

10. *Zweite Antwort an Hrn. Witte;
von V. Bjerknes.*

Zu den langen Ausführungen in Hrn. Wittes zweitem gegen mich gerichteten Aufsatz¹⁾ kann ich mich kurz fassen. Der Übersichtlichkeit halber behalte ich die von ihm eingeführten Bezeichnungen und Numerierungen seiner Einwände bei.

I. Der allgemeine Einwand.

Für mich persönlich hat dieser Einwand²⁾ nur ein nebensächliches Interesse, da ich immer noch nicht so weit gekommen bin, daß ich eine mechanische Theorie der elektromagnetischen Erscheinungen aufgestellt hätte, oder aufzustellen beabsichtige. Aus dem Titel eines Aufsatzes „Versuch einer mechanischen Deutung der Maxwellschen Gleichungen“ solche Absichten herauszudezuzieren, hat man nicht mehr Recht, als etwa aus einem Titel wie „Elektromagnetische Deutung der Pendelgleichung“ den Schluß zu ziehen, daß der Verfasser das Pendel elektromagnetisch erklären will. Dagegen ist der Einwand insofern nicht ohne Interesse, als er uns gestattet, durch eine neue Stichprobe dem Wert des Witteschen Unmöglichkeitsbeweises nachzugehen.³⁾

Der Einwand besteht jetzt darin, daß die als Drehung bezeichnete Größe, die mit einem der magnetischen Vektoren verglichen wird, „die Bedeutung der Drehung und weiterhin überhaupt einen mechanischen Sinn nur so lange besitzt, wie

1) H. Witte, Ann. d. Phys. 31. p. 382—410. 1910.

2) l. c. p. 389—391.

3) Dies zu tun ist nicht ohne ein gewisses praktisches Interesse. So fragt es sich, ob Referenten in den für objektive Referate bestimmten Werken, also beispielsweise Werken wie „Beiblätter zu den Annalen der Physik“, berechtigt sind, gewisse mechanische oder physikalische Arbeiten in ähnlicher Weise abzufertigen, wie man es in entsprechenden mathematischen Werken mit Arbeiten über Dreiteilung des Winkels oder Quadratur des Kreises tut.

die Verschiebungen unendlich klein bleiben. Sobald endliche Verschiebungen auftreten, hat jede der drei Größen mit der Drehung nicht das geringste zu tun und verliert überhaupt jede mechanische Bedeutung als Zustandsgröße.... Bei jeder einzelnen der drei verschiedenen Möglichkeiten I, II und III bekommt man nun, ganz unabhängig von der speziellen Form der Maxwellschen Gleichungen, bei den verschiedensten elektromagnetischen Vorgängen nachweisbar endliche Verschiebungen. Mithin verliert die Hypothese der Proportionalität von \mathfrak{S} mit irgend einer der drei curl-Größen ihren mechanischen Sinn, und damit sind alle Theorien der Art erledigt.“

Ohne den Entwicklungen nachzugehen, werde ich mit Hrn. Witte voraussetzen, daß es bewiesen ist, daß nur die genannten drei Definitionen der Drehung in Frage kommen können, und ebenfalls, daß es bewiesen ist, daß jede derselben ihre Bedeutung als Zustandsgröße verliert, sobald endliche Verschiebungen eintreten. Wer hat aber bewiesen, daß die elektrischen und magnetischen Vektoren Zustandsgrößen sind in strengerer Bedeutung als die Drehung? Wir wissen, daß sie innerhalb der Genauigkeitsgrenze unserer Versuche als brauchbare Größen zur Beschreibung der Felder auftreten. Daraus folgt aber keineswegs, daß sie Zustandsgrößen im Sinne eines mathematischen Unmöglichkeitsbeweises sind, daß sie sich nämlich unter allen Umständen brauchbar zeigen werden, um die elektromagnetischen Felderscheinungen exakt zu beschreiben. Dies bleibt ein Postulat.

Nun kommen weiter als wesentliches Glied im Unmöglichkeitsbeweise die „nachweislich“ endlichen Verschiebungen im Äther. Hierzu ist zu bemerken, daß, wer auf Grundlage der hier diskutierten dynamischen Erscheinungen eine Theorie der elektrischen Erscheinungen aufstellen will, ganz unabhängig vom Witteschen Einwand zu dem Resultate kommt, daß man für die Dichte des Äthers zwar kleinste, nicht aber größte Werte finden kann. Mit zunehmender Dichte des Äthers werden die Geschwindigkeiten, welche endlichen elektrischen Feldenergien entsprechen, immer kleiner. Sie werden also in endlichen Zeiten immer kleinere Verschiebungen erzeugen. Solange keine Tatsache gefunden ist, welche für die Dichte des Äthers eine Grenze setzt, kann man auch für die

Kleinheit der Verschiebungen, die in endlicher Zeit entstehen, keine Grenze setzen. Und unendliche Zeiten darf man in einem Unmöglichkeitsbeweise, welcher Anspruch auf Strenge macht, nicht hinzuziehen. Denn alle zugrunde gelegten Erfahrungen beziehen sich auf endliche Zeiten.

Ein spezielles Interesse haben diese Bemerkungen insofern, als sie uns die Möglichkeit erblicken lassen, die Lorentzsche Theorie dynamisch verständlich zu machen. Denn der ruhende Äther ergibt sich als Grenzfall, wenn man die Dichte des Äthers ins unendliche wachsen läßt.

Hrn. Wittes allgemeiner Einwand gegen mich richtet sich also als ein spezieller Einwand gegen die Vollständigkeit seines Unmöglichkeitsbeweises auf ihn zurück. Die Betrachtungen über Zustandsgrößen können ebensowenig wie diejenigen über den wahren Magnetismus die Möglichkeit einer dynamischen Theorie der elektromagnetischen Erscheinungen abschneiden.

Es sei mir in dieser Verbindung erlaubt, in wenigen Worten meinen allgemeinen Einwand gegen Unmöglichkeitsbeweise wie der Wittesche zu geben. Nehmen wir an, daß es gelungen sei, zu beweisen, daß die Maxwell-Lorentzsche Theorie keine mechanische Erklärung gestattet, und vielleicht hat Hr. Witte unter gewissen Voraussetzungen *diesen* Beweis geliefert. Daraus folgt aber nur, daß die Maxwell-Lorentzsche Theorie keinen dynamischen Sinn hat und weiter nichts. Man hat in Beweisen dieser Art kein Recht, Identitätszeichen zwischen einer bestimmten Theorie und den elektromagnetischen Erscheinungen zu setzen. Denn zwischen den Grenzen der Genauigkeit elektromagnetischer Versuche gibt es noch Platz für eine Unendlichkeit von Theorien neben der Maxwell-Lorentzschen. Die Riesenaufgabe wäre also, zu beweisen, daß es unter allen diesen keine einzige geben kann, welche mit den Prinzipien der Mechanik im Einklang stände.

Fügen wir noch hinzu, daß wir auch kein Recht haben, die Prinzipien der Mechanik als exakt richtig zu betrachten, sondern auch hier mit der Genauigkeitsgrenze von Versuchen und Beobachtungen rechnen müssen, so wachsen die Schwierigkeiten noch in unermeßlichen Maße an. Und doch behält die Aufgabe von den mechanischen Erklärungen, d. h. von der

Beschreibung der Erscheinungen, als ob sie auf Ortsveränderungen von Massen beruhen, seinen Sinn. Die Beschäftigung mit dieser Aufgabe kann immer noch zu den größten Fortschritten in der Lehre von den elektromagnetischen wie von den mechanischen Erscheinungen führen, ganz davon abgesehen, ob jemals das schließliche Ziel erreicht wird.

II. Der erste spezielle Einwand.

Hatte die Diskussion der allgemeinen Einwände ein gewisses Interesse, so hat das der speziellen noch keines dargeboten.

In betreff des ersten speziellen Einwandes¹⁾ liegt jetzt folgendes arme Resultat vor: Ich meinerseits habe nie behauptet, im Besitz einer mich befriedigenden Lösung des Problems von der Umkehrung der hydrodynamischen Kräfte zu sein. Jetzt hebt Hr. Witte seinerseits ausdrücklich hervor, daß sein erster spezieller Einwand keinen *Beweis* gegen die Möglichkeit einer solchen Umkehrung enthält.

III. Der zweite spezielle Einwand.

Es genüge in betreff dieses Einwandes²⁾ auf die Resultate aufmerksam zu machen, zu denen Hr. Witte gelangt. Sie werden für sich selbst reden.

Es handelt sich im allgemeinsten Falle um die Dynamik einer Flüssigkeit, welche mit gewissen genauer definierten gyrostatischen Eigenschaften versehen ist, und in welcher auch Stellen des radialen Ausströmens oder des radialen Einströmens (Quellen und Senken) vorkommen können. Von einem einzigen Punkte abgesehen, bestätigen die Witteschen Entwicklungen meine Resultate. Schließt man nämlich den Fall aus, daß Quellen und Senken vorkommen, so finden wir identisch dasselbe: das gyrostatische Medium gibt in bezug auf geometrische Eigenschaften direkte, in bezug auf Kraftwirkungen inverse Analogie mit dem elektromagnetischen Felde. Nur gibt es dann nichts, was der elektrischen Ladung (oder dem

1) l. c. p. 391—393.

2) l. c. p. 393—408.

isolierten Magnetpol) entspräche. Wenn aber auch Quellen und Senken hinzukommen, so finde ich, daß eine Kraft auftritt, entgegengesetzt gleich derjenigen, welche die Ladung (oder den Pol) angreift. Hr. Witte aber behauptet, daß hier die inverse Analogie unvollständig ist: diese letzte inverse Kraft „fehlt“.

Da die umstrittene Kraft nichts mit den gyrostatischen, sondern nur mit den gewöhnlichen Flüssigkeitseigenschaften zu tun hat, forderte ich Hrn. Witte auf, seine Entwicklungen auf diesen Spezialfall in Anwendung zu bringen. Er ist meiner Aufforderung in bereitwilligster Weise entgegengekommen, und gibt wieder als Resultat seiner Untersuchung an: die betreffende Kraft „fehlt“.

Seit 40 Jahren hat aber das Resultat Lord Kelvins unangefochten dagestanden, daß diese Kraft existiert. Sein allgemeiner Satz ist dieser: poröse, im Raum ruhende Körper, durch deren Kanäle die Flüssigkeit wirbelfrei zirkuliert, üben Kräfte aufeinander aus, entgegengesetzt gleich denjenigen permanenter Magnete.¹⁾ Eine experimentelle Verifikation dieses Resultates hat man im Versuch mit den rotierenden Zylindern.²⁾ Ein Spezialfall, auf den Kelvin selbst aufmerksam macht, ist folgender: Die durchströmten Körper seien zwei unendlich lange und unendlich dünne Röhren, von welchen nur die in der Endlichkeit befindlichen Enden in Betracht kommen; *diese Röhrenden sind Zentren radialen Ein- oder Ausströmens, und sie ziehen sich an oder stoßen sich ab mit einer Kraft, entgegengesetzt gleich derjenigen, welche magnetische Pole aufeinander ausüben.*

Nach Hrn. Wittes Meinung fehlt aber diese Kraft, und die Entwicklungen, die zu ihr führten, müssen unrichtig sein.

1) Lord Kelvin (Sir William Thomson): On the forces experienced by solids immersed in a moving liquid. Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, Februar 1870; Papers on Electrostatics and Magnetism p. 567—571. 1872; Mathematical and Physical Papers 4. p. 93 bis 97. 1910; On the motion of rigid solids in a liquid circulating irrotationally through perforations in them or in a fixed solid. Philosophical Magazine 1873 p. 332—345; Mathematical and Physical Papers 4. p. 101—114.

2) V. Bjerknes, Die Kraftfelder p. 147 (Die Wissenschaft, Heft 28). Braunschweig, Vieweg 1909.

Lord Kelvins Entwicklung wird nicht berücksichtigt; die meinige wird aber als ein „unzulässiges mathematisches Verfahren“ bezeichnet. Als Stellen, wo dieses Verfahren in Anwendung gebracht ist, wird auf die p. 124ff., 149 und 151 meines Buches hingewiesen. Sieht man nach, so findet man, daß es sich um sämtliche Stellen handelt, wo ich eine allgemeine analytische Ableitung der studierten Kraftfelderscheinungen gebe. Die an den beiden letzten Stellen p. 149 und p. 151 gegebenen Entwicklungen beziehen sich auch ganz richtig auf den Fall, wo die umstrittene Kelvinsche Kraft hervortreten soll. An der ersten Stelle, p. 124ff., handelt es sich dagegen *um die Ableitung der alten, rein hydrodynamischen Resultate meines Vaters*, und die „gewünschte“ oder „gewollte“ Kraft, deren Existenz somit Hr. Witte bestreitet, ist hier die bekannte Anziehung oder Abstoßung pulsierender Körper. Ich weiß nicht, ob dieser Hinweis mit Absicht oder durch Versehen mitgekommen ist. Es macht aber keinen Unterschied. Denn das Prinzip der Entwicklung ist in allen Fällen dasselbe. Ist es im einen Falle unrichtig, so ist es unrichtig auch im anderen, und es wird auch unrichtig, „unzulässig“, wenn die pulsierenden Körper im bekannten Versuche sich anziehen!

(Eingegangen 2. Juli 1910.)
