

# ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

## N<sup>o</sup>. 761.

Ueber die Bestimmung einer Cometenbahn aus geocentrischen Beobachtungen,  
von Dr. William Charles Goetze.  
(Fortsetzung von Nr. 755.)

### Zweiter Abschnitt.

*Allgemeine Bestimmung der Variationen der Elemente, sowie auch der Variation einer beliebigen Coordinate eines Himmelskörpers, nach zwei vollständigen, geocentrischen Oertern desselben im Raume.*

#### § 18.

Über die Variation der Elemente eines Himmelskörpers nach zwei vollständigen, geocentrischen Örtern desselben im Raume.

Es seien  $l, b, \Delta$ ;  $l'', b'', \Delta''$  zwei vollständige, geocentrische Oerter eines Himmelskörpers  $\Sigma$  im Raume, zu den Zeiten  $\tau$  und  $\tau''$  gehörig, wo  $l, b$  und  $l'', b''$  sich auf die schon mehrmals erwähnte, allgemeine Ebene (II) beziehen sollen, und ferner seien  $T, q, e, \omega, \Omega$  und  $i$ , die durch diese beiden Oerter völlig bestimmten Elemente der Bahn dieses Himmelskörpers  $\Sigma$ , wo  $T$  die Durchgangszeit durch's Perihel bezeichnet,  $q$  die Periheldistanz,  $e$  die Excentricität,  $\omega$  den Abstand des Perihels vom Knoten,  $\Omega$  die Länge des Knotens und  $i$  endlich die Neigung der Bahnebene gegen die Ebene (II), wobei  $\omega$  und  $\Omega$  sich ebenfalls auf die Ebene (II) beziehen, und die Knotenlänge  $\Omega$  von der Richtung  $\nabla$  in der Ebene (II) abgezählt werden soll. Es seien ferner  $l + \delta l, b + \delta b, \Delta + \delta \Delta$ ;  $l'' + \delta l'', b'' + \delta b'', \Delta'' + \delta \Delta''$  zwei vollständige, geocentrische Oerter eines anderen Himmelskörpers  $\Sigma''$  im Raume, und die dadurch völlig bestimmten Elemente der Bahn dieses Himmelskörpers  $\Sigma''$ , seien  $T' + \delta T, q + \delta q, e + \delta e, \omega + \delta \omega, \Omega + \delta \Omega, i + \delta i$ , so handelt es sich darum mittelst der Grössen  $\delta l, \delta b, \delta \Delta, \delta l'', \delta b'', \delta \Delta''$  von der Bahn  $\Sigma$  auf die Bahn  $\Sigma''$  überzugehen, oder mit anderen Worten die Werthe  $\delta T, \delta q, \delta e, \delta \omega, \delta \Omega, \delta i$  mittelst der Werthe  $\delta l, \delta b, \delta \Delta, \delta l'', \delta b'', \delta \Delta''$  zu bestimmen. Das hier zu untersuchende Problem bildet daher gewissermaassen den Gegensatz zu einem schon früher von mir im Ergänzungshefte, Seite 159–224, sehr allgemein behandelten Probleme, wo ich gezeigt habe, welche Aenderungen im geocentrischen Orte eines Himmelskörpers erfolgen, wenn man die Elemente seiner Bahn ändert, oder was dasselbe ist; wie man mittelst der Grössen  $\delta T, \delta q, \delta e, \delta \Omega, \delta \omega, \delta i$ , von dem zu einer beliebigen Zeit stattfindenden, gegebenen, geocentrischen Orte des Himmelskörpers  $\Sigma$  auf den zu derselben Zeit stattfinden-

den, geocentrischen Ort des Himmelskörpers  $\Sigma''$  unmittelbar übergehen kann. Betrachtet man nun die Relationen, welche zwischen den Elementen eines Himmelskörpers und seiner geocentrischen Erscheinung stattfinden, etwas genau, so sollte man beim Anblick derselben fast glauben, dass die Entwicklung der Grössen  $\delta T, \delta q, \delta e, \delta \omega, \delta \Omega$  und  $\delta i$  nach  $\delta l, \delta b, \delta \Delta, \delta l'', \delta b'', \delta \Delta''$  auf ungeheure Verwickelungen führen müsste, es ist dem aber nicht so, indem man durch passende Transformationen, und namentlich unter Einführung geeigneter Auxiliar-Werthe, alles sehr einfach und auch ziemlich elegant darstellen kann. Ich habe nämlich schon in meiner Abhandlung im Ergänzungshefte gezeigt, dass es bei der Herleitung der Relationen, zwischen den Variationen des geocentrischen Ortes und den Variationen der Elemente, ein wesentliches Moment ist, von vorne herein, alles was von der geocentrischen Erscheinung abhängt, von der heliocentrischen streng zu sondern, und zugleich den Erdort gänzlich zu eliminiren. Man hat dadurch den angenehmen Vorthail, dasjenige was bloß vom heliocentrischen Orte abhängt, leicht in Tafeln bringen zu können, während man den Erdort gar nicht mehr braucht, und man nimmt von dem geocentrischen Orte des Himmelskörpers gerade nur ebensoviel mit, als zur Lösung des Problems durchaus nöthig ist. Geht man von diesem Gesichtspunkte aus, so wird auch die Auflösung des hier vorliegenden Problems, wie von vorne herein zu erwarten war, sehr vereinfacht, und man wird unter beständiger Berücksichtigung der obigen Bemerkungen, keine aussergewöhnlichen Combinationen zu machen haben, um zum erwünschten Ziele zu gelangen. Aus meiner Abhandlung im Ergänzungshefte § 8. Seite 170 folgt nämlich, dass für irgend eine Zeit  $\tau$ , und in Bezug auf die allgemeinen Ebenen (I) und (II), die gänzlich von einander unabhängig sind und denen man jede beliebige Lage geben kann:

$$\left. \begin{aligned} \delta r &= \Delta \cos r f \cos b \cdot \delta l + \Delta \cos r e \cdot \delta b + \cos r d \cdot \delta \Delta \\ r(\delta \nu + \delta \psi_0) &= \Delta \cos \delta f \cos b \cdot \delta l + \Delta \cos \delta e \cdot \delta b + \cos \delta d \cdot \delta \Delta \\ r(\sin u_0 \cdot \delta i_0 - \cos u_0 \sin i_0 \cdot \delta \Omega_0) &= \Delta \cos w f \cos b \cdot \delta l + \Delta \cos w e \cdot \delta b + \cos w d \cdot \delta \Delta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (120)$$

wo  $r$  den Radiusvector,  $\nu$  die zugehörige, wahre Anomalie und  $u_0$  das Argument der Breite bedeutet, in Bezug auf die Ebene (I), so dass also:  $u_0 = \nu + \omega_0$ ; es ist ferner  $\delta \psi_0 = \delta \omega_0 + \cos i_0 \cdot \delta \Omega_0$  gesetzt worden, so dass also auch:  $\delta \psi_0 = \delta \pi_0 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} i_0 \cdot \delta \Omega_0$ , wo  $\pi_0$  die sogenannte Länge des Perihels bezeichnet, die von der Richtung  $\mathbf{V}_0$  in der Ebene (I) abzuzählen ist. Ausserdem bedeutet  $r$  die Richtung des Radiusvectors  $r$  in der Bahnebene,  $\delta$  eine auf  $r$  gleichfalls in der Bahnebene gelegene, senkrechte Richtung und  $w$  eine auf den beiden Richtungen  $r$  und  $\delta$  senkrechtstehende Richtung, oder mit anderen Worten eine, auf der Bahnebene selbst, senkrechte Richtung; ferner ist  $d$  die Richtung der Entfernung des Cometen von der Erde  $\Delta$ , im Moment  $\tau$ ;  $e$  ist eine Richtung, die auf  $d$  senkrecht steht, und in einer Ebene

gelegen ist, die senkrecht auf der Ebene (II) steht, und durch die Richtung  $d$  geht, und endlich ist  $f$  eine auf den beiden Richtungen  $d$  und  $e$  senkrechtstehende Richtung, die also in der Ebene (II) gelegen sein muss, und welche mit der Richtung  $\mathbf{V}$  einen Winkel bildet, der  $= 90^\circ + l$  ist. Da nun  $u_0 = \nu + \omega_0$ , so ist auch:

$$\delta \nu + \delta \psi_0 = \delta u_0 + \cos i_0 \cdot \delta \Omega_0 \dots\dots (121)$$

und setzt man ferner:

$$\left. \begin{aligned} \delta A &= \delta r \\ \delta B &= r \cdot \delta u_0 + r \cos i_0 \cdot \delta \Omega_0 = r \cdot \delta \nu + r \cdot \delta \psi_0 \\ \delta C &= r \sin u_0 \cdot \delta i_0 - r \cos u_0 \sin i_0 \cdot \delta \Omega_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (122)$$

wo  $\delta A$ ,  $\delta B$  und  $\delta C$ , drei neue Variationen bezeichnen, so folgt ebenfalls nach (120), dass:

$$\left. \begin{aligned} \delta A &= \Delta \cos r f \cos b \cdot \delta l + \Delta \cos r e \cdot \delta b + \cos r d \cdot \delta \Delta \\ \delta B &= \Delta \cos \delta f \cos b \cdot \delta l + \Delta \cos \delta e \cdot \delta b + \cos \delta d \cdot \delta \Delta \\ \delta C &= \Delta \cos w f \cos b \cdot \delta l + \Delta \cos w e \cdot \delta b + \cos w d \cdot \delta \Delta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (123)$$

Nun ist aber, da die drei Richtungen  $r$ ,  $\delta$ ,  $w$  und ebenso die drei Richtungen  $d$ ,  $e$ ,  $f$  auf einander senkrecht stehen:

$$\left. \begin{aligned} \cos^2 r f + \cos^2 \delta f + \cos^2 w f &= \cos f f = 1 \\ \cos^2 r e + \cos^2 \delta e + \cos^2 w e &= \cos e e = 1 \\ \cos^2 r d + \cos^2 \delta d + \cos^2 w d &= \cos d d = 1 \\ \cos^2 r f + \cos^2 r e + \cos^2 r d &= \cos r r = 1 \\ \cos^2 \delta f + \cos^2 \delta e + \cos^2 \delta d &= \cos \delta \delta = 1 \\ \cos^2 w f + \cos^2 w e + \cos^2 w d &= \cos w w = 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (124)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos r f \cos r e + \cos \delta f \cos \delta e + \cos w f \cos w e &= \cos f e = 0 \\ \cos r f \cos r d + \cos \delta f \cos \delta d + \cos w f \cos w d &= \cos f d = 0 \\ \cos r e \cos r d + \cos \delta e \cos \delta d + \cos w e \cos w d &= \cos e d = 0 \\ \cos r f \cos \delta f + \cos r e \cos \delta e + \cos r d \cos \delta d &= \cos r \delta = 0 \\ \cos r f \cos w f + \cos r e \cos w e + \cos r d \cos w d &= \cos r w = 0 \\ \cos \delta f \cos w f + \cos \delta e \cos w e + \cos \delta d \cos w d &= \cos \delta w = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (125)$$

mithin auch endlich:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \cos b \delta l &= \cos r f \cdot \delta A + \cos \delta f \cdot \delta B + \cos w f \cdot \delta C \\ \Delta \delta b &= \cos r e \cdot \delta A + \cos \delta e \cdot \delta B + \cos w e \cdot \delta C \\ \delta \Delta &= \cos r d \cdot \delta A + \cos \delta d \cdot \delta B + \cos w d \cdot \delta C \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (126)$$

welche Gleichungen sämtlich für das Zeitmoment  $\tau$  gelten, für ein anderes Zeitmoment  $\tau''$  wird man ebenso haben:

$$\left. \begin{aligned} \delta A'' &= \delta r'' \\ \delta B'' &= r'' \cdot \delta u_0'' + r'' \cos i_0 \cdot \delta \Omega_0 = r'' \cdot \delta \nu'' + r'' \cdot \delta \psi_0 \\ \delta C'' &= r'' \sin u_0'' \delta i_0 - r'' \cos u_0'' \sin i_0 \cdot \delta \Omega_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (127)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta A'' &= \Delta'' \cos r'' f'' \cos b'' \cdot \delta l'' + \Delta'' \cos r'' e'' \cdot \delta b'' + \cos r'' d'' \cdot \delta \Delta'' \\ \delta B'' &= \Delta'' \cos \delta'' f'' \cos b'' \cdot \delta l'' + \Delta'' \cos \delta'' e'' \cdot \delta b'' + \cos \delta'' d'' \cdot \delta \Delta'' \\ \delta C'' &= \Delta'' \cos w'' f'' \cos b'' \cdot \delta l'' + \Delta'' \cos w'' e'' \cdot \delta b'' + \cos w'' d'' \cdot \delta \Delta'' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (128)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta'' \cos b'' \delta l'' &= \cos r'' f'' \cdot \delta A'' + \cos \vartheta'' f'' \cdot \delta B'' + \cos w'' f'' \cdot \delta C'' \\ \Delta'' \delta b'' &= \cos r'' e'' \cdot \delta A'' + \cos \vartheta'' e'' \cdot \delta B'' + \cos w'' e'' \cdot \delta C'' \\ \delta \Delta'' &= \cos r'' b'' \cdot \delta A'' + \cos \vartheta'' b'' \cdot \delta B'' + \cos w'' b'' \cdot \delta C'' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (129)$$

wo die Richtungen  $r''$ ,  $\vartheta''$ ,  $f''$ ,  $e''$ ,  $b''$  dasselbe für das Moment  $\tau''$  bezeichnen wie  $r$ ,  $\vartheta$ ,  $f$ ,  $e$ ,  $b$  für das Moment  $\tau$ . Die Gleichungen (123), (126), (128) und (129), geben den unmittelbaren Zusammenhang zwischen den Variationen  $\delta A$ ,  $\delta B$ ,  $\delta C$ ,  $\delta A''$ ,  $\delta B''$ ,  $\delta C''$  und den Variationen  $\delta l$ ,  $\delta \Delta$ ,  $\delta l''$ ,  $\delta b''$ ,  $\delta \Delta''$  an; man wird also bloß nöthig haben, mittelst der Gleichungen (122) und (127), von den Grössen  $\delta A$ ,  $\delta B$ ,  $\delta C$ ,  $\delta A''$ ,  $\delta B''$  und  $\delta C''$  auf die Variationen der Elemente überzugehen, um die Variationen der Elemente nach den beiden zu den Zeiten  $\tau$  und  $\tau''$  geltenden geocentrischen Oertern  $l$ ,  $b$ ,  $\Delta$  und  $l''$ ,  $b''$ ,  $\Delta''$  sogleich zu erhalten. Nun enthalten aber die Ausdrücke für  $\delta A$ ,  $\delta B$  und  $\delta C$  unter (122), ausser den expliciten Variationen  $\delta \omega$ ,  $\delta \Omega$  und  $\delta i$ , noch ferner unter den Ausdrücken  $\delta r$  und  $\delta \nu$  implicite die Variationen  $\delta T$ ,  $\delta q$  und  $\delta e$ , es wird also zuerst nöthig sein, die Variationen des heliocentrischen Ortes in der Bahn, der durch  $r$ ,  $\nu$  gegeben ist, nach den Elementen  $T$ ,  $q$  und  $e$  zu ermitteln, welches leicht geschehen kann, wenn man sich erinnert, dass  $r$  und  $\nu$  beide von der Form:

$$f(\tau, T, q, e) \dots\dots\dots (130)$$

sein müssen, und das also auch, wenn man nach den Elementen variirt:

$$\left. \begin{aligned} \delta r &= \left( \frac{dr}{dT} \right) \cdot \delta T + \left( \frac{dr}{dq} \right) \cdot \delta q + \left( \frac{dr}{de} \right) \cdot \delta e \\ \delta \nu &= \left( \frac{d\nu}{dT} \right) \cdot \delta T + \left( \frac{d\nu}{dq} \right) \cdot \delta q + \left( \frac{d\nu}{de} \right) \cdot \delta e \end{aligned} \right\} \dots\dots (131)$$

sein wird, wo  $\left( \frac{dr}{dT} \right)$ ,  $\left( \frac{dr}{dq} \right)$ ;  $\left( \frac{dr}{de} \right)$ ;  $\left( \frac{d\nu}{dT} \right)$ ;  $\left( \frac{d\nu}{dq} \right)$  und  $\left( \frac{d\nu}{de} \right)$  die partiellen Differenzialquotienten des heliocentrischen Ortes in der Bahn nach den Elementen  $T$ ,  $q$  und  $e$  bezeichnen, die nach meiner Abhandlung im Ergänzungshefte, § 13. Seite 182, folgende Werthe haben:

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{dr}{dT} \right) &= \frac{-\kappa \sqrt{1+\mu}}{Y p} \cdot e \sin \nu \\ \left( \frac{dr}{dq} \right) &= \frac{r}{q} - \frac{1}{2} e \sin \nu \cdot V \\ \left( \frac{dr}{de} \right) &= \frac{2 r^2 \sin^2 \frac{1}{2} \nu}{p(1+e)} + \frac{r^2}{p} e \sin \nu \left( \frac{d\nu}{de} \right) \\ \left( \frac{d\nu}{dT} \right) &= \frac{-\kappa \sqrt{p} \sqrt{1+\mu}}{r^2} \\ \left( \frac{d\nu}{dq} \right) &= -\frac{1}{2} \frac{p}{r^2} V \\ \left( \frac{d\nu}{de} \right) &= \frac{a}{r} \left( 1 + \frac{r}{p} \right) \sin \nu - \frac{1}{2} \frac{pq}{r^2} \frac{V}{1-e} \end{aligned} \right\} \dots\dots (132)$$

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{dr}{dT} \right) &= \frac{-\kappa \sqrt{1+\mu}}{Y p} \cdot e \sin \nu \\ \left( \frac{dr}{dq} \right) &= \frac{r}{q} - \frac{1}{2} e \sin \nu \cdot V \\ \left( \frac{dr}{de} \right) &= \frac{2 r^2 \sin^2 \frac{1}{2} \nu}{p(1+e)} + \frac{r^2}{p} e \sin \nu \left( \frac{d\nu}{de} \right) \\ \left( \frac{d\nu}{dT} \right) &= \frac{-\kappa \sqrt{p} \sqrt{1+\mu}}{r^2} \\ \left( \frac{d\nu}{dq} \right) &= -\frac{1}{2} \frac{p}{r^2} V \\ \left( \frac{d\nu}{de} \right) &= \frac{a}{r} \left( 1 + \frac{r}{p} \right) \sin \nu - \frac{1}{2} \frac{pq}{r^2} \frac{V}{1-e} \end{aligned} \right\} \dots\dots (133)$$

wo  $V = \frac{3\kappa(\tau-T)}{q\sqrt{p}} \cdot \sqrt{1+\mu}$  gesetzt worden ist. Führt man, statt der Excentricität, den Werth  $\delta = 1-e$ , und statt der wahren Anomalie  $\nu$ , den Werth  $\iota$  ein, wo  $\iota = \epsilon g \frac{1}{2} \nu$ , so wird bekanntlich: Ergänzungsheft § 13. Seite 183—186:

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{dr}{dT} \right) &= -\frac{2\kappa \sqrt{1+\mu}}{Y p} (1-\delta) \frac{\iota}{1+\iota^2} \\ \left( \frac{dr}{dq} \right) &= \frac{1-\iota^2}{1+\iota^2} + \frac{\iota}{1+\iota^2} \cdot \frac{\delta}{2} \int_0^\iota \frac{2+3\iota^2+\iota^4-(2+2\iota^2) \frac{\delta}{2}}{\left( 1-(1-\iota^2) \frac{\delta}{2} \right)^2} \cdot d\iota \\ \left( \frac{dr}{de} \right) &= \frac{q \iota}{1+\iota^2} \int_0^\iota \frac{(1+\iota^2) \left( 1+\frac{1}{2} \iota^2 - \frac{\delta}{2} \right)}{\left( 1-(1-\iota^2) \frac{\delta}{2} \right)^2} \cdot d\iota \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (134)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d\nu}{dT}\right) &= -\frac{4\kappa\sqrt{1+\mu}}{p^{\frac{1}{2}}} \frac{\left(1 - (1-t^2)\frac{\delta}{2}\right)^2}{(1+t^2)^2} \\ \left(\frac{d\nu}{dq}\right) &= \frac{-2\left(1 - (1-t^2)\frac{\delta}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{\delta}{2}\right)}{p(1+t^2)^2} \int_0^t \frac{(3+3t^2)}{\left(1 - (1-t^2)\frac{\delta}{2}\right)^2} \cdot dt \\ \left(\frac{d\nu}{de}\right) &= \frac{\left(1 - (1-t^2)\frac{\delta}{2}\right)^2}{(1+t^2)^2 \left(1 - \frac{\delta}{2}\right)} \int_0^t \frac{(1+t^2)\left(\frac{1}{2} - 2t^2 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2\right)\frac{\delta}{2}\right)}{\left(1 - (1-t^2)\frac{\delta}{2}\right)} \cdot dt \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (135)$$

wo  $p$  den Halbparameter der Bahn, und  $\kappa$  die Gauss'sche Constante bedeutet, deren Logarithmus  $= 8,2355814$ .

Setzt man nun:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dr}{dT}\right) &= -\frac{\kappa\sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot g \sin G \\ \left(\frac{dr}{dq}\right) &= g \cos G \\ \left(\frac{dr}{de}\right) &= q \cdot \rho \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (136)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d\nu}{dT}\right) &= -\frac{\kappa\sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \frac{\cos \frac{1}{2}\nu}{q} \cdot h \cos H \\ \left(\frac{d\nu}{dq}\right) &= -\frac{\cos \frac{1}{2}\nu}{q} \cdot h \sin H \\ \left(\frac{d\nu}{de}\right) &= v \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (137)$$

so folgt alsdann sehr einfach:

$$\left. \begin{aligned} g \sin G &= e \sin \nu \\ g \cos G &= \frac{r}{q} - \frac{1}{2} e \sin \nu \cdot V \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (138)$$

$$\rho = \frac{2r^2 \sin^2 \frac{1}{2}\nu}{p^2} + \frac{r^2 e \sin \nu}{pq} \cdot v \dots\dots\dots (139)$$

$$\left. \begin{aligned} h \sin H &= \frac{pq}{2r^2 \cos \frac{1}{2}\nu} \cdot V \\ h \cos H &= \frac{pq}{r^2 \cos \frac{1}{2}\nu} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (140)$$

$$v = \frac{a}{r} \left(1 + \frac{r}{p}\right) \sin \nu - \frac{1}{2} \frac{pq}{r^2} \cdot \frac{V}{1-e} \dots\dots\dots (141)$$

$$\text{wo } V = \frac{3\kappa(r-T)}{q\sqrt{p}} \cdot \sqrt{1+\mu} \dots\dots\dots (142)$$

welche Ausdrücke alsdann zur Bestimmung von  $g$ ,  $G$ ,  $h$ ,  $H$ ,  $\rho$  und  $v$  anzuwenden sind, wenn  $e$  nicht sehr nahe an 1 ist. Für den Fall, dass  $e$  sich der Einheit nähert, wird man dagegen zu nehmen haben:

$$\left. \begin{aligned} g \sin G &= 2(1-\delta) \frac{t}{1+t^2} \\ g \cos G &= \frac{1-t^2}{1+t^2} + \frac{t}{1+t^2} \cdot \frac{\delta}{2} \int_0^t \frac{2+3t^2+t^4 - (2+2t^2)\frac{\delta}{2}}{\left(1 - (1-t^2)\frac{\delta}{2}\right)^2} \cdot dt \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (143)$$

$$\rho = \frac{t}{1+t^2} \int_0^t \frac{(1+t^2)\left(1 + \frac{1}{2}t^2 - \frac{\delta}{2}\right)}{\left(1 - (1-t^2)\frac{\delta}{2}\right)^2} \cdot dt \dots\dots\dots (144)$$

$$\left. \begin{aligned} h \sin H &= \frac{\left(1 - (1-t^2)\frac{\delta}{2}\right)^2}{(1+t^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^t \frac{(3+3t^2)}{\left(1 - (1-t^2)\frac{\delta}{2}\right)} \cdot dt \\ h \cos H &= \frac{2}{1 - \frac{\delta}{2}} \cdot \frac{\left(1 - (1-t^2)\frac{\delta}{2}\right)^2}{(1+t^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (145)$$

$$v = \frac{\left(1 - (1-t^2) \frac{\delta}{2}\right)^2}{(1+t^2)^2 \left(1 - \frac{\delta}{2}\right)} \int_0^1 \frac{(1+t^2) \left(\frac{1}{2} - 2t^2 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2\right) \frac{\delta}{2}\right)}{\left(1 - (1-t^2) \frac{\delta}{2}\right)^3} dt \dots\dots\dots (146)$$

welche Relationen, nach gehöriger Entwicklung der Integralausdrücke in unendliche Reihen, die nach Potenzen von  $\delta = 1-e$  fortlaufen, und wo die Coefficienten der verschiedenen Potenzen von  $\delta$ , reine Functionen von  $t$  sein werden, mit grosser Bequemlichkeit gebraucht werden können, um die Werthe  $g, G, h, H, \rho$  und  $v$  in Tafeln mit der wahren Anomalie als Argument zu bringen. Wenn sich nämlich  $e$  der Einheit sehr nähert, wie es bei Cometen meistentheils der Fall ist, so wird auch  $\delta$  klein genug sein, um  $\delta^2$  und die höheren Potenzen von  $\delta$  bei der Berechnung von  $g, G, h, H, \rho$  und  $v$  vernachlässigen zu können; man wird daher auch alsdann die sämmtlichen Grössen unter (143), (144), (145) und (146) auf die Form  $\eta + \eta' \cdot \delta$  bringen können, wo  $\eta$  und  $\eta'$  nur von der wahren Anomalie abhängig sind, und sich

folglich mit dieser als Argument in Tafeln bringen lassen; die Untersuchung dieses Gegenstandes, sowie die Auflösung von jenen Integralen zur Construction von Tafeln für  $g, G, h, H, \rho$  und  $v$ , wird später in §. 23 — §. 27 näher untersucht werden, und ich will daher jetzt zeigen, wie man mittelst der Auxiliar-Werthe  $g, G, h, H, \rho$  und  $v$  eine sehr leichte und bequeme Entwicklung für  $\delta T, \delta q, \delta e, \delta \omega, \delta \Omega$  und  $\delta i$  nach  $\delta l, \delta b, \delta \Delta, \delta l'', \delta b''$  und  $\delta \Delta''$  erhalten kann. Substituirt man nämlich die Ausdrücke für  $\left(\frac{dr}{dT}\right), \left(\frac{dr}{dq}\right), \left(\frac{dr}{de}\right), \left(\frac{dv}{dT}\right), \left(\frac{dv}{dq}\right)$  und  $\left(\frac{dv}{de}\right)$  unter (136) und (137), in die Gleichungen unter (131), so folgt für irgend ein beliebiges Zeitmoment  $\tau$ :

$$\delta r = -\frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot g \sin G \cdot \delta T + g \cos G \cdot \delta q + q \cdot \rho \cdot \delta e \dots\dots\dots (147)$$

$$\delta v = -\frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \frac{\cos \frac{1}{2} \nu}{q} \cdot h \cos H \cdot \delta T - \frac{\cos \frac{1}{2} \nu}{q} \cdot h \sin H \cdot \delta q + v \cdot \delta e \dots\dots\dots (148)$$

Für eine andere Zeit  $\tau''$ , wird man ebenso haben:

$$\delta r'' = -\frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot g'' \sin G'' \cdot \delta T + g'' \cos G'' \cdot \delta q + q \cdot \rho'' \cdot \delta e \dots\dots\dots (149)$$

$$\delta v'' = -\frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \frac{\cos \frac{1}{2} \nu''}{q} \cdot h'' \cos H'' \cdot \delta T - \frac{\cos \frac{1}{2} \nu''}{q} \cdot h'' \sin H'' \cdot \delta q + v'' \cdot \delta e \dots\dots\dots (150)$$

Da nun aber nach (122):  $\delta r = \delta A$  und nach (127):  $\delta r'' = \delta A''$ , so hat man durch Elimination, wenn die Gleichung (147) mit (149) verbunden wird:

$$\frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \delta T = \frac{(\delta A - q \cdot \rho \cdot \delta e) \cos G''}{g \sin (G'' - G)} - \frac{(\delta A'' - q \cdot \rho'' \cdot \delta e) \cos G}{g'' \sin (G'' - G)} \dots\dots\dots (151)$$

$$\delta q = \frac{(\delta A - q \cdot \rho \cdot \delta e) \sin G''}{g \sin (G'' - G)} - \frac{(\delta A'' - q \cdot \rho'' \cdot \delta e) \sin G}{g'' \sin (G'' - G)} \dots\dots\dots (152)$$

woraus unmittelbar folgt, wenn:

$$\mathfrak{A} = \frac{q}{\sin (G'' - G)} \cdot \left( \frac{\rho}{g} \cos G'' - \frac{\rho''}{g''} \cos G \right) \dots\dots\dots (153)$$

$$\mathfrak{B} = \frac{q}{\sin (G'' - G)} \cdot \left( \frac{\rho}{g} \sin G'' - \frac{\rho''}{g''} \sin G \right) \dots\dots\dots (154)$$

gesetzt wird, dass:

$$\frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \delta T = \frac{\cos G''}{g \sin (G'' - G)} \cdot \delta A - \frac{\cos G}{g'' \sin (G'' - G)} \cdot \delta A'' - \mathfrak{A} \cdot \delta e \dots\dots\dots (155)$$

$$\delta q = \frac{\sin G''}{g \sin (G'' - G)} \cdot \delta A - \frac{\sin G}{g'' \sin (G'' - G)} \cdot \delta A'' - \mathfrak{B} \cdot \delta e \dots\dots\dots (156)$$

Verbindet man nun diese beiden Ausdrücke mit den Werthen von  $\delta A$  und  $\delta A''$  unter (123) und (128), so wird man folgende Ausdrücke für die Differenzialquotienten der Elemente  $T$  und  $q$ , nach den Variablen  $l, b, \Delta, l'', b'', \Delta''$  finden, nämlich:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \left( \frac{dT}{dl} \right) &= + \frac{\Delta \cos G'' \cos b}{g \sin(G''-G)} \cdot \cos r f - \chi \cdot \left( \frac{de}{dl} \right) \\ \frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \left( \frac{dT}{db} \right) &= + \frac{\Delta \cos G''}{g \sin(G''-G)} \cdot \cos r e - \chi \cdot \left( \frac{de}{db} \right) \\ \frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \left( \frac{dT}{d\Delta} \right) &= + \frac{\cos G''}{g \sin(G''-G)} \cdot \cos r d - \chi \cdot \left( \frac{de}{d\Delta} \right) \\ \frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \left( \frac{dT}{dl''} \right) &= - \frac{\Delta'' \cos G \cos b''}{g'' \sin(G''-G)} \cdot \cos r'' f'' - \chi \cdot \left( \frac{de}{dl''} \right) \\ \frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \left( \frac{dT}{db''} \right) &= - \frac{\Delta'' \cos G}{g'' \sin(G''-G)} \cdot \cos r'' e'' - \chi \cdot \left( \frac{de}{db''} \right) \\ \frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \left( \frac{dT}{d\Delta''} \right) &= - \frac{\cos G}{g'' \sin(G''-G)} \cdot \cos r'' d'' - \chi \cdot \left( \frac{de}{d\Delta''} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (157)$$

womit endlich die totale Variation des Elementes  $T$ , oder der Durchgangszeit durch's Perihel gefunden wird:

$$\delta T = \left( \frac{dT}{dl} \right) \cdot \delta l + \left( \frac{dT}{db} \right) \cdot \delta b + \left( \frac{dT}{d\Delta} \right) \cdot \delta \Delta + \left( \frac{dT}{dl''} \right) \cdot \delta l'' + \left( \frac{dT}{db''} \right) \cdot \delta b'' + \left( \frac{dT}{d\Delta''} \right) \cdot \delta \Delta'' \dots\dots\dots (158)$$

Ebenso hat man:

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{dq}{dl} \right) &= + \frac{\Delta \sin G'' \cos b}{g \sin(G''-G)} \cdot \cos r f - \mathfrak{B} \cdot \left( \frac{de}{dl} \right) \\ \left( \frac{dq}{db} \right) &= + \frac{\Delta \sin G''}{g \sin(G''-G)} \cdot \cos r e - \mathfrak{B} \cdot \left( \frac{de}{db} \right) \\ \left( \frac{dq}{d\Delta} \right) &= + \frac{\sin G''}{g \sin(G''-G)} \cdot \cos r d - \mathfrak{B} \cdot \left( \frac{de}{d\Delta} \right) \\ \left( \frac{dq}{dl''} \right) &= - \frac{\Delta'' \sin G \cos b''}{g'' \sin(G''-G)} \cdot \cos r'' f'' - \mathfrak{B} \cdot \left( \frac{de}{dl''} \right) \\ \left( \frac{dq}{db''} \right) &= - \frac{\Delta'' \sin G}{g'' \sin(G''-G)} \cdot \cos r'' e'' - \mathfrak{B} \cdot \left( \frac{de}{db''} \right) \\ \left( \frac{dq}{d\Delta''} \right) &= - \frac{\sin G}{g'' \sin(G''-G)} \cdot \cos r'' d'' - \mathfrak{B} \cdot \left( \frac{de}{d\Delta''} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (159)$$

und damit zugleich die totale Variation des Elementes  $q$ , oder der Periheldistanz, indem:

$$\delta q = \left( \frac{dq}{dl} \right) \cdot \delta l + \left( \frac{dq}{db} \right) \cdot \delta b + \left( \frac{dq}{d\Delta} \right) \cdot \delta \Delta + \left( \frac{dq}{dl''} \right) \cdot \delta l'' + \left( \frac{dq}{db''} \right) \cdot \delta b'' + \left( \frac{dq}{d\Delta''} \right) \cdot \delta \Delta'' \dots\dots\dots (160)$$

Wir gelangen jetzt zur Bestimmung der totalen Variation des Elementes  $e$ , oder der Excentricität, welche sich folgendermaassen herleiten lässt; man hat nämlich nach den Gleichungen unter (122) und (127):

$$\left. \begin{aligned} \delta \nu + \delta \psi_0 &= \frac{\delta B}{r} \\ \delta \nu'' + \delta \psi_0 &= \frac{\delta B''}{r''} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (161)$$

woraus unmittelbar folgt, dass:

$$\delta(\nu'' - \nu) = \frac{\delta B''}{r''} - \frac{\delta B}{r} \dots\dots\dots (162)$$

und ferner, dass:

$$\delta \psi_0 = \frac{\delta B''}{r''} - \delta \nu'' = \frac{\delta B}{r} - \delta \nu = \frac{1}{2} \frac{\delta B''}{r''} + \frac{1}{2} \frac{\delta B}{r} - \frac{1}{2} \delta(\nu'' + \nu) \dots\dots\dots (163)$$

Aus (162) folgt aber, mit Rücksicht auf die Gleichungen (148) und (150), dass:

$$\begin{aligned} \delta(\nu'' - \nu) &= \frac{\delta B''}{r''} - \frac{\delta B}{r} = - (h'' \cos H'' \cos \frac{1}{2} \nu'' - h \cos H \cos \frac{1}{2} \nu) \cdot \frac{\kappa \sqrt{1+\mu}}{q \sqrt{p}} \cdot \delta T \\ &\quad - (h'' \sin H'' \cos \frac{1}{2} \nu'' - h \sin H \cos \frac{1}{2} \nu) \cdot \frac{\delta q}{q} + (\nu'' - \nu) \cdot \delta e \dots\dots\dots (164) \end{aligned}$$

woraus man durch eine leichte Reduction, unter Zuziehung von (155) und (156), findet, dass:

$$\begin{aligned} \delta(\nu'' - \nu) &= \frac{\delta B''}{r''} - \frac{\delta B}{r} = - \frac{(h'' \cos(H'' - G'') \cos \frac{1}{2} \nu'' - h \cos(H - G) \cos \frac{1}{2} \nu)}{q \cdot g \sin(G'' - G)} (\delta A - q \rho \cdot \delta e) \\ &\quad + \frac{(h'' \cos(H'' - G) \cos \frac{1}{2} \nu'' - h \cos(H - G) \cos \frac{1}{2} \nu)}{q \cdot g'' \sin(G'' - G)} (\delta A'' - q \rho'' \cdot \delta e) \\ &\quad + (\nu'' - \nu) \delta e \dots \dots \dots (165) \end{aligned}$$

Setzt man daher:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E} &= \frac{h \cos(H - G'') \cos \frac{1}{2} \nu - h'' \cos(H'' - G'') \cos \frac{1}{2} \nu''}{g \sin(G'' - G)} \\ \mathfrak{E}'' &= \frac{h \cos(H - G) \cos \frac{1}{2} \nu - h'' \cos(H'' - G) \cos \frac{1}{2} \nu''}{g'' \sin(G'' - G)} \\ \mathfrak{E}''' &= \nu - \nu'' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (166)$$

so wird endlich:

$$\delta(\nu'' - \nu) = \frac{\delta B''}{r''} - \frac{\delta B}{r} = \frac{\mathfrak{E}}{q} (\delta A - q \rho \cdot \delta e) - \frac{\mathfrak{E}''}{q} (\delta A'' - q \rho'' \cdot \delta e) - \mathfrak{E}''' \cdot \delta e \dots \dots \dots (167)$$

oder wenn man eine Grösse  $\mathfrak{E}_4$  einführt, von solcher Art, dass:

$$\mathfrak{E}_4 = \mathfrak{E} \rho - \mathfrak{E}'' \rho'' + \mathfrak{E}''' \dots \dots \dots (168)$$

so wird:

$$\frac{\delta B''}{r''} - \frac{\delta B}{r} = \frac{\mathfrak{E}}{q} \cdot \delta A - \frac{\mathfrak{E}''}{q} \delta A'' - \mathfrak{E}_4 \cdot \delta e \dots \dots \dots (169)$$

und damit endlich:

$$\mathfrak{E}_4 \cdot \delta e = \left\{ \frac{\mathfrak{E}}{q} \delta A + \frac{\delta B}{r} \right\} - \left\{ \frac{\mathfrak{E}''}{q} \delta A'' + \frac{\delta B''}{r''} \right\} \dots \dots \dots (170)$$

Substituirt man nun die Werthe von  $\delta A$ ,  $\delta B$ ,  $\delta A''$  und  $\delta B''$  aus den Gleichungen (123) und (128) in diesen letzten Ausdruck, so findet man:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E}_4 \cdot \left( \frac{de}{dl} \right) &= + \frac{\Delta \mathfrak{E} \cos b}{q} \cdot \cos r f + \frac{\Delta \cos b}{r} \cos \mathfrak{E} f \\ \mathfrak{E}_4 \cdot \left( \frac{de}{db} \right) &= + \frac{\Delta \mathfrak{E}}{q} \cdot \cos r e + \frac{\Delta}{r} \cdot \cos \mathfrak{E} e \\ \mathfrak{E}_4 \cdot \left( \frac{de}{d\Delta} \right) &= + \frac{\mathfrak{E}}{q} \cdot \cos r d + \frac{1}{r} \cdot \cos \mathfrak{E} d \\ \mathfrak{E}_4 \cdot \left( \frac{de}{dl''} \right) &= - \frac{\Delta'' \mathfrak{E}'' \cos b''}{q} \cdot \cos r'' f'' - \frac{\Delta'' \cos b''}{r''} \cdot \cos \mathfrak{E}'' f'' \\ \mathfrak{E}_4 \cdot \left( \frac{de}{db''} \right) &= - \frac{\Delta'' \mathfrak{E}''}{q} \cdot \cos r'' e'' - \frac{\Delta''}{r''} \cdot \cos \mathfrak{E}'' e'' \\ \mathfrak{E}_4 \cdot \left( \frac{de}{d\Delta''} \right) &= - \frac{\mathfrak{E}''}{q} \cdot \cos r'' d'' - \frac{1}{r''} \cdot \cos \mathfrak{E}'' d'' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (171)$$

wodurch man also jetzt zur Bestimmung der totalen Variation des Elementes  $e$ , oder der Excentricität, folgende Gleichung hat:

$$\delta e = \left( \frac{de}{dl} \right) \cdot \delta l + \left( \frac{de}{db} \right) \cdot \delta b + \left( \frac{de}{d\Delta} \right) \cdot \delta \Delta + \left( \frac{de}{dl''} \right) \cdot \delta l'' + \left( \frac{de}{db''} \right) \cdot \delta b'' + \left( \frac{de}{d\Delta''} \right) \delta \Delta'' \dots \dots \dots (172)$$

Die unter (157) und (159) gegebenen Differenzialquotienten der Elemente  $T$  und  $q$  nach  $l$ ,  $b$ ,  $\Delta$ ,  $l''$ ,  $b''$ ,  $\Delta''$  enthalten noch implicite die Grössen  $\left( \frac{de}{dl} \right)$ ,  $\left( \frac{de}{db} \right)$ ,  $\left( \frac{de}{d\Delta} \right)$ ,  $\left( \frac{de}{dl''} \right)$ ,  $\left( \frac{de}{db''} \right)$ ,  $\left( \frac{de}{d\Delta''} \right)$ , welche soeben in (171) näher bestimmt worden sind; es wird daher nunmehr leicht sein, die unter (157) und (159) gegebenen Gleichungen, von der Einwirkung des Elementes  $e$  mittelst (171) vollkommen zu befreien, indem man bloss die Werthe unter (171) in (157) und (159) hinein zu substituiren braucht, und alsdann wird man nach einer leichten Reduction finden, dass:

$$\begin{aligned}
\frac{x \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \left( \frac{dT}{dl} \right) &= + \left\{ \frac{\cos G''}{g \sin(G''-G)} - \frac{\mathcal{U} \mathcal{E}}{\mathcal{E}_4 \cdot q} \right\} \Delta \cos b \cos r f - \frac{\mathcal{U}}{\mathcal{E}_4 \cdot r} \Delta \cos b \cos \delta f \\
\frac{x \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \left( \frac{dT}{db} \right) &= + \left\{ \frac{\cos G''}{g \sin(G''-G)} - \frac{\mathcal{U} \mathcal{E}}{\mathcal{E}_4 \cdot q} \right\} \Delta \cos r e - \frac{\mathcal{U}}{\mathcal{E}_4 \cdot r} \Delta \cos \delta e \\
\frac{x \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \left( \frac{dT}{d\Delta} \right) &= + \left\{ \frac{\cos G''}{g \sin(G''-G)} - \frac{\mathcal{U} \mathcal{E}}{\mathcal{E}_4 \cdot q} \right\} \cos r b - \frac{\mathcal{U}}{\mathcal{E}_4 \cdot r} \cos \delta b \\
\frac{x \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \left( \frac{dT}{dl''} \right) &= - \left\{ \frac{\cos G}{g'' \sin(G''-G)} - \frac{\mathcal{U} \mathcal{E}''}{\mathcal{E}_4 \cdot q} \right\} \Delta'' \cos b'' \cos r'' f'' + \frac{\mathcal{U}}{\mathcal{E}_4 \cdot r''} \Delta'' \cos b'' \cos \delta'' f'' \\
\frac{x \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \left( \frac{dT}{db''} \right) &= - \left\{ \frac{\cos G}{g'' \sin(G''-G)} - \frac{\mathcal{U} \mathcal{E}''}{\mathcal{E}_4 \cdot q} \right\} \Delta'' \cos r'' e'' + \frac{\mathcal{U}}{\mathcal{E}_4 \cdot r''} \Delta'' \cos \delta'' e'' \\
\frac{x \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot \left( \frac{dT}{d\Delta''} \right) &= - \left\{ \frac{\cos G}{g'' \sin(G''-G)} - \frac{\mathcal{U} \mathcal{E}''}{\mathcal{E}_4 \cdot q} \right\} \cos r'' b'' + \frac{\mathcal{U}}{\mathcal{E}_4 \cdot r''} \cos \delta'' b''
\end{aligned}
\quad \left. \vphantom{\frac{x \sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}}} \right\} \dots\dots(173)$$

Auf ähnliche Weise wird man finden, dass:

$$\begin{aligned}
\left( \frac{dq}{dl} \right) &= + \left\{ \frac{\sin G''}{g \sin(G''-G)} - \frac{\mathcal{B} \mathcal{E}}{\mathcal{E}_4 \cdot q} \right\} \Delta \cos b \cos r f - \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{E}_4 \cdot r} \Delta \cos b \cos \delta f \\
\left( \frac{dq}{db} \right) &= + \left\{ \frac{\sin G''}{g \sin(G''-G)} - \frac{\mathcal{B} \mathcal{E}}{\mathcal{E}_4 \cdot q} \right\} \Delta \cos r e - \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{E}_4 \cdot r} \Delta \cos \delta e \\
\left( \frac{dq}{d\Delta} \right) &= + \left\{ \frac{\sin G''}{g \sin(G''-G)} - \frac{\mathcal{B} \mathcal{E}}{\mathcal{E}_4 \cdot q} \right\} \cos r b - \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{E}_4 \cdot r} \cos \delta b \\
\left( \frac{dq}{dl''} \right) &= - \left\{ \frac{\sin G}{g'' \sin(G''-G)} - \frac{\mathcal{B} \mathcal{E}''}{\mathcal{E}_4 \cdot q} \right\} \Delta'' \cos b'' \cos r'' f'' + \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{E}_4 \cdot r''} \Delta'' \cos b'' \cos \delta'' f'' \\
\left( \frac{dq}{db''} \right) &= - \left\{ \frac{\sin G}{g'' \sin(G''-G)} - \frac{\mathcal{B} \mathcal{E}''}{\mathcal{E}_4 \cdot q} \right\} \Delta'' \cos r'' e'' + \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{E}_4 \cdot r''} \Delta'' \cos \delta'' e'' \\
\left( \frac{dq}{d\Delta''} \right) &= - \left\{ \frac{\sin G}{g'' \sin(G''-G)} - \frac{\mathcal{B} \mathcal{E}''}{\mathcal{E}_4 \cdot q} \right\} \cos r'' b'' + \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{E}_4 \cdot r''} \cos \delta'' b''
\end{aligned}
\quad \left. \vphantom{\left( \frac{dq}{dl} \right)} \right\} \dots\dots\dots(174)$$

Wir wollen nunmehr zur Bestimmung der Variation  $\delta\psi_0$  schreiten, indem wir uns dazu der Gleichung (163) bedienen, wonach:

$$\delta\psi_0 = \frac{1}{2} \frac{\delta B''}{r''} + \frac{1}{2} \frac{\delta B}{r} - \frac{1}{2} \delta(\nu'' + \nu) \dots\dots\dots(175)$$

aber mit Rücksicht auf die Gleichungen (148), (150), (155) und (156) folgt sogleich, dass:

$$\begin{aligned}
\delta(\nu'' + \nu) &= - \frac{h \cos(H-G'') \cos \frac{1}{2} \nu + h'' \cos(H''-G'') \cos \frac{1}{2} \nu''}{q \cdot g \sin(G''-G)} (\delta \mathcal{A} - q p \cdot \delta e) \\
&+ \frac{h \cos(H-G) \cos \frac{1}{2} \nu + h'' \cos(H''-G) \cos \frac{1}{2} \nu''}{q \cdot g'' \sin(G''-G)} (\delta \mathcal{A}'' - q p'' \cdot \delta e) \\
&+ (\nu'' + \nu) \delta e
\end{aligned}
\quad \left. \vphantom{\delta(\nu'' + \nu)} \right\} \dots\dots\dots(176)$$

(Fortsetzung folgt).

## I n h a l t.

- (Zu Nr. 759). Vergleichung der vorzüglichsten Original-Cataloge, in Beziehung auf constante Declinations-Differenzen der Fixstern-Oerter p. 229. —  
 Bemerkungen und Ephemeride zur Erleichterung des Aufsuchens des *Brorsen'schen* Cometen von kurzer Umlaufzeit, im Herbst 1851, p. 235. —  
 Beobachtungen auf der Starfielder Sternwarte, von Herrn *W. Lassell* mit seinem 20fuss. Aequatoreal p. 241. —  
 Determination of the Parallax of  $\alpha^1$  and  $\alpha^2$  Centauri p. 243. —  
 (Zu Nr. 760). Beob. der Planeten Victoria, Flora und Egeria auf der *Durhamer* Sternwarte, von *R. C. Carrington* p. 245. —  
 Observations of Olio made at the Observatory of Washington, by *J. Ferguson* p. 251. —  
 Beobachtungen über den Saturnsring, von *Schmidt* p. 255. —  
 Schreiben des Herrn *Hind* an den Herausgeber, die Entdeckung eines neuen Cometen betreffend p. 259. —  
 (Zu Nr. 761). Ueber die Bestimmung einer Cometenbahn aus geocentrischen Beobachtungen, von Dr. *W. C. Goetze* p. 261. —