

Bezeichnungweise nur ein nebensächliches Detail erblicken, oder gar förmlich den Sport einer vernachlässigten Bezeichnungweise treiben, sich das Buch ansehen wollten: es würde vielleicht mancher von seinem Irrtum geheilt werden, und erkennen, daß beim Verständnisse mathematischer Arbeiten nicht nur die Logik, sondern auch viele psychologische Momente mitspielen. Man lasse sich nicht durch den großen Umfang des Buches abschrecken: es ist sehr breit geschrieben und liest sich sehr bequem; man ist, trotz seiner 500 Seiten damit recht rasch fertig. — Freilich darf nicht unerwähnt bleiben, daß das vorliegende Werk nicht gerade in die Tiefen dringt, es haftet mehr an Äußerlichkeiten. Neue Ideen zur Verbesserung der üblichen Symbolik, richtunggebende Ratschläge in Fällen schwankender Bezeichnungweise wird man darin nicht finden, ja auch das bereits Vorhandene ist nicht durchweg voll ausgenützt; um nur ein Beispiel zu nennen: die Konventionen über das Weglassen von Klammern wären einer größeren Aufmerksamkeit wert gewesen; und da wir schon von Klammern sprechen: wäre der durch Peano in die symbolische Logik eingeführte Ersatz der Klammern durch Punktombinationen, die so außerordentlich übersichtlich und schmiegsam sind, in einem der Lehre von den Bezeichnungweisen gewidmeten Werke nicht unbedingt zu besprechen gewesen? Freilich ein einzelner kann unmöglich die ganze Mathematik kennen, und daher auch nicht alle in die Mathematik eingeführten Symbole, selbst wenn sie noch so gut und nachahmenswert sind. Ein wahrhaft befriedigendes Buch über die Bezeichnungweise in der Mathematik kann wohl nur durch Zusammenwirken mehrerer Autoren zu stande kommen. Was das vorliegende anlangt, so scheint es mir, trotz vielfacher Berücksichtigung der höheren Teile der Mathematik, doch vorwiegend an der Elementarmathematik orientiert. Noch eine letzte Bemerkung: der Verfasser beklagt es, mit Recht, daß die Bezeichnungweise nicht in allen Ländern übereinstimmt; da hätte er es doch vermeiden sollen, sich bei der von ihm empfohlenen Wahl von Buchstaben für die verschiedenen Größen durchweg an die französische Sprache anzulehnen! *Hans Hahn.*

**Die klassischen Probleme der Analysis des Unendlichen.**  
Ein Lehr- und Übungsbuch für Studierende zur Einführung in die Infinitesimalrechnung von G. Kowalewski. Leipzig, W. Engelmann, 1910. VIII u. 383 S. Preis geh. M. 15, geb. M. 16.50.

Ein Jahr nach seinen beifälligst aufgenommenen Grundzügen der Differential- und Integralrechnung läßt Kowalewski abermals ein neues Lehrbuch der Infinitesimalrechnung erscheinen! Und weit davon entfernt, sich gegenseitig überflüssig zu machen, ergänzen sich diese beiden Bücher in der wirksamsten Weise. Waren die Grundzüge zur Vertiefung des Verständnisses derer bestimmt, die die Elemente der Infinitesimalrechnung bereits kennen gelernt haben, so soll das vorliegende Buch eine erste Einführung in dieses Gebiet darstellen. Die glückliche Mischung von Exaktheit und Anschaulichkeit, die den „Grundzügen“ nachgerühmt werden konnte, zeichnet auch dieses Buch aus; natürlich ist diesmal der Schwerpunkt mehr gegen die Anschaulichkeit verschoben, ohne daß aber die Exaktheit ernstlich gefährdet wurde. — War in den „Grundzügen“ auf die Beibringung von Beispielen grundsätzlich verzichtet worden, so finden sie sich hier in reichster Fülle, u. zw. sind es durchwegs historisch interessante Beispiele, die gewählt sind, wie denn überhaupt der

starke historische Einschlag, entsprechend dem Titel des Werkes, ein Hauptcharakteristikum desselben bildet und der Verfasser hat gewiß recht, wenn er im Vorworte die Ansicht äußert, das Hereinziehen historisch-persönlicher Momente belebe das Interesse der Lernenden und mache ihm die Dinge schmackhafter. — Das Buch zerfällt in drei Kapitel; das erste ist den Grenzwerten und Reihen gewidmet. Die schon früher vom Verfasser eingeführte Redeweise „fast alle“ bewährt sich aufs Neue, und eine Reihe andrer neuer Ausdrücke (z. B. S. 8: „die  $\varepsilon$ -Probe“) erleichtert dem Anfänger sicherlich die Umschiffung der Klippen der gefürchteten  $\varepsilon$ - $\delta$ -Beweise. Dieses Kapitel über Grenzwerte und Reihen bietet viel mehr, als die gangbaren Lehrbücher für Anfänger über diese Gegenstände bringen; z. B. die in § 15 und 16 besprochenen Grenzwertsätze von Cauchy, die logarithmischen Reihen und manches andere. Die beigebrachten historischen Beispiele werden auch manchem perfekten Mathematiker neu sein. — Das zweite Kapitel ist der Differentialrechnung gewidmet. Des Verfassers Verehrung für Leibniz tritt stark hervor. Die geometrischen Anwendungen sowie die Theorie der Maxima und Minima geben reichlich Gelegenheit zu historischen Beispielen. Auf die historisch gefärbte Darstellung des Taylorschen Lehrsatzes sei eigens hingewiesen; um wie viel bringt sie dem Lernenden den Inhalt dieses Satzes näher! Die Funktionen mehrerer Veränderlicher (einschließlich der Lehre von den impliziten Funktionen) sind mehr anhangsweise besprochen, vielleicht etwas zu knapp. — Das dritte Kapitel behandelt die Integralrechnung. Es geht aus von dem Probleme der Quadratur, ohne sich aber etwa die exakte Definition des Flächeninhaltes und den zugehörigen Existenzbeweis zu ersparen. Die so anschaulichen alten Beweise, die mit den unendlich kleinen Größen (den „Heinzelmännchen“, wie Kowalewski sagt) operieren, finden in historischen Notizen ihre kurze Darstellung. Kurze Abschnitte sind den uneigentlichen Integralen und den Doppelintegralen gewidmet. Im letzten Paragraphen wird auch die Fredholmsche Integralgleichung behandelt; bei der fundamentalen Rolle, die diese Gleichung neuerdings spielt, mag das nicht unberechtigt sein; ob der Anfänger über die erforderlichen Determinantenrechnungen und über die  $n$ -fachen Integrale hinwegkommen wird (zumal diese letzteren nicht behandelt wurden und der bloße Hinweis, sie seien etwas ganz analoges wie Doppelintegrale, bei der wesentlich geometrischen Theorie der Doppelintegrale, die vorgebracht wurde, vielleicht nicht ganz ausreicht) kann zweifelhaft erscheinen. — Ein Sachregister wäre dem Buche sehr zustatten gekommen; da ein solches mangelt, ist es nicht immer leicht, die Stelle aufzufinden, wo ein gegebener Gegenstand behandelt wird. Zusammenfassend können wir unser Urteil über dieses Buch mit gutem Gewissen in den Satz zusammenfassen: es ist ein pädagogisches Meisterwerk. Hans Hahn.

**Funktionenlehre und Elemente der Differential- und Integralrechnung.** Lehrbuch und Aufgabensammlung für höhere Lehranstalten, besonders für technische Fachschulen sowie zum Selbstunterricht. Von H. Grünbaum. [196 Seiten.] Grub, Stuttgart, 1912.

Dieses Buch behandelt die einfachsten algebraischen Funktionen, die Exponential- und logarithmische Funktion, die trigonometrischen und zyklometrischen Funktionen, deren Differentialquotienten und Integrale. Es ist in