

II. Ueber die durch Magnetpole in rotirenden körperlichen Leitern inducirten elektrischen Ströme; von Emil Jochmann.

(Der physikalischen Gesellschaft vorgetragen am 16. October 1863 und
8. Januar 1864.)

1. **A**rago's Fundamentalversuch, betreffend die Ablenkung einer Magnetnadel durch eine unter derselben rotirende metallische Scheibe hat durch Faraday's Entdeckung der Inductionsströme seine richtige Erklärung gefunden, und hat seitdem vielfache Modificationen erfahren, welche im Allgemeinen zur Bestätigung dieser Erklärung gedient haben. Nichtsdestoweniger bieten unsere theoretischen Kenntnisse über dieses Gebiet noch viel Mangelhaftes dar, und die Unsicherheit der theoretischen Vorstellungen hat, wie im Folgenden gezeigt werden wird, auch zu falscher Deutung der experimentellen Resultate Anlaß gegeben. Ich berühre das Historische nur so weit es mit dem Gegenstand der vorliegenden Abhandlung in unmittelbarem Zusammenhang steht, indem man dasselbe an andern Orten (z. B. in Wiedemann's Lehrb. des Galvanismus Bd. II S. 709 bis 739, oder in v. Feilitzsch's »Fernwirkungen des galvanischen Stroms« in Karstens Encyklopädie Bd. 19 S. 331 bis 391) zusammengestellt findet. — Zur Aufsuchung der Strömungscurven in dem rotirenden Stromleiter hat man sich in der Regel eines Verfahrens bedient, das demjenigen analog ist, welches zur Auffindung der Strömungscurven und der Curven gleichen Potentials an der Oberfläche eines ruhenden, von einem constanten galvanischen Strom durchflossenen, körperlichen Leiter dienen kann. Man liefs nämlich auf zwei verschiedenen Stellen der Oberfläche des Stromleiters die Elektroden eines Galvanometerdrahtes schleifen, und schloß entweder wie Nobili und Antinori¹⁾ aus der Richtung des am Galvanometer beobachteten Stromes auf die Strom-

1) *Antologia di Firenze* No. 134. Diese Annalen Bd. XXIV, S. 621

richtung in dem zwischen den Elektroden befindlichen Leitertheil, oder man verschob, während ein Pohldraht an einem Punkt der Oberfläche des Leiters festgehalten wurde, den andern so lange, bis die Nadel des Galvanometers auf Null stand, und suchte auf diese Weise die isoelektrischen Linien oder Curven gleichen Potentials an der Oberfläche des Leiters auf. Man nahm dann an, daß das System der Strömungscurven, wie dieß bei ruhenden Leitern der Fall ist, zu dem System der Niveaucurven des Potentials orthogonal sey. — Was zunächst die erste Methode betrifft, so ist leicht ersichtlich, daß dieselbe wenig geeignet ist, über den wahren Verlauf der Strömungscurven, oder auch nur über die Stromrichtung an den verschiedenen Stellen des Leiters sicheren Aufschluß zu geben. Erstens ist dieß schon darum nicht der Fall, weil in Folge der Ableitung durch den Galvanometerdraht das Stromsystem im Innern des Leiters alterirt wird, ja unter gewissen Umständen ein Stromsystem durch das Vorhandenseyn des Verbindungsdrahtes hervorgerufen werden kann, während ohne den Draht überhaupt kein Strom, sondern nur eine Vertheilung freier Elektricität existirt. Es ist dieß nämlich, wie unten gezeigt werden wird, so oft der Fall, als die inducirenden Magnetpole in der Rotationsaxe liegen, oder die inducirenden Ströme oder Magnetismen rings um die Rotationsaxe symmetrisch vertheilt sind (Weber's unipolare Induction, Matteucci's *induction axiale*). Dieser Sachverhalt ist schon von Nobili ¹⁾ in dem von ihm experimentell untersuchten Falle vermuthet worden, daß eine Kugel unter dem Einfluß eines ihren Aequator umgebenden Stromkreises rotirt. — Zweitens aber gestattet die Stromrichtung im Galvanometerdraht, selbst abgesehen von der Störung, welche das Stromsystem durch denselben erleidet, keinen directen Rückschluß auf die Stromrichtung in dem zwischen den schleifenden Drahtenden befindlichen Theile des Leiters, da der Strom im Galvanometer von zwei entgegenge-

1) *Antologia di Firenze* 1832 No. 142. Diese Annalen Bd. XXVII, S. 414.

setzt wirkenden Ursachen beeinflusst wird. Erstens nämlich werden sich die Elektricitäten, welche durch eine in den *zwischen* den Elektroden befindlichen Leitertheilen wirksame elektromotorische Kraft geschieden werden, rückwärts durch den Draht auszugleichen streben, und es wird, im Fall, daß die in diesen Leitertheilen inducirte elektromotorische Kraft überwiegt, die Stromrichtung im Draht gerade die entgegengesetzte seyn, wie in den zwischen den Elektroden befindlichen Leitertheilen; andererseits aber ist der Strom des Galvanometers als ein Zweigstrom des durch die in allen übrigen Leitertheilen inducirten elektromotorischen Kräfte erzeugten Stromsystems zu betrachten, und es wird daher, wenn die Inductionswirkung in den fernerliegenden Leitertheilen überwiegt, die Stromrichtung im Drahte mit der im Leiter stattfindenden Stromrichtung übereinstimmen ¹⁾).

- 1) Nach der von Felici aufgestellten Theorie der Induction würden ausserdem noch an den *Gleitstellen* neue *elektromotorische Kräfte* hinzukommen, welche ohne das Vorhandenseyn des Ableitungsdrahtes nicht vorhanden wären. (Vergl. *Cimento IX, p. 75, Ann. d. chim. (3. sér.) LVI, p. 106.*) Es ist auffallend, daß dieß Felici in seiner unten zu erwähnenden Abhandlung an der Stelle entgehen konnte, wo er die Resultate seiner Theorie mit den Versuchsergebnissen Matteucci's vergleicht. Wären solche elektromotorischen Kräfte an den Gleitstellen vorhanden, so hätte Matteucci ganz andere Curven finden müssen als die aus der Theorie sich ergebenden Curven gleichen Potentials. Die Uebereinstimmung der von Matteucci durch den Versuch gefundenen isoelektrischen Curven mit den berechneten Curven gleichen Potentials ist aber wie nachgewiesen werden wird, eine so vollkommene, daß dadurch das Auftreten elektromotorischer Kräfte an den Gleitstellen, welches einen wesentlichen Bestandtheil von Felici's Theorie der Induction bildet, als widerlegt angesehen werden darf. — Aus dem Weber'schen Grundgesetz der Wechselwirkung bewegter Elektricitäten ergibt sich bekanntlich, daß das Vorhandenseyn einer Gleitstelle im *inducirenden* Stromkreis das Auftreten einer besonderen elektromotorischen Kraft zur Folge hat, welche aus der plötzlichen Geschwindigkeitsänderung der strömenden Elektricitätstheilen beim Uebergang zwischen den auf einander gleitenden Leitertheilen herrührt. Dagegen findet an einer Gleitstelle im *inducirten* Stromkreise keine besondere elektromotorische Kraft statt, indem nach dem Weber'schen Gesetz bei Berechnung der Inductionswirkung die Elektricitäten als in dem bewegten Leiterelement ruhend zu betrachten sind.

2. Eine zweckmäßige Abänderung der galvanometrischen Methode zur Bestimmung der Strömungscurven bestand, wie oben bemerkt, darin, daß man die »isoelektrischen Curven« an der Oberfläche des Leiters aufsuchte, indem man eine der auf dem Leiter schleifenden Elektroden des Galvanometers festhielt, und die andere so lange verschob, bis die Nadel des Galvanometers auf Null stand. Da in diesem Fall die Stromintensität im Drahte Null war, so konnte der Draht keinen modificirenden Einfluß auf das Stromsystem im Leiter ausüben. Matteucci fand auf diese Weise das in Fig. 2 Taf. II durch die ausgezogenen Linien dargestellte System von Niveaucurven für den Fall einer kreisförmigen Scheibe, welche unter dem Einfluß zweier Magnetpole rotirte, deren Projectionen auf der Ebene der Scheibe beiderseits um den halben Radius vom Mittelpunkt derselben entfernt waren ¹⁾. Nach der Analogie mit den Gesetzen der Verbreitung constanter Ströme in ruhenden Leitern schloß Matteucci, daß das in der Figur durch punktirte Linien angegebene System der Orthogonalen die Strömungscurven darstelle. Doch schon bei einigermaßen aufmerksamer Betrachtung der Figur leuchtet die Unrichtigkeit dieser Folgerung ein. Die Niveaulinien schloßen sich nämlich, wie ersichtlich, auf jeder Hälfte der Platte um zwei Punkte *a* und *b*, und da auf jeder Niveaulinie das Potential der freien Elektricität einen constanten Werth hat, welcher von einer zur andern wächst, so ist dasselbe in einem dieser Punkte ein Maximum, in dem andern ein Minimum. Wenn nun die Strömungscurven zu den Niveaulinien orthogonal sind, so müssen solche Punkte, um welche die Niveaulinien sich schloßen, nothwendig Ein- und Ausströmungspunkte der Elektricität seyn, wie dies bei einem ruhenden körperlichen Stromleiter der Fall ist, wel-

1) Die Figur ist hier nach der Zeichnung Matteucci's im »*Cours spécial sur l'induction, le magnétisme de rotation etc.* Paris 1853« Pl. II, Fig. 16 wiedergegeben. Die Zeichnung in den *Ann. d. chim.* (3 sér.) T. XXXIX weicht etwas davon ab, doch sind die obigen Bemerkungen in gleicher Weise auf dieselbe anwendbar.

chem durch zwei mit den Polen der Kette verbundene Elektroden Elektrizität zugeführt wird. Im vorliegenden Fall dagegen findet weder ein Ein- noch Ausströmen von Elektrizität statt; es ist vielmehr im Innern des unter Einfluss der vorhandenen Magnetpole rotirenden Leiters ein geschlossenes System von Strömungscurven vorhanden, welche sich, wenn sie zu den Niveaulinien orthogonal seyn sollten, sämmtlich in den Punkten a und b durchschneiden müßten. Jede Niveaulinie würde von jeder Strömungscurve zweimal durchschnitten werden. Die Strömung der positiven Elektrizität wäre einmal von dem Punkte kleinsten zu dem Punkte größten Potentials gerichtet, um dann das System der Niveaulinien abermals in entgegengesetzter Richtung zu durchschneiden. Ueberdies muß am Rande der Scheibe überall die radiale Stromcomponente verschwinden, es müßte also das System der isoelektrischen Curven den Rand der Scheibe überall rechtwinklig schneiden, was bei den von Matteucci gefundenen Curven ebenfalls nicht stattfindet. Es ist nun leicht ersichtlich, worin das Irrthümliche dieser ganzen Betrachtungsweise liegt, und auf welche Weise die scheinbar paradoxen Resultate ihre vollkommen befriedigende Deutung finden.

Im Fall der constanten Stromverbreitung in einem ruhenden Leiter ist die einzige elektromotorische Kraft, welche auf die in dem Leiter enthaltenen Elektrizitäten wirkt, diejenige, welche von der Vertheilung freier Elektrizität herrührt, die sich in Folge der an beiden Elektroden stattfindenden Potentialdifferenz bildete. Ist V das Potential der freien Elektrizität, K das Leitungsvermögen der Substanz, so ist, wie Kirchhoff gezeigt hat, indem er die Ohm'sche Theorie der Kette in entsprechender Weise modifizierte, $-\frac{dV}{ds}$ die elektromotorische Kraft und $-K\frac{dV}{ds}$ die Stromdichtigkeit der positiven Elektrizität in der Richtung des Linienelements ds . Dieselbe ist ein Maximum, wenn die Richtung von ds auf der durch den betrachteten Punkt gelegten Niveaulinie $V = \text{const.}$ senkrecht steht. Es sind also

die Orthogonalcurven zu den Flächen gleichen Potentials die Strömungscurven. Anders verhält sich die Sache, wenn außer den von der Vertheilung freier Elektricität herrührenden elektromotorischen Kräften noch andere vorhanden, und sogar in gewissen Theilen des Leiters vorwiegend wirksam sind, wie es bei dem unter Einfluß eines Magnets rotirenden Leiter der Fall ist. Ist der Leiter ein Umdrehungskörper, welcher mit constanter Geschwindigkeit um seine Hauptaxe rotirt, so wird sich ein geschlossenes, während der Rotation des Leiters im Raum ruhendes Stromsystem bilden. Die in jedem Raumelement im Innern des Leiters vorhandene elektromotorische Kraft ist dann eine dreifache; erstens nämlich die Induction durch die äußeren magnetischen Kräfte, zweitens die Induction zwischen den verschiedenen Theilen des Leiters, erzeugt durch die Bewegung der Leitertheile gegen das im Raum ruhende Stromsystem, und drittens die elektromotorische Kraft, welche von der Vertheilung freier Elektricität auf der Oberfläche und im Innern des Leiters herrührt. Ließen sich die von den Inductionswirkungen herrührenden Kräfte ebenso wie die letztere durch ein Potential W darstellen, so würden die Strömungscurven in jedem Punkt des Leiters zu dem System von Flächen orthogonal seyn, deren Gleichung wäre $V + W = \text{const.}$ Es ist jedoch eine solche Darstellungsweise nicht möglich, und es existirt in der That, wie sich zeigen wird, im Allgemeinen kein zu den Strömungscurven orthogonales Flächensystem. Die Intensität des Stromes, welchen man am Galvanometer beobachtet, wird, wenn der Widerstand im Innern des körperlichen Leiters gegen den des Galvanometerdrahtes verschwindend klein ist, der Differenz der Potentialwerthe der freien Elektricität an den beiden Gleitstellen proportional seyn, indem von dieser Potentialdifferenz allein die elektromotorische Kraft herrührt, welche auf die im Drahte befindlichen Elektricitätstheilchen wirkt. Es wird daher die galvanometrische Methode ganz geeignet seyn, die Niveaulinien des Potentials der freien Elektricität auf der Oberfläche des körperlichen Leiters auf-

zusuchen, sie ist hingegen aus den angegebenen Gründen durchaus nicht geeignet, einen directen Aufschluß über den Verlauf der Strömungscurven zu geben. Man wird daher darauf zurückgehen müssen, den Verlauf der Strömungscurven wo möglich auf theoretischem Wege zu ermitteln, und das Resultat der Rechnung durch die Beobachtung der Rückwirkung des inducirten Stromsystems auf den inducierenden oder einen andern Magnet zu verificiren.

3. In theoretischer Hinsicht aber ist das bisher zur Erklärung dieser Klasse von Erscheinungen Geleistete leider noch sehr mangelhaft. Während die Gesetze der Induction in linearen Leitern durch Neumann, Weber und Andere vollständig festgestellt, und von Weber auf das allgemeine Grundgesetz der Wechselwirkung bewegter Elektricitäten zurückgeführt sind, während andererseits Kirchhoff ¹⁾ die allgemeinen Gleichungen für den variablen Strömungszustand in ruhenden körperlichen Leitern, mit Rücksicht auf die aus den Stromintensitätsänderungen entspringende Inductionswirkung zwischen den verschiedenen Leitertheilen, aufgestellt hat, sind die bisherigen Versuche einer Theorie des Rotationsmagnetismus durchaus nicht dem sonstigen Standpunkt unserer Vorstellungen über die Elektricitätsbewegung entsprechend. Poisson ²⁾ hat bekanntlich bald nach der Entdeckung des Rotationsmagnetismus durch Arago die Erscheinungen aus der Wirkung des Magnetismus im Entstehen und Verschwinden zu erklären versucht, die auch bei denjenigen Metallen sehr merklich seyn kann, welche, nachdem das magnetische Gleichgewicht eingetreten, keine Wirkung auf die Magnethadel ausüben. Jedoch ist Poisson's Theorie, so scharfsinnig sie auch erdacht und durchgeführt seyn mag, seit Faraday's Entdeckung der Inductionsströme als veraltet zu betrachten. — Eine von Neumann im Jahre 1845 ³⁾ in Aussicht gestellte Ab-

1) Pogg. Ann. Bd. CII, S. 529.

2) *Mémoire sur la théorie du magnétisme en mouvement. Mém. de l'acad. d. sc. de Paris. Année 1823. T. VI. Paris 1827.*

3) In der Einleitung zu seiner Abhandlung über die mathematische Theo-

handlung über die Theorie der Induction in körperlichen Leitern ist bis jetzt noch nicht erschienen. — Später hat Felici ¹⁾, veranlaßt durch die Versuche von Matteucci, versucht, die Induction in einer unendlich dünnen unbegrenzten Scheibe theoretisch zu bestimmen, welche unter dem Einfluß eines Magnetpols oder zweier entgegengesetzter Magnetpole rotirt, die in der Ebene der Scheibe liegen. Aus dem Weber'schen Gesetz würde sich in diesem Fall ergeben, daß die in die Ebene der Scheibe fallende Componente der elektromotorischen Kraft überall gleich Null ist, ausgenommen im inducirenden Pole selbst, wo sie unbestimmt und unendlich wird. Es wird sich zeigen, daß in der That der von Felici behandelte Fall nur als Gränzfall zulässig ist. Uebrigens beruht die Theorie von Felici auf mehrfachen Annahmen, die zum Theil des Beweises bedürfen, zum Theil erweislich unstatthaft sind. Felici leitet nämlich zunächst aus seiner Theorie der Inductionsströme, welche bekanntlich von den Theorien von Neumann und Weber verschieden ist ²⁾, zuerst den Ausdruck für die Stärke und Richtung der in einem Element der Scheibe durch die in der Ebene der Scheibe liegenden Magnetpole inducirten elektromotorischen Kraft her, indem er annimmt, daß die bei einer unendlich kleinen Drehung der Scheibe inducirte elektromotorische Kraft gleich der Differenz der elektromotorischen Kräfte sey, welche durch das Entstehen des Magnetpols bei der ersten und der zweiten Lage der Scheibe inducirt worden wären. Felici denkt sich dann diese elektromotorische Kraft durch die einer Kette ersetzt, deren Poldrähte in den Endpunkten des betrachteten Linienelements mit der unendlich dünnen Scheibe in Verbindung stehen, und berechnet die Stromverbreitung, welche in der Scheibe stattfinden würde, wenn nur die auf dieses

rie der inducirten elektrischen Ströme. Abhandl. d. math.-phys. Klasse der Berliner Akademie 1845.

1) *Annali di scienze matematiche e fisiche compilati da Barnaba Tortolini T. IV*, 1853, p. 173 und *T. V*, 1854, p. 35.

2) Vergl. die Anmerkung zu S. 216.

Linielement wirkende elektromotorische Kraft vorhanden wäre, indem er annimmt, daß die elektrische Spannung (das Potential) in jedem Punkte der Scheibe der Gleichung $\frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{d^2 V}{dy^2} = 0$ genüge. Endlich erhält er durch Summation der von den in allen einzelnen Leiterelementen wirkenden elektromotorischen Kräften herrührenden Werthe von V den Gesamtwert der elektrischen Spannung, und nimmt an, daß die Strömungscurven zu den »Curven gleichen elektrischen Zustandes« orthogonal seyen. Daß letztere Annahme unstatthaft ist, wurde bereits oben nachgewiesen. Es wird sich ferner zeigen, daß im Fall der rotirenden Scheibe auch die Gleichung $\frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{d^2 V}{dy^2} = 0$ nicht erfüllt ist. Auf die Inductionswirkung zwischen den verschiedenen Theilen der Scheibe hat Felici keine Rücksicht genommen. Die Resultate, zu denen derselbe gelangt ist, werden unten mit denen einer strengeren Theorie verglichen werden.

4. In einer Abhandlung, welche vor Kurzem im LXIII. Bde. von Borchardt's Journal für reine und angewandte Mathematik erschienen ist, habe ich unter alleiniger Zugrundelegung des Weber'schen Gesetzes die allgemeinen Differentialgleichungen für die Bewegung der Elektrizität in einem unter Einfluß einer beliebigen gegebenen magnetischen Vertheilung um seine Hauptaxe rotirenden Umdrehungskörper aufgestellt, und insbesondere den Fall einer, von zwei parallelen Ebenen begränzten Scheibe von beliebiger Dicke behandelt. Die Ausführung der Integration und die Angabe der Linien gleichen Potentials und der Strömungscurven in endlicher Form ist für den Fall möglich, daß die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe, und in Folge dessen die Stromintensität klein genug ist, um die Inductionswirkung zwischen den verschiedenen Theilen der Scheibe gegen die directe inducirende Wirkung des Magneten vernachlässigen zu können. Ich will im Folgenden die hauptsächlichsten Resultate angeben, zu welchen ich in

der erwähnten Abhandlung gelangt bin, und sodann untersuchen, welche Modificationen dieselben in dem Fall erleiden können, dafs die Rotationsgeschwindigkeit zu grofs wird, als dafs die Inductionswirkung zwischen den verschiedenen Theilen der Scheibe vernachlässigt werden dürfte. Die Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung wird dann lehren, bis zu welchem Grade jene Vernachlässigung erlaubt ist. Eine streng mathematische Behandlung stöfst zwar, wenn man diese vereinfachende Voraussetzung fallen läfst, auf analytische Schwierigkeiten, welche zu überwinden mir bis jetzt noch nicht gelungen ist, doch lassen sich über die Natur des Einflusses im Allgemeinen gewisse Folgerungen herleiten, welche mit den Resultaten der Beobachtung in gutem Einklang stehen und eine präcisere Vorstellung über den Grund gewisser dabei auftretender Erscheinungen zu geben gestatten, als dies bisher möglich war.

5. Sind u, v, w die auf die rechtwinkligen Coordinatenachsen bezogenen Geschwindigkeitscomponenten, mit denen das im Punkte x, y, z befindliche Leiterelement bewegt wird, u, v, w die Componenten der Stromdichtigkeit der positiven Elektricität im Punkte x, y, z , und $u'v'w'$ die Stromcomponenten in dem Punkte x', y', z' , bezeichnet ferner $2k = \frac{1}{155370 \cdot 10^6 \text{ Millm}}$ den reciproken Werth der Weber'schen Constante ¹⁾, und P das Potential der gegebenen magnetischen Vertheilung, so ergeben sich aus dem Weber'schen Gesetz die Componenten der in dem Punkte x, y, z von den vorhandenen Magnetismen inducirten elektromotorischen Kraft

1) Es ist in dieser Abhandlung das *elektromagnetische* Maafs für die Stromintensitäten zu Grunde gelegt, während die elektromotorischen Kräfte nach dem allgemeinen mechanischen Kraftmaafs gemessen sind.

$$\left. \begin{aligned} A &= 2k \left[v \frac{\partial P}{\partial x} - w \frac{\partial P}{\partial y} \right] \\ B &= 2k \left[w \frac{\partial P}{\partial x} - u \frac{\partial P}{\partial z} \right] \\ C &= 2k \left[u \frac{\partial P}{\partial y} - v \frac{\partial P}{\partial x} \right] \end{aligned} \right\} (1).$$

Die Ausdrücke für die Componenten der elektromotorischen Kraft, welche von der Induction zwischen den verschiedenen Theilen des Leiters herrühren, vereinfachen sich bedeutend durch die Bedingungen, welchen die Stromcomponenten in Folge der Voraussetzung eines constanten Strömungszustandes genügen müssen. Es folgt nämlich wie bekannt aus dieser Voraussetzung, daß für jeden Punkt im Innern des Leiters

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

seyn muß, während die Bedingung, daß die zur Oberfläche normale Stromcomponente in jedem Punkt der Oberfläche verschwindet, durch die Gleichung

$$u \cos \lambda + v \cos \mu + w \cos \nu = 0 \quad . \quad . \quad (3)$$

ausgedrückt wird, wo λ, μ, ν die Winkel sind, welche die im Punkte x, y, z errichtete Normale der Oberfläche mit den positiven Richtungen der Coordinatenachsen einschließt. Mit Rücksicht auf diese Bedingungen reduciren sich die Ausdrücke für die gesuchten Componenten auf

$$\left. \begin{aligned} X &= k \left[v \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) - w \left(\frac{\partial \gamma}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right) \right] \\ Y &= k \left[w \left(\frac{\partial \beta}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right) - u \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \right] \\ Z &= k \left[u \left(\frac{\partial \gamma}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right) - v \left(\frac{\partial \beta}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \right\} (4),$$

worin α, β, γ die über alle Elemente des Leiters erstreckten Integrale bezeichnen

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \iiint \frac{u'}{r} dx' dy' dz' \\ \beta &= \iiint \frac{v'}{r} dx' dy' dz' \\ \gamma &= \iiint \frac{w'}{r} dx' dy' dz' \end{aligned} \right\} (5),$$

wo

$$r^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2.$$

Setzt man demnach zur Abkürzung

$$\left. \begin{aligned} L &= k \left[2 \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \beta}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right] \\ M &= k \left[2 \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \gamma}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right] \\ N &= k \left[2 \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \alpha}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial x} \right] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

und bezeichnet V das Potential der auf der Oberfläche und im Innern des Leiters vorhandenen freien Elektricität, und K das Leitungsvermögen der Substanz, so wird

$$\left. \begin{aligned} u &= K \left[-\frac{\partial V}{\partial x} + v N - w M \right] \\ v &= K \left[-\frac{\partial V}{\partial y} + w L - u N \right] \\ w &= K \left[-\frac{\partial V}{\partial z} + u M - v L \right] \end{aligned} \right\} \quad (7).$$

Aus diesen drei Gleichungen in Verbindung mit (2) sind die vier unbekannten Functionen u, v, w, V so zu bestimmen, daß gleichzeitig die Gränzbedingung (3) für jeden Punkt der Oberfläche des Leiters erfüllt wird. Die Auflösung der Gleichungen (7) stößt auf die Schwierigkeit, daß die in den L, M, N enthaltenen Integrale α, β, γ die Geschwindigkeiten u, v, w wieder unter dem Integrationszeichen enthalten. Bemerkt man aber, daß die Integrale α, β, γ als Potentiale mit den Dichtigkeiten $u' v' w'$ betrachtet werden können, und in Folge dessen den Gleichungen genügen

$$\Delta \alpha = -4\pi u \quad \Delta \beta = -4\pi v \quad \Delta \gamma = -4\pi w \quad (8)$$

wenn $\Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$ gesetzt wird, so sieht man leicht, daß zwischen den Größen L, M, N und u, v, w die Relationen bestehen

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial y} &= 4k\pi u \\ \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial x} &= 4k\pi v \\ \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x} &= 4k\pi w \end{aligned} \right\} (9),$$

während außerdem die Gleichung

$$\frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

erfüllt ist. Mittelst der Gleichungen (9) können nun leicht, entweder die u, v, w , oder die L, M, N aus den Gleichungen (7) eliminirt werden, wodurch man im erstern Fall zwischen L, M, N und V , im letztern zwischen u, v, w und einer gewissen vierten Function Ψ Gleichungen erhält, welche von Tripelintegralen frei sind. Bezeichnet man die Rotationsgeschwindigkeit mit n und nimmt die Umdrehungsaxe zur Axe der Z , so wird

$$u = -ny, \quad v = nx, \quad w = 0,$$

wodurch die Gleichungen (7) übergehen in:

$$\left. \begin{aligned} u &= K \left[-\frac{\partial V}{\partial x} + nxN \right] \\ v &= K \left[-\frac{\partial V}{\partial y} + nyN \right] \\ w &= K \left[-\frac{\partial V}{\partial z} - n(xL + yM) \right] \end{aligned} \right\} (11)$$

6. Im Fall, daß die gegebenen Magnetpole in der Rotationsaxe liegen, oder die Vertheilung der Magnetismen eine rings um diese Axe symmetrische, also P eine Function von z und $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ist, kann man den Gleichungen (11) durch die Annahme genügen, daß

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0$$

ist, oder es kann immer eine derartige Vertheilung freier Electricität auf der Oberfläche und im Innern des Leiters angegeben werden, daß die von derselben herrührende elektromotorische Kraft der inducirenden Wirkung der Magnetismen in jedem Punkt des Leiters das Gleichgewicht hält, Verschwinden nämlich die Stromcomponenten, so reduciren sich die

Ausdrücke (6) für L , M , N auf ihre ersten Glieder, und man erhält zur Bestimmung von V nach Einführung von Polarcoordinaten die Gleichungen

$$\frac{1}{\varrho} \frac{\partial V}{\partial \varrho} = 2nk \frac{\partial P}{\partial z}$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -2nk \varrho \frac{\partial P}{\partial \varrho},$$

welche mit Rücksicht darauf, daß P als Potentialfunction äußerer Massen im Innern des Leiters der Gleichung

$$\Delta P = 0$$

genügt, die Bedingung der Integrabilität erfüllen. Die Integration ergibt:

$$V = 2nk \int \varrho \frac{\partial P}{\partial z} d\varrho.$$

Es ist nur noch erforderlich, die Dichtigkeit der freien Elektrizität im Innern und auf der Oberfläche des Leiters zu bestimmen. Bezeichnet ε die Dichtigkeit im Innern des Leiters, so ergibt sich leicht

$$-4\pi\varepsilon = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 4nk \frac{\partial P}{\partial z}.$$

Da ferner das Potential V_i für jeden Punkt im Innern und an der Oberfläche des Leiters bekannt ist, und im ganzen äußeren Raume der Gleichung $\Delta V = 0$ genügen muß, so ist nach den von Green und Gauss gelehrteten Methoden der Werth von V_a für jeden äußeren Punkt zu finden. Die gesuchte Dichtigkeit der freien Elektrizität auf der Oberfläche des Leiters ergibt sich dann aus der Gleichung

$$-4\pi e = \left(\frac{\partial V}{\partial N}\right)_i - \left(\frac{\partial V}{\partial N}\right)_a$$

wo $\frac{dV}{dN}$ die Differentiation nach der Richtung der Normale für den innerhalb und außerhalb des Leiters geltenden Werth der Function V anzeigt. Die Anwendung dieser Principien auf einige besondere Fälle habe ich a. a. O. gegeben, und bemerke hier nur, daß für den Fall *eines* in der Rotationsaxe liegenden inducirenden Poles μ sich

$$V = 2nk\mu \cos\gamma + \text{const.}$$

ergiebt, wo γ den Winkel bezeichnet, welchen die zwischen dem betrachteten Punkt und dem Pol gezogene Verbindungslinie mit der Rotationsaxe einschließt. Läßt man daher die Enden eines Galvanometerdrahtes von großem Widerstand auf zwei beliebigen Stellen der Oberfläche des Leiters schleifen, so ist die inducirte elektromotorische Kraft der Differenz der an beiden Stellen stattfindenden Potentialwerthe $V_1 - V_2$, oder der Cosinusdifferenz $\cos\gamma_1 - \cos\gamma_2$, proportional.

7. Sind die inducirenden Magnetismen nicht symmetrisch um die Rotationsaxe vertheilt, so gelingt die Integration der Gleichungen (11) leicht unter der vereinfachenden Annahme, daß die Induction zwischen den verschiedenen Theilen der Scheibe vernachlässigt werden, oder daß für die Ausdrücke L, M, N (§. 5) ihre ersten Glieder gesetzt werden dürfen. Daß diese Vernachlässigung bei nicht zu großen Rotationsgeschwindigkeiten erlaubt ist, ist leicht ersichtlich. Es enthalten nämlich die Stromcomponenten u, v, w , mithin auch die Integrale α, β, γ , offenbar den Factor nkK ; die Theile der Ausdrücke L, M, N , welche von den α, β, γ herrühren, sind also, verglichen mit den Theilen, die von der directen inducirenden Wirkung des Magneten herrühren, Größen derselben Ordnung wie nkK , verglichen mit der Einheit. Hierin bezeichnet K das nach absolutem elektromagnetischem Maafs gemessene Leitungsvermögen der Substanz, oder die Intensität des Stromes, welche in einem Leiter vom Querschnitt 1 stattfinden würde, unter Einfluß der elektromotorischen Kraft $\frac{dV}{dx} = 1$. Um diese nach dem allgemeinen mechanischen Kraftmaafs gemessene elektromotorische Kraft auf elektromagnetisches Maafs zu reduciren, ist dieselbe mit $155370 \cdot 10^6 = \frac{1}{2k}$ zu multipliciren. Es ergibt sich demnach $K = \frac{1}{2k}$, oder $2kK = \frac{1}{W}$, wo W den in elektromagnetischem Maafs gemessenen Widerstand eines Pris-

mas von 1^{mm} Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt bezeichnet. Der Widerstand des aus 7620^{mm} Kupferdraht von $\frac{3}{8}^{mm} Durchmesser bestehenden Jacobi'schen Etalons fand Weber gleich $398 \cdot 10^7 \frac{\text{mm.}}{\text{sec.}}$, woraus$

$$W = \frac{598 \cdot 10^7}{7620} \cdot \frac{\pi}{9} = 274000$$

und

$$2nkK = \frac{n}{274000}$$

folgt. Es wird daher in Folge des geringen Werthes dieser Constante noch für ziemlich beträchtliche Werthe der Rotationsgeschwindigkeit die Induction zwischen den Theilen des Leiters von verhältnißmäßig geringem Einfluß seyn, was auch durch die Uebereinstimmung der Theorie mit dem Versuch bestätigt wird. An Stelle der Gleichungen (11) hat man dann

$$\left. \begin{aligned} u &= K \left[-\frac{\partial V}{\partial x} + 2nkx \frac{\partial P}{\partial x} \right] \\ v &= K \left[-\frac{\partial V}{\partial y} + 2nky \frac{\partial P}{\partial x} \right] \\ w &= K \left[-\frac{\partial V}{\partial x} - 2nk \left(x \frac{\partial P}{\partial x} + y \frac{\partial P}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Für den Fall einer unbegrenzten ebenen Scheibe von beliebiger Dicke, deren Begrenzungsflächen parallel der Ebene der XY sind, kommen noch die Gränzbedingungen hinzu, daß u, v, w, V im Unendlichen verschwinden, und an beiden Gränzflächen überall $w = 0$ seyn muß. Man genügt der letztern Bedingung durch die Annahme, daß überhaupt $w = 0$ ist, oder daß alle Strömungen in zu den Gränzflächen der Scheibe parallelen Ebenen stattfinden. Mit Rücksicht auf (2) ergibt sich

$$\Delta V = 4nk \frac{\partial P}{\partial x}$$

oder da aus $w = 0$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -2nk \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial P}{\partial x} + y \frac{\partial P}{\partial y} \right)$$

folgt:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 2nk \frac{\partial}{\partial z} \left(2P + x \frac{\partial P}{\partial x} + y \frac{\partial P}{\partial y} \right).$$

Ist nur *ein* inducirender Pol μ vorhanden, dessen Coordinaten a, b, c sind, und bezeichnet man die Entfernung des Punktes x, y, z von dem Pole mit ϱ , so daſs man hat

$$\varrho^2 = (a-x)^2 + (b-y)^2 + (c-z)^2$$

so wird

$$P = \frac{\mu}{\varrho}$$

und die Integration ergibt

$$V = 2nk\mu \left[-\frac{c-z}{\varrho} + \frac{a(x-a)+b(y-b)}{\varrho(\varrho+c-z)} \right].$$

Ebenso hat man für beliebig viele Pole

$$V = 2nk \sum \mu \left[-\frac{c-z}{\varrho} + \frac{a(x-a)+b(y-b)}{\varrho(\varrho+c-z)} \right] \quad (13)$$

woraus sich ferner ergibt

$$\left. \begin{aligned} u &= 2nkK \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v &= -2nkK \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

und die Gleichung der Strömungscurven wird

$$\psi = \text{const.}$$

wenn

$$\psi = \sum \mu \frac{ay-bx}{\varrho(\varrho+c-z)} \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

gesetzt wird.

8. Für den Fall *eines* inducirenden Poles sollen zur Vereinfachung die Coordinatenachsen so gelegt werden, daſs $b=0$ ist, also a den Abstand des Poles von der Rotationsaxe bezeichnet. Legt man ferner den Anfangspunkt der Coordinaten in den inducirenden Pol, indem man

$$x-a=\xi, \quad y=\eta, \quad c-z=\zeta$$

$$\varrho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$$

setzt, so ergibt sich

$$V = 2nk\mu \left[-\frac{\zeta}{\varrho} + \frac{a\xi}{\varrho(\varrho+\zeta)} \right] \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= 2nkK\mu a \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\eta}{\varrho(\varrho+\zeta)} = 2nkK\mu a \frac{\varrho^2(\varrho+\zeta) - \eta^2(2\varrho+\zeta)}{\varrho^3(\varrho+\zeta)^2} \\ v &= -2nkK\mu a \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\eta}{\varrho(\varrho+\zeta)} = 2nkK\mu a \frac{\xi\eta(2\varrho+\zeta)}{\varrho^3(\varrho+\zeta)^2} \end{aligned} \right\} (17)$$

und die Gleichung der Strömungscurven

$$\frac{\eta}{\varrho(\varrho+\zeta)} = \text{Const.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18).$$

Es ergibt sich daraus das bemerkenswerthe Resultat, *dass die Form der Strömungscurven in diesem Fall unabhängig ist von der Entfernung des inducirenden Poles von der Rotationsaxe, dass jedoch die Stromdichtigkeiten u und v dieser Entfernung a proportional sind*, so dass die Stromintensität überall Null wird, wenn der Pol in der Rotationsaxe liegt. Das nach Gleichung (18) construirte System der Strömungscurven für *einen* inducirenden Pol habe ich auf der lithographischen Tafel zu Band LXIII Hest 2 von Borchardt's Journal dargestellt. Die Strömungslinien sind geschlossene Linien vom vierten Grade, welche in Beziehung auf die Axe der η symmetrisch sind, während gleichen und entgegengesetzten Werthen von c Curven entsprechen, welche in Beziehung auf die Axe der ξ symmetrisch sind. Jede Curve schneidet die Axe der η in zwei reellen Punkten, und sämmtliche Linien schliessen sich um zwei, auf dieser Axe in gleicher Entfernung von der Axe ξ gelegene Punkte, in welchen C ein Maximum oder $u = 0$, $v = 0$ ist. Für diese Punkte ist

$$\eta = \pm \zeta \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} = \pm 1,27202 \zeta$$

$$C = \pm \frac{1}{\zeta} \sqrt{\frac{2}{11+5\sqrt{5}}} = \pm \frac{1}{\zeta} \cdot 0,30028.$$

Dieselben sollen der Kürze halber Wirbelpunkte genannt werden. Die Wirbelpunkte der verschiedenen Ebenen angehörigen Stromsysteme liegen auf zwei im inducirenden Pol unter einem Winkel von etwa $103\frac{1}{2}^\circ$ sich schneidenden Geraden. In dem Gränzfall, dass der Pol sich der Oberfläche der Scheibe ins Unendliche annähert, oder für $\lim. \zeta = 0$, rücken die beiden Wirbelpunkte unendlich nahe

an einander, und die Strömungscurven gehen in ein System von Kreisen über, welche die Axe der X zur gemeinschaftlichen Tangente haben. Die Curven gleichen Potentials hingegen reduciren sich in diesem Fall auf ein zweites System von Kreisen, welches das erste orthogonal durchschneidet und die Axe der η zur gemeinschaftlichen Tangente hat. Dieses Resultat stimmt mit demjenigen überein, welches Felici aus seiner Theorie für den Fall einer unendlich dünnen Scheibe hergeleitet hat, in deren Ebene der inducirende Pol liegt. Es ist jedoch zu beachten, daß im Pole selbst die elektromotorische Kraft, das Potential V und die Stromintensität unendlich werden, daß also der Fall, daß der Pol in der Oberfläche der Scheibe liegt, nur als Gränzfall zulässig ist.

9. Von besonderem Interesse ist ferner der Fall, daß zwei gleich starke und den Vorzeichen nach entgegengesetzte inducirende Pole vorhanden sind, die sich in gleicher Entfernung von der Scheibe befinden, und in entgegengesetzter Richtung um die gleiche Strecke a von der Umdrehungsaxe entfernt sind. Dieser Fall gestattet nämlich eine Vergleichung mit den auf dem Wege des Versuches von Matteucci gefundenen Resultaten: das Potential der freien Elektrizität wird in diesem Fall

$$V = 2\pi k\mu \left[\frac{c-x}{\varrho_2} - \frac{c-x}{\varrho_1} + \frac{a(a+x)}{\varrho_2(\varrho_2+c-x)} - \frac{a(a-x)}{\varrho_1(\varrho_1+c-x)} \right] \quad (19)$$

und die Gleichung der Strömungscurven

$$\frac{y}{\varrho_1(\varrho_1+c-x)} + \frac{y}{\varrho_2(\varrho_2+c-x)} = C \quad (20),$$

wenn

$$\varrho_1^2 = (a-x)^2 + y^2 + (c-x)^2$$

$$\varrho_2^2 = (a+x)^2 + y^2 + (c-x)^2$$

gesetzt wird. Die nach den Gleichungen (19) und (20) construirten Curvensysteme sind in Fig. 1 Taf. II dargestellt. Es ist dabei in willkürlicher Einheit die Entfernung der inducirenden Pole von der Ebene der Figur $AB = 0,5$, und die Entfernung der Pole von der Umdrehungsaxe $a = \pm 2$ gewählt. In der Figur bezeichnet M den Umdrehungspunkt,

N und S die Projectionen der Pole auf die Ebene der Figur. Die ausgezogenen Linien stellen die Curven gleichen Potentials, die punktirten Linien die Strömungscurven dar; die Axe der X gehört zu der ersten, die Axe der Y zu der zweiten Gattung von Curven. Die Strömungscurven schliessen sich in diesem Fall um vier Wirbelpunkte, welche paarweise zu beiden Seiten der inducirenden Pole gelegen sind. In diesen vier Punkten ist $u = 0$, $v = 0$, C ein positives oder negatives Maximum. Für abnehmende Werthe von C erweitern sich die Strömungscurven, indem jedem Werth von C zwei getrennte geschlossene Curvenzweige entsprechen. Für $C = \pm 0,4152$ vereinigen sich beide Curvenzweige in einem Doppelpunkt, dessen Coordinaten durch die Gleichungen bestimmt sind:

$$x = 0, \quad \rho y^2 = (\rho + c - z) [a^2 + (c - z)^2],$$

woraus $y = 2,225$. In diesem Punkte wird ebenfalls $u = 0$, $v = 0$. Für kleinere Werthe von C verschmelzen beide Curvenzweige zu einer geschlossenen, in Beziehung auf die Axe der Y symmetrischen Curve. Unter den *Curven gleichen Potentials* ist diejenige ausgezeichnet, welche dem Werthe $V = 0$ entspricht; dieselbe besteht nämlich aus einer geraden Linie, der Axe der Y , und einem Zweige, der nur wenig von einem durch die Projectionen beider Pole gehenden Kreise abweicht, indem der Durchmesser nach der Axe der $X = 4,23$, der Durchmesser nach der Axe der $Y = 4,45$ ist (der Abstand der Projectionen beider Pole $= 4$). Die beiderseits gelegenen Doppelpunkte der Linie $V = 0$, in welchen dieser kreisähnliche Curvenzweig die Axe der Y schneidet, fallen mit den Doppelpunkten der Strömungscurven zusammen. Durch die beiden Zweige der Curve $V = 0$ wird die Ebene in vier getrennte Theile zerlegt, so daß, wenn die Pole sich *über* der Ebene der Zeichnung befinden, und die Scheibe im Sinne eines Uhrzeigers rotirt, auf der unter dem Nordpol befindlichen Hälfte der Scheibe der begränzte halbkreisähnliche Raum einen negativen, der äußere unbegränzte Raum einen positiven Potentialwerth besitzt, während die Vorzeichen auf der an-

deru Hälfte der Scheibe die entgegengesetzten sind. Das Potential besitzt zwei positive und zwei negative Maxima, welche sämmtlich auf der durch die Projectionen der Pole gehende Symmetrieaxe liegen, je eines innerhalb und eines außerhalb der kreisähnlichen neutralen Curve. Die Strömung der positiven Elektricität ist unter dem Nordpol radial auswärts gerichtet, indem an diesen Stellen, wo die Strömungskurven am dichtesten zusammenrücken, die positive Elektricität durch die vom Magneten inducirte elektromotorische Kraft von Punkten kleineren zu Punkten grösseren Potentials getrieben wird, um dann wieder in den von den Polen ferneren Leitertheilen, wo die von der freien Elektricität herrührende elektromotorische Kraft überwiegt, von Stellen grösseren zu Stellen kleineren Potentials zurückzufließen. In den von den Magnetpolen entfernteren Leitertheilen werden daher die Curven gleichen Potentials von den Strömungskurven annähernd orthogonal durchschnitten; in dem auf jeder Hälfte der Scheibe unter dem Magnetpol zwischen dem positiven und negativen Maximum gelegenen Theil der Scheibe durchschneiden sich beide Curvensysteme ebenfalls orthogonal, aber in entgegengesetztem Sinne.

Für $\lim. (c - z) = 0$ reduciren sich die Gleichungen (19) und (20) auf

$$V = \frac{nk_H a x}{\varrho_1^2 \varrho_2^2} (x^2 + y^2 - a^2) \quad . \quad . \quad . \quad (19^*)$$

$$\frac{y \cdot (x^2 + y^2 + a^2)}{\varrho_1^2 \varrho_2^2} = \text{Const.} \quad . \quad . \quad . \quad (20^*).$$

Die Curve $V = 0$ zerfällt dann in die Zweige $x = 0$ und $x^2 + y^2 = a^2$; alle Curven beider Systeme gehen durch die beiden Polpunkte, in welchen sich beide Curvensysteme rechtwinklig schneiden, und u , v und V unbestimmt und unendlich werden. Es behalten daher in diesem Fall die gewonnenen Resultate wieder nur dann einen Sinn, wenn man ihn als Gränzfall betrachtet. Das Resultat stimmt in diesem Fall mit den von Felici gefundenen überein.

Vergleicht man das in Fig. 1 Taf. II dargestellte System

der *Niveaucurven* mit den von Matteucci auf dem Wege des Versuches gefundenen (Fig. 2 Taf. II), so kann wohl eine größere Uebereinstimmung kaum erwartet werden, zumal wenn man bedenkt, daß einerseits die Pole des von Matteucci benutzten Hufeisenmagneten weit entfernt waren von dem abstracten Begriff eines Magnetpols, wie er der Theorie zu Grunde liegt, und daß andererseits Matteucci seine Versuche an einer kreisförmig begrenzten Scheibe anstellte, deren Durchmesser der doppelten Entfernung der Magnetpole gleich war, während sich die obige Theorie auf den Fall einer unbegrenzten Scheibe bezieht. Durch die in Erwägung dieser Umstände fast überraschende Uebereinstimmung zwischen Theorie und Versuch findet auch die Zulässigkeit der für geringe Rotationsgeschwindigkeiten gemachten vereinfachenden Annahme ihre weitere Bestätigung. — Es ist hingegen ersichtlich, daß die von Matteucci angenommene Form der *Strömungscurven* unrichtig ist. — Auf das Gesetz der Rückwirkung des inducirten Stromsystems auf den inducirenden Pol in verschiedenen Entfernungen von der Scheibe behalte ich mir vor, bei einer späteren Gelegenheit zurückzukommen.

10. Es bleibt uns noch übrig, zu untersuchen, welche Modificationen die gewonnenen Resultate voraussichtlich in dem Fall erleiden werden, daß bei größerer Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe die durch das Stromsystem selbst in dem bewegten Leiterelement inducirte elektromotorische Kraft von merklichem Einfluß wird. Die Beobachtungen lehren, daß bei schnellerer Rotation der Scheibe das System der Potentialcurven im Sinne der Rotation gedreht erscheint, so daß die Symmetrieaxe nicht mehr wie früher mit der durch die Projectionen der Pole gebenden Geraden zusammenfällt, sondern gegen dieselbe unter einem gewissen Winkel geneigt ist, der mit der Drehungsgeschwindigkeit wächst. Es läßt sich vermuthen, daß das System der Strömungscurven eine gleiche Ablenkung erleidet. Aus dieser Drehung, welche schon von Nobili und Antinori beobachtet, und von Matteucci bestätigt wurde, erklärt

sich, wie bekannt, die zur Oberfläche der Scheibe normale Componente der Rückwirkung der Scheibe auf den Magnetpol, welche von Arago beobachtet worden ist. Ueber den Grund dieser Drehung des Stromsystems kann man verschiedener Ansicht seyn. Es ist zunächst von mehreren Seiten die Ansicht ausgesprochen worden, daß die durch den Magnet inducirte elektromotorische Kraft nicht momentan, sondern eine schnell abnehmende und schon nach einem sehr geringen Zeitintervall verschwindende Function der Zeit sey. Diese Hypothese wird jedoch durch keine anderweitige Erfahrung unterstützt. Im Gegentheil ist man in denjenigen Fällen, wo man früher etwa zur Annahme einer ähnlichen Hypothese geneigt war, namentlich z. B. bei der Betrachtung des Verlaufs der Inductions- und Extrastrome in Drahtspiralen, zu einer präziseren Anschauung der dabei stattfindenden Vorgänge gelangt, welcher zufolge jene Ansicht mindestens einer wesentlichen Modification bedarf. Man erklärt nämlich das allmähliche Anwachsen des Stromes, welcher sich nur asymptotisch seinem constanten Maximalwerth nähert, und ebenso das allmähliche Sinken der Stromintensität bis zum Verschwinden dadurch, daß zu der primären elektromotorischen Kraft der Kette oder des inducirenden Stromes noch die secundäre elektromotorische Kraft hinzukommt, welche aus dem Ansteigen und Sinken der Stromintensität in dem Drahte selbst entspringt, und so das Ansteigen oder Sinken in jedem Fall verzögert. Ein ähnliches Verhältniß findet bei dem rotirenden Stromleiter statt. Da durch Annäherung eines Leiterelements an einen constanten Strom eine der Richtung des Stromes entgegengesetzte, durch Entfernung eine gleichgerichtete elektromotorische Kraft inducirt wird, so wird dadurch die Stromintensität im Allgemeinen an denjenigen Stellen geschwächt werden, wo sich die Leiterelemente von Stellen geringerer zu Stellen größerer Stromintensität bewegen; sie wird hingegen vermehrt werden, wo die Bewegung von Stellen größerer zu Stellen kleinerer Stromdichtigkeit erfolgt. Daß dadurch im Allgemeinen ein der beobachteten Drehung des

Stromsystems ähnlicher Effect erzielt werden kann, ist wohl denkbar. Indefs scheint dieser Einfluß nicht ausreichend, um die bei gröfseren Rotationsgeschwindigkeiten ziemlich beträchtliche Wirkung zu erklären. Bedenkt man, in wie kurzer Zeit der Strom sich selbst in Drahtspiralen, welche durch ihre Form die Inductionswirkung so sehr begünstigen, bei Abwesenheit eines Eisenkerns dem constanten Zustand bis auf unmeßbar kleine Gröfsen nähert, erwägt man dabei den sehr geringen Werth des Coëfficienten kK , welcher oben (§. 7) gefunden wurde, so scheint es geboten, hier noch den Einfluß einer anderweitigen Ursache anzunehmen. Die am nächsten liegende Vermuthung in Betreff dieser Ursache ist wohl die, daß die Erscheinung von dem Widerstand herrührt, welchen die Elektricitätstheilchen beim Uebergang von Molecül zu Molecül erfahren, indem in Folge der zwischen den ponderablen Theilchen und den Elektricitätstheilchen stattfindenden Molecularanziehung die letzteren durch die Bewegung der ersteren in ähnlicher Weise beeinflusst werden, wie ein in einem widerstehenden Mittel bewegter Körper durch die Bewegung des Mittels. Vielleicht dürfen wir von dieser und ähnlichen Erscheinungen einige Aufklärung über die Natur der Wechselwirkung zwischen Massen- und Elektricitätstheilchen erwarten.

Berlin, im Januar 1864.

