A. Appunn<sup>4)</sup> Gegenbeweise für die Richtigkeit seiner Angaben zu bringen, doch ergab eine erneute Prüfung von mir<sup>5)</sup> nach drei verschiedenen Methoden, mit Appunns eigener optischer Methode, durch Kundtsche Staubfiguren, und durch die Quinckesche Interferenzröhre die vollständige Richtigkeit der von Stumpf und Meyer durch Differenztöne ermittelten Schwingungszahlen.

Zuverlässige Methoden zur Bestimmung der oberen Hörgrenze waren gegeben in den von Rudolph König in Paris angefertigten Klangstäben, sowie durch die Stimmplatten von F. Melde.<sup>6)</sup> Die Bestimmungen der hohen Schwingungszahlen

1) A. Appunn, Wied. Ann. **64**. p. 409. 1898.

2) F. Melde, Wied. Ann. **51**. p. 661; **52**. p. 238. 1894.

3) C. Stumpf u. M. Meyer, Wied. Ann. **61**. p. 773. 1897.

4) A. Appunn, Wied. Ann. **67**. p. 217. 1899.

5) F. A. Schulze, Wied. Ann. **68**. p. 99. 1899.

6) F. Melde, l. c.; Marburger Sitzungsber. Mai 1898.

wurde sehr erleichtert durch die zuerst von A. Schwendt<sup>1)</sup>, kurz darauf unabhängig von Schwendt von mir<sup>2)</sup> angegebene Verwendung der Kundtschen Staubfiguren, die sowohl bei Schwingungen fester Körper, als auch bei Pfeifen anwendbar ist.

A. Schwendt<sup>3)</sup> hat diese Methode zur Bestimmung der oberen Hörgrenze auf die Königschen Klangstäbe, die Königschen Stimmgabeln, die Königsche Galtonpfeife und schließlich die Edelmannsche Galtonpfeife angewandt. Er findet dabei der Reihe nach als obere Hörgrenze: 20480, 21845, 21845, 27361 v. d. Mit Hilfe der Meldeschen Stimmplatten findet sich die obere Hörgrenze je nach dem Alter zwischen 16000 und 20000.

Als für das folgende wichtig sei hier gleich hervorgehoben, daß die Galtonpfeifen hierbei mit dem Gummiball angeblasen wurden.

Im Gegensatz zu Schwendt fand ich<sup>4)</sup> die obere Hörgrenze bei einer Edelmannschen Galtonpfeife wesentlich tiefer als 27000, nämlich bei einem Winddruck von

|              |             |
|--------------|-------------|
| 90 mm Wasser | 16340 v. d. |
| 240 „ „      | 17200 „     |
| 500 „ „      | 19000 „     |

Die Tonhöhe wurde dabei gemessen mit Hilfe der Quinckeschen Interferenzröhre, und zwar, soweit die Töne hörbar waren, mit dem Ohre, darüber hinaus durch eine das Ohr ersetzende auf Korkring geklebte Glimmerplatte, die auf die Schallaustrittsöffnung gesetzt wurde.

Die Methode der Kundtschen Staubfiguren, die ich in jener Abhandlung bereits im Jahre 1899 zur Messung der Töne der Edelmannschen Galtonpfeife benutzt hatte, wandte nun später M. Th. Edelmann<sup>5)</sup> im Jahre 1900 von neuem auf die Bestimmung der Tonhöhe der von ihm mit besonderer Präzision gearbeiteten Galtonpfeifen mit verstellbarer Maulweite an. In betreff der oberen Hörgrenze kam Edelmann

---

1) A. Schwendt, Naturf. Ges. Basel 12. Heft 2, 8. Febr. 1899; Archiv f. d. ges. Physiol. 75. p. 346. 1899.

2) F. A. Schulze, Wied. Ann. 68. p. 99 u. 869. 1899.

3) A. Schwendt, l. c. p. 23.

4) F. A. Schulze, Wied. Ann. 68. p. 869. 1899.

5) M. Th. Edelmann, Zeitschr. f. Ohrenheilkunde 36. p. 330. 1900; Ann. d. Phys. 2. p. 469. 1900.

hierbei zu dem auffallenden, mit fast allen früheren<sup>1)</sup> Bestimmungen im Gegensatz stehenden Resultat, daß die obere Hörgrenze etwa bei 50000 v. d. läge. Hiernach wäre also die alte frühere Angabe von Appunn, daß die Hörgrenze über 40000 v. d. läge, wieder als richtig erwiesen, trotzdem seine objektive Bestimmung der Schwingungszahl seiner Pfeifen und Stimmgabeln nicht richtig war. Edelmann bläst hierbei die Pfeife mit dem Gummiballgebläse an.

Nun haben bereits Stumpf und Meyer<sup>2)</sup> darauf aufmerksam gemacht, daß es zu Fehlern führen kann, wenn man zum Anblasen der Galtonpfeife das Gummiballgebläse benutzt, anstatt mit einer bestimmten gleichmäßigen Anblasestärke zu arbeiten.

Auch Wachsmuth<sup>3)</sup> hat auf die Unzulässigkeit dieser Anblasemethode hingewiesen.

Eine ausführliche experimentelle Bearbeitung dieses Gegenstandes verdanken wir Charles S. Myers.<sup>4)</sup> Er hat die Töne der Galtonpfeife bei verschiedenen Anblasestärken untersucht an einem von Edelmann mit Kundtschen Staubfiguren gezeichneten Exemplar. Beim Anblasen mit dem Druck auf den Gummiball, wie es Edelmann vorschreibt, steigt der Anblasewind schnell von Null auf einen beträchtlichen Wert, um ebenso schnell wieder auf Null herabzusinken. Bei sehr kleinen Pfeifenlängen, die nach Edelmanns Messungen mit Kundtschen Staubfiguren außerordentlich hohen Tönen von 30000 v. d. und mehr entsprechen, ist nun ein Ton sowohl zu Anfang wie zu Ende des Druckes auf den Gummiball hörbar.

In der zitierten Abhandlung hat nun Myers bei verschiedenen Pfeifenlängen die Tonhöhe bei verschiedenen jeweils konstant gehaltenen Anblasestärken gemessen mittels der Methode der empfindlichen Flamme, die darin besteht, daß die empfindliche Flamme zwischen Tonquelle und einer vertikalen

---

1) F. Bezold fand mit den älteren Edelmannschen Galtonpfeifen die Hörgrenze durchschnittlich bei der Pfeifenlänge 2,0, was etwa 20000 v. d. entspricht. Über die funkt. Prüf. d. menschl. Hörorgans. Wiesbaden 1897, p. 123; Zeitschr. f. Ohrenheilkunde 23. p. 254. 1892.

2) C. Stumpf u. M. Meyer, l. c.

3) R. Wachsmuth, Ann. d. Phys. 14. p. 469. 1904.

4) Ch. S. Myers, Journ. of Physiology 28. p. 417. 1902.



reflektierenden Wand aufgestellt wird. In Knoten der entstehenden Schallwellen wird die Flamme weniger affiziert, als im Bauch. Durch Verschieben der Flamme kann so die Wellenlänge ermittelt werden. Bei genügender Windstärke wurden die Messungen auch nach der Staubfigurenmethode gemacht. Es wurde bis herunter zu einer Pfeifenlänge von 1,3 mm festgestellt, daß stets bei schwachem Winddruck bedeutend tiefere Töne auftreten als bei starken. So fand sich für diese kleinste Pfeifenlänge von 1,3 mm, bei der nach Edelmann die Pfeife den Ton 28000 v. d. geben sollte:

|                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| bei 36 mm Wasserdruck die Tonhöhe | 5673 v. d. |
| 109 „                             | 10942      |
| 680 „                             | 23315      |
| 800 „                             | 28332      |

Ähnlich ist es bei größeren Pfeifenlängen. Es ist demnach fast sicher, daß man bei Anblasen mit dem Gummiball nicht den hohen durch die Kundtschen Staubfiguren gemessenen, bei hohem Druck entstehenden Ton hört, sondern den bedeutend tieferen zu Anfang und zu Ende bei geringem Druck auftretenden Ton. Demnach liegt also auch die obere Hörgrenze nicht so hoch, wie Edelmann angibt, sondern wahrscheinlich beträchtlich tiefer. Als obere Hörgrenze gibt Myers 20000—25000 v. d. an.

Trotzdem hierdurch bereits die Behauptung Edelmanns, die obere Hörgrenze liege um 50000, fast zwingend widerlegt war, sind doch noch seine Angaben bisher meist als richtig beibehalten und auch wissenschaftlichen Untersuchungen zugrunde gelegt worden.<sup>1)</sup> Auch A. Schwendt<sup>2)</sup> hat in dieser Weise die obere Hörgrenze als zwischen 37162 und 48000 liegend gemessen.

Auf freundliche Anregung von Hrn. Geheimrat C. Stumpf habe ich es deshalb unternommen, die Schwingungen der Edelmannschen Galtonpfeifen nochmals einer Untersuchung zu unterziehen.

---

Das Resultat meiner Versuche war, um es gleich hier schon zu sagen, im wesentlichen dasselbe, zu dem bereits

1) N. Stückler, Wiener Ber., Math.-naturw. Kl. 116. Abt. IIa. 1907.

2) A. Schwendt, Archiv f. Ohrenheilkunde 49.

Ch. S. Myers gekommen ist: Bei den kurzen Pfeifenlängen entstehen bei *schwachem* Anblasewind Töne, die gehört werden, aber verhältnismäßig tief sind (um 11000 v. d.). Bei Verstärkung des Anblasewindes verschwinden allmählich diese Töne, und von einem gewissen Anblasewind an entstehen die hohen, durch die Kundtschen Staubfiguren meßbaren Töne, die aber unhörbar sind. Die tatsächliche obere Hörgrenze finde ich auch wieder um 20000 v. d.

Ich bin jedoch bei diesen Messungen in der Pfeifenlänge erheblich unter die Pfeifenlänge von 1,3 mm gegangen, bis zu der herunter Myers untersucht hat, und zwar bis zu den Pfeifenlängen, bei denen ich überhaupt bei der auf dem Eichschein angegebenen Maulweite eben noch einen Ton hörte, nämlich bis 0,2 mm, für welche Stellung der hohe „Staubfigurenton“ 48000 v. d. beträgt. Ferner habe ich auch wesentlich andere Meßmethoden benutzt wie Myers, sowohl für die hohen wie für die tiefen Töne.

Für die Messungen standen mir drei Edelmannsche Galtonpfeifen zur Verfügung. Zwei davon, sie seien mit  $G_I$  und  $G_{II}$  bezeichnet, gehören dem hiesigen Physikalischen Institut und stammen aus dem Jahre 1897. Sie sind nicht von Edelmann mit Kundtschen Staubfiguren geeicht, gleichen aber im Bau bereits vollkommen den neuen Edelmannschen Exemplaren. Namentlich also ist die „Maulweite“, die Entfernung des ringförmigen Anblasespaltes vom Pfeifenrand variabel. Die Peripherie der die Anblasespalte tragenden Schraube war jedoch noch nicht, wie bei den neuen Edelmannschen Galtonpfeifen, mit einer Teilung versehen. Ferner kam ein vollkommen neues Exemplar,  $G_{III}$ , von Edelmann mit einem Eichschein versehen, zur Untersuchung.

Zunächst wurde festgestellt, bis zu welcher Pfeifenlänge hinunter ich bei Anblasen mit dem Gummiball nach der Vorschrift von Edelmann noch einen klaren Ton hörte. Es fand dies statt für  $G_I$  und für  $G_{II}$  bis zu einer Pfeifenlänge von 0,6 mm hinunter bei Maulweiten zwischen 0,95 und 1,7.

Bei kleinen Pfeifenlängen konnte ich bei  $G_I$  und  $G_{II}$  bei Anblasen mit dem Gummiball keinen Ton mehr hören.

Bei wesentlich kleinerer Pfeifenlänge konnte ich bei Anblasen mit dem Gummiball bei  $G_{III}$  noch einen Ton gut hören,

nämlich bei einer Pfeifenlänge von 0,25 und der von Edelman auf der beigegebenen Eich-tabelle angegebenen Maulweite 0,73.

Es war deutlich erkennbar, daß diese Töne nur am Anfang und am Ende des Druckes auf den Gummiball gehört wurden. Nach der beigegebenen Eich-tabelle sollte bei  $G_{III}$  die Pfeifenlänge 0,25 und die Maulweite 0,73 einen Ton von etwa 46300 v. d. liefern, eine Pfeifenlänge von 0,6 etwa den Ton 37000.

## 2. Messung der Schwingungszahl der tiefen, bei geringem Winddruck und kleinen Pfeifenlängen auftretenden Töne.

Es handelte sich nun zunächst darum, die Tonhöhe dieses hörbaren, im vorigen besprochenen, bei sehr kleinen Pfeifenlängen auftretenden Tones und die Bedingungen seines Auftretens zu ermitteln.

Um bestimmte Anblasestärken zu benutzen, wurde die zu untersuchende Pfeife an ein Wasserstrahlgebläse angeschlossen. Der Winddruck wurde durch ein Wassermanometer gemessen.

Bis auf geringfügige Unterschiede zeigten sich die Pfeifen  $G_I$  und  $G_{II}$  in ihrem Verhalten gleich, so daß sie im folgenden zusammen behandelt werden mögen. Es wurde sowohl Pfeifenlänge wie Winddruck, wie Maulweite variiert.

Die Tonhöhe wurde nach der bereits früher von mir<sup>1)</sup> benutzten Methode mittels der *Quinckeschen Interferenzröhre bestimmt*. Zu einer genauen Messung der Maxima und Minima erwies es sich hierbei als nötig, die dem Ohre zugeführte Tonenergie möglichst gering zu machen. Die besten Einstellungen, meist auf das Tonminimum, wurden gemacht, wenn *beide* Ohren mit Watte verstopft wurden, und das Ende der Glasröhre, die durch Gummischlauch mit der Ausführungsöffnung verbunden war, in die Nähe des einen Ohres gebracht wurde. Allgemein wurde gefunden: Bei derselben Maulweite nimmt die Tonhöhe mit dem Winddruck zu, bei demselben Winddruck mit der Maulweite ab.

---

1) l. c.

Aus dem Beobachtungsmaterial für  $G_I$  und  $G_{II}$  seien folgende Zahlen herausgegriffen:

**Pfeifenlänge 2,0.**

Der gehörte Ton entsteht bei einem Winddruck von 50 mm und vergeht wieder bei 180 mm.

| Winddruck | Maulweite | Tonhöhe    |
|-----------|-----------|------------|
| 50 mm     | { 1,25    | $N = 5570$ |
|           | { 3,30    | 1550       |
| 110 „     | { 1,0     | 11000      |
|           | { 2,70    | 4250       |
| 180 „     | { 1,2     | 14160      |
|           | { 1,75    | 4250       |

**Pfeifenlänge 1,5.**

| Winddruck | Maulweite | Tonhöhe    |
|-----------|-----------|------------|
| 50 mm     | { 1,25    | $N = 5480$ |
|           | { 2,9     | 2040       |
| 100 „     | { 0,9     | 12140      |
|           | { 2,7     | 5150       |
| 150 „     | { 1,0     | 11700      |
|           | { 1,9     | 5500       |
| 180 „     | { 1,25    | 12140      |
|           | { 1,75    | 8500       |

**Pfeifenlänge 1,0.**

| Winddruck | Maulweite | Tonhöhe     |
|-----------|-----------|-------------|
| 115 mm    | { 1,0     | $N = 11330$ |
|           | { 1,2     | 10000       |
|           | { 1,40    | 8500        |
|           | { 1,70    | 7080        |
| 155 „     | { 1,10    | 12600       |
|           | { 1,60    | 9440        |
| 190 „     | { 1,50    | 13080       |
|           | { 1,60    | 11330       |

**Pfeifenlänge 0,7.**

| Winddruck | Maulweite | Tonhöhe     |
|-----------|-----------|-------------|
| 105 mm    | { 1,0     | $N = 11000$ |
|           | { 1,6     | 8500        |
| 190 „     | 1,5       | 6450        |

Bei einer Pfeifenlänge von 0,5 traten nur noch unbestimmte hörbare Töne auf, bei noch kleineren Pfeifenlängen waren bei keinem Winddruck und keiner Maulweite mehr irgendwelche Töne hörbar. Bemerkt sei, daß die in diesen Tabellen vorkommenden extremen Winddrucke und Maulweiten immer die Grenzen für beide sind, bei denen noch gute klare Töne auftreten.

Sie treten bei Winddrucken von ca. 50 mm auf und verschwinden wieder bei ca. 240 mm. Das Maulweitenintervall, bei dem die Töne auftreten, ist verschieden, je nach Pfeifenlänge und Winddruck und liegt zwischen etwa 0,95 und 3,0. Selbst der höchste dieser tiefen, bei schwachem Winddruck entstehenden Töne (ca. 14000) liegt noch durchaus innerhalb der allgemein anerkannten Hörgrenze. Es ist also nicht weiter erstaunlich, daß er gehört wird.

Die Höhe dieses tiefen, bei schwachem Anblasewind auftretenden hörbaren Tones wurde mit der Quinckeschen Interferenzröhre auch bei  $G_{III}$  gemessen. Hier jedoch nur bei der Maulweite 0,73, die von Edelmann auf dem Eichschein angegeben war. Bei kleineren Maulweiten trat dieser Ton nicht mehr hörbar auf, und bei größeren Maulweiten war er tiefer. Für vorliegenden Zweck genügte es also, die Tonhöhe nur bei dieser Maulweite zu messen.

Die Erscheinung war hier folgende:

Bei 40 mm Winddruck trat zuerst ein gut hörbarer Ton auf, der dann bei 50 mm wieder verschwand. Er war für mich hörbar bis zur Pfeifenlänge 0,26 herunter.

Seine Tonhöhe war fast ganz unabhängig von der Pfeifenlänge 11300 v. d.

Nachdem dieser Ton bei dem Winddruck 50 mm verschwunden ist, tritt wieder ein hörbarer Ton (bei stets gleichbleibender Maulweite 0,73) auf bei einem Winddruck von etwa 100 mm, der dann wieder verschwindet bei einem Winddruck von ca. 180 mm.

Jedoch tritt dieser zweite Ton nur bei Pfeifenlängen von 0,9 an auf. Das Winddruckintervall  $W$  dieses Tones hängt von der Pfeifenlänge ab in folgender Weise:

| Pfeifenlänge | Winddruckintervall |
|--------------|--------------------|
| 0,9          | 130—150            |
| 1,0          | 130—150            |
| 1,3          | 110—200            |
| 1,6          | 110—200            |
| 1,8          | 110—200            |
| 2,0          | 100—180            |
| 2,3          | 80—180             |
| 2,6          | 80—160             |

Für die Tonhöhe wurde folgendes gefunden:

| Winddruck | Pfeifenlänge | Tonhöhe |
|-----------|--------------|---------|
| 140 mm    | { 1,5        | 11300   |
|           | { 2,0        | 10460   |
|           | { 2,3        | 10000   |
|           | { 2,6        | 9440    |
| 180 mm    | { 1,4        | 11780   |
|           | { 1,6        | 11530   |
|           | { 1,8        | 11330   |
|           | { 2,0        | 10600   |

Die Tonhöhe des bei schwachem Winddruck, 45 mm Wasserdruck, bei  $G_{III}$  zuerst entstehenden hörbaren Tones wurde mit der Quinckeschen Interferenzröhre ebenfalls gemessen. Es wurde dabei auch stets die vorgeschriebene Maulweite 0,73 benutzt.

Es fanden sich folgende Schwingungszahlen:

| Pfeifenlänge | Schwingungszahl | Pfeifenlänge | Schwingungszahl |
|--------------|-----------------|--------------|-----------------|
| 0,3          | 12140           | 1,3          | 12140           |
| 0,5          | 11700           | 1,6          | 13100           |
| 0,7          | 11000           | 1,8          | 12000           |
| 0,8          | 11300           | 2,0          | 11300           |
| 0,9          | 11300           | 2,3          | 11300           |
| 1,0          | 11300           | 2,6          | 11300           |

Die Hörgrenze war für mich bei 0,26, doch war der Ton hier schon zu unsicher, um meßbar zu sein.

Wenn also auch kleine Unterschiede in dem Verhalten der Pfeife  $G_{III}$  gegenüber den Pfeifen  $G_I$  und  $G_{II}$  bestehen, so ist die Erscheinung wieder im wesentlichen dieselbe. Die Ton-

höhe des bei kleinen Pfeifenlängen bei schwachem Anblasen entstehenden Tones liegt vollständig im Bereich der allgemein als hörbar anerkannten Töne. Die unteren Grenzen derjenigen Pfeifenlängen, bei welchen so bei konstantem schwachen Winddruck noch für mein Ohr hörbare Töne gefunden wurden, nämlich 0,6 bei  $G_I$  und  $G_{II}$ , und 0,26 bei  $G_{III}$ , sind nun auch genau dieselben, bei denen ich auch bei Anblasen mit dem Gummiball noch einen Ton höre. Hiermit wäre es im Prinzip bereits völlig klargestellt, daß diejenigen Töne, die bei sehr kleinen Pfeifenlängen gehört werden, nicht diejenige Höhe haben, die man beim Anblasen mit dem Gummiball mittels der Kundtschen Staubfiguren mißt, sondern ganz wesentlich tiefer sind, so daß die Bestimmung der oberen Hörgrenze nicht durch Anblasen mit dem Gummiball erfolgen darf.

### **3. Messung der Schwingungszahlen der bei stärkerem Winddruck auftretenden Töne.**

Zur Vervollständigung der Untersuchung und zur erneuten direkten Bestimmung der oberen Hörgrenze wurden nun auch die bei stärkerem Winddruck entstehenden Töne der Galtonpfeife nochmals untersucht. Es erschien mir dabei dem Zweck der vorliegenden Untersuchung entsprechend, nicht nur die Kundtschen Staubfiguren, sondern sowohl zum Nachweis der Existenz der hohen unhörbaren Töne, sowie zur Messung ihrer Schwingungszahl noch andere feinere Methoden anzuwenden. Einmal hätte die Untersuchung mit Kundtschen Staubfiguren wohl nichts Neues gegen die früheren Bestimmungen von mir, A. Schwendt und M. Th. Edelmann ergeben, und ferner erfordert das Entstehen der Kundtschen Staubfiguren eine nicht unbeträchtliche Intensität der Töne, so daß das erste Auftreten der Töne nicht beobachtet werden kann. Auch sind sie nur in seltenen Fällen<sup>1)</sup> dazu geeignet, das gleichzeitige Bestehen mehrerer Töne nachzuweisen.

Hierbei kamen nun die im vorigen Abschnitt A ausführlich beschriebenen Methoden zur Verwendung. Es sei hauptsächlich betont, daß sich hierbei die Angaben der Schwingungs-

---

1) F. A. Schulze, *Ann. d. Phys.* **13.** p. 1067. 1904.

zahlen, so wie sie mit der Methode der Kundtschen Staubfiguren gemessen, auf dem Eichschein verzeichnet waren, durchaus gut bestätigten, und daß alle die verschiedenen Methoden unter sich vollständig befriedigende Übereinstimmung ergaben. Die Angaben des Eichscheines gelten allerdings für Anblasen der Pfeife mit dem Gummiball, so daß die Stärke des Anblasewindes, von dem die Tonhöhe abhängig ist, unbestimmt ist. Es sei deshalb hier nur eine Tabelle mitgeteilt, die einen Vergleich der mit Kundtschen Staubfiguren und mit der im Abschnitt A beschriebenen Methode mittels Chladnischer Klangfiguren von Plättchen mit freiem Rand gemessenen Schwingungszahlen enthält (bei 900 mm Winddruck); sie ist also nur ein Auszug der größeren im Abschnitt A mitgeteilten Tabelle. Doch sind die Zahlen  $N_{\text{ber.}}$  der dortigen Tabelle um 10 Proz. vergrößert (vgl. die Bemerkung auf p. 800).

Winddruck 900 mm Wasser.

| Maulweite | Pfeifenlänge | $N$ aus<br>Chladnischen<br>Klangfiguren | $N$ aus<br>Kundtschen<br>Staubfiguren |
|-----------|--------------|---|---------------------------------------|
| 1,00      | 0,90         | 34720                                   | 36745                                 |
| 0,75      | 1,00         | 34720                                   | 36745                                 |
| 1,00      | 2,60         | 23670                                   | 22650                                 |
| 0,90      | 2,60         | 22640                                   | 22460                                 |
| 0,90      | 2,90         | 20810                                   | 20500                                 |
| 2,00      | 5,80         | 11910                                   | 12170                                 |
| 1,40      | 5,85         | 12050                                   | 12110                                 |
| 2,00      | 6,00         | 12020                                   | 12040                                 |
| 2,00      | 6,80         | 12030                                   | 11030                                 |
| 2,00      | 7,70         | 9910                                    | 10000                                 |
| 2,00      | 8,25         | 9170                                    | 9470                                  |
| 2,00      | 15,80        | 5280                                    | 5270                                  |
| 1,40      | 15,90        | 5240                                    | 5200                                  |
| 2,00      | 15,90        | 4310                                    | 4110                                  |

Im allgemeinen treten bei den sehr kleinen Pfeifenlängen diese hohen, mit Kundtschen Staubfiguren meßbaren Töne erst bei einem Winddruck auf, der etwas höher ist als derjenige, bei dem die tiefen hörbaren Töne verschwinden, über deren Schwingungszahl eben im vorigen Abschnitt berichtet ist. Die



Menge der zur Messung des hohen bei stärkerem Winddruck entstehenden „Staubfigurentones“ der Galtonpfeife nun schon verwandten Methoden und die Übereinstimmung der nach allen Methoden erhaltenen Resultate gibt diesen wohl völlige Sicherheit. Es sind dies im ganzen sechs Methoden: Kundtsche Staubfiguren, Quinckesche Interferenzröhre, Chladnische Klangfiguren an Platten mit festem und mit freiem Rand, Absuchen der Knoten und Bäuche stehender Wellen mit Platten, Beugung.

Die ersten Spuren dieses hohen Tones treten bei kleinen Pfeifenlängen etwa bei 120 mm Wasserdruck auf, wie mit dünnen Glimmerplatten festgestellt wurde.

#### 4. Obere Hörgrenze, bestimmt mit der Galtonpfeife.

Nachdem nun also die Schwingungszahlen genau bekannt und durchgemessen waren, war es ein Leichtes, die obere Hörgrenze festzustellen.

Eine ganz exakte Angabe, etwa auf eine Schwingung, läßt sich nicht machen. Indem ich vorausschicke, daß ich ein durchaus normales Gehör zu besitzen glaube, gebe ich über meine obere Hörgrenze folgendes an: *Alle Töne über 20000 v. d. sind für mich durchaus unhörbar*, auch wenn sie so stark waren, daß ihre Existenz und Tönhöhe mittels der schwingenden kleinen Glimmerplättchen noch in vielen Zentimetern Entfernung von der Pfeife bis zu einer Pfeifenlänge von 0,2 herunter ohne Mühe aufs Deutlichste gemessen werden konnte.

Ferner ergab sich folgendes für mein Ohr. Oberhalb 20000, etwa bis 19000 herunter, war keine Tonempfindung vorhanden, auch wenn das Ohr nahe an die Pfeife gebracht war; es trat jedoch noch etwas oberhalb 20000 v. d. bis etwa 21000 v. d. eine ganz leise Tonwahrnehmung ein, wenn bei den Versuchen unter A, 1 der Raum zwischen Pfeife und reflektierender Tischplatte mit dem resonierenden Plättchen abgesucht wurde, und zwar immer dann, wenn das Plättchen sich im Bauch der stehenden Welle befand, also heftig mit-schwang. Befand sich das Plättchen im Knoten der stehenden Welle, so war nichts zu hören. Die Erscheinung war

so deutlich, daß ich, ohne auf das Plättchen selbst zu sehen, angeben konnte, ob es sich im Bauch oder Knoten befand.

Von etwa 17000 v. d. Schwingungen an abwärts war der Ton immer deutlich zu hören. Ein Ermüdungseinfluß schien mir sehr deutlich. Die obere Hörgrenze war immer etwas gesunken, nachdem die hohen Töne längere Zeit eingewirkt hatten.

Kneift man bei einer Pfeifenlänge, die einen unhörbaren Ton gibt, etwa 1,5, die Windzuführung ab, so hört man dabei deutlich im letzten Augenblick den tiefen Ton, der bei schwachem Winddruck auftritt. Hr. Prof. Richarz hat sich von der Richtigkeit dieser Beobachtung, sowie von der objektiven Existenz der unhörbaren durch Chladnische Klangfiguren nachweisbaren Schwingungen ebenfalls überzeugt. Auch haben mir mehrere Herren des hiesigen Instituts diese Beobachtungen bestätigen können.

Die hohen unhörbaren Schwingungen sind bisher stets als Grundton der Pfeife besprochen.

Man erhält jedoch auch leicht, wie aus der Tabelle p. 801 bis 803 ersichtlich, bei kleinerer Maulweite bei großer Pfeifenlänge die Obertöne bei genügender Windstärke. Auch hier konnte stets festgestellt werden, daß diese unhörbar sind, sobald sie über etwa 20000 hinausgehen.

Für Pfeifenlängen über etwa 8 mm sind diese Obertöne bereits früher von mir, A. Schwendt und Edelmann mit Kundtschen Staubfiguren nachgewiesen.

Nach allem darf wohl als *Resultat* der vorliegenden Versuche ausgesprochen werden:

*Die obere Hörgrenze liegt auch für die starken Töne der Galtonpfeife im Einklang mit früheren Versuchen ungefähr bei  $N = 20000$  v. d.*

*Die bei sehr kurzen Pfeifenlängen der Galtonpfeife bei Anblasen mit dem Gummiball wirklich gehörten Töne sind die bei schwachem Winddruck entstehenden und liegen weit unterhalb 20000. Die bei starkem Anblasen entstehenden, etwa durch*

*Kundtsche Staubfiguren oder andere Methoden meßbare Töne sind unhörbar, sobald sie über ungefähr  $N = 20000$  liegen.*

Einer besonderen Erörterung bedarf noch folgende Frage. Wie nachgewiesen ist, hat der bei ganz kleinen Pfeifenlängen bei sehr geringem Winddruck auftretende gehörte Ton nur verhältnismäßig geringe Tonhöhe von rund ca. 10000 v. d., liegt also jedenfalls weit unter der normalen oberen Hörgrenze. Ferner ist bei konstanter Maulweite und Anblasestärke diese Tonhöhe so gut wie unabhängig von der Pfeifenlänge.

Trotzdem ist, wie vielfach gefunden, und wie ich selbst wieder konstatieren konnte, die kleinste Pfeifenlänge, bei der dieser Ton bei Anblasen mit dem Gummiball eben noch gehört wird, individuell sehr verschieden. Es wäre ja sonst auch nicht möglich, daß bei Anblasen mit dem Gummiball unter Benutzung der Edelmannschen Eichentabelle die obere Hörgrenze für verschiedene Individuen ganz verschieden gefunden wurde. So war bei dem von mir gebrauchten Exemplar für mich die Hörgrenze bei einer Pfeifenlänge von 0,26, schwankte aber bei vier anderen durchaus normal hörenden Personen zwischen 0,15 und 0,6. Es ist dies wohl nur so zu erklären, daß für Töne dieser Höhe sich die kleinen Unterschiede der Reizschwelle sehr bemerkbar machen. Mit abnehmender Pfeifenlänge wird wohl auch die Intensität dieses Tones abnehmen, und demgemäß die Grenze seiner Hörbarkeit für verschiedene Ohren verschieden sein.<sup>1)</sup>

Es wäre nun auch anzugeben, welchen Ursprung dieser tiefe hörbare, bei kleinsten Pfeifenlängen auftretende Ton hat. Ich muß gestehen, hierüber kein sicheres Urteil zu haben. Ich möchte vermuten, daß es einer der von A. Wachsmuth u. a. eingehend studierte Schneidenton ist; jedenfalls kann es nicht der eigentliche Pfeifenton sein. Dieser wird wohl der durch Kundtsche Staubfiguren gemessene Ton sein, da dieser ganz kontinuierlich mit abnehmender Pfeifenlänge ohne Sprung in die Höhe geht.

---

1) Derartige individuelle Unterschiede der Reizschwelle hat M. Wien (l. c.) bei 6000 v. d. zahlenmäßig nachgewiesen.

## 5. Nebenerscheinungen.

Anhangsweise möge noch über einige Erscheinungen berichtet werden, die vielleicht nicht ohne Interesse sind.

a) Zunächst sei erwähnt, daß bei den Galtonpfeifen bei größeren Pfeifenlängen bei gewissen auszubprobierenden Maulweiten gleichzeitig der Grundton und der nächste Oberton der Pfeife ertönen, wie das Gehör leicht feststellen kann. Man hört in diesen Fällen sehr gut einen Differenzton der beiden Töne. Am besten tritt er auf bei Pfeifenlängen zwischen 10 und 20 mm. Dieser Differenzton ist verhältnismäßig tief; er fängt bei schwachem Winddruck in einer Höhe von etwa 400 v. d. an und geht bei steigendem Anblasewind schnell in sehr große Tiefe. Bei gleichbleibendem Winddruck steigt die Tonhöhe dieses Differenztones mit der Maulweite. Ich vermute, daß es der Ton  $3t - h$  ist, wo  $t$  die Schwingungszahl des tiefen Grundtones,  $h$  diejenige des Obertones ist. Denn die Schwingungszahl des Obertones ist, wie aus den früheren Messungen von mir, Schwendt und Edelmann schon bekannt ist, nicht genau das Dreifache des Grundtones. Nimmt man an, was wohl möglich sein dürfte, daß mit steigender Anblasestärke die Schwingungszahl des in Frage kommenden Obertones sich dem Dreifachen des Grundtones nähert, so ist damit das Verhalten des Differenztones bei steigender Windstärke erklärt.

b) Im allgemeinen steigt die Tonhöhe des Grundtones mit dem Winddruck. Jedoch kommen auch Fälle vor, in denen die Tonhöhe umgekehrt sinkt. So trat bei der Pfeifenlänge 19,7 und der Maulweite 1,5 folgendes ein: Geht man mit dem Winddruck von ca. 180 mm abwärts, so sinkt der Ton ganz allmählich; bei einem Winddruck von 100 mm geht er aber plötzlich um etwa einen ganzen Ton in die Höhe, um dann wieder bei 70—80 mm auf die frühere Tonhöhe ebenso schnell wieder herabzusinken.

## 6. Bestimmung der oberen Hörgrenze durch Longitudinalschwingungen dünner Drähte.

Die Bestimmung der oberen Hörgrenze für mein Ohr mittels der Galtonpfeife zu ca. 18000—19000 hat sich durch

Versuche mit einer ganz anderen Tonquelle gut bestätigt, nämlich an Longitudinalschwingungen von dünnen Drähten.<sup>1)</sup> Es kamen Drähte aus Stahl und aus Messing zur Verwendung. Sie wurden unter Spannung durch 2—3 Pfund im Weberschen Monochord eingespannt und durch Anreiben mit einem mit Kolophonium bestrichenen Lederlappen oder auch zwischen Daumen und Zeigefinger, die mit Kolophonium versehen waren, zu longitudinaler Schwingung angeregt. Mit einer Flachzange wurde dann eine Stelle des Drahtes festgehalten und das so verkürzte Drahtstück in Schwingung versetzt. Es wurde dann bei sukzessiver Verkürzung diejenige Drahtlänge ermittelt, die eben noch einen hörbaren Ton angab. Die Tonhöhe wurde bei großer Drahtlänge mit einem Sonometer festgestellt, und für die höheren Schwingungszahlen dann umgekehrte Proportionalität mit der Drahtlänge vorausgesetzt.

Bei einem Stahldraht von 0,39 mm Durchmesser ergab sich die Schwingungszahl bei 1200 mm Länge zu 2080 v. d. Ein Ton wurde eben noch gehört bei Verkürzung bis auf 14,0 cm Länge. Demnach ist die obere Hörgrenze 17800 v. d.

Ein Messingdraht von 0,26 mm Durchmesser gab bei 1200 mm Länge den Ton 1408 v. d. Ein hörbarer Ton war vorhanden bis zur Länge von 9,2 cm. Hieraus resultiert als obere Hörgrenze 18360 v. d. Daß bei beiden Drähten noch bei viel kürzeren Längen tatsächlich Schwingungen vorhanden waren, wurde durch lebhafte Einwirkung auf die sensible Flamme konstatiert.

Diese Longitudinaltöne sind sicher beträchtlich schwächer gewesen, als die sehr intensiven Töne der Galtonpfeife. Da trotzdem für die obere Hörgrenze bei beiden Tonquellen nahezu dieselben Schwingungszahlen gefunden wurden, dürfte dieses Resultat eine Stütze sein für die Ansicht, daß die obere Hörgrenze von der Tonintensität nicht sehr abhängig ist. Annähernd dieselbe Hörgrenze ist bereits oft auch mit einer Reihe von

---

1) Longitudinalschwingungen von Stäben sind zur Bestimmung der oberen Hörgrenze schon benützt von F. Savart, Pogg. Ann. 20. p. 290. 1830 und von E. Panchon, Phil. Mag. (5) 15. p. 371. 1883. Über die Möglichkeit der Verwechslung mit Transversaltönen bei Erzeugung der Longitudinalschwingungen von Stäben vgl. R. König, Wied. Ann. 69. p. 729. 1899.

anderen Tonquellen, Königschen Klangstäben, Meldeschen Stimmlatten, Stimmgabeln, gefunden worden, so daß man wohl berechtigt ist zu der Vermutung, daß dieses die tatsächliche obere Hörgrenze ist, unabhängig von der Intensität, wenn diese nur gewisse Minimalwerte übersteigt. Ebenso ist wohl die Grenze des sichtbaren Spektrums von einer gewissen Lichtintensität unabhängig von dieser; genauere Versuche darüber sind mir allerdings nicht bekannt.

Für die freundliche Anregung zur nochmaligen genauen Prüfung der Töne der Galtonpfeife, sowie für die Beschaffung von zwei Exemplaren dieser Pfeife bin ich Hrn. Geheimrat C. Stumpf zu großem Dank verpflichtet.

Marburg i. H., Physik. Institut der Universität.

(Eingegangen 27. November 1907.)

---