

Graphische Vergleichung der verschiedenen Aräometer - Scalen;

von Dr. J. Müller.

(Hierzu die Tafel.)

Ueber Aräometerscalen sind schon so viele treffliche Abhandlungen geschrieben worden, daß man dem Inhalt nach wohl den Gegenstand als erschöpft betrachten kann. Dennoch möchte es wohl Manchen nicht unangenehm seyn, ein *wissenschaftlich strenges* und dennoch *vollkommen populäres* Mittel zur Vergleichung der verschiedenen Scalen kennen zu lernen. Dieses Mittel soll jedoch nicht allein lehren die Angaben einer Aräometerscale auf die einer andern zu reduciren, denn dazu würden Vergleichungstabellen vollkommen hinreichen, sondern es soll den wissenschaftlichen Zusammenhang der verschiedenen Scalen ohne schwierige mathematische Betrachtungen nachweisen.

Unter allen Aräometerscalen gebührt unstreitig der Theilung des *Volumeters* von Gay-Lussac die erste Stelle, indem sie nicht allein vollkommen wissenschaftlich, sondern auch leicht ausführbar ist. Ein Hauptvorzug dieses Instrumentes ist die Gleichheit der Scalentheile. In Fig. 1 stelle die Linie MN eine solche Volumeterscale vor, welche von dem Theilstrich 70 bis zu 130 sich erstreckt. Der mit 100 bezeichnete Punkt dieser Scale ist bekanntlich derjenige, bis zu welchem das Instrument in reinem Wasser einsinkt. Bezeichnet man das in diesem Falle einsinkende Volumen mit G, so sind die einzelnen Theilstriche so ungeordnet, daß das Volumen eines zwischen zwei Theilstrichen liegenden Röhrenstücks $\frac{1}{100}$ G. ist.

Es ist bekannt, daß man das jedem Theilpunkt der Volumeterscale entsprechende spec. Gew. findet, wenn man die

dem Theilpunkt beistehende Zahl in 100 dividirt. Bezeichnen wir allgemein mit y das spec. Gew. einer Flüssigkeit, mit x die Zahl des Volumetergrades bis zu welchem das Instrument in dieselbe einsinkt, so ist

$$y = \frac{100}{x}$$

Nach dieser Formel ist es ungemein leicht, die den verschiedenen Theilpunkten der Scale entsprechenden spec. Gew. zu berechnen. Die Resultate dieser Rechnung für die von 5 zu 5 fortschreitenden Theilstriche sind in beistehendem Tafelchen enthalten.

Zahl der Theilstr.	Spec. Gew.	Zahl der Theilstr.	Spec. Gew.
70	1,428	100	1,000
75	1,333	105	0,952
80	1,250	110	0,909
85	1,176	115	0,869
90	1,111	120	0,833
95	1,052	125	0,800
100	1,000	130	0,769

Mit Hülfe dieser Zahlen ist nun die krumme Linie RST konstruirt, welche graphisch das Gesetz darstellt, welches zwischen den, den Theilstrichen der Volumeterscale beigeschriebenen, Zahlen und den entsprechenden spec. Gew. stattfindet. Die Kurve ist folgendermaassen konstruirt: In jedem der von 10 zu 10 fortschreitenden Theilpunkte der Linie MN ist ein Perpendikel errichtet und auf diesem eine dem entsprechenden spec. Gew. proportionale Länge aufgetragen. So ist z. B. die Länge des in 100 errichteten Perpendikels = 1'', das in 80 errichtete ist gleich 1,25'', das in 120 errichtete ist gleich 0,83'' u. s. w.

Es ist ganz gleichgültig, welche Längeneinheit man hier-

bei zu Grunde legt. Der Genauigkeit und Deutlichkeit wegen ist es jedoch gut, die Zeichnung in größerem Maassstab auszuführen. Um jedoch eine unnöthige Ausdehnung der Figur in der Richtung der Perpendikel (Ordinaten) zu vermeiden, kann man die Linie MN (Abscissenaxe) parallel mit sich selbst bis zum Punkt S verschieben, dessen Höhe über der alten Lage von MN der Längeneinheit gleich ist. In Fig. 2 ist die ganze Construction für die so verlegte Abscissenaxe ausgeführt. M'N' stellt die verlegte Abscissenaxe dar, auf welcher die Volumetertheilung angebracht ist.

Die Länge von 10 Volumetergraden ist in unserer Figur gleich 1'', also 5 Volumetergrade gleich 0,5''*). Von 5 zu 5 Volumetergraden sind Perpendikel errichtet.

Die Länge eines jeden dieser nach oben oder nach unten gezogenen Perpendikel beträgt gerade so viel Dezimalbruchtheile des Fusses, als das jedem Theilstrich nach obigem Täfelchen entsprechende spec. Gew. größer oder geringer ist als 1. Nach jenem Täfelchen entspricht dem Theilpunkt 75 der Volumeterscale ein spec. Gew. 1,333, deshalb ist das in 75 errichtete Perpendikel gleich 0,333'; das in 80 errichtete Perpendikel ist 0,25', weil das diesem Punkt entsprechende spec. Gew. 1,25 ist. Das dem Theilpunkt 115 entsprechende spec. Gew. ist 0,869, also 0,131 kleiner als 1, deshalb ist in dem Punkte 115 das nach unten gezogene Perpendikel 0,131' u. s. w.

Ohne einen für die Continuität der Kurve merklichen Fehler kann man dieselbe dadurch verzeichnen, daß man die Endpunkte der auf einander folgenden Perpendikel ohne weiteres durch gerade Linien verbindet. So ist z. B. Ra eine gerade Linie; eben so sind a und b, b und c u. s. w. durch gerade Linien verbunden.

Aus der Kurve RST läßt sich nun schon sehr deutlich

*) Alle Längen sind nach dem in Fig. 3 beigelegten Maassstab gemessen.

die Relation übersehen, welche zwischen den Volumetergraden und den spec. Gew. besteht. Die Kurve wird um so steiler, je mehr man sich dem unteren nach M' hin liegenden Theile der Volumeterscale nähert. Daraus geht klar hervor, daß die Differenz der beiden in 75 und 80 errichteten Perpendikel größer seyn muß als die Differenz der Perpendikel, welche in den eben so weit von einander liegenden Punkten 120 und 125 errichtet sind; oder allgemein: daß einer gleichen Anzahl Volumetergrade am untern Theile der Volumeterscale eine größere Differenz der spec. Gew. entspricht als am oberen Theile. Es geht auch daraus ferner hervor, daß, wenn die Theilpunkte der Scale gleichen Differenzen der spec. Gew. entsprechen sollten, die Entfernung zweier Theilstriche an dem oberen Theile der Scale größer seyn müßte als am untern.

Mit Hülfe der Kurve RST ist es nun sehr leicht eine solche Scale zu konstruiren, die Brisson mühsam durch eine Reihe fortgesetzter Wägungen und Schmidt durch eine sehr einfache geometrische, von dieser abweichende Construction zu Stande brachte, nach welcher man aber nicht so leicht das Verhältniß dieser Scale zur Volumeterscale übersehen kann.

Unsere Aufgabe, genauer bezeichnet, ist: diejenigen Punkte der Aräometerscale zu suchen, welche den spec. Gew. 1,4 — 1,35 — 1,3 — 1,25 u. s. w., von 5 zu 5 Proc. fortgehend, entsprechen. Mehrere der gesuchten Punkte fallen mit Punkten der Volumeterscale zusammen, nämlich die Volumeter-Punkte 80, 100 und 125, fallen mit den Punkten 1,25, 1 und 0,8 zusammen, die übrigen Punkte der neuen Theilung finden wir nun leicht auf folgende Weise: Auf irgend einem der Perpendikel, z. B. auf dem in 70 errichteten, ist eine Reihe von Punkten bezeichnet, von denen der erste 0,05', der folgende 0,1', der dritte 0,15' u. s. w. über $M'N'$ liegt. Zieht man von diesen Punkten wagerecht bis zur Kurve, so findet man die

der verschiedenen Aräometer-Scalen.

Punkte α , β , γ u. s. w. der Kurve, welche einem spec. Gew. 1,4, 1,35, 1,30 u. s. w. entsprechen. Um die Scalenpunkte zu finden, welche diese spec. Gew. angeben, hat man nur von α , β , γ , δ u. s. w. Perpendikel auf M' N' oder die damit parallele Linie A B zu fällen. Auf diese Weise ist die ganze auf A B verzeichnete Scale, welche unmittelbar die spec. Gew. angibt, konstruirt. Sie gibt die spec. Gew. von 5 zu 5 pC.

Man sieht, wie die Abtheilungen nach dem obern Ende der Scale hin wachsen. Um die Zwischenpunkte für die einzelnen Hundertel des spec. Gew. zu finden, kann man ohne merklichen Fehler jede einzelne Abtheilung nur in fünf gleiche Theile theilen.

Um die Scale von Tralles für Volumenprocente des Alkohols zu konstruiren, muß jedenfalls vorher ermittelt seyn, wie groß das spec. Gew. eines Weingeist's ist, der eine bestimmte Menge Volumenprocente reinen Alkohols enthält. Die dazu nöthigen Zahlen sind in dem folgenden Täfelchen enthalten:

<i>Volumenprocente d. Alkohols.</i>	<i>Spec. Gew.</i>
1,00	0,793
0,90	0,828
0,80	0,857
0,70	0,883
0,60	0,908
0,50	0,930
0,40	0,950
0,30	0,965
0,20	0,976
0,10	0,985
0,00	1,000.

Mit Hülfe dieser Zahlen und unsrer Kurve ist es nun sehr leicht die Scale für Volumenprocente des Alkohols zu zeichnen. Auf einem der Perpendikel (in unsrer Figur auf dem zum Theilstrich 130 der Volumeterscale gehörigen Per-

pendikel N'T trägt man die Punkte auf, welche den in dem letzten Täfelchen angegebenen spec. Gew. entsprechen. *) Zieht man durch diese Punkte wagerechte Linien bis zum Durchschnitt mit der Kurve, und von diesen Durchschnittspunkten Perpendikel auf M' N' oder eine damit parallele Linie CT, so hat man die verlangte Scale nach Tralles.

Nach denselben Prinzipien liefse sich auch mittelst unsrer Kurve die Relation zwischen der Volumethertheilung und der Beaumè'schen Scale, so wie allen anderen, nachweisen, was hier nur angedeutet werden soll.

Beaumè nimmt außer dem Wasserpunkt, als einen zweiten fixen Punkt, denjenigen an, bis zu welchem das Aräometer in einer Salzlösung einsinkt, welche 1 Theil Kochsalz auf 9 Theile Wasser enthält. Eine solche Lösung hat ein spec. Gew. von 1,074. Es ist nun leicht zu finden, wo dieser Punkt auf die Volumeterscale zu liegen kommt; man mache $M'L = 0,074'$, ziehe LO parallel mit M'N', und falle von O ein Perpendikel auf M' N' oder die damit parallele EF. Der so gefundene Punkt P ist der zweite fixe Punkt der Beaumè'schen Scale. Der Raum zwischen P und dem Wasserpunkt ist in 10 gleiche Theile (Grade) getheilt, und diese Theilung auch jenseits der beiden fixen Punkte fortgesetzt; (in unsrer Figur sind diese von 5 zu 5 Grad bezeichnet). Für Flüssigkeiten, die schwerer sind als Wasser ist der Wasserpunkt mit 0 bezeichnet, und die Grade nach unten gezählt. Für leichtere Flüssigkeiten aber ist der Wasserpunkt mit 10 bezeichnet und die Grade werden nach oben gezählt. Das jedem Beaumè'schen Grad entsprechende spec. Gew. läßt sich leicht mit Hülfe unsrer Figur bestimmen. Um z. B. das dem 40ten Grade

*) Die spec. Gew. dieser Tafel sind um 0,008, 0,024, 0,035 u. s. w. kleiner als 1, man trägt deshalb auf N'T Punkte auf, die 0,008, 0,024, 0,035 u. s. w. Fuß unter M' N' liegen.

der Scale für schwere Flüssigkeiten entsprechende spec. Gew. zu finden, ziehe man nur durch den Punkt 40 ein Perpendikel auf EF und messe wie hoch der Durchschnittspunkt dieses Perpendikels mit der Kurve über M' N' liegt; man wird finden 0,375'; daraus folgt, daß das diesem Punkt entsprechende spec. Gew. ist 1,375.

Ein durch den Punkt 30 der Beaumè'schen Scale für leichte Flüssigkeiten gezogenes Perpendikel schneidet die Kurve in einem Punkt, der 0,117 Fufs unter M' N' liegt, deshalb ist das diesem Punkte entsprechende spec. Gew. $1 - 0,117 = 0,883$.

Wenn die Zeichnung mit gehöriger Sorgfalt auf einem aufgespannten Papierbogen etwa doppelt so groß wie unsere Figur 2 ausgeführt wird, so ist sie sehr geeignet eine klare Uebersicht aller Aräometerscalen zu geben.

Der größeren Deutlichkeit wegen wird es dann gut seyn, die Constructionslinien für die verschiedenen Scalen mit verschiedenen Farben zu ziehn. Etwa schwarz, die in unserer Figur starken Linien, mit Zinnoberroth die Constructionslinien für die Scale der spec. Gew., welche in unserer Figur durch feine Linien ausgezeichnet sind; blau die Constructionslinien für die Scale nach Tralles (in unsrer Figur punktirt); grün für die Beaumè'sche Scale u. s. w.

