

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XXXI.

I. *Ueber eine neue polare Wirkung
des Magnetismus auf die galvanische Wärme
in gewissen Substanzen;
von Albert von Ettingshausen in Graz.*

(Im Auszuge mitgetheilt im Anzeiger d. k. Acad. d. Wiss. in Wien 1887.
Nr. II u. VIII.)

(Hierzu Taf. VI Fig. 1–2.)

Vor einiger Zeit wurde über ein von mir und W. Nernst beobachtetes Phänomen berichtet¹⁾, welches darin besteht, dass in einer von einem Wärmestrome durchflossenen Metallplatte (Bi, Sb, Co, Ni, Fe), die in ein starkes magnetisches Feld gebracht wird, wobei die Kraftlinien desselben die Platte senkrecht schneiden, electromotorische Kräfte auftreten. Wir nannten die Erscheinung einen „thermomagnetischen Effect“ und konnten bei Wismuth sowohl einen transversalen, d. h. zum Wärmestrom senkrecht gerichteten, als auch einen longitudinalen, in der Richtung des Wärmestromes wirkenden, constatiren; ersterer, zugleich der bei weitem stärkere, ändert seine Richtung bei Commutirung des das Magnetfeld erregenden Stromes.²⁾

Es lag der Gedanke nahe, die Umkehrung der Erscheinung zu versuchen, also in einer von einem galvanischen Strom durchflossenen Platte eine Ungleichheit der Temperatur nachzuweisen, welche durch Einwirkung magnetischer

1) v. Ettingshausen u. Nernst, Anz. d. kais. Acad. in Wien Nr. XIII. p. 114. 1886. Wied. Ann. 29. p. 343. 1886.

2) Die von Seebeck (1823) entdeckten thermoelectrischen Ströme wurden ursprünglich als „thermomagnetische“ bezeichnet (Wiedemann, Electr. 2. p. 247); da die von uns beobachteten Ströme in der That durch die Wirkung von Wärmeströmung und Magnetismus zu Stande kommen, so glaubte ich obigen Namen für dieselben gebrauchen zu dürfen.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXXI.

Kräfte verursacht würde. Die Aehnlichkeit, welche Hr. Prof. Boltzmann¹⁾ zwischen dem Verhalten von Gasen und demjenigen von Wismuth im magnetischen Felde gefunden, führte ihn auf die Vermuthung, dass die bekannte Lichtverschiebung in Geissler'schen Röhren unter Wirkung des Magnetismus ein Analogon in der seitlichen Verschiebung der Wärme in einer von einem electrischen Strom durchflossenen Wismuthplatte haben könne: auch von diesem Gesichtspunkte schien daher die Ausführung des Versuches von Interesse.

Bei den ersten hierauf abzielenden Experimenten benutzte ich eine rechteckige Wismuthplatte von 3,1 cm Länge, 2,4 cm Breite und etwa 0,04 cm Dicke. An den kürzeren Seiten der Platte waren dicke Kupferdrähte in der ganzen Ausdehnung dieser Seiten angelöthet, sie dienten zur Leitung für den die Platte durchfliessenden Strom J ; in der Mitte einer Langseite war die eine Löthstelle eines Neusilber-Kupfer-Thermoelementes an die Platte gelöthet, während die andere Löthstelle in ein Gefäss mit Wasser von Zimmertemperatur tauchte: das Thermoelement war mit einem Wiedemann'schen Spiegelgalvanometer verbunden. Durch die Platte wurde der Strom von zwei Bunsen'schen Elementen geleitet, dessen Intensität durch einen dickdrahtigen Rheostaten abgeändert und an einer Tangentenbussole (mit Spiegelablesung) gemessen werden konnte. Infolge der Erwärmung der Platte durch den Strom J erhält man zunächst eine Ausweichung der Galvanometernadel, die bald stationär wird.

Die allseitig mit Watte umgebene Platte befindet sich zwischen den ausgedehnten, kreisförmigen (mit Papier beklebten) Polflächen eines Ruhmkorff'schen Electromagnets. Erregt man letzteren, so beobachtet man eine anfangs rasche, dann langsamere Veränderung in der Einstellung der Nadel, und letztere nimmt nach einiger Zeit einen ziemlich constanten Stand an; beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes kehrt die Magnetnadel wieder allmählich auf ihre frühere Stellung zurück. Die Unterschiede der Einstellungen lassen sich mit genügender Sicherheit erhalten, wenn man jedesmal

1) Boltzmann, Anz. d. kais. Acad. in Wien Nr. XXIV. p. 217. 1886.

eine bestimmte Zeit (z. B. 1 Minute) nach Schliessung, resp. Oeffnung des magnetisirenden Stromes den Stand abliest. Der Versuch lehrte, dass die Einstellungen der Galvanometernadel auf entgegengesetzten Seiten der ohne Erregung des Magnetfeldes stattfindenden Lage waren, wenn die Richtung des den Electromagnet erregenden Stromes die entgegengesetzte war, ferner, dass die Einstellungen bei dauernd erregtem Electromagnet auch mit der Richtung des die Platte durchfliessenden Stromes J wechselten.

Der Sinn der Ausweichungen der Nadel zeigte, dass die Temperatur der an der Platte befestigten Löthstelle jedesmal dann erhöht wurde, wenn man von der Eintrittsstelle des Stromes J in die Platte zur Löthstelle durch eine Bewegung im Sinne der das Magnetfeld ersetzenden Ampère'schen Ströme gelangt. Würde man daher die Erscheinung ansehen als eine Verschiebung der Strömungslinien in der Platte, wodurch die Strömung in einem Plattentheil verdichtet, im anderen aber verdünnt würde, so fände die Verschiebung entsprechend der ponderomotorischen Wirkung nach der Ampère'schen Regel statt. Die Ausweichungen der Galvanometernadel waren ziemlich bedeutend (bis zu 60 Scalentheilen), indess bei ungeänderter Richtung des Stromes J die Absolutwerthe nicht gleich gross für die beiden Richtungen des den Electromagnet erregenden Stromes.

Man sieht aus dem Angegebenen, dass die Erwärmung, beziehungsweise Abkühlung nicht in der Weise auftritt, dass man den Versuch als eine Umkehrung des transversalen thermomagnetischen Phänomens ansehen dürfte; die Temperaturänderungen müssten nämlich (nach Analogie mit dem Peltier'schen Effect) gerade in entgegengesetzter Weise stattfinden, als die Beobachtung ergibt. Die thermomagnetische Wirkung erwies sich sehr kräftig und war vollkommen normal, sie trat nämlich in der Weise auf, dass man von der Stelle, wo der Wärmestrom in die Platte eintritt, zur Eintrittsstelle des thermomagnetischen Stromes durch eine Bewegung entgegengesetzt de-

Richtung der Ampère'schen Ströme des Magnetfeldes gelangt.

Um die Resultate einwurfsfrei zu erhalten und zugleich die Wirkung zu verstärken, legte ich die beiden Löthstellen des Neusilber-Kupfer-Elementes an zwei einander gegenüberliegenden Stellen in der Mitte der Langseiten an die Wisuthplatte an; jedoch waren beide Löthstellen durch zwischengelegte Glimmerblättchen aufs sorgfältigste von der Platte isolirt.

Nun war nach dem Schliessen des Stromes J nur eine sehr geringe Aenderung des Standes der Galvanometernadel zu bemerken, da beide Löthstellen nahe gleiche Temperatur hatten. Die Erregung des Magnetfeldes rief wieder die Wirkung in der oben angegebenen Weise hervor, und die Nadeleinstellungen erfolgten mit solcher Regelmässigkeit, dass sich messende Versuche ausführen liessen. In dem homogenen Feld $M = 6400$ (cm gr sec) fanden sich z. B. die der Temperaturdifferenz der Löthstellen entsprechenden Galvanometernadel-Ausweichungen i , als die Intensität des Plattenstromes $J = 2,89$ Amp. war:

$$\begin{array}{ll} \text{A) } i = 9,0 + \left. \begin{array}{l} \\ 9,2 - \end{array} \right\} \text{Mittel } 9,1, & \text{B) } i = 10,5 - \left. \begin{array}{l} \\ 10,0 + \end{array} \right\} \text{Mittel } 10,2. \end{array}$$

A) und B) bedeuten die beiden Richtungen des Stromes J in der Platte; bei A) fliesst J von links nach rechts durch dieselbe. Die beiden untereinander geschriebenen Zahlen sind die Nadelausweichungen in Scalentheilen bei entgegengesetzten Richtungen des den Electromagnet erregenden Stromes, jedesmal von der Ruhelage der Nadel ohne Erregung des Magnetfeldes gezählt, und zwar fliessen im ersten Falle (obere Zahlen) für einen auf die Platte hinblickenden Beobachter die Feldströme im Sinne der Uhrzeigerbewegung (Nordpol vor, Südpol hinter der Platte); endlich bedeuten die beigesetzten Zeichen \pm , dass die Ausweichungen der Galvanometernadel respective gegen die grossen oder kleinen Zahlen der Scala erfolgten. Einer Ausweichung gegen die grossen Zahlen entspricht dabei eine Temperaturerhöhung der am oberen Plattenrande befindlichen Löthstelle des

Thermoelementes gegen die Temperatur der anderen. Jede der unter i angegebenen Zahlen ist das Resultat aus 6 bis 8 Beobachtungen, abwechselnd bei Schliessung und Oeffnung des die Eisenkerne des Electromagnets umfliessenden Stromes.

Floss durch die Wismuthplatte kein Strom ($J = 0$), so zeigte sich bei den entgegengesetzten Felderregungen durchaus keine Wirkung auf das Thermoelement.

Für $J = 5,72$ Amp. waren die Ausweichungen:

$$\begin{array}{lcl} \text{A) } i = 16,5 + \} & \text{Mittel } 17,0, & \text{B) } i = 20,5 - \} \\ & 17,5 - \} & 18,2 + \} \text{ Mittel } 19,3; \end{array}$$

also scheint die Temperaturdifferenz am oberen und unteren Plattenrande (bei gleicher Feldintensität M) der Stromstärke J in der Platte proportional zu sein.

Noch besser gelangen die Beobachtungen mit einer Doppelplatte aus Wismuth. Zwei gleiche Platten, jede 3,5 cm lang, 2,5 cm breit und 0,043 cm dick, waren, mit ihren Flächen parallel nebeneinander, derart an zwei Kupferdrähte gelöthet, dass der Strom J sie getheilt durchfloss; der Plattenabstand war etwa 1 mm, und die Löthstellen des Thermoelementes wurden in den Zwischenraum, durch Glimmerblättchen beiderseits von den Platten wohl isolirt, am oberen und unteren Plattenrande eingeschoben.

Bei der Intensität des magnetischen Feldes $M = 6400$ ergab sich für $J = 1,76$ Amp. (Stärke des ungetheilten Stromes) im Mittel die Nadelausweichung $i = 17,3$ Scalentheile, für $J = 3,28$ Amp. aber $i = 32,2$; also die Wirkung sehr genau der Intensität des durch die Doppelplatte geleiteten Stromes proportional.

Es wurde ferner die Abhängigkeit von der Stärke des magnetischen Feldes untersucht; für:

$$\begin{array}{ccccccc} M = 4290, & J = 3,05 \text{ Amp.} & \text{war } i = 20,3 \text{ Scalentheile,} \\ & 6250, & 3,05 \text{ „ „ } & 29,9 \text{ „ } ; \end{array}$$

es ist also die Wirkung auch der Intensität des magnetischen Feldes proportional.

Wurde anstatt des galvanischen Stromes ein Wärmestrom durch die Platte geleitet, so zeigten die zwischen den Platten isolirt angebrachten Löthstellen des Thermoelementes

nicht die geringste Temperaturdifferenz, wenn das Magnetfeld in dem einen oder anderen Sinne erregt wurde. Die Empfindlichkeit des mit dem Thermoelemente verbundenen Galvanometers war bei den beschriebenen Versuchen eine solche, dass 1 Scalenthail Ausweichung einem Strome 0,14 Mikro-Ampère entsprach.

Analog wie ich das Auftreten einer electrischen Potentialdifferenz an den Rändern der von einem Wärmestrom durchflossenen Platte infolge der Wirkung magnetischer Kräfte als „thermomagnetischen Effect“ bezeichnet habe, so möge die ungleiche Temperaturvertheilung, welche der Magnetismus in der vom galvanischen Strom durchflossenen Platte hervorruft, „galvanomagnetische Temperaturdifferenz“ genannt werden.

Um zu ermitteln, ob sich in verschiedenen Wismuthplatten die neue Erscheinung in verschiedener Intensität zeigt, namentlich, ob in Wismuth, welches das Hall'sche Phänomen in grösserer Stärke liefert, auch die galvanomagnetische Temperaturdifferenz bedeutender ist, untersuchte ich eine zweite Doppelplatte (II); jede einzelne Platte hatte 7 cm Länge, 1,9 cm Breite und 0,079 cm Dicke; die früher erwähnte Doppelplatte (I) wurde auch auf dieselbe Breite 1,9 cm wie (II) gebracht. Die Empfindlichkeit des Galvanometers war etwas geringer, als bei den früheren Versuchen, sodass die Nadelausweichung von 1 Scalenthail durch den Strom 0,182 Mikro-Ampère hervorgebracht wurde.

Mit der Doppelplatte (II) fand sich im Felde $M = 5900$ für den ungetheilten Strom:

$$\begin{array}{rcl} J = 3,22 \text{ Amp.}, & i = 21,5 \text{ Scalenthail}, \\ 5,51 \text{ „} & 36,4 \text{ „} & ; \end{array}$$

andererseits war bei gleichem Strom $J = 4,50 \text{ Amp.}$, aber verschiedenen Feldstärken:

$$\begin{array}{rcl} M = 4400, & i = 22,3 \text{ Scalenthail}, \\ 6370, & 32,5 \text{ „} & , \end{array}$$

wodurch sich wieder die Proportionalität des Thermostromes (i), also der Temperaturdifferenz der Ränder, mit J und M bestätigt.

Die Doppelplatte (I) dagegen gab für $J = 4,57$ Amp. und:

$$\begin{array}{rcl} M = 4360, & i = 42,8 \text{ Scalentheile,} \\ 6310, & 61,3 & „ \end{array}$$

Bezieht man die mit beiden Doppelplatten erhaltenen Resultate auf gleiche Gesamtintensität des die Platten durchfließenden Stromes J und auf gleiche Stärke des magnetischen Feldes, so findet man, dass die erzeugten Temperaturdifferenzen der Plattenränder bei (I) und (II) im Mittel im Verhältniss 1,89:1 stehen. Nun ist die Breite von (I) und (II) die gleiche, die Dicken dagegen sind sehr verschieden (0,043 und 0,079 cm); die Querschnitte stehen also im Verhältniss 1:1,84: es scheint also hier bei gleicher Feldstärke M und gleicher Intensität des Gesamtstromes J die Temperaturdifferenz an den Rändern nahe dem Querschnitt (der Dicke) der Platten verkehrt proportional zu sein.

Das Wismuth, aus dem die Doppelplatten (I) und (II) hergestellt waren, hatte verschiedene Provenienz. Es wurden nur die Hall'schen Drehungsvermögen R für die einzelnen Platten bestimmt bei Feldstärken, welche den oben angegebenen nahe kommen; jede Platte hatte längs der kurzen Seiten ausgedehnte Electroden für den Hauptstrom, während in den Mitten der Langseiten am Plattenrande punktförmige (d. h. sehr wenig ausgedehnte) Electroden für den derivirten (Hall-) Strom angelöthet waren: es sind dies Kupferdrähte, die an den Enden zu ganz kleinen Oesen gebogen wurden. Die Platten befanden sich bei den Messungen in einem schmalen, mit Wasser (von Zimmertemperatur) gefüllten Troge, dessen Seitenwände aus Glimmerplatten gebildet waren, zwischen den Magnetpolen. Ich bezeichne die Einzelplatten, aus denen je eine Doppelplatte bestand, durch die beigesetzten Indices 1 und 2. Ich erhielt für:

Platte (I) ₁	$M = 4240,$	$R = 5,42;$	$M = 6250,$	$R = 4,59;$
„ (I) ₂	4220,	6,28;	6410,	5,18;
„ (II) ₁	4200,	9,60;	6490,	8,54;
„ (II) ₂	4220,	8,11;	6250,	7,86.

Die Platten (I)₁ und (I)₂ haben also bedeutend kleinere Drehvermögen als die Platten (II)₁ und (II)₂, bezogen auf gleiche Intensität des magnetischen Feldes; es ist für die

Doppelplatte (I) entsprechend den Feldstärken $M = 4220$ und 6330 die Grösse R ungefähr $5,8$, resp. $4,9$, während für die Doppelplatte (II) die betreffenden Werthe $8,9$, resp. $7,9$ sind. Die Drehvermögen von (I) und (II) stehen etwa im Verhältniss $1 : 1,6$, während die „galvanomagnetischen Temperaturdifferenzen“ bei (I) und (II), bezogen auf die gleiche Stromesdichtigkeit in den Platten nur wenig verschieden sind.

Um den an den Rändern der Platten im magnetischen Felde auftretenden Temperaturunterschied in Celsiusgraden auszudrücken, wurde die Ausweichung bestimmt, welche die Galvanometernadel bei 1° Temperaturdifferenz der Löthstellen des Thermoelementes zeigte; dieselbe war nahe 47 Scalentheile. Demnach rief bei der Doppelplatte (I) die magnetische Feldintensität $M = 6310$, als der ungetheilte Strom $J = 4,57$ Amp. war, eine Temperaturdifferenz der Ränder von ungefähr $1,3^\circ$ C. hervor. Dieses Resultat wurde noch durch Messung des Widerstandes der Leitung, welche Galvanometer und Thermoelement enthielt, controlirt; der letztere wurde $1,53$ Ohm gefunden. In dem eben erwähnten Falle, wo der durch den Temperaturunterschied der Plattenränder erzeugte Thermostrom $61,3$ Scalentheile Ausweichung gab, also seine Intensität $11,1$ Mikro-Amp. betrug, war daher die electromotorische Kraft des Thermoelementes $17,0$ Mikro-Volt. Durch Vergleich mit einem Clark'schen Normalelement wurde (nach der Compensationsmethode) die electromotorische Kraft des Thermoelementes für 1° Temperaturdifferenz der Löthstellen zu nahe 13 Mikro-Volt bestimmt, sodass der Temperaturunterschied der Plattenränder hieraus ebenfalls zu $1,3^\circ$ C. folgt.

Da man durch Erhöhung der Stromintensität J die Wirkung leicht noch beträchtlich vergrössern kann, so musste sie sich auch mit einer weniger empfindlichen thermometrischen Vorrichtung nachweisen lassen. Ich liess mir von dem hiesigen Glasbläser, Hrn. G. Eger, ein Differentialluftthermometer anfertigen; dieses besteht aus zwei kleinen flachen Glasgefässen, verbunden durch ein enges Glasrohr, welche in den Zwischenraum einer Wismuthdoppelplatte gebracht werden, sodass sie sich längs des oberen und unteren Randes

der Platten befinden. In das Glasrohr ist ein Tropfen Alkohol gebracht, der als Index dient. Jede einzelne Wismuthplatte war 7 cm lang, 2,9 cm breit und 0,082 cm dick; der Zwischenraum zwischen denselben war etwa 0,25 cm. Als ein Strom von der Gesamtintensität $J = 12,8$ Amp. durch die Platten floss, verschob sich der Alkoholindex, wenn der den Electromagnet erregende Strom commutirt wurde, um $9\frac{1}{2}$ cm, was einer Temperaturdifferenz von etwa 6° C. entspricht, welche im oberen und unteren Theile der Platten bei Umkehr der Feldrichtung auftritt; die Stärke des magnetischen Feldes war $M = 7700$. Änderte man bei gleichbleibender Erregungsweise des Magnetfeldes nur die Richtung des Plattenstromes J , so zeigte sich dieselbe Verschiebung des Flüssigkeitsindex im Glasrohre.

Die Ursache der Ungleichheit der Temperatur in der Platte könnte in einer Verdichtung und Verdünnung der Stromcurven infolge der magnetischen Wirkung liegen. Es schien daher wichtig, dies durch ein directes Experiment zu prüfen; dasselbe gab jedoch keine sichere Entscheidung der Frage, obwohl es sehr wahrscheinlich wurde, dass eine Veränderung der Stromesdichte in den Plattentheilen durch magnetische Kräfte nicht eintritt.

Der Versuch, dessen Idee von Hrn. Prof. Boltzmann herrührt, bestand darin, dass in den Zwischenraum der eben erwähnten Wismuthdoppelplatte eine flache Inductionsspirale mit elliptisch gestalteten Windungen, von den Platten durch Glimmer sorgfältig isolirt, eingeschoben wurde; die Längsaxe der Windungen fiel mit der Längsrichtung der Doppelplatte zusammen. Es wurde nun durch letztere ein starker intermittirender Strom $J = 17$ Amp. hindurchgeleitet, die Enden der Inductionsspirale zu einem sehr empfindlichen Galvanometer geführt und durch einen Disjuncter entweder nur die Oeffnungs- oder nur die Schliessungsinductionsströme ins Galvanometer geleitet. Ich verwendete hierbei ein Instrument von Carpentier, das mir Hr. Dr. F. Streintz freundlichst zur Verfügung gestellt hatte. Da sich die Wirkung der durch den intermittirenden Strom in den oberen und unteren Theilen der Windungen inducirten Ströme nicht

genau aufhob, wurde die Galvanometernadel durch passende Schaltung eines Daniell'schen Elementes (zwischen zwei durch einen sehr kleinen Widerstand voneinander getrennte Stellen der Leitung) nahe auf die Ruhelage zurückgeführt. Es war dann zu erwarten, dass eine Verdichtung, resp. Verdünnung der Stromcurven im oberen oder unteren Theile der Platten durch eine Aenderung der Inductionswirkung angezeigt werde. Nun nahm zwar bei Erregung des magnetischen Feldes in dem einen oder anderen Sinne die Galvanometernadel verschiedene Einstellungen an, indess lagen beide auf derselben Seite der ohne Erregung des Feldes stattfindenden Ruhelage; auch bemerkte man, sobald die Doppelplatte zwischen die noch nicht erregten Eisenkerne gebracht wurde, jeden Einzelstoss, deren 6—7 in der Secunde erfolgten, durch eine kleine Zuckung der Nadel, weshalb ich zur Annahme neige, dass die Aenderungen der Nadelstellung von einer Rückwirkung der durch den intermittirenden Plattenstrom in der Masse der Eisenkerne erzeugten Inductionsströme herrührten. Die Bahnen der im Eisen verlaufenden Ströme werden durch die Magnetisirung desselben geändert und daher auch ihre Rückwirkung auf die Inductionsspirale alterirt. Ausserdem tritt bekanntlich im Wismuth eine starke Vermehrung des Leitungswiderstandes im magnetischen Felde auf; da diese bei beiden Richtungen des Feldes nicht genau gleich ist, überdies kaum vorausgesetzt werden darf, dass die einzelnen Theile der Platte homogen seien, so sind die beobachteten geringen Stellungsunterschiede der Galvanometernadel auch aus diesen Ursachen leicht erklärlich.¹⁾

Ich suchte nun durch einige messende Versuche den Einfluss festzustellen, welchen Breite und Dicke der Wismuthplatten auf die Grösse der zu beobachtenden Temperaturdifferenz der Ränder haben. Freilich können die Bestimmungen nur mehr oder weniger angenäherte sein, da die

1) Einige allerdings nur flüchtige Versuche Prof. Boltzmann's, nach dieser Methode die Frage zu entscheiden, ob in Geissler'schen Röhren der Strom selbst oder bloss die Lichterscheinung durch den Magnetismus verschoben werde, ergaben bisher ebenfalls noch keine sicheren Resultate.

Temperaturbeobachtungen wegen der die Thermoelemente von den Platten trennenden Glimmerblättchen stets etwas fehlerhaft sind. Zuerst verwendete ich zwei Doppelplatten D_1 und D_2 (s. Fig. 1), die derart aneinander gelöthet waren, dass ihre Mittellinien zusammenfielen, und welche von demselben galvanischen Strom J hintereinander durchflossen wurden. Die Länge jeder Doppelplatte war nahe 1,8 cm, die Breiten resp. 4,13 und 2,15 cm, jede einzelne Wismuthplatte hatte 0,063 cm Dicke. Die Löthstellen der Thermoelemente befanden sich wieder in der Mitte des oberen und unteren Randes jeder Doppelplatte. Bei dem (ungetheilten) Strome $J = 8,15$ Amp. und der absoluten Feldstärke $M = 7150$ war die Temperaturdifferenz für die Doppelplatte D_1 durch eine Nadelausweichung von 97,2 Scalentheilen an dem mit dem Thermoelement verbundenen Galvanometer gemessen, wenn die Magnetisirung des Electromagnets in die entgegengesetzte verwandelt wurde; brachte man das Thermoelement von D_2 mit dem Galvanometer in Verbindung, so beobachtete man eine Ausweichung von 173 Scalentheilen. Da der Widerstand der Leitung (Thermoelement und Galvanometer) bei beiden Versuchen nicht genau der gleiche war, sondern derselbe im ersten Falle 1,67, im zweiten aber 1,80 S.-E. betrug¹⁾, so ist das Verhältniss der galvanomagnetischen Temperaturdifferenzen an D_1 und D_2 , hervorgebracht durch den gleichen Gesamtstrom J und das gleiche magnetische Feld, $= 97,2.1,67:173.1,80$, d. i. 1:1,92; es gibt also das schmalere Plattenpaar die grössere Temperaturdifferenz.

Genau dasselbe Verhältniss lieferte ein zweiter Versuch, wo die Widerstände der Thermoelemente einander nahe gleich waren, sodass Thermoelement und Galvanometer für $D_1:1,67$, für $D_2:1,72$ S.-E. Widerstand hatten; beim Strom $J = 7,74$ Amp. und dem Felde $M = 8290$ erhielt man Nadelausweichungen von 99,9 und 186,5 Scalentheilen, daher das Verhältniss der Temperaturdifferenzen an D_1 und D_2 , $= 99,9.1,67:186,5.1,72 = 1:1,92$. Dieses Verhältniss ent-

1) Der Unterschied der Widerstände rührt daher, dass der Neusilberdraht und die dünnen Kupferdrähte der Thermoelemente an beiden Doppelplatten verschiedene Längen hatten.

spricht sehr genau dem reciproken Verhältnisse der Plattenbreiten ($2,15:4,13 = 1:1,916$).

Darauf wurde die Breite der ersten Doppelplatte D_1 auf 1,42 cm reducirt, sodass diese schmärer war als D_2 ; nun waren die galvanomagnetischen Effecte der beiden Doppelplatten einander ungefähr gleich, es überwog sogar die Wirkung der breiteren Platte um mehrere Procente.

Der Umstand, dass bei diesen Versuchen die Breite der Platten grösser oder noch beiläufig ebenso gross wie ihre Länge war, kann die Resultate stark beeinflussen. Um daher einfachere Verhältnisse zu haben, auch den eventuellen Einfluss der Verschiedenartigkeit des Materials möglichst zu verringern, stellte ich Messungen mit einer Doppelplatte an, wobei Breite und Dicke der Einzelplatten verändert wurden, und zugleich die Länge der Platten die Breite derselben stets erheblich übertraf.

Die Dimensionen dieser neuen Doppelplatte waren ursprünglich: Länge 5,4, Breite 1,82, mittlere Dicke jeder Einzelplatte 0,182 cm. Bei der Commutirung des magnetischen Feldes $M = 7600$ und der (Gesamt-) Stromstärke $J = 7,45$ Amp. gab die hervorgerufene Temperaturdifferenz der Plattenränder 106 Scalentheile Stellungsunterschied der Nadel des Galvanometers; die für $J = 1$ Amp. entfallende Wirkung ist daher 14,2 Scalentheile. Beide Wismuthplatten wurden sodann von den Kupferdrähten losgelöthet und durch Befeilen auf die mittlere Dicke 0,088 cm gebracht; darauf ward der Versuch bei gleichem M wiederholt. Die Stromintensität war $J = 7,38$ Amp., der Stellungsunterschied der Nadel 183 Scalentheile, also die auf $J = 1$ Amp. bezogene Wirkung jetzt 24,8 Scalentheile. Das Verhältniss der Temperaturdifferenzen ist daher in beiden Fällen $1:1,75$, das reciproke der Plattendicken $1:2,07$.

Ferner verringerte ich die Breite der Doppelplatte auf 1,08 cm und beobachtete bei gleichem M wie oben für $J = 3,85$ Amp. einen Thermostrom, der bei Feldcommutirung die Nadelstellung um 113,7 Scalentheile verschob, während für $J = 7,22$ Amp. die entsprechende Verschiebung 208 Scalentheile ausmachte. Als Maass der Temperaturdifferenz der

Ränder folgt für $J = 1$ Amp., beziehungsweise 29,5 und 28,8, also im Mittel 29,2 Scalentheile. Der Effect ist somit von 1 auf 1,18 gestiegen, während die Breite der Doppelplatte im Verhältniss von 1,68:1 abnahm. Ist also die Platte stets bedeutend länger als breit, so geht bei verschiedener Breite und Dicke derselben die beobachtete Temperaturdifferenz der Ränder nicht einfach der Stromdichtigkeit proportional, sondern sie wächst langsamer als diese.

Sämmtliche Beobachtungen sind natürlich bei beiden Richtungen des Stromes J in den Platten gemacht; die in beiden Fällen auftretenden Wirkungen differirten meist nur wenig voneinander, und es wurde der Mittelwerth genommen; die Ablesung des Nadelstandes geschah 1 Minute nach der Commutirung des den Electromagnet erregenden Stromes.

Ausser Wismuth untersuchte ich noch einige andere Substanzen und fand das neue Phänomen sehr deutlich auftretend in einer Platte aus reinem Tellur (Länge 3,5, Breite 2,2, Dicke 0,14 cm). Als Electroden für den Strom J dienten angeschmolzene Platindrähte. Da ich nur eine einzelne Platte besass, so waren die Löthstellen des Thermoelements einfach an die Mitten der freien Ränder, durch Glimmer vor der directen Berührung des Tellurs geschützt, angelegt.

Bei den ersten Versuchen leitete ich einen verhältnissmässig starken Strom $J = 3$ Amp. durch die Platte, welche sich dabei bedeutend erwärmte; es musste die Nadel des Galvanometers mit Hülfe des compensirenden Daniell'schen Elementes (s. o.) in die Nähe der Ruhelage zurückgeführt werden. Beim Erregen des magnetischen Feldes $M = 5430$ in dem einen und dem anderen Sinne erhielt ich in beiden Fällen und für beide Richtungen des Stromes J Ausweichungen der Nadel nach derselben Seite der Scala, aber von sehr verschiedener Grösse. Unter Beibehaltung der oben (p. 740) angenommenen Bezeichnungen war z. B.:

$$\begin{array}{ll} \text{A)} & i = 120 + \\ & 14 + \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{B)} & i = 12 + \\ & 116 + \end{array}$$

Die Einstellungen geschahen nicht mit derselben Regelmässigkeit, wie bei Wismuth; auch verschob sich die Ruhelage (bei unerregtem Felde) allmählich. Jedenfalls zeigt sich aber

ein Einfluss des Magnetismus auf die Wärmevertheilung in der Tellurplatte.

Bei einem anderen Versuche war die Intensität des Stromes $J = 0,96$ Amp., dagegen jene des Feldes $M = 6750$. Nun erfolgten bei den entgegengesetzten Erregungsweisen des Magnetfeldes die Nadeleinstellungen zu beiden Seiten der (ohne Felderregung stattfindenden) Ruhelage mit ziemlicher Regelmässigkeit, doch waren die Ausweichungen nach den beiden Seiten nicht gleich gross. Floss der Strom J in der entgegengesetzten Richtung durch die Platte, so waren auch die Nadelausweichungen nach entgegengesetzten Seiten bei derselben Erregungsweise des magnetischen Feldes. Die der Feldcommutirung entsprechenden Stellungsunterschiede der Magnetnadel differirten voneinander, je nach der Richtung des Stromes J . Es zeigte sich, dass die Temperaturdifferenz der Plattenränder unter den angegebenen Verhältnissen bei der Commutirung der Feldrichtung ungefähr 1° C. erreichte, und zwar entsprach die Erscheinung dem Sinne nach jener beim Wismuth.

Es sei mir bei dieser Gelegenheit zu bemerken gestattet, dass ich im Tellur auch transversalen „thermomagnetischen Effect“ beobachtet habe; derselbe tritt ebenfalls in demselben Sinne auf wie im Wismuth.¹⁾ Es wurde beim Versuch die eben beschriebene Tellurplatte verwendet; die zum Galvanometer führenden, für den thermomagnetischen Strom dienenden Electroden waren dünne Platindrähte, in der Mitte der Langseiten der rechteckigen Platte mit einer Stichflamme angeschmolzen. Zur Erzeugung des Wärmestromes in der Platte wird letztere längs der kurzen Seiten von Kupferrohren umfasst, deren Querschnitt die Gestalt Fig. 2 hat; durch eine Röhre fliesst Eiswasser, durch die andere strömt Wasserdampf. Ebenso wie bei den früheren Versuchen war die Platte allseitig mit Watte umgeben.

1) Das Drehungsvermögen R des Tellurs hat jedoch entgegengesetztes Vorzeichen, als jenes von Wismuth (Wien. Ber. 94. p. 597 u. 828. 1886); für die erwähnte Platte ist es beiläufig $+ 500$. Soweit meine bisherigen Beobachtungen reichen, nimmt für Tellur R nicht ab mit wachsender Feldstärke M .

Da die an die Tellurplatte angeschmolzenen Platindrähte mit dieser ein empfindliches Thermoelement bilden und die beiden Ableitungsstellen nicht genau auf einer Isotherme liegen, so musste der vorhandene Thermostrom zunächst auf die schon wiederholt erwähnte Weise compensirt werden. Bei abwechselndem Schliessen und Oeffnen des das Magnetfeld ($M = 3460$) erregenden Stromes traten dauernde Ausweichungen der Galvanometernadel, je nach dem Sinne der Felderregung nach entgegengesetzten Seiten auf; doch waren sie ihrer Grösse nach sehr verschieden (beim Schliessen und Oeffnen des Magnetstromes in dem einen Sinne 59, bei der entgegengesetzten Art der Felderregung aber 104 Scalentheile; bei Commutirung des Feldes 166 Scalentheile). Von der Eintrittsstelle des Wärmestromes in die Tellurplatte gelangt man zur Eintrittsstelle des thermomagnetischen Stromes durch eine Bewegung gegen die Richtung der Ampère'schen Ströme des Feldes. Die electromotorische Kraft, welche den thermomagnetischen Strom veranlasst, betrug bei dem beschriebenen Versuch nahe 150 Mikro-Volts für die Commutirung des Magnetfeldes.

Auf galvanomagnetischen Effect untersuchte ich ferner chemisch reines Antimon, fand jedoch bei einer Doppelplatte dieses Metalls (Breite 2, Dicke 0,14 cm) nur eine äusserst geringe Temperaturdifferenz; auch hier war die Erscheinung in demselben Sinne wie bei Wismuth und Tellur. Der Strom J war circa 15 Amp., M etwa 7800. Bei zwei anderen Doppelplatten aus käuflichem Antimon konnte ich nicht mit Sicherheit eine Temperaturdifferenz an den Rändern constatiren.

Ebensowenig gelang es mir, bei Verwendung von Doppelplatten aus Eisen, Nickel und Cobalt (gewalzte Bleche) eine Spur einer Wirkung zu finden, obgleich ich kräftige Ströme (10—15 Amp.) anwendete, und die benutzten Blechplatten sehr dünn waren.

Bei den Versuchen mit Sb, Fe, Ni und Co bediente ich mich des Carpentier'schen Galvanometers.

Infolge der galvanomagnetischen Temperaturdifferenz muss die Hall'sche Wirkung sowohl bei Wismuth als bei

Tellur zu klein erscheinen. Die an die Platten gelötheten Kupfer- oder Platindrähte, welche den derivirten (Hall-) Strom ableiten, bilden nämlich mit diesen ein Thermoelement, dessen electromotorische Kraft — wegen der extremen Stellung von Wismuth und Tellur in der thermoelectrischen Reihe — stets jener der Hall'schen Wirkung entgegengerichtet ist. Es liess sich dies für Wismuth sehr deutlich durch folgende Versuche nachweisen.

Eine grosse rechteckige Platte (Länge 6,5, Breite 2,5, Dicke 0,093 cm) aus sehr reinem Wismuth, welches ich neuerlich durch die freundliche Vermittelung des Hrn. Oberbergrathes Dr. Cl. Winkler erhielt¹⁾, war in der gewöhnlichen Weise längs der kurzen Seiten mit Electroden für den Hauptstrom versehen; in den Mitten der Langseiten besass sie Vorsprünge von fast 3 cm Länge, an welche die Kupferdrähte für die derivirte Leitung gelöthet wurden. Diese Platte befand sich, mit Watte umgeben, zwischen den Magnetpolen, und es wurde zunächst für eine Reihe von Scheidekräften M das Drehungsvermögen R bestimmt (s. w. u.). Die Nadel des Galvanometers, an welchem die Hall'schen Ströme beobachtet wurden, erreichte etwa 10 Secunden nach der Erregung (resp. Commutirung) des magnetischen Feldes ihre definitive Einstellung; es wurde dann sofort die Ablesung genommen. Die Einstellungen änderten sich auch kaum, wenn man noch etwa $\frac{1}{2}$ Minute wartete; mitunter zeigte sich allerdings eine kleine Abnahme der Intensität des Hall-Stromes um $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{2}$ Proc., welche aber wahrscheinlich auf Rechnung einer geringen Abnahme des Feldstärke gesetzt werden kann. Als jedoch die langen Vorsprünge der Platte, welche die „Hall-Electroden“ bilden, 2—3 mm vom Plattenrande entfernt abgeschnitten wurden, und die Kupferdrähte nunmehr an diese

1) Hr. Hüttenmeister F. Bischoff auf dem Blaufarbenwerk Pfannestiel bei Aue in Sachsen, hatte zufolge der Bitte des Hrn. Dr. Winkler die sorgfältige Reinherstellung des Metalles (sechsmalige Fällung als basisches Chlorwismuth und dessen schliessliche Reduction) gütigst besorgt. Beiden Herren bin ich für ihre liebenswürdige Unterstützung zu wärmstem Danke verpflichtet.

kurzen Kreuzesarme festgelöthet waren, zeigte sich eine sehr bemerkliche Abnahme der galvanometrischen Wirkung, wenn man nach Commutirung der magnetischen Feldrichtung einige Zeit wartete. So war z. B. beim Wechsel der Feldrichtung $M = 8170$, als der Hauptstrom die Intensität $J = 0,70$ Amp. hatte, der Unterschied der Nadeleinstellungen, wenn man sofort, nachdem die Nadel zur Ruhe gekommen, ablas, $\mathcal{A}_0 = 221,6$ Scalentheile; wartete man aber noch je $\frac{1}{2}$ Minute, so änderten sich die Einstellungen langsam, und der Stellungsunterschied war dann nur $\mathcal{A}_1 = 214,5$ Scalentheile: es trat also eine Abnahme der Hall'schen Stromintensität von mehr als 3 Proc. auf. Beim Strom $J = 1,50$ Amp. waren die Werthe $\mathcal{A}_0 = 470,3$ und $\mathcal{A}_1 = 455,3$ Scalentheile, was ungefähr derselben Abnahme entspricht; auch beim schwachen Strom $J = 0,21$ Amp. betrug sie während $\frac{1}{2}$ Minute circa $2\frac{1}{2}$ Proc. ($\mathcal{A}_0 = 67,0$, $\mathcal{A}_1 = 65,4$).

Die Wismuthplatte wurde sodann in den schmalen, oben erwähnten Trog mit Glimmerwänden gebracht und in diesem zwischen die Pole gestellt. Als der Trog noch nicht mit Wasser gefüllt war, ergab sich im Felde $M = 4880$, $\mathcal{A}_0 = 367,1$, $\mathcal{A}_1 = 356,0$ Scalentheile; wurde in den Trog Wasser von Zimmertemperatur eingefüllt, so waren unter sonst gleichen Umständen $\mathcal{A}_0 = 388,6$, $\mathcal{A}_1 = 387,5$, also nur sehr geringe Abnahme.

Diese Beobachtungen zeigen den Einfluss, den der durch galvanomagnetische Temperaturdifferenz erzeugte Thermoström (zwischen Wismuth und Kupfer) auf die Bestimmung des Drehvermögens haben kann, wenn man nicht durch Umgeben der Platten mit Wasser die Temperaturunterschiede an den Electroden der derivirten Leitung vermindert oder sehr lange Vorsprünge als Hall-Electroden verwendet.

Noch eine andere, sehr auffallende Erscheinung, nämlich die von mir und Nernst beobachtete Thatsache, dass die Hall'sche Wirkung im Wismuth bei Steigerung der Feldintensität sogar geringer werden kann, lässt sich durch den galvanomagnetischen Effect erklären. Bei den von uns untersuchten Platten waren die Stellen, wo die Kupferdrähte der derivirten Leitung an die seitlichen Vorsprünge der

Platten gelöthet waren, nahe den Plattenrändern gelegen, und die Platten befanden sich frei in der Luft, da wir, um möglichst kräftige Magnetfelder zu erzielen, die Polflächen so nahe stellten, dass das Zwischenbringen eines Troges nicht anging. Wir bemerkten, dass das Product RM bei Steigerung von M ein Maximum erreichte, um darauf abzunehmen¹⁾; RM bedeutet die electromotorische Kraft der Hall'schen Wirkung in absolutem Maasse, wenn die Platte die Dicke von 1 cm und der dieselbe durchfliessende Strom die Intensität 1 (cm gr sec) hätte. Da die galvanomagnetische Temperaturdifferenz der Feldstärke proportional zu wachsen scheint, während die electromotorische Kraft der Hall'schen Wirkung hinter der Proportionalität mit M bedeutend zurückbleibt, so vermuthete ich, dass dieser Ursache der eben erwähnte Verlauf der Werthe RM zuzuschreiben sei. Ich brachte die Platte, welche in der citirten Abhandlung als „Wismuth Nr. 4“ bezeichnet ist, bei der das Maximum von RM schon bei verhältnissmässig geringer Feldintensität sich gezeigt hatte, im Trog zwischen die Magnetpole. War der Trog nicht mit Wasser gefüllt, so zeigte sich ein Maximum des Effectes, wenn man den Strom des Electromagnets allmählich stärker machte; dagegen trat es nicht auf, als der Trog mit Wasser gefüllt war. Die Vorsprünge für die derivirte Leitung waren an dieser Platte sehr kurz und breit, sodass die Löthstellen der Kupferdrähte sehr nahe den Rändern lagen. An der Platte mit den langen Kreuzesarmen aus dem neuen Wismuth von Dr. Winkler zeigte sich kein Maximum der Hall'schen Wirkung, obwohl die Polflächen des Electromagnets möglichst einander genähert wurden, und der den Electromagnet erregende Strom von zwölf grossen Bunsen'schen Elementen geliefert war. Eine Reihe zusammengehöriger Werthe von M und R für diese Platte enthält die folgende Tabelle:

M	860	1850	2520	3640	6080	8170	9830	11 100
R	10,70	10,27	9,50	8,72	7,14	6,116	5,405	4,949
$R \cdot M$	—	—	23 940	31 740	43 410	49 970	53 130	54 930

1) v. Ettingshausen u. Nernst, Wien. Ber. 94. p. 593 u. 600. 1886. Exner's Rep. 23. p. 121 u. 127. 1886.

Endlich dürfte auch die gelegentlich gemachte Wahrnehmung¹⁾, dass das Zustandekommen der Hall'schen Wirkung einige Zeit zu erfordern schien — was besonders bei der erwähnten Platte Nr. 4 auffallend war — auf galvanomagnetischen Temperaturunterschied sich zurückführen lassen.

Hr. Prof. L. Boltzmann hat für die neue Erscheinung eine theoretische Beschreibung versucht²⁾, welche ich mit seiner gütigen Erlaubniss hier mittheile.

Am einfachsten erscheint die Annahme, dass ein electrischer Strom in einer im magnetischen Felde befindlichen Wismuth- (oder Tellur-) Platte auf die Wärme eine forttreibende Wirkung ausübt, die auf seiner Richtung und auf der der Kraftlinien senkrecht steht, in ähnlicher Weise, wie nach Sir W. Thomson's Vorstellung durch den Strom in jedem Leiter Wärme in der Richtung des Stromes oder in der entgegengesetzten fortgeführt wird. Die Wärmemenge, welche infolge dieser (transversalen) Wirkung in jedem Punkte der Platte durch die Flächeneinheit getrieben wird, kann jedenfalls nur eine Function der daselbst herrschenden Stromesdichtigkeit J_1 , der Feldintensität M und des Winkels zwischen Stromesrichtung und Magnetkraft sein. Wir wollen annehmen, dass dieser Winkel stets ein rechter sei. Dann ist es jedenfalls am einfachsten, dieser Function die Form aJ_1M zu ertheilen (was auch durch die Versuche erwiesen wurde). Die Wirkung in einer langen rechteckigen Platte im homogenen Magnetfelde berechnet sich dann in folgender Weise, wenn man vorläufig von einer Veränderung der Wärmeleitung in der Richtung des Stromes, also des Thomson-Effectes, durch den Magnetismus vollständig absieht (dessen Wirkung übrigens in einer langen Platte nur an den beiden Enden Temperaturveränderungen hervorrufen könnte).

Sei λ die Länge, β die Breite, δ die Dicke der Platte; in der Richtung von λ fliesse der Strom von der Gesamtintensität $J = J_1\beta\delta$, die Magnetkraft wirke in der Richtung

1) l. c. p. 597.

2) L. Boltzmann, Anz. d. kais. Acad. d. W. in Wien Nr. VIII. p. 71. 1887.

von δ ; senkrecht auf beide, also in der Richtung β , sei die Abscissenaxe gezogen, und der Mittelpunkt der Platte sei der Coordinatenursprung. Wenn ferner k , das Wärmeleitungsvermögen der Plattensubstanz, k_a die Wärmeabgabsconstante an die Umgebung, deren Temperatur überall als gleich vorausgesetzt wird, und ϑ den Ueberschuss der Temperatur eines Punktes der Platte über die der Umgebung bezeichnen, so ist die Wärmemenge, welche durch einen zur Abscissenaxe senkrechten Querschnitt, dessen Abscisse x ist, in der Richtung der wachsenden x in der Zeiteinheit hindurchfließt:

$$Q = -k_i \lambda \delta \frac{d\vartheta}{dx} + a J_1 M \lambda \delta.$$

Die Constante a ist positiv, wenn die Wärme durch die Magnetkraft $+M$ bei der Stromesrichtung $+J$ in der Richtung der positiven x getrieben wird. In der Schicht der Platte, welche zwischen den beiden Querschnitten x und $x + dx$ liegt, sammelt sich infolge des Wärmestromes in der Zeiteinheit die Wärmemenge:

$$q_1 = -\frac{dQ}{dx} \cdot dx = k_i \lambda \delta \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} \cdot dx$$

an; in derselben Schicht entwickelt der Strom in der Zeiteinheit die Joule'sche Wärmemenge:

$$q_2 = \gamma J_1^2 \cdot \frac{\lambda \delta dx}{\kappa};$$

hierbei ist κ die spezifische Leitungsfähigkeit und γ die Wärmemenge, welche der Strom 1 in der Zeiteinheit im Widerstande 1 entwickelt.

Die Wärmemenge, welche die beiden Seiten dieser Schicht in der Zeiteinheit an die Umgebung abgeben, ist:

$$q_3 = 2k_a \lambda \vartheta dx,$$

da die gesammte, Wärme abgebende Fläche den Inhalt $2\lambda dx$ hat.

Für den stationären Zustand muss:

$$q_1 + q_2 = q_3$$

sein, was für ϑ die Differentialgleichung liefert:

$$(1) \quad k_i \delta \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} = 2k_a \vartheta - \frac{\gamma}{\kappa} J_1^2 \delta,$$

deren allgemeines Integral ist:

$$(2) \quad \vartheta = \frac{\gamma J_1^2 \delta}{2 \pi k_a} + A e^{2bx} + B e^{-2bx},$$

wo $b = \sqrt{k_a / 2 k_i \delta}$ ist.

Da an den beiden Endquerschnitten, für welche $x = \pm \beta/2$ ist, keine Wärmeanhäufung stattfinden darf, so erhält man die beiden Gleichungen:

$$(3) \quad \begin{cases} -k_i \frac{d\vartheta}{dx} + a J_1 M = k_a \vartheta & \text{für } x = +\frac{\beta}{2}, \\ -k_i \frac{d\vartheta}{dx} + a J_1 M = -k_a \vartheta & \text{für } x = -\frac{\beta}{2}. \end{cases}$$

Bestimmt man aus den Gleichungen (3) die Integrationsconstanten A und B und setzt weiter zur Abkürzung:

$$\mu = (k_a + 2k_i b) e^{b\beta}, \quad \nu = (k_a - 2k_i b) e^{-b\beta},$$

so ergibt sich:

$$(4) \quad \vartheta = \frac{\gamma J_1^2 \delta}{2 \pi k_a} \left[1 - \frac{k_a}{\mu + \nu} (e^{2bx} + e^{-2bx}) \right] + \frac{a J_1 M}{\mu - \nu} (e^{2bx} - e^{-2bx}).$$

Da der erste Theil dieser Gleichung den Gleichungen (1) und (3) genügt, wenn $a = 0$ gesetzt wird, so stellt er die Temperaturerhöhung in der Platte infolge der Joule'schen Wärme dar; der zweite Theil dagegen ist die durch die Einwirkung des Magnetismus hervorgerufene Temperaturerhöhung, welche sich über die früher erwähnte superponirt. Die Temperaturdifferenz A an den beiden Plattenrändern ist, wenn man in die Formel an Stelle von J_1 die direct beobachtete Stromintensität J einführt:

$$(5) \quad A = \frac{2 a J M}{\beta \delta (\mu - \nu)} (e^{b\beta} - e^{-b\beta}) = \frac{2 a J M (e^{b\beta} - e^{-b\beta})}{\beta \sqrt{2 \delta k_a k_i} (e^{b\beta} + e^{-b\beta}) + k_a \beta \delta (e^{b\beta} - e^{-b\beta})},$$

welcher Ausdruck sich in dem Falle, wo $b\beta$ gross gegen die Einheit ist, auf:

$$A = \frac{2 a J M}{\beta \sqrt{2 \delta k_a k_i} + k_a \beta \delta}$$

reducirt; ist dagegen $b\beta$ klein, so wird:

$$A = \frac{a J M}{k_i \delta}.$$

Für eine beliebig gestaltete Platte tritt an die Stelle der Gl. (1) die Gleichung:

$$k_i \delta \left(\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} + \frac{d^2 \vartheta}{dy^2} \right) = 2 k_a \vartheta - \frac{\gamma \delta}{\kappa} (u^2 + v^2),$$

und für den Rand der Platte gilt die Bedingung:

$$- k_i \frac{d \vartheta}{dN} + a S_1 M = k_a \vartheta,$$

wo u und v die Stromesdichtigkeitscomponenten nach den beiden Coordinatenaxen sind, N die nach aussen an den Plattenrand gezogene Normale und S_1 die Stromesdichtigkeit in einem Punkte des Randes, im Sinne der Feldströme gezählt, bedeuten, falls man der Constante a (für Wismuth und Tellur) das positive Zeichen gibt.

Die Gleichungen zeigen manche Analogie mit den in der Theorie des Hall'schen Phänomens vorkommenden¹⁾, sobald man $k_a = 0$ setzt; die Constante a , das Wärmeleitungsvermögen k_i und die Temperatur ϑ spielen dann dieselbe Rolle, wie in der letzteren Theorie das Drehungsvermögen R , das electriche Leitungsvermögen κ und das Potential p .

Um die Resultate meiner oben (p. 748) mitgetheilten Versuche mit der Formel (5) zu vergleichen, bestimmte ich das Verhältniss $k_a : k_i$ für die angewendete Wismuthdoppelplatte auf bekannte Weise und fand dasselbe aus einigen Versuchen, bei denen sich die Platte zwischen den Magneten befand und allseitig dicht mit Watte umgeben war, etwa $= 0,10$; für k_a erhielt ich durch Beobachtung der Erwärmung der von einem bekannten Strom durchflossenen Platte mit Hülfe ihres ebenfalls bekannten Widerstandes den Werth $0,0015$ (cm gr cal sec). Nach Formel (5) (in welcher nun δ die Gesamtdicke der beiden Einzelplatten bedeutet) berechnet sich dann das Verhältniss der Temperaturdifferenzen der Ränder bei gleicher Stromintensität J und gleicher Stärke des Magnetfeldes M für den Fall verschiedener Dicke aber gleicher Breite der Doppelplatte zu $1,88$, gegen $1,75$ beob-

1) Boltzmann, Wien. Ber. 94. p. 644. 1886.

achtet; für den Fall verschiedener Breite, aber gleicher Dicke findet sich das Verhältniss 1,17, während 1,18 beobachtet wurde.

Bezüglich des angegebenen Werthes für die Wärmeabgabsconstante wäre zu bemerken, dass nach den Beobachtungen von H. Weber¹⁾ für Neusilber in Luft k_a nur etwa 0,0003 ist; meine Bestimmungen können zwar nicht Anspruch auf Genauigkeit erheben, indess habe ich mich durch den Versuch überzeugt, dass die Wärmeabgabe der mit Watte umgebenen, zwischen den nahe gestellten Polflächen befindlichen Platte in der That weitsaus (fast $2\frac{1}{2}$ mal) grösser ist, als wenn die Doppelplatte frei in der Luft steht. Für k_i folgt aus meinen Zahlen der Werth 0,015 (cm gr cal sec), welcher zwischen den von L. Lorenz²⁾ (0,017) und H. F. Weber³⁾ (0,011) angegebenen Werthen liegt.⁴⁾

Ein flüchtiger Versuch, das Verhältniss der Temperaturdifferenzen an den Rändern und an Stellen näher der Mittellinie einer Wismuthdoppelplatte zu bestimmen, lieferte eine nur geringe Uebereinstimmung mit der Formel (4), was sich jedoch zum Theil daraus erklären liesse, dass von den Rändern der Platte her den tiefer gegen die Mitte eingeschobenen Löthstellen des Thermoelementes (durch den gut leitenden Kupferdraht) eine beträchtliche Wärme zugeführt wurde. Die Beobachtungen sollen demnächst unter günstigeren Versuchsbedingungen wiederholt werden.

1) Heinr. Weber, Pogg. Ann. 146. p. 257. 1872.

2) L. Lorenz, Wied. Ann. 13. p. 422, 584. 1881.

3) H. F. Weber, Vierteljahresschrift d. Zürich. nat. Ges. 25. p. 184. 1880.

4) Das electrische Leitungsvermögen fand sich für das in Plattenform gegossene Wismuth bedeutend kleiner, als es gewöhnlich angegeben wird.

