

3. Zur Theorie der Niederschlagsbildung an Gebirgen; von F. Pockels.

Es ist ein längst bekannter Satz der Klimatologie, dass die der vorherrschenden Windrichtung zugewandte Seite eines Gebirges im allgemeinen eine erhöhte Niederschlagsmenge im Vergleich zur vorgelagerten Ebene, und um so mehr zur entgegengesetzten Seite des Gebirgszuges, besitzt. Auch über die Erklärung dieser Erscheinung besteht kein Zweifel, seitdem man in der adiabatischen Abkühlung aufsteigender Luftmassen die wichtigste Ursache der Condensation des atmosphärischen Wasserdampfes erkannt hat; denn der gegen eine Boden-erhebung treffende Luftstrom muss beim Ueberschreiten derselben notwendig eine Hebung erfahren. Es ist aber, soweit dem Verf. bekannt, noch nicht versucht worden, den Vorgang quantitativ zu verfolgen, ausser etwa für die dem Boden unmittelbar anliegende Luftschicht, deren Hebung, als derjenigen des Bodens selbst gleich, direct bekannt ist. Eine solche quantitative Behandlung soll im Folgenden versucht werden. Wenngleich dieselbe nur unter speciellen Voraussetzungen möglich ist, welche in der Natur höchstens annäherungsweise erfüllt sein werden, so dürfte sie immerhin einen brauchbaren Anhalt bieten zur Beurteilung des rein mechanischen Einflusses der Bodengestaltung auf die Niederschlagsbildung.

1.

Wir müssen, um die für die Condensation maassgebende verticale Geschwindigkeitscomponente des Luftstromes zu finden, zunächst die hydrodynamische Aufgabe der Strömung der Luft über einen starren Boden von gegebener Gestalt lösen. Hierbei müssen wir eine Reihe vereinfachender Annahmen machen; es sollen die folgenden sein.

1. Die Strömung soll stationär sein; 2. sie soll wirbelfrei und continuirlich sein; 3. sie erfolge überall parallel zu einer bestimmten Verticalebene und sei somit ausser von der verticalen Coordinate (y) nur von *einer* horizontalen (x) abhängig;

4. die innere Reibung sowohl als die äussere (an der Erdoberfläche) werde vernachlässigt; 5. in grosser Höhe herrsche eine rein horizontale Strömung von constanter Geschwindigkeit α . Ueber die Bodengestalt müssen wir entsprechend der Annahme 3. voraussetzen, dass die Profilvercurven in allen zur xy -Ebene parallelen Verticalebenen identisch sind. Ferner wollen wir 6. das Bodenprofil als *periodisch*, d. h. die Erdoberfläche als aus gleichgestalteten parallelen Gebirgswellen gebildet voraussetzen, ohne aber die Gleichung der Profilvercurve von vornherein specieller festzusetzen.

Bezeichnet man mit u und v die horizontale und verticale Geschwindigkeitscomponente, mit ε die Dichte, so besteht zufolge den Voraussetzungen 1. und 3. die Bedingung

$$\frac{\partial(\varepsilon u)}{\partial x} + \frac{\partial(\varepsilon v)}{\partial y} = 0,$$

und zufolge 2. existirt ein Geschwindigkeitspotential φ , welches nach 3. nur von x und y abhängen kann, sodass

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad \text{und} \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = 0.$$

Bedenkt man, dass die Dichte der Luft in horizontaler Richtung (wenn grosse Temperaturunterschiede in gleichem Niveau ausgeschlossen werden) sehr viel langsamer variirt als in verticaler, so kann man ε als Function von y allein ansehen und erhält für φ die Differentialgleichung

$$(1) \quad \varepsilon \Delta \varphi = - \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial y}.$$

Das Gesetz für die Abnahme der Dichte mit der Höhe wird strenggenommen in jedem besonderen Falle ein verschiedenes sein, da die dasselbe mitbestimmende verticale Temperaturabnahme in einem aufsteigenden Luftstrom von der Condensation abhängt. Es ist aber, wie es ja auch gewöhnlich bei barometrischen Höhenmessungen geschieht, als gute Annäherung statthaft, das für constante Temperatur gültige Gesetz der Luftdruckabnahme zu Grunde zu legen, welches bekanntlich lautet:

$$\log \text{nat} \frac{p_0}{p} = q \cdot y,$$

wo q eine Constante ist, welche, wenn die Höhendifferenz y in Metern ausgedrückt wird, nahezu den Wert $1/8000$ hat. Dann gilt auch:

$$\log \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} = q \cdot y,$$

und folglich

$$-\frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = q,$$

wodurch die Differentialgleichung für φ diese wird:

$$(2) \quad \Delta \varphi = q \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y}.$$

Eine den Annahmen 5. und 6. genügende Lösung dieser Differentialgleichung ist

$$(3) \quad \varphi = a(x - b \cos mx \cdot e^{-ny}),$$

wobei zwischen den Constanten m und n die Relation besteht:

$$(4) \quad \begin{cases} m^2 - n^2 = q \cdot n; \\ n = -\frac{q}{2} + r, \text{ wo } r = \sqrt{m^2 + q^2/4}. \end{cases}$$

Um zu erfahren, welchem Bodenprofil die durch dieses Geschwindigkeitspotential bestimmte Strömung entspricht, suchen wir die Strömungslinien auf; denn eine solche muss ja mit der Profilvercurve zusammenfallen. Die Differentialgleichung der Strömungslinien lautet

$$dy : dx = \frac{\partial \varphi}{\partial y} : \frac{\partial \varphi}{\partial x} = a b n \cos mx e^{-ny} : a(1 + b m \sin mx e^{-ny}).$$

Ihre Integration ergiebt:

$$(5) \quad e^{-ny} \cdot \sin mx = -\frac{m}{b q n} + B e^{qy},$$

wobei B den Parameter der Strömungslinien bedeutet.

Setzt man fest, dass die Bodenprofilcurve durch den Punkt $x = 0, y = 0$ geht, so wird speciell für diese $B = (m/bqn)$, und ihre Gleichung heisst, wenn ihre Ordinate mit η bezeichnet wird:

$$b \frac{qn}{m} \sin mx e^{-n\eta} = e^{q\eta} - 1$$

oder

$$b \frac{n}{m} \sin mx e^{-r\eta} = \frac{e^{\frac{q}{2}\eta} - e^{-\frac{q}{2}\eta}}{q}.$$

Sofern nun η so klein bleibt, dass $(q\eta/2)^2$ auch für die höchsten und tiefsten Punkte des Bodenprofils neben 1 zu vernachlässigen ist, was bei den für uns in Betracht kommenden Gebirgserhebungen praktisch immer zutrifft, so kann man schreiben:

$$(5') \quad \eta = b \cdot \frac{n}{m} \cdot \sin mx e^{-r\eta}; \quad \left[\begin{array}{l} n = -\frac{q}{2} + r, \\ r = \sqrt{m^2 + q^2/4} \end{array} \right].$$

Hierin erscheinen b und m als willkürlich wählbare Parameter, deren erster die *Höhe*, deren zweiter die horizontalen *Abstände* der Bergrücken bestimmt; es ist nämlich $m = (2\pi/\lambda)$, wenn λ die „Wellenlänge“, d. h. die Entfernung zweier correspondirender Punkte (z. B. der Gipfel) benachbarter Bergzüge bedeutet.

Für die durch die transcendente Gleichung (5') gegebene Bodengestalt ist die durch das Geschwindigkeitspotential (3) bestimmte Strömung die *einzig*e mit den allgemeinen Bedingungen 1. bis 5. vereinbare, wie leicht zu zeigen ist. Da ferner eine Potentialströmung auch durch die Werte von $\partial\varphi/\partial n$ längs der Begrenzung eines geschlossenen Bereiches für dessen Inneres eindeutig bestimmt ist, so wird unsere Lösung, falls sie etwa über den Thalmitten constante (oder mit der Höhe nur langsam abnehmende) horizontale Geschwindigkeit ergibt, auch auf den praktisch besonders interessanten Fall anwendbar sein, dass sich nur *ein einzelner* Bergrücken über einer ausgedehnten *Ebene* erhebt und von einem gleichförmigen horizontalen Luftstrome senkrecht getroffen wird. Inwieweit dies zutrifft, wird in jedem speciellen Falle festzustellen sein.

Die unserer Lösung entsprechenden horizontalen und vertical aufwärts gerichteten Geschwindigkeitscomponenten sind:

$$(6) \quad u = a(1 + b m \sin mx e^{-ny})$$

$$(7) \quad v = a b n \cos mx e^{-ny}.$$

Es wäre nun, um in der Natur wirklich vorliegende Fälle behandeln zu können, erwünscht, die Lösung einer willkürlich gegebenen Bodengestalt anpassen zu können. Der Gedanke liegt nahe, dies durch Superposition einer Reihe von Ge-

schwindigkeitspotentialen der Form (3) mit verschiedenen Constanten m und b zu versuchen, also zu setzen

$$(8) \quad \varphi = \sum \varphi_h = a \{x - \sum_h b_h \cos m_h x e^{-n_h y}\};$$

allein man findet, dass dieser Lösung nur dann auch eine Superposition der Profilverven entspricht, d. h. nur dann auch

$$(9) \quad \eta = \sum \eta_h = \sum b_h \frac{n_h}{m_h} \sin m_h x e^{-r_h y}$$

wird, wenn man die Exponentialfunction $e^{-n_h y}$ und $e^{-r_h y} = 1$ setzen kann. Dann geht zugleich η in die einfache trigonometrische Reihe

$$(9') \quad \eta = \sum_h b_h \frac{n_h}{m_h} \sin m_h x$$

über, und man könnte also, indem man $m_h = h \cdot m_1$ nimmt, im Intervall $0 < x < (\lambda/2)$ eine willkürliche Function $\eta = f(x)$ durch jene Reihe darstellen. Allein die Bedingung, dass $e^{\pm h m_1 y}$ noch für beliebig grosses h gleich Eins zu setzen sei, wird bei *beliebiger* Gestalt der darzustellenden Profilverve auch dann nicht erfüllt sein, wenn deren Maximalhöhe gegen die „Wellenlänge“ λ sehr klein vorausgesetzt wird. Man wird sich demnach auf eine *annähernde* Darstellung der gewünschten Profilverve durch eine *endliche* Anzahl von Reihengliedern beschränken müssen. Insbesondere wird man auf dem angegebenen Wege niemals die strenge Lösung für ein Bodenprofil mit *Ecken* herstellen können. Indessen haben die fortzulassenden höheren Reihenglieder um so geringeren Einfluss auf die verticale Geschwindigkeit in grösseren Höhen und somit auf das die Niederschlagsmenge betreffende Resultat, je grösser ihre Ordnungszahl h ist.

2.

Wir wollen als erstes Beispiel eine Profilvergestalt wählen, welche möglichst ebenen, breiten Thalböden und plateauartigen Bergrücken entspricht, weil man dann am Bergabhänge nahe dieselben Verhältnisse zu erwarten hat, wie wenn derselbe von einem gleichförmigen horizontalen Luftstrome getroffen würde.

Eine derartige Profilverve, welche im Intervall

$$-\frac{\lambda}{12} < x < +\frac{\lambda}{12}$$

geradlinig ansteigt, zwischen $x = \frac{5}{12} \lambda$ und $x = \frac{7}{12} \lambda$ ebenso (mit gleicher Neigung) abfällt und in den zwischenliegenden Gebieten als horizontale Gerade im Abstände $\pm H$ von der x -Axe verläuft, erhalte man durch die Fourier'sche Reihe:

$$\eta = \frac{24 H}{\pi^2} \sum_h \frac{1}{h^2} \sin \frac{h \pi}{6} \cdot \sin \frac{2 h \pi}{\lambda} x,$$

worin h alle positiven *ungeraden* Zahlen durchläuft. Wir nehmen zur Darstellung einer sich der beschriebenen Gestalt annähernden Profilcurve die ersten drei Glieder dieser Reihe, setzen also:

$$(10) \quad \eta = C \left\{ \frac{1}{2} \sin m_1 x + \frac{1}{9} \sin 3 m_1 x + \frac{1}{25} \sin 5 m_1 x \right\}.$$

Die numerischen Werte der Parameter seien:

$$\lambda = 60000 \text{ m, also } m_1 = \frac{2 \pi}{\lambda} = 0,1047 \cdot 10^{-3},$$

und

$$C = 1100 \text{ m.}$$

Dann erhalten die Coefficienten b_h in den Ausdrücken (8) und (9) die Werte

$$b_1 = 881, \quad b_3 = 148,3, \quad b_5 = 24,8.$$

Das durch die Gleichung (10) gegebene Profil ist in Fig. 1 (p. 470) in 5 facher Ueberhöhung dargestellt. Man erkennt, dass der Anstieg sich wesentlich auf das Intervall

$$- \frac{\lambda}{12} < x < + \frac{\lambda}{12}$$

beschränkt, wo er auch ziemlich gleichförmig ist, ferner dass der Thalboden in der Mitte wieder ein wenig gehoben und das Bergplateau um ebensoviel eingesenkt ist. Die Höhendifferenz der Thal- und Bergmitte, welche nach den angenommenen Zahlwerten 900 m beträgt, ist daher nicht die absolut grösste, bleibt aber nur um ca. 18 m hinter letzterer zurück.

Die betrachtete Profilcurve entspricht dem durch obige Coefficienten b_h bestimmten Geschwindigkeitspotential

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} \varphi = a \{ x - b_1 \cos(m_1 x) e^{-n_1 y} - b_3 \cos(3 m_1 x) e^{-n_3 y} \\ \quad \quad \quad - b_5 \cos(5 m_1 x) e^{-n_5 y} \}, \end{aligned} \right.$$

allerdings nach dem oben erörterten nur annähernd, doch überzeugt man sich, dass im vorliegenden Beispiel die Abweichungen in der Fig. 1 kaum zum Ausdruck kommen würden.

Aus vorstehendem φ ergeben sich die Componenten der Strömungsgeschwindigkeit:

$$(12) \left\{ \begin{aligned} u &= a \left\{ 1 + \sum b_h m_h e^{-n_h y} \sin m_h x \right\} \\ &= a \left\{ 1 + \frac{2\pi}{\lambda} (b_1 e^{-n_1 y} \sin m_1 x + 3 b_3 e^{-n_3 y} \sin 3 m_1 x \right. \\ &\quad \left. + 5 b_5 e^{-n_5 y} \sin 5 m_1 x) \right\}, \end{aligned} \right.$$

$$(13) \left\{ \begin{aligned} v &= a \cdot \sum b_h n_h e^{-n_h y} \cos m_h x \\ &= a \cdot 0,1152 \cdot \left\{ \frac{1}{2} e^{-n_1 y} \cos m_1 x + \frac{1}{3} e^{-n_3 y} \cos 3 m_1 x \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{5} e^{-n_5 y} \cos 5 m_1 x \right\}. \end{aligned} \right.$$

Für $x = 0$, d. h. über der Mitte des Bergabhanges, ist u in allen Höhen constant gleich a , über dem Thal ($x < 0$) kleiner, über dem Berge grösser; a hat auch die Bedeutung der *mittleren* horizontalen Geschwindigkeit in irgend einem Höhen-niveau.

Für verschiedene Höhen H über der Thalmitte findet man:

$H = 450 + y:$	0	450	2000	5000
$\frac{u-a}{a}:$	- 0,068	- 0,0676	- 0,0675	- 0,0646

Bis zur Höhe von 5000 m ist dort also die horizontale Geschwindigkeit merklich constant, die verticale Null; somit würde nach dem p. 462 Gesagten unsere Lösung auch für den Fall gelten, dass sich das Profil von $x = -(\lambda/4)$ an nach der negativen Seite unbegrenzt als horizontale Gerade fortsetzte, und darüber ein rein horizontaler Luftstrom flosse, dessen Geschwindigkeit bis zur Höhe von 5000 m merklich constant ($0,93 a$) ist und in noch höheren Schichten allmählich bis a wächst.

Ueber dem Berge (bei $x = +\lambda/4$) sind die Geschwindigkeiten u nahe um ebensoviel grösser als a , als sie über dem Thale kleiner sind.

Die Verteilung der verticalen Geschwindigkeitscomponente, welche für die Condensation maassgebend ist, ist eine complicirtere; um eine Vorstellung von ihr zu geben, seien die Werte von v/a für verschiedene Werte der x - und y -Coordinate angegeben:

	$x = 0$	$\pm \frac{\lambda}{12}$	$\pm \frac{\lambda}{8}$	$\pm \frac{\lambda}{6}$	$\pm \frac{\lambda}{4}$
$y = 500$	0,099	0,0406	0,0129	- 0,0012	0
1530	0,0842	0,04075	0,0149	+ 0,00226	0
2440	0,0740	0,0400	0,0182	0,0064	0
3460	0,0651	0,0387	0,0206	0,0093	0
4530	0,0575	0,0370	0,0217	0,0108	0

Während also über der Mitte des Bergabhanges eine stetige Abnahme von v mit der Höhe stattfindet, nimmt diese Grösse in der Nähe des Fusses des Berges, sowie des Plateaurandes (bei $x = \pm \lambda/8$) mit der Höhe zunächst zu bis zu einem in sehr grosser Höhe gelegenen Maximum. (Der für $x = \lambda/6$, $y = 500$ auftretende vereinzelte negative Wert erklärt sich durch die erwähnte schwache Einsenkung des Bergplateaus.)

Um nun die *Condensation des Wasserdampfes* zu untersuchen, welche infolge des durch die Bodenerhebung erzwungenen aufsteigenden Luftstromes eintritt, machen wir zunächst die Annahme, dass die aufsteigenden Luftmassen eine *adiabatische* Zustandsänderung erleiden, und dass auch bereits in dem gegen den Bergabhang treffenden horizontalen Luftströme adiabatisches Gleichgewicht herrscht. Die Luft wird dann überall von einer gewissen Höhe an, die aus Temperatur und Feuchtigkeitsgehalt der Luft am Thalboden zu berechnen ist, gesättigt sein. Durch ein scheibenförmiges Raumelement von der horizontalen Basisfläche 1 und der Höhe dy strömt nun in der Zeiteinheit die Luftmenge $v \cdot \varepsilon$ in verticaler Richtung hindurch. Liegt das Raumelement über der unteren Wolkengrenze, so wird in dieser Luftmenge dabei so viel Wasserdampf condensirt, als sie im Sättigungszustande in der Höhe $y + dy$ weniger in Dampfform enthalten kann als in der Höhe y , also die Menge

$$v \cdot \varepsilon \cdot \frac{-\partial F}{\partial y} dy,$$

wenn $F(y)$ die „specifische Feuchtigkeit“ der gesättigten Luft in der Höhe y bezeichnet.

Die gesamte in einer zwischen y_0 und y' liegenden Wolkenschicht über der Einheit der Grundfläche in der Zeiteinheit condensirte Wassermenge ist demnach — immer den stationären Zustand vorausgesetzt —:

$$(14) \quad W = - \int_{y_0}^{y'} v \varepsilon F'(y) dy.$$

Dies wäre zugleich die aus jener Wolkenschicht auf die Einheit der horizontalen Grundfläche ausfallende Niederschlagsmenge, falls das Condensationsproduct einfach vertical niederfiele, ohne durch den horizontalen Luftstrom fortgetragen zu werden. Diese Annahme wollen wir machen, da es bisher an Anhaltspunkten fehlt, um die horizontale Fortführung der fallenden Niederschlagsteilchen in Rechnung setzen zu können. Es ist jedoch vorauszusehen, dass dieselbe besonders für die langsam fallenden Wasser- oder Eisteilchen in den höheren Wolkenschichten von Belang sein wird, dass dagegen die grösseren Tropfen, die das in den unteren Wolkenschichten condensirte Wasser mit sich nehmen, nur in verhältnismässig geringer horizontaler Entfernung niederfallen. Nun tragen aber, wie die numerische Rechnung zeigt, die unteren Wolkenschichten relativ viel mehr zur Condensation bei, als die höheren; es wird daher der Einfluss der horizontalen Fortführung, wenigstens bei mässiger Windgeschwindigkeit, nicht allzu gross sein. Dieser Einfluss betrifft übrigens nicht die Gesamtniederschlagsmenge, welche der Bergzug veranlasst, sondern nur ihre *Verteilung* über den Bergabhang, und besteht in einer Verschiebung des Maximums des Niederschlages gegen den Berggipfel hin. In diesem Sinne ist also eine Abweichung der wirklichen Niederschlagsverteilung von derjenigen zu erwarten, welche sich theoretisch durch Berechnung von W als Function von x nach Formel (14) ergibt. Diese Abweichung wird unter sonst gleichen Umständen bei *Schneefall* bedeutend grösser sein, wie bei als Regen fallendem Niederschlag.

Was nun die obere Grenze y' betrifft, welche für die Integration in (14) zu nehmen ist, um die gesamte auf die Flächeneinheit fallende Niederschlagsmenge zu erhalten, so wird dafür diejenige Höhe zu setzen sein, in welcher die Condensation im aufsteigenden Luftstrom thatsächlich aufhört. Theoretisch würde, wenn bis zu beliebigen Höhen von vornherein adiabatisches Gleichgewicht herrschte, auch die durch die Bodenerhebung veranlasste Condensation sich unendlich hoch bez. bis zur Grenze der Atmosphäre erstrecken, da die verticale Geschwindigkeitscomponente nur asymptotisch gegen Null convergirt. Allein praktisch gilt für sehr hohe Schichten wahrscheinlich nicht mehr unsere Lösung des Strömungs-

problems und sicher nicht die Voraussetzung des adiabatischen Gleichgewichtes; und selbst wenn letzteres der Fall wäre, also wenn der aufsteigende Strom Luftmassen von der Erdoberfläche bis zu beliebigen Höhen hinaufführte, würde doch infolge der zunehmenden Schwere der vom aufsteigenden Strome getragenen Niederschlagspartikeln einerseits und der zunehmenden Sonnenstrahlung andererseits sich eine *obere Wolkgrenze* ausbilden.¹⁾ Wir werden demnach eine solche obere Wolkgrenze in bestimmter — und zwar der Einfachheit halber überall gleicher — Höhe als gegeben annehmen; der ihr entsprechende Wert von y' ist die obere Grenze des Integrales in (14). Uebrigens hat die hierfür angenommene Höhe, sobald sie nur überhaupt beträchtlich ist, d. h. mehrere Tausend Meter beträgt, nur verhältnismässig geringen Einfluss auf den Wert von W , da sowohl $-F'(y)$ als $v \cdot \varepsilon$ mit der Höhe schnell abnehmen.

Für die numerische Berechnung von W ist es zunächst vorteilhaft, den Ausdruck (14) durch partielle Integration auf die Form zu bringen:

$$(14a) \quad W(x) = \left[v \varepsilon \cdot F(y) \right]_{y'}^{y_0} + \int_{y_0}^{y'} F(y) \frac{\partial \varepsilon v}{\partial y} dy.$$

Hierin ist v als Function von y und x durch Gleichung (13) gegeben. $F(y)$ — der Sättigungswert der specifischen Feuchtigkeit in der Höhe y —, sowie die zur Berechnung von ε erforderlichen entsprechenden Werte von Druck und Temperatur, sind am bequemsten mit Hülfe der von H. Hertz²⁾ gegebenen graphischen Darstellung für die adiabatische Zustandsänderung feuchter Luft zu ermitteln, da ein einfacher analytischer Ausdruck für diese Grössen nicht aufzustellen ist. Bei der Benutzung der Hertz'schen Tafel ist zu beachten, dass y nicht die absolute Höhe, sondern diejenige über der x -Axe unseres Coordinatensystems bedeutet, also, um die Meereshöhe zu erhalten, noch um den Wert $-\eta_{(x=-\lambda/4)}$ und die Meereshöhe der Thalsole zu vermehren ist. Das Integral

1) Vgl. W. v. Bezold, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1888. p. 518; 1891. p. 303.

2) H. Hertz, Meteorol. Zeitschr. 1. p. 421—431. 1884.

in (14a) kann dann mit hinreichender Genauigkeit in der Weise ausgewertet werden, dass man das Intervall von y_0 bis y' in Teilintervalle $y_0 \dots y_1, y_1 \dots y_2 \dots y_{h-1} \dots y_h$ (wo $y_h = y'$) zerlegt und für jedes derselben einen Mittelwert F_{m_k} einführt, wodurch man erhält:

$$(15) \quad \int_{y_0}^{y_h} F(y) \frac{\partial (\varepsilon v)}{\partial y} dy = \sum_0^h F_{m_k} [(\varepsilon v)_k - (\varepsilon v)_{k-1}].$$

Um nun die Berechnung von W für ein specielles Beispiel durchzuführen, wollen wir annehmen, dass der Luftstrom, welcher den Berg von der in Fig. 1 dargestellten Profilgestalt trifft, am Thalboden den Druck 760 mm, die Temperatur 20° und die spezifische Feuchtigkeit 9,0 besitze. Daraus folgt nach unserer Voraussetzung adiabatischen Gleichgewichtes, dass die untere Wolkengrenze in der Höhe von 950 m über der Thalsole liegt, also bei $y_0 = 500$, d. i. 50 m über der Bergmitte; die spezifische Feuchtigkeit ist dort $F(y) = 9,0$, die Temperatur 11° . Wir wollen ferner die obere Wolkengrenze in der Höhe von rund 5000 m ($y' = 4530$) annehmen, wo die Temperatur auf $-13,6^\circ$, die spezifische Feuchtigkeit auf $F(y') = 2,5$ gesunken ist. Die Temperatur 0° ist in der Höhe von 3000 m erreicht. Die Benutzung der Hertz'schen Tafel setzt voraus, dass bei Temperaturen unter 0° das Condensationsproduct Eis ist; ob dies der Wirklichkeit entspricht, ist für mässig tiefe Temperaturen mindestens fraglich, doch würde die Annahme, dass sich überkaltetes Wasser ausscheidet, das Resultat nicht viel ändern. Da dem vorausgesetzten stationären Zustand entsprechend anzunehmen ist, dass alles condensirte Wasser gleich ausfällt, so kommt für unsere Berechnung das Hertz'sche „Hagelstadium“, in dem das mitgeführte Wasser gefrieren würde, in Fortfall.¹⁾ — Für die Berechnung des Integrales nach Formel (15) wurde die Wolke in vier Schichten zerlegt, deren Zwischengrenzen bei $y_1 = 1530, y_2 = 2440, y_3 = 3460$ m liegen; für diese Höhen ist $\varepsilon = 1,00, 0,912, 0,816$ und bez. $F(y) = 6,9, 5,35, 3,8$.

1) Auf die Condensationsadiabate hat es keinen hier in Betracht kommenden Einfluss, ob man — wie bei Construction der Hertz'schen Tafel — alles condensirte Wasser als mitgeführt oder als gleich ausfallend annimmt.

Man findet so für W/a folgende Werte

bei $x = 0$	$\pm \frac{\lambda}{12}$	$\pm \frac{\lambda}{8}$	$\pm \frac{\lambda}{6}$
„ $\frac{W}{a} = 0,475$	0,241	0,0985	0,0081 g pro Sec. und qm

Die Niederschlagshöhe in Millimetern pro Stunde erhält man hieraus durch Multiplication mit 3,6; sie ist durch die untere Curve in Fig. 1 dargestellt. Ihre Werte sind für die mittlere horizontale Strömungsgeschwindigkeit von 1 m/sec:

bei $x = 0$	$\pm \frac{\lambda}{24}$	$\pm \frac{\lambda}{12}$	$\pm \frac{\lambda}{8}$	$\pm \frac{\lambda}{6}$	$\pm \frac{\lambda}{4}$
„ $W' = 1,71$	1,47	0,867	0,355	0,029	0

Der Niederschlag ist hiernach am stärksten über der Mitte des Bergabhanges, wo er schon bei der mässigen Windgeschwindigkeit von 7 m/sec die beträchtliche Höhe von 12 mm pro Stunde erreicht. Dabei ist freilich zu bedenken, dass wir ausnahmsweise günstige Bedingungen für die Niederschlags-

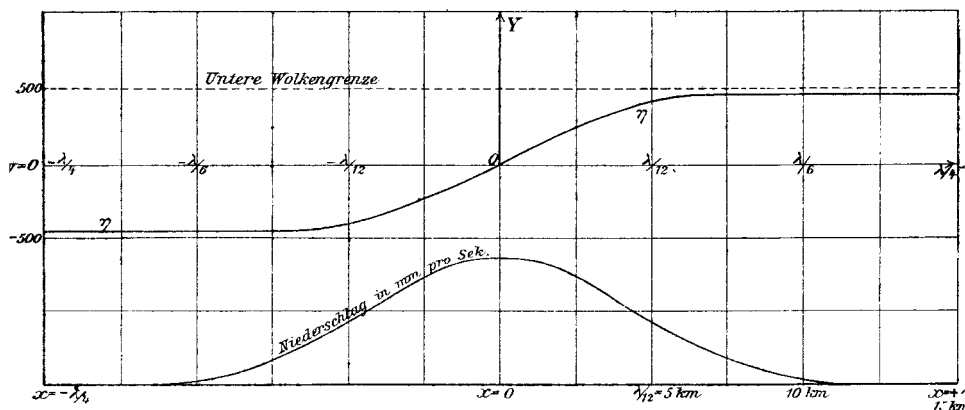


Fig. 1.

bildung annahmen, indem wir die herzuströmende Luft in der ganzen 4000 m mächtigen Schicht zwischen y_0 und y' als bereits gerade gesättigt voraussetzten.

Die Vergleichung der Niederschlagscurve mit der Profilcurve in Fig. 1 zeigt, dass zwar das Maximum des Niederschlages mit demjenigen der Steilheit des Bergabhanges zusammenfällt, dass aber die Niederschlagshöhe von dort nach der

Thalebene und dem Bergplateau hin langsamer abnimmt, als die Neigung der Erdoberfläche; so beträgt z. B. letztere (gegeben durch $\partial \eta / \partial x$) an den Stellen $x = \pm \lambda/12$ nur noch $1/20$ von der maximalen, der Niederschlag aber dort noch mehr als $1/5$ seines Maximalwertes. Die niederschlag erzeugende Wirkung eines Bergzuges macht sich also unter den hier vorausgesetzten Verhältnissen schon bei Annäherung an den Fuss desselben in der vorliegenden Ebene bemerklich, was mit der Erfahrung übereinstimmt.¹⁾ Dass in Wirklichkeit das Maximum der Niederschläge mehr nach dem Kamm der Gebirge verschoben erscheint, erklärt sich wohl zum Teil, wie oben schon erörtert, aus der horizontalen Fortführung der Condensationsproducte in den Wolken, zum Teil aber wohl auch aus der Abweichung der wirklichen Temperatur- und Feuchtigkeitsverteilung von der hier vorausgesetzten (vgl. Abschnitt 4).

Von Interesse ist noch die Bestimmung der *gesamten* durch den Bergzug veranlassten Niederschlagsmenge. Diese wird erhalten, indem man das durch Gleichung (14) als Function von x bestimmte W von $x = -\lambda/4$ bis $+\lambda/4$ integrirt, sie ist also

$$(16) \quad G = \int_{-\lambda/4}^{+\lambda/4} W(x) dx = - \int_{y_0}^{y'} \varepsilon F''(y) \int_{-\lambda/4}^{+\lambda/4} v dx,$$

darin wird nach (13)

$$\int_{-\lambda/4}^{+\lambda/4} v dx = a \cdot 1100 \{ e^{-n_1 y} - \frac{2}{9} e^{-n_2 y} + \frac{1}{25} e^{-n_3 y} \}.$$

Man findet für unser Beispiel $G = 5100 a$ g/sec auf einem Streifen von 1 m Breite und ca. 22 km Länge.

Hieraus folgt die *mittlere* Niederschlagshöhe für den ganzen Bergabhang:

$$W'_m = 0,833 \cdot a \text{ mm pro Stunde.}$$

3.

In dem behandelten Beispiel lag die untere Wolkengrenze höher als der Berggipfel. Ist das Umgekehrte der Fall, so muss für denjenigen Teil des Bergabhanges, welcher in die

1) Vgl. Hann, *Klimatologie*, 2. Aufl., I. Bd., p. 295; ferner Assmann, *Einfluss der Gebirge auf das Klima von Mitteldeutschland* p. 373. 1886.

Wolke eintaucht, als untere Grenze des Integrales in den Formeln (14) bis (16) η statt y_0 genommen werden; infolge dessen wird die theoretische Niederschlagsverteilung nicht mehr symmetrisch in Bezug auf den Nullpunkt der x -Axe sein.

Als Beispiel für diesen Fall werde die Strömung über ein Bodenprofil betrachtet, welches durch die einfache Gleichung:

$$(5') \quad \eta = C \sin m x . e^{-r \eta}$$

gegeben ist.

Ueber die Parameter werde wie folgt verfügt:

$$C = 1000 \text{ m}, \quad \lambda = 24000 \text{ m};$$

dann ist

$$m = 0,262 \cdot 10^{-3}, \quad r = 0,269 \cdot 10^{-3},$$

und für die verticale Coordinate η findet man aus (5):

$$\begin{aligned} \text{für } x = & -\frac{\lambda}{4} \quad -\frac{\lambda}{6} \quad -\frac{\lambda}{12} \quad 0 \quad +\frac{\lambda}{12} \quad +\frac{\lambda}{6} \quad +\frac{\lambda}{4} \\ \text{,, } \eta = & -1495 \quad -1194 \quad -585 \quad 0 \quad +444 \quad +715 \quad +805 \text{ m.} \end{aligned}$$

Die Curve ist durch Fig. 2 dargestellt. Die Höhe des Berggipfels über der Thalsohle beträgt 2300 m. Letztere möge noch 100 m über Meeresniveau liegen; der Luftdruck daselbst

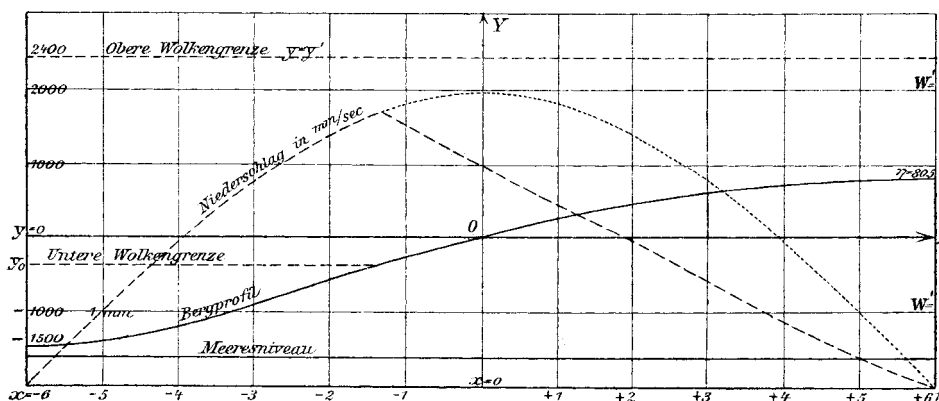


Fig. 2.

betrage 750 mm, die Temperatur 23° , die spezifische Feuchtigkeit 10 g. Dann findet man nach der Hertz'schen Tafel die untere Wolkengrenze in der Meereshöhe 1220 m, das ist bei $y = -375$. Die obere Wolkengrenze werde bei $y' = 2400$,

also in 4000 m Meereshöhe vorausgesetzt. Dann ergibt sich für den unterhalb der Wolke liegenden Teil des Bergabhanges, welcher sich auf die negativen Werte der x -Coordinate bis zu etwa $-1,35$ km beschränkt, da nach (7)

$$v = C a m \cos m x e^{-ny}$$

wird,

$$W = - \int_{y_0}^{y'} \varepsilon v F' dy = - a C m \cos m x \int_{y_0}^{y'} \varepsilon F'(y) e^{-ny} dy$$

$$= a \cos m x \cdot 1,09.$$

Die Niederschlagshöhe wird hier also durch eine einfache Cosinuslinie dargestellt und entspricht im wesentlichen der Neigung des Bergabhanges, welche sich aus (5') zu

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{C m \cos(m x) e^{-r\eta}}{1 + C r \sin(m x) e^{-r\eta}}$$

berechnet. Für das oberhalb der Wolkengrenze y_0 liegende Gebiet ist $W(x)$ nicht durch eine einfache Function von x darstellbar. Man findet die in Millimeter pro Stunde ausgedrückte Niederschlagshöhe für die horizontale Geschwindigkeit $a = 1$:

bei x	$= -6$	-5	-4	-3	-2	} unterhalb der Wolke,
W'	$= 0$	$1,01$	$1,96$	$2,78$	$3,40$	
bei x	$= -1$	0	$+2$	$+4$	$+6$	} in der Wolke.
W'	$= 3,50$	$2,94$	$1,95$	$0,88$	0	

Die Niederschlagsverteilung ist hiernach in Fig. 2 durch die gestrichelte Curve dargestellt. Die punktirte Curve veranschaulicht den symmetrischen Verlauf, welcher gelten würde, wenn der Berg nicht in die Wolke eintauchte.

Das Maximum des Niederschlages läge dann bei $x=0$ und betrüge 3,93, während es so schon bei $x = -6,3$ mit einem Betrage von ca. 3,68 erreicht wird.

Die Gesamtniederschlagsmenge ergibt sich nach der Formel

$$G = - a C \sin m x \int_{y_0}^{y'} \varepsilon F'(y) e^{-ny} dy$$

annähernd gleich 22730; sie verteilt sich auf einen horizontalen Streifen von 12000 m Länge, würde also bei gleichmässiger Verteilung für $a = 1$ durchschnittlich 1,9 mm betragen.

Aus vorstehendem Ausdruck für G ist beiläufig ersichtlich, dass dieselbe bei gegebener Höhe des Bergrückens um so kleiner wird, je kürzer und steiler derselbe, d. h. je kleiner λ ist, da der Exponent ny mit abnehmendem λ wächst.

Die horizontale Windgeschwindigkeit ist im vorliegenden Falle gegeben durch

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = a \left(1 + C \frac{m^2}{n} \sin mx e^{-ny} \right) \\ = a(1 + 0,332 \sin mx e^{-ny});$$

sie erreicht ihr Minimum $= 0,547 a$ in der Thalsohle, ihr Maximum von $1,283 a$ auf dem Berggipfel, und besitzt in jeder Horizontalebene den Mittelwert a . Ueber der Thalmitte nimmt sie nach oben hin allmählich zu, sich asymptotisch dem Grenzwerte a nähernd; sie ist z. B. im Niveau $y = 0$ gleich $0,668 a$ und im Niveau $y = 2400$ schon gleich $0,80 a$. Sollte also die betrachtete Strömung wieder aus einem bis zur Stelle $x = -\lambda/4$ rein horizontal über einer Ebene fließenden Luftstrom hervorgehen, so müsste dessen Geschwindigkeit im Verhältnis e^{-ny} mit der Höhe abnehmen. Dies würde zwar an sich eine plausible Annahme sein; es wäre dann aber in jenem horizontalen Luftstrom eine Wirbelbewegung vorhanden, welche sich streng genommen nicht stetig in die oben vorausgesetzte Potentialbewegung fortsetzen kann.

4.

Die bisher von uns gemachte Voraussetzung, dass die Temperaturverteilung in dem gegen das Gebirge treffenden Luftstrome bereits dem indifferenten Gleichgewicht entspreche, d. h. dieselbe sei, welche sich bei adiabatischer Zustandsänderung in einem aufsteigenden Luftstrome herstellt, ist in Wirklichkeit im allgemeinen nicht erfüllt. Ueber die wirklichen Temperatur- und Feuchtigkeitsverhältnisse in der freien Atmosphäre bis zu Höhen von 8000 m haben neuerdings die Berliner wissenschaftlichen Luftfahrten sicheren Aufschluss gegeben. Die mittleren Werte von Temperatur und Feuchtigkeit in von 500 zu 500 m fortschreitenden Höhenniveaus, welche Hr. v. Bezold aus den Beobachtungen der Herren

Berson und Süring abgeleitet hat¹⁾, lassen erkennen, dass die mittlere verticale Temperaturabnahme langsamer ist, als die adiabatische, und der Sättigungswert der Feuchtigkeit im Durchschnitt nicht erreicht ist. In einem horizontalen Luftstrom, in welchem diese durchschnittlichen Verhältnisse herrschen, würde also die Luft nirgends gesättigt, und somit unsere frühere Voraussetzung einer constanten unteren Wolkgrenze nicht zulässig sein. Auch ist dann für die Condensation, welche an irgend einer Stelle des über dem Bergabhange aufwärts fließenden Luftstromes stattfindet, nicht mehr allein die *verticale* Strömungscomponente maassgebend, wie es bei Aufstellung der Formel (14) vorausgesetzt war. Wir hätten vielmehr zur Berechnung von W zu berücksichtigen, dass die in einem Raumelement beim stationären Zustand condensirte Wassermenge gleich ist dem Ueberschuss der einströmenden über die gleichzeitig ausströmende Wasserdampfmenge; dieser Ueberschuss ist für 1 cbm und 1 Secunde

$$- \left(\frac{\partial (\varepsilon u F)}{\partial x} + \frac{\partial (\varepsilon v F)}{\partial y} \right),$$

oder, da zufolge der Continuitätsbedingung sehr annähernd

$$\frac{\partial \varepsilon u}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon v}{\partial y} = 0$$

ist²⁾,

$$- \varepsilon \left(u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} \right),$$

und somit

$$(17) \quad W = - \int_{y^0}^{y'} \varepsilon \left(u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} \right) dy,$$

worin y^0 und y' die Wolkgrenzen über der betrachteten Stelle bezeichnen. Die Auswertung des Integrales verlangt jetzt ausser der vollständigen Kenntniss der Strömung noch die Ermittelung des *Wolkengebietes*, d. h. desjenigen Raumes, in welchem

1) W. v. Bezold, Theoretische Betrachtungen über die Ergebnisse der wissenschaftlichen Luftfahrten des deutschen Vereins zur Förderung der Luftschiffahrt zu Berlin p. 18—21. Braunschweig, 1900.

2) Insofern nämlich die Menge des in der Volumeneinheit condensirten Wasserdampfes gegen die Gesamtmenge der hindurchströmenden *feuchten Luft* verschwindend klein ist.

die Luft überhaupt gesättigt ist, und der Temperaturverteilung in demselben, da erst durch letztere F gegeben ist. Zu diesem Zwecke hat man längs jeder Stromcurve die adiabatische Zustandsänderung der Luft zu verfolgen, indem man von den gegebenen Temperatur- und Feuchtigkeitswerten in der Verticalen über der Thalmitte ($x = -\lambda/4$), wo die Strömung rein horizontal ist, ausgeht.

Indem man dann diejenigen Punkte der einzelnen Strömungslinien, in welchen gerade die Sättigung erreicht wird, miteinander verbindet, findet man zunächst die Contur des Wolkengebietes.

Da die Wolkenform auch an sich von Interesse ist¹⁾, soll ihre Bestimmung für unser zweites Beispiel durchgeführt werden, indem wir über der Thalmitte ($x = -\lambda/4$) einmal die für den Sommer, dann zweitens die für den Winter nach Bazold's Zusammenstellung (l. c. p. 21) geltende mittlere Temperatur- und Feuchtigkeitsverteilung voraussetzen. Es ist danach

		bei $y = -1500$	- 600	+ 400	+ 1400	+ 2400 m
		(Thalboden,				(Seehöhe
		Seehöhe 100 m)				4000 m)
im Sommer	$t =$	17,7°	11,0°	5,3°	+ 0,9°	- 5,0°
	$F =$	8,2	6,69	4,59	3,03	2,60*
im Winter	$t =$	0,2°	- 0,6°	- 5,1°	- 10,8°	- 14,6°
	$F =$	2,92	2,17	1,64	1,19	0,86

An Stelle des mit * bezeichneten Wertes F wollen wir denjenigen (2,2) setzen, der sich bei Ausgleichung der ausspringenden Ecke, welche die Curve für F (l. c. Fig. 11) in der Höhe von 4000 m zeigt, ergibt.

Die *Strömungslinien* haben nach p. 461 die Gleichung

$$(5) \quad e^{-ny} \sin mx = -\frac{m}{bqn} + B e^{qy},$$

oder, wenn y_0 der Wert von y für $x = 0$ ist und $y - y_0 = \eta$ gesetzt wird:

$$e^{-n\eta} \cdot e^{-ny_0} \sin mx = \frac{m}{bqn} (e^{q\eta} - 1),$$

$$\frac{bn}{m} \cdot e^{-ny_0} \cdot e^{-r\eta} \sin mx = \frac{1}{q} \left(e^{\frac{q\eta}{2}} - e^{-\frac{q\eta}{2}} \right).$$

1) Es erscheint z. B. wohl möglich, aus der beobachteten Wolkenbegrenzung umgekehrt auf die Feuchtigkeitsverhältnisse in dem gegen den Bergabhang fließenden Luftstrom zu schliessen.

In gleicher Annäherung wie früher kann die rechte Seite gleich η gesetzt werden; also nimmt die Gleichung die Form an:

$$(18) \quad \eta = b \frac{n}{m} \sin m x e^{-r \eta} \cdot e^{-n y_0},$$

welche sich von der Gleichung (5') der Boden-Profilcurve nur durch den für jede Strömungslinie constanten Factor $e^{-n y_0}$ unterscheidet, der bewirkt, dass die Amplitude der Wellenlinien nach oben beständig abnimmt.

Sollen nun die Strömungslinien durch bestimmte Punkte y'_h der Verticalen $x = -\lambda/4$ gelegt werden, so hat man den zu $x = -\lambda/4$ gehörigen Wert η' aus der transcendenten Gleichung

$$(19) \quad \eta' = -b \frac{n}{m} e^{-r \eta'} \cdot e^{-n(y'_h - \eta')}$$

zu berechnen, und dann in (18) $y_h^0 = y'_h - \eta'$ einzusetzen.

Hiernach wurden die vier Strömungslinien berechnet, deren Anfangspunkte (d. h. tiefste Punkte) in den Meereshöhen 1000,

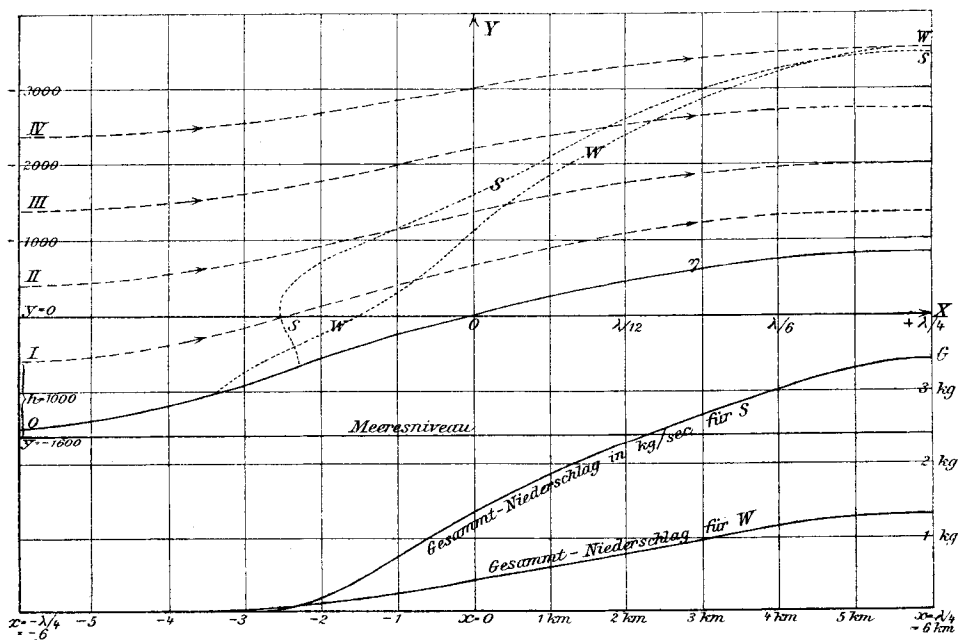


Fig. 3.

2000, 3000 und 4000 m liegen, und welche in Fig. 3 als Curve I, II, III, IV eingezeichnet sind. Ihre höchsten Punkte liegen in den Höhen 2940, 3610, 4333, 5100 m.

Bestimmt man nun mittels der Hertz'schen Tafel die Höhen, in welchen auf der Bodencurve 0 und den Curven I bis IV die Condensation beginnt, so findet man unter Zugrundelegung der oben angegebenen Werte von t und $F^{(1)}$:

	0	I	II	III	IV
für den Sommer	930	1570	2730	4060	(5125)
für den Winter	600	2070	3100	4130	5100

Im Sommer würde hiernach auf der Strömungslinie IV die Condensation nicht mehr ganz erreicht, da deren Gipfel-punkt bei 5100 liegt; der Gipfel der Wolke liegt also ein wenig darunter. Im Winter fällt derselbe zufällig gerade mit dem höchsten Punkte der Curve IV zusammen. Zur Construction der in Fig. 3 als punktirte Linien eingetragenen Wolkengrenzen (mit S für den Sommer, mit W für den Winter bezeichnet) wurden ausserdem noch die zwischen 0 und I bez. I und II in der Mitte liegenden Strömungslinien benutzt.²⁾

Wir können nun leicht mit Hülfe der Hertz'schen Tafel die Wassermenge finden, welche in jedem Kilogramm feuchter Luft beim Fortschreiten auf einer der construirten Strömungslinien insgesamt oder bis zu einer bestimmten Verticalen condensirt wird; so erhält man insgesamt:

auf Curve	0	I	II	III
für den Sommer	2,85	2,42	1,22	0,26 g
für den Winter	1,5	0,74	0,34	0,14

Nennt man die bis zur Abscisse x auf derjenigen Strömungslinie, deren Anfangspunkt in der Höhe h liegt, condensirte Menge $g_x(h)$, und ist H die Anfangshöhe derjenigen Strömungslinie, welche bei dem gegebenen x die obere Wolkengrenze

1) Aus obigen Zahlen folgt, dass eine beliebig gestaltete Boden-erhebung von weniger als 500 m weder im Sommer noch im Winter unter *Durchschnittsverhältnissen* zur Condensation Anlass giebt. Im Sommer würde bei einer Berghöhe zwischen 600 und 800 m eine zwischen den Höhen 1000 m und 3000 m liegende, den Berg *nicht berührende* Wolke entstehen; erst bei grösseren Berghöhen würde dieselbe den Berg berühren.

2) Für den im ersten Beispiel vorausgesetzten plateauartigen Berg von 900 m Höhe findet man in analoger Weise ein Wolkengebiet, welches bei durchschnittlichen Verhältnissen im Sommer nur 40 m unterhalb des Bergplateaus beginnt und bis über 3000 m hinaufreicht, im Winter dagegen schon 500 m über dem Thale beginnt, aber sich nur ca. 700 m über den Berg erhebt, also diesen in Gestalt einer flachen Kappe bedeckt.

schneidet, ferner u' die (horizontale) Strömungsgeschwindigkeit und ϵ' die Luftdichte in der Höhe h über der Thalsole (also bei $x = -\lambda/4$), so ist die gesamte pro Secunde über dem vom Beginn der Wolke bis zu x reichenden Grundflächenstreifen von 1 m Breite condensirte Menge in Grammen:

$$(20) \quad G_x = \int_0^H \epsilon' u' g_x(h) dh.$$

Denn durch einen Streifen der Verticalebene $x = -\lambda/4$ von der Breite 1 und der Höhe dh fliesst in der Secunde die Luftmenge ϵu kg; eine gleich grosse Luftmenge muss aber in der Secunde durch die Verticale von der Abscisse x austreten, und da der Zustand stationär ist, verhält es sich also ebenso, als ob jene Luftmenge ϵu sich in 1 Sec. längs der betreffenden Strömungslinie von $-\lambda/4$ bis x bewegt hätte; hierbei ist aber nach der Definition von g die Wassermenge $\epsilon u g_x(h)$ ausgeschieden worden. — Hat man nach Formel (20) G als Function von x berechnet, so giebt endlich

$$(21) \quad W = \frac{\partial G}{\partial x}$$

die an der Stelle x pro Quadratmeter Grundfläche in 1 Sec. ausgeschiedene Wassermenge in Grammen; und auf diesem Wege dürfte die Bestimmung von W praktisch bequemer auszuführen sein, als durch directe Berechnung nach Formel (17). — Bei Voraussetzung der durchschnittlichen Verhältnisse für den Sommer findet man im obigen Beispiel für $\alpha = 1$, wenn man das Integral (20) näherungsweise als Summe über die zwischen den einzelnen construirten Stromcurven gelegenen Intervalle berechnet,

$$G_{x=0} = 1352, \quad G_{x=+\lambda/8} = 2680, \quad G_{x=\lambda/4} = 3460 g.$$

Die letztere Zahl bedeutet die *gesamte* in 1 Sec. an dem der Windrichtung zugewandten Bergabhänge auf einem Streifen von 1 m Breite fallende Niederschlagsmenge. Der Niederschlag beginnt zufolge dem in Fig. 3 ersichtlichen Verlauf der Curve SS erst etwa bei $x = -0,108\lambda$, verteilt sich also auf einen Grundflächenstreifen von $0,358\lambda = 8600$ m Länge; daraus berechnet sich die *durchschnittliche* Niederschlagshöhe pro Stunde:

$$\frac{3,6 \cdot 3460}{8600} = 1,45 \text{ mm.}$$

Ebenso findet man für den *Winter*:

$$G_{x=0} = 380, \quad G_{x=\lambda/6} = 770, \quad G_{x=\lambda/4} = 1264;$$

die Gesamtniederschlagsmenge verteilt sich auf einen Streifen von 9400 m Länge, sodass die mittlere Niederschlagshöhe sich zu 0,485 mm pro Stunde ergibt.

Aus obigen 3 Werten von $G(x)$ kann man den Verlauf dieser Function bereits annähernd graphisch construiren, indem man noch berücksichtigt, dass die Tangente der Curve für G in ihrem Anfangspunkte und bei $x = +\lambda/4$ horizontal ist. (Vgl. die unteren Curven in Fig. 3.)

Die Neigungstangente der Curve ergibt dann bei Berücksichtigung des Maassstabes W' . Man erkennt so in unserem Falle, dass das Maximum des Niederschlages im Sommer zwischen $x = 0$ und $x = -1$, im Winter zwischen $x = 0$ und $x = +2$ km erreicht wird und etwa $a. 2,2$ mm bez. $a. 0,75$ mm pro Stunde beträgt bei einer Windgeschwindigkeit von a Metern in sehr grosser Höhe; ferner, dass nach dem Kamm des Berges zu die Niederschlagshöhe langsamer abnimmt, als unter unserer früheren Voraussetzung constanter Wolkendicke gefunden wurde. In Wirklichkeit würde wegen der auch jetzt von uns vernachlässigten Mitführung der Wasser- bez. Eisteilchen das Maximum des Niederschlages mehr gegen den Bergkamm hin verschoben sein; ferner würde, weil ein Teil der Wolke über den Kamm hinübergeweht und dort im niedersinkenden Luftstromen wieder aufgelöst wird, der Niederschlag sich noch etwas über den Kamm hinüber erstrecken, seine Gesamtmenge aber geringer sein, als die berechnete.

Das im Vorstehenden enthaltene Ergebnis, dass am *Abhänge* eines Gebirgszuges eine Zone maximalen Niederschlages existirt, und dass für die Niederschlagsmenge mehr die *Neigung* der Erdoberfläche als ihre absolute Erhebung maassgebend ist, findet sich durch Beobachtungen wenigstens für höhere Gebirge bestätigt.¹⁾

1) Vgl. Hann, *Klimatologie*, 2. Aufl., I. Bd., p. 298.

(Eingegangen 22. December 1900.)