

**IV. Ueber die Veränderung der Tonhöhe bei  
Bewegung eines tönenden Körpers;  
von Dr. H. C. Vogel.**

---

**I**m Sommer 1875 bot sich mir Gelegenheit einige Versuche über die Aenderung der Tonhöhe durch Bewegung anzustellen, die ich im Folgenden mir mitzutheilen erlaube. Es ist bekannt und leicht zu beobachten, daß wenn man sich einer Tonquelle mit einigermaßen beträchtlicher Geschwindigkeit nähert, die Tonhöhe sich ändert und zwar erhöht, bei Entfernung der Tonquelle dagegen sich vermindert. Dasselbe findet statt, wenn sich die Tonquelle auf den stillstehenden Beobachter zu oder von ihm weg bewegt. Sehr häufig hat man Gelegenheit derartige Beobachtungen auf einem Eisenbahnzug zu machen, wo der wegen der großen Geschwindigkeit sehr beträchtliche Tonabfall des Pfeiftones einer vorbeifahrenden Locomotive oder des Glockentones der zufällig beim Vorbeifahren anschlagenden Läutewerke, wohl selbst dem in musikalischer Beziehung ungebtesten Ohre auffallen muß.

Bekanntlich hat Doppler<sup>1)</sup> zuerst eine Theorie dieser Erscheinung gegeben, welche durch die Versuche Buijs Ballot's<sup>2)</sup> auf der Eisenbahn zwischen Utrecht und Maarsen in soweit bestätigt wurde, als aus den Beobachtungen hervorging, daß stets bei Annäherung der Tonquelle der Ton höher, bei Entfernung tiefer wurde und zwar war der Unterschied der Tonhöhen um so beträchtlicher, je größer die Geschwindigkeit der Bewegung war.

Die Doppler'sche Theorie hat besonders in Petzval einen Gegner gefunden, welcher seine Ansichten in mehreren Abhandlungen, die sich in den Sitzungsberichten der Wiener Akad. der Wissensch.<sup>3)</sup> befinden, niedergelegt

1) Ueber das farbige Licht der Doppelsterne usw. Prag 1842.

2) Pogg. Ann. Bd. LXVI, S. 321.

3) VIII und IX.

hat. Es hat sich ferner Mach<sup>1)</sup>, auf Doppler's Seite stehend, bemüht, durch einige akustische Versuche die Theorie zu stützen und endlich hat van der Willigen in einer längeren Abhandlung<sup>2)</sup> seine Ansichten dargelegt, die den Doppler'schen entgegen sind, aber auch mit Petzval nicht im Einklange stehen.

Weit entfernt mich in den sehr gelehrten Streit einlassen zu wollen, bei welchen man im Eifer des Gefechtes wohl etwas zu weit gegangen ist, indem man sich bemüht hat alle möglichen Fehler zu ersinnen die bei den Beobachtungen sollen begangen worden seyn, weil jene Beobachtungen leider nicht mit der Ansicht übereinstimmen wollen, die man von der Sache sich gebildet hat, erlaube ich mir nur zu bemerken, daß meines Darfürhaltens die folgenden Versuche zu Gunsten der Doppler'schen Theorie sprechen<sup>3)</sup>.

1) Pogg. Ann. Bd. 112; Schlömilch's Zeitschrift f. Math. u. Phys. (1873). Pogg. Ann. Bd. 116.

2) *Archives Musée Teyler*, vol. III, fasc. 4.

3) Ich bin von verschiedenen Seiten aufgefordert worden, etwas auf die Angriffe zu erwidern, welche van der Willigen auf alle diejenigen Spectralanalytiker ausgeführt hat, die sich mit Untersuchungen über die Bewegung der Sterne, durch Verschiebung der Fraunhofer'schen Linien in den Spectren derselben befaßt haben, halte das aber für durchaus überflüssig. Der, dem die Sache am Herzen liegt, wird sich leicht ein Urtheil bilden können, ob jene Fehler, von welchen van der Willigen vermuthet, daß sie begangen wurden, nicht von jedem nur einigermaßen vorsichtigen Beobachter hätten gefunden und beachtet werden müssen. Ich glaube, es dürfte die Annahme, daß Hr. van der Willigen mit seiner Deutung der Beobachtungen irrt, noch lange nicht so wunderbar erscheinen, als wenn man mit ihm behaupten wollte, verschiedene Beobachter, die zu verschiedenen Zeiten Untersuchungen mit ihren Instrumenten ausführten, sind deshalb nur zu ein und demselben Resultate gekommen, weil der Spalt ihres Spectroskops nicht ganz genau im Brennpunkt des Fernrohrs gestanden hat und zwar bei den Instrumenten beider Beobachter zu den verschiedenen Beobachtungszeiten, um dieselbe Größe und in demselben Sinne.

Die Untersuchungen über die Bewegung der Sterne gehören übrigens zu den schwierigsten und sollten sich nur Beobachter mit reifer

Die von Doppler zunächst für Tonquellen aufgestellten Formeln möchte ich allerdings nur als Näherungsgesetze ansehen, welche nur für verhältnißmäßig geringe Geschwindigkeiten (im Vergleich zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls) Geltung haben, welche aber — mit diesen Beschränkungen — auch ohne Weiteres auf Lichtquellen zu übertragen seyn dürften, wie das von Huggins und mir geschehen ist, indem wir aus den Beobachtungen geringer Verschiebungen gewisser Linien in den Spectren von Sternen gegen die Linien in den Spectren ruhender Lichtquellen, auf eine Annäherung oder Entfernung der Sterne geschlossen haben (*Proceeding of the royal Society* No. 136, 1872; *Astron. Nachrichten* No. 1963). Sehr auffallende Verschiebungen von Spectrallinien sind bekanntlich von den verschiedensten Beobachtern in den Spectren der Protuberanzen gesehen worden und auch hier scheint die Vermuthung berechtigt, daß dieselben in Folge der sehr erheblichen Geschwindigkeiten, welche die dem Sonneninnern entströmenden Gasmassen besitzen, entstehen. Auch führen die aus dem Betrage der Verschiebungen der Linien, der Wellenlänge und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit

Erfahrung und längerer Uebung an dieselben wagen, da sonst leicht der Fall eintreten kann, daß eine beabsichtigte Bereicherung der Wissenschaft nicht erzielt wird, sondern die Beobachtungen nur Belege dafür geben, daß die Beobachter nicht mit genügender Vorsicht zu Werke gegangen sind, sey es in Bezug auf die Justirung der Instrumente, sey es in Bezug auf Beachtung der obwaltenden Umstände, Güte der Luft u. dergl. Einen solchen Eindruck haben mir einige in der neueren Zeit veröffentlichte Beobachtungen über diesen Gegenstand gemacht. — Gerade bei so feinen Beobachtungen sollte man sich bewußt werden, daß man nicht durch eine große Anhäufung mittelmäßiger Beobachtungen, sondern lediglich durch die Güte und Gediegenheit jeder einzelnen, dem Resultate Werth verleiht.

Beobachtungen des Nichtcoincidirens von hellen Protuberanzlinien mit den dunklen Linien des *Sonnenspectrums* sind oft leicht und mit geringeren Hülfsmitteln zu machen und ich glaube, wenn Hr. van der Willigen sich nur die Mühe geben wollte, das Spectrum der Protuberanzen öfters zu untersuchen, er würde bald die Erklärung der Erscheinung nicht mehr in instrumentalen Unvollkommenheiten oder in Unachtsamkeiten der Beobachter suchen.

des Lichtes nach den Doppler'schen Formeln berechneten, im Visionsradius gelegenen Componenten der Geschwindigkeit, durchaus zu keinen unwahrscheinlichen Resultaten, sondern im Gegentheil zu Geschwindigkeiten, welche sehr gut mit denen auf anderen Wegen abgeleiteten im Einklange stehen.

Die Anwendung, welche Doppler von seiner Theorie auf die Farbe der Fixsterne gemacht hat, ist in der oben citirten Abhandlung von Buijs Ballot<sup>1)</sup> so einfach und klar widerlegt, daß darüber wohl nichts mehr zu sagen seyn dürfte.

### I. Beobachtungen.

Bei den hier mitzutheilenden Beobachtungen, welche im Wesentlichen den von Buijs Ballot ähnlich sind, war ich bestrebt mit der größtmöglichen Schärfe die Veränderung der Tonhöhe zu bestimmen, welche durch Annäherung oder Entfernung des tönenden Körpers hervorgebracht wird. Buijs Ballot hat bei seinen Untersuchungen sich einer Locomotive bedient, auf welcher Beobachter und Musiker sich befanden, längst des Bahnkörpers ebenfalls Beobachter und Musiker placirt und nach einem vorher festgesetzten Plane sowohl von der Locomotive, als von mehreren Stationen aus mit Klapphörnern und Signaltrompeten blasen lassen, so daß gleichzeitig bei einer Fahrt Tonveränderungen durch Bewegung der Tonquelle, wie auch durch Bewegung des Beobachters gegen eine ruhende Tonquelle, ermittelt werden konnten. Bei diesen Beobachtungen sind 14 Personen in steter Wirksamkeit gewesen.

Die Beobachtungen haben, wie schon erwähnt, ergeben, daß die Tonerhöhung oder Erniedrigung stets im Sinne der Doppler'schen Theorie erfolgte, in Bezug auf die Größe der Veränderungen des Tones herrschte jedoch noch eine beträchtliche Unsicherheit. Es konnten nur Schätzungen der Veränderungen vorgenommen wer-

1) A. a. O. S. 345.

den, die bei einem guten Musiker bei ruhiger Beobachtung immerhin einen sehr beträchtlichen Grad von Genauigkeit erreichen können, aber durch die bei den Versuchen obwaltenden Verhältnisse nur von sehr geringer Sicherheit gewesen sind. Buijs Ballot sagt selbst darüber: „Wenn daher auch ein musikalisches Ohr bei ruhiger Beobachtung noch ein Komma kleiner als  $\frac{89}{91}$  zu unterscheiden vermag, so wird doch Keiner sich wundern, wenn ich sage, daß es unter obigen Umständen kaum möglich war den Unterschied bis auf ein Achtel- oder Viertelton zu bestimmen“ (a. a. O. S. 329) und weiter: „Die Schätzungen der Musiker sind in Achtel-, selten nur in Sechszehnteltönen angegeben; einige haben nicht anders aufgezeichnet als: nahe  $\frac{1}{2}$  mehr, mehr als  $\frac{1}{2}$  oder  $\frac{1}{4}$  usw.“ (a. a. O. S. 331).

Ein Hauptübelstand bei den Versuchen war der, daß die Instrumente, obwohl vorher gut mit einander gestimmt, doch auf die Dauer ihre Stimmung nicht beibehielten. Ferner waren die Töne schwach und wurden in der Nähe durch das Geräusch der Locomotive übertönt.

„Das erwähnte Geräusch war am 3. Juni, wo ich noch die etwas schwächeren Klapphörner anwandte, mehrmals Ursache, daß der kommende Ton, der doch nicht allein der höhere, sondern auch der stärkere seyn sollte, gar nicht vernommen wurde“ (329). Da die Töne eben nur auf geringe Entfernungen zu hören waren und die Beobachter sich in einer Entfernung von 1 bis 2 Meter vom Schienengeleise befinden mußten, war die Bewegung der Locomotive gegen den Beobachter während der Bestimmung des Tones eine ungleichförmige und in Folge dessen der Ton nicht constant. Nicht zu Gunsten der Genauigkeit der Beobachtungen spricht ferner der Umstand, daß die Zeit zur Auffassung des Tones nur eine überaus kurze gewesen ist, „man kann den Ton (sagt Buijs Ballot) nur aus einer Entfernung von etwa 50 Meter vernehmen, und da er bei 20 Meter bereits merklich abzunehmen anfängt, so hat man nur eine Secunde (wenn die Geschwindigkeit 25 Meter

beträgt) um die Höhe des kommenden Tones wahrzunehmen, während noch dazu ein Geräusch anderen Ursprungs die reine Beobachtung beeinträchtigt.“

## 1.

Ich habe mich ebenfalls einer Locomotive bedient, bin aber bestrebt gewesen, die oben angeführten Uebelstände der Buijs Ballot'schen Versuche möglichst zu umgehen, indem ich erstens als Tonquelle die Dampfpeife der Locomotive benutzte, deren Ton auf sehr große Entfernung zu hören war, zu dessen Bestimmung daher genügende Zeit verblieb, ferner die Veränderung des Tones nicht durch Schätzungen, sondern durch Messungen festzulegen suchte.

Die ersten vier Versuche wurden auf einer vollkommen geradlinigen Strecke der Cöln-Mindener Bahn ausgeführt und zwar waren als Anfangs- und Endpunkt die Kilometersteine 255,9 und 252,3 ausgesucht worden. Als Beobachtungsstation diente die Wärterbude bei 253,656 Kilometer.

Selbstverständlich holte die Locomotive sehr weit aus, um in der soeben angegebenen Strecke, mit möglichst gleichförmiger Geschwindigkeit zu fahren. Der Locomotivführer hatte den Auftrag in dem Momente, wo die Maschine die Anfangsstation passirte, die Dampfpeife schnell und voll zu öffnen, bei der Endstation ebenso zu schließen und ferner darauf zu achten, daß die Dampfspannung im Kessel möglichst constant blieb. Die Aufgabe des Führers war durchaus keine leichte und angenehme, seine große Bereitwilligkeit und Exactheit hat viel zum Gelingen der Versuche beigetragen und nicht jeder würde das auf die Dauer unerträglich werdende Geräusch, welches die Dampfpeife für den auf der Locomotive befindlichen hervorbringt, mit solcher Gelassenheit 3 bis 4 Minuten lang ertragen haben, denn ich hatte gewünscht, einmal um genügende Zeit zur Auffassung des Tons zu erhalten, dann aber um sicher zu seyn, daß der Ton constant blieb

und nicht durch eine etwas andere Stellung des Hahnes der Pfeife verändert würde, während der ganzen Fahrt die Pfeife offen zu lassen.

Die Reinheit des Tones liefs bei den meisten Versuchen nichts zu wünschen übrig, wenn die Locomotive nicht zu nahe war. Bei voller Oeffnung des Hahnes war derselbe nahe c.

## 2.

Bei den ersten drei Versuchen dienten die Momente, wo das weisse Dampfwölkchen der Pfeife entströmte und wo es plötzlich wieder verschwand (welche ich von der Station aus mit einem Fernrohr beobachtete) zur Bestimmung der Geschwindigkeit, bei den ferneren Versuchen ist ausserdem noch die Zeit auf der Locomotive beobachtet worden und bei allen Versuchen das Zeitmoment, wo die Locomotive die Station passirte.

Da jedoch aus den ersten Versuchen zu ersehen war, daß die Geschwindigkeit in den beiden Theilen der Strecke — von der Anfangsstation zur Beobachtungsstation und von dieser zur Endstation — ungleich war, ist eine Fahrt auf der Locomotive gemacht worden, bei welcher die Zeit des Passirens bei den einzelnen Kilometersteinen aufnotirt worden ist. Aus diesen Beobachtungen habe ich durch graphische Ausgleichung folgende Geschwindigkeiten abgeleitet:

Kilometer- steine	Geschwin- digkeit	Kilometer- steine	Geschwin- digkeit
255,9	15,0 Meter	253,9	19,2 Meter
7	16,2 "	7	19,3 "
5	17,1 "	5	19,3 "
3	17,7 "	3	19,3 "
1	18,3 "	1	19,3 "
254,9	18,8 "	252,9	19,4 "
7	19,1 "	7	19,4 "
5	19,1 "	5	19,4 "
3	19,2 "	3	19,4 "
1	19,1 "		

Da diese Probefahrt in Bezug auf die Zeit, in welcher die ganze Strecke zurückgelegt wurde, sowohl als auch in Bezug auf die Zeit, in welcher jeder durch die Beobachtungsstation begränzte Theil der Strecke durchlaufen wurde <sup>1)</sup>, so genau im Verhältniß zu den anderen Beobachtungen (s. w. u.) steht, wüßte ich keinen Grund, für diese Beobachtungen ein anderes Gesetz des Zuwachses der Geschwindigkeiten anzunehmen, als das durch die obigen Zahlen bestimmte.

Die letzten vier Versuche wurden auf einer nur 0,5 Kilometer langen horizontalen Strecke im Mindener Bahnhof mit derselben Borsig'schen Schnellzugsmaschine ausgeführt, welche aber langsam fuhr, um die Abhängigkeit der Tonänderung von der Geschwindigkeit zu ermitteln. Bei diesen Versuchen wurde ferner der an der Dampfpeife befindliche Hahn nicht ganz geöffnet, wodurch ein tieferer, ebenfalls schöner und reiner Ton entstand. Hier wurden die Geschwindigkeiten durch die Beobachtung der Zeiten von der Station sowie von der Locomotive aus ermittelt, sie sind innerhalb der kleinen Strecke als constant anzunehmen.

### 3.

Zur Bestimmung der Tonhöhe und der Veränderung derselben diente eine Stimmgabel von R. König in Paris und eine Violine, deren Hals ich zuvor mit einer Theilung versehen hatte. Die Saiten der Violine wurden genau nach der Stimmgabel abgestimmt, möglichst oft während der Beobachtungen mit derselben verglichen und bei einer bemerkbaren Differenz sofort corrigirt. Die Versuche haben wesentlich an Werth dadurch gewonnen, daß Hr. Musikdirector Baron v. Kaulbars die Freundlichkeit hatte sich

- 1) Dauer der Probefahrt      3<sup>m</sup> 13<sup>s</sup>,1  
 1. Strecke durchlaufen in 2<sup>m</sup> 3<sup>s</sup>,4  
 2.        „                        „      1<sup>m</sup> 9<sup>s</sup>,7.

Es möge gleich hier erwähnt werden, daß die Locomotive nur in ein und derselben Richtung schnell fahren konnte.



an den Beobachtungen zu betheiligen. Durch seine Gabe die Töne sehr schnell aufzufassen und auf der Violine anzugeben, sowie überaus kleine Tondifferenzen noch sicher zu erkennen, wurde es möglich, die Zahl der Beobachtungen sehr zu vermehren und ihnen einen Grad von Sicherheit zu geben, den ich von vornherein gar nicht erwartet hatte. Mit Hülfe eines passend geschnittenen Holzstückes mit scharfer Schneide wurden die Töne der Dampfpeife der kommenden, gehenden oder in Ruhe befindlichen Locomotive, durch Niederdrücken der *a*- und *e*-Saite der Violine an passender Stelle, und durch jedemaleige Ablesung an der auf dem Halse derselben angebrachten beliebigen Theilung bestimmt. Ich habe diese Ablesungen stets selbst ausgeführt. Es zeigte sich, daß die Theilung, deren Striche etwa 5 Mm. von einander entfernt waren, der Feinheit des Gehörs des Musikers nicht entsprach, indem meist die Bestimmung eines Tones innerhalb eines Zehntels der Theilung gelegen war; es entspricht das — wie aus dem Folgenden ersichtlich ist — einer Genauigkeit in der Bestimmung der Schwingungszahl, die noch nicht  $\frac{1}{500}$  ihres Werthes beträgt.

Um aus den Ablesungen an der Theilung die Schwingungszahl des beobachteten Tones finden zu können, sind nach Beendigung der Fahrten folgende Beobachtungen ausgeführt worden. Mit Zugrundelegung der schon erwähnten Stimmgabel von R. König in Paris, welche  $\bar{c}$  gab (512 ganze Schwingungen), wurden für die Töne der chromatischen Tonleiter, sowohl auf der *a*- als auf der *e*-Saite der Violine, die Ablesungen an der Theilung gemacht und zwar war der Musiker bestrebt die Töne der Tonleiter nach gleichschwebender Temperatur anzugeben, außerdem wurden aber auch von *c* als Grundton aus, reine Quinten, Quarten und Terzen angegeben.

Aus diesen Beobachtungen, welche — wie bei dem geübten Musiker zu erwarten war — eine sehr erfreuliche Uebereinstimmung unter einander zeigten, habe ich nun durch graphische Ausgleichung folgende Tabelle abgeleitet

und berechnet, zu welcher noch zu bemerken ist, daß die Schwingungszahlen sich auf den Ton der Locomotive beziehen, der wie schon erwähnt an der Gränze der drei und vier gestrichenen Octave gelegen war. Es dürfte hierbei bemerkt werden, daß der Ton der Locomotive auf der *e*-Saite stets durch den *eine* Octave, auf der *a*-Saite durch den *zwei* Octaven tiefer liegenden Ton bestimmt worden ist.

Theilstriche.		Schwingungs- Zahlen
a-Saite	e-Saite	
24,5	11,7	2298,8
25,2	12,2	2265,9
26,0	12,8	2233,4
26,7	13,3	2201,4
27,5	13,9	2169,8
28,2	14,5	2138,7
29,0	15,1	2108,0
29,8	15,7	2077,8
c 30,6	16,3	2048,0
31,4	16,9	2018,7
32,2	17,5	1989,7
33,0	18,1	1961,2
33,8	18,7	1933,1
34,6	19,3	1905,4
35,4	20,0	1878,1
36,2	20,6	1851,2
37,1	21,3	1824,6
37,9	21,9	1798,4
38,7	22,6	1772,2
39,5	23,3	1747,2
40,4	24,0	1722,2
	24,7	1697,5
	25,4	1673,2
	26,1	1649,2
	26,8	1625,5
	27,5	1602,2
	28,3	1579,2
	29,0	1556,6
	29,8	1534,3.

Anmerk. Die fettgedruckten Zahlen entsprechen den Tönen der chromatischen Tonleiter.

## 4.

Da wie schon oben erwähnt, die Geschwindigkeit der Locomotive bei den ersten vier Versuchen nicht constant war, ist es nicht gleichgültig in welchem Theile der Strecke der Ton bestimmt wurde; ich theile daher den Verlauf der Beobachtungen etwas näher mit. Mehrere Secunden nach dem Aufsteigen des weissen Dampfwölkchens (in dem Momente wo die Maschine die Anfangsstation passirte) war der Ton äußerst schwach hörbar, er wurde allmählich stärker und wiederholt ist anfänglich ein geringes Höherwerden des Tones beobachtet werden. Eine Minute nach Passirung der Anfangsstation war der Ton sehr kräftig und wurde derselbe nun wiederholt auf die oben beschriebene Weise mit Hülfe der Violine fixirt, bis nach Verlauf von etwa  $\frac{3}{4}$  Minuten der Ton zu kräftig geworden war, um noch genau bestimmt werden zu können. Die Wärterbude, in welcher wir uns befanden, wurde nun geschlossen, um das Ohr des Beobachters durch das starke Getöse der vorbeieilenden Maschine und der Pfeife nicht abzustumpfen, bis nach Verlauf von  $\frac{1}{4}$  Minute nach Passirung der Beobachtungsstation, der Ton wieder schwach genug geworden war, um genau aufgefaßt werden zu können; es wurden die Tonbestimmungen auf der zweiten Strecke etwa  $\frac{3}{4}$  Minuten fortgesetzt. In der Zeit, in welcher dieselben ausgeführt wurden, ist eine merkliche Tonveränderung nicht wahrgenommen worden und in der That sind die Geschwindigkeiten der Locomotive in diesen Theilen der durchlaufenen Strecke nur sehr geringen Veränderungen unterworfen gewesen, während in dem ersten Theil der Strecke die Geschwindigkeit — entsprechend dem öfters beobachteten Höherwerden des Tones — noch sehr stark zunahm.

Kilometer- steine	Zeit sec.	Geschwindigkeit
255,9	0,0	15,0 bis 18,8 Meter.
255,4	31,5	
254,9	58,0	
254,4	84,3	18,8 bis 19,2 Meter.
253,9	110,4	
		Zeit der Tonhöhenbestimmung in der ersten Strecke.
253,4	136,4	19,2 bis 19,4 Meter.
252,9	162,3	
252,4	188,0	
		Zeit der Tonhöhenbestimmung in der zweiten Strecke.

## 5.

## 1. Versuch. August 7, 1875.

Anfangspunkt:	Kilometerstein	255,900	<i>A</i>
Beobachtungsstation:	"	253,656	<i>B</i>
Endstation:	"	252,300	<i>E</i>
Temperatur 26°,5 C., Barometerstand 0 <sup>m</sup> ,7539;			
Dunstdruck 0 <sup>m</sup> ,0118.			

	Zeiten	Ablesungen an der Theilung der Violine (Mittel)
<i>A</i>	10 <sup>h</sup> 45 <sup>m</sup> 8 <sup>s</sup>	29,5 <i>a</i> -Saite
<i>B</i>	47 16	
<i>E</i>	48 28	36,0

Der Ton der Pflöfe wurde bei stehender Locomotive zu 32,8 Scalentheile bestimmt. Bei diesem Versuche wehte ein sehr schwacher Wind, dessen Richtung etwa 10° bis 15° gegen die vollkommen gerade Eisenbahnstrecke betrug, die in der letzteren gelegene Componente des Windes bewegte sich in demselben Sinne wie die Locomotive.

2. Versuch. Wie beim ersten Versuch; der Wind war etwas stärker geworden, Richtung wie am Vormittag. Temperatur 28°,3 C.

	Zeiten	Mittel der Ablesungen
<i>A</i>	4 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> 27 <sup>s</sup>	14,9 <i>e</i> -Saite
<i>B</i>	38 30	
<i>E</i>	39 39	20,0

Bei stehender Locomotive Tonhöhe: 17,4.

## 3. Versuch. Wie beim vorhergehenden.

	Zeiten	Mittel der Ablesungen
A	4 <sup>h</sup> 51 <sup>m</sup> 18 <sup>s</sup>	} 29,4 a-Saite
B	54 10	
C	55 35	
		} 34,4

## 4. Versuch. Wie beim vorhergehenden. Wind sehr schwach.

	Zeiten	Mittel der Ablesungen
A	5 <sup>h</sup> 11 <sup>m</sup> 7 <sup>s</sup>	} 27,1 a-Saite
B	13 10	
C	14 18	
		} 32,9.

Der Ton der Pfeife war bei diesem Versuche nicht besonders rein, vorzüglich im Anfang der Fahrt, er schwankte zuweilen merklich und intermittirte, wahrscheinlich in Folge von Verstopfungen durch Wasser im Dampfrohr der Pfeife.

5. Versuch. Dieser und die folgenden Versuche sind ebenfalls am 7. August ausgeführt worden und zwar auf einer Strecke von 0,500 Kilometer. Während auf der großen Strecke, auf welcher die ersten Versuche ausgeführt wurden, die Locomotive mit möglichster Schnelligkeit fuhr und deshalb nur immer in einer Richtung sich bewegen durfte, war es bei diesem und den folgenden Versuchen, wo sich die Maschine nur mit geringer Geschwindigkeit bewegte, gestattet, mit und gegen den Wind zu fahren, welcher letzter jedoch fast ganz unmerklich geworden war.

Dauer der Fahrt	Mittel der Ablesungen
1 <sup>m</sup> 4 <sup>s</sup> ,5	a-Saite } 33,5 Ankommend
	} 36,5 Wegfahrend.

Die Locomotive bewegte sich gegen den Wind.

## 6. Versuch.

Dauer der Fahrt	Mittel der Ablesungen
58 <sup>s</sup> ,0	a-Saite } 33,5 Ankommend
	} 36,7 Wegfahrend.

Locomotive mit dem Winde. Schöner reiner Ton, sehr sichere Bestimmung. Ton in der Ruhelage 35,1.

## 7. Versuch.

Dauer der Fahrt

Mittel der Ablesungen

66<sup>s</sup>,0

e-Saite

{	22,2	Ankommend
	24,2	Wegfahrend.

Locomotive gegen den Wind. Ebenfalls sehr schöner, reiner Ton.

## 8. Versuch.

Dauer der Fahrt

Mittel der Ablesungen

66<sup>s</sup>,5

e-Saite

{	26,0	Ankommend
	28,0	Abgehend.

Locomotive mit dem Winde. Sehr schöner Ton, leicht und sehr sicher zu bestimmen.

Wie schon oben erwähnt, ist bei den letzten vier Versuchen die Dampfpeife nie ganz geöffnet worden, da sich ergeben hatte, daß der Ton dann reiner und schöner wurde.

## II. Resultate aus den Beobachtungen.

Bezeichnet  $c$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft,  $v$  die Geschwindigkeit des tönenden Körpers, wenn der Beobachter in Ruhe ist, oder die Geschwindigkeit, mit der sich der Beobachter gegen die ruhende Tonquelle bewegt,  $n_0$  die Schwingungszahl des Tones der ruhenden Tonquelle, so ist nach Doppler:

1. Bei bewegter Tonquelle die an einen ruhenden Ort ankommende Schwingungsmenge

$$= n_0 \frac{c}{c \mp v},$$

wo das negative Zeichen für die Orte gilt, denen sich der tönende Körper nähert, das positive Zeichen für die, von denen er sich entfernt.

2. Wenn andererseits der Beobachter sich gegen das ruhende tonerzeugende Instrument bewegt, so wird die Zahl der wahrgenommenen Schwingungen seyn:

$$= n_0 \frac{c \pm v}{c}.$$

In jedem Falle wird also die Schwingungsmenge, die das Ohr erhält, beim Annähern von Beobachter und Tonquelle größer, beim Entfernen kleiner werden, der Ton sich also im ersten Falle erhöhen, im zweiten Falle erniedrigen.

Ich habe nun die vorstehenden Versuche, bei welchen die Tonquelle in Bewegung, der Beobachter in Ruhe war, mit Zugrundelegung der Formel 1 berechnet und weiter unten die Resultate in möglichst übersichtlicher Form zusammengestellt.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles habe ich nach der Formel:

$$c = 332,77 \sqrt{\frac{1 + 0,003665 t}{1 - 0,3770 \frac{\pi}{H}}} \text{ Meter,}$$

wo  $t$  die Temperatur,  $\pi$  den Dunstdruck,  $H$  den Barometerstand (beides in Meter ausgedrückt) bezeichnet.

Die Zahl 332,77 Meter d. i. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles bei trockner Luft von  $0^\circ$  und bei  $0^m,760$  Barometerstand, ist von Schröder van der Kolk<sup>1)</sup> aus den besten experimentellen Bestimmungen dieses Werthes von Moll und van Beek im Jahre 1823 berechnet worden und wohl als der sicherste jetzt bekannte Werth anzusehen.

Aus den bei den Beobachtungen gemachten Angaben über Temperatur, Barometer und Dunstdruck ergibt sich für den am Vormittag angestellten Versuch  $c = 349,59$  Meter, für die am Nachmittag des 7. August ausgeführten Versuche  $c = 350,64$  Meter.

In der folgenden Zusammenstellung ist in der ersten Columne die Nummer des Versuchs; in der zweiten die Richtung der Bewegung des tönenden Körpers:  $z$  auf den Beobachter zu,  $w$  vom Beobachter weg, angegeben. In der dritten Columne finden sich die Geschwindigkeiten der Locomotive zur Zeit der Tonbestimmungen, in Metern ausgedrückt, angeführt, wie sie aus den Beobachtungen

1) Diese Annalen Bd. 124, S. 453 und 469.

abzuleiten sind. Mit Hülfe der unter 3 gegebenen Tabelle sind die an der Theilung der Violine abgelesenen Werthe in Schwingungszahlen ausgedrückt, und in der vierten Columnne aufgeführt worden, während die fünfte die Schwingungszahlen enthält, wie solche mit den Formeln  $n_0 \frac{c}{c-v_1}$  und  $n_0 \frac{c}{c+v_2}$  berechnet worden sind, in denen  $v_1$  die Geschwindigkeit des tönenden Körpers bei der Bewegung zum Beobachter,  $v_2$  dieselben bei der Bewegung vom Beobachter weg, bezeichnet. Die sechste Columnne enthält die Abweichungen zwischen den berechneten und beobachteten Schwingungszahlen im Sinne Rechnung — Beobachtung; die siebente Columnne endlich die Abweichungen der berechneten und beobachteten Differenz der Töne beim Annähern und Entfernen des tönenden Körpers in Schwingungszahlen ausgedrückt.

Es mag zur leichteren Uebersicht und Beurtheilung der Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung gleich hier erwähnt werden, daß ein Unterschied von 25 Schwingungen einem sogenannten Komma, d. i. einem Tonverhältniß von  $\frac{80}{81}$  entspricht, ein Unterschied, der in der Musik vernachlässigt wird.

Versuch	Richtung	Geschw.	Schwingungszahlen		R — B	
			beob.	berechn.	$u_1$	$u_2$
1	z	18,5	2089,0	2078,2	—10,8	—20,7
	w	18,8	1857,9	1867,8	+ 9,9	
2	z	19,3	2118,2	2111,8	— 6,4	—17,3
	w	19,6	1878,1	1889,0	+10,9	
3	z	15,0	2092,9	2089,8	— 3,1	— 5,0
	w	15,8	1912,2	1914,1	+ 1,9	
4	z	19,5	2185,5	2192,2	+ 6,7	+12,3
	w	19,9	1964,7	1959,1	— 5,6	
5	z	7,75	1943,7	1934,4	— 9,3	—17,7
	w		1842,3	1850,7	+ 8,4	
6	z	8,62	1943,7	1935,9	— 7,8	—14,4
	w		1836,4	1843,0	+ 6,6	
7	z	7,58	1791,0	1789,5	— 1,5	— 1,2
	w		1714,1	1713,8	— 0,3	
8	z	7,52	1652,6	1654,3	+ 1,7	+ 4,5
	w		1587,8	1585,0	— 2,8	



Aus der Columnne  $u_2$  ist leicht zu ersehen, daß die Unterschiede zwischen dem Ton der kommenden und gehenden Locomotive meist größer beobachtet worden sind als es die Rechnung ergiebt. Es beträgt diese Differenz im Durchschnitt 7,4 Schwingungen. Nach Anbringung dieses constanten Unterschiedes ergiebt sich für den wahrscheinlichen Betrag der Differenz  $u_2 = 9,13$  Schwingungen, woraus folgt, daß der wahrscheinliche Betrag des Unterschiedes in der Bestimmung des Tones auf theoretischem und practischem Wege  $\pm \frac{9,13}{\sqrt{2}} = \pm 6,46$  Schwingungen beträgt. Wollte man übrigens der constanten Differenz, um welche die Tonänderung größer beobachtet als berechnet wurde, keine Reellität beimessen, so würde sich die wahrscheinliche Differenz zwischen den beobachteten und berechneten Werthen zu  $\pm \frac{10,40}{\sqrt{2}} = \pm 7,36$  Schwingungen ergeben.

*In beiden Fällen ist aber die Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung eine so vorzügliche, wie sie besser wohl kaum erwartet werden kann.*

Es dürfte noch zu erwähnen seyn, daß wenn man die unter  $u_1$  aufgeführten einzelnen Bestimmungen der Unterschiede, bei der Bewegung zu und von dem Beobachter einer näheren Betrachtung unterwirft, sich ergiebt, daß bei Annäherung der Ton um durchschnittlich 3,8 Schwingungen zu hoch, bei Entfernung derselbe um 3,6 Schwingungen zu niedrig beobachtet wurde.

Ich habe noch dem Einflusse des Windes auf die Beobachtungen, sowie dem einer fehlerhaften Bestimmung in der Schwingungszahl der Stimmgabel Rechnung zu tragen und schließlich meine Vermuthungen über die Ursache des geringen constanten Unterschieds zwischen beobachteten und berechneten Werthen der Schwingungszahlen, dessen Reellität ich für verbürgt halten möchte, auszusprechen.

Bekanntlich ist die Geschwindigkeit des Schalles durch den Wind beeinflusst und zwar pflanzt sich derselbe rascher

fort mit dem Winde als gegen den Wind. Leider war es mir nicht möglich die Geschwindigkeit des Windes während der Versuche zu bestimmen, ich bin aber sicher, daß derselbe keine grössere Geschwindigkeit als 2 höchstens 3 Meter gehabt haben kann, da derselbe eben nur merklich war.

Bezeichnet  $n_1$  die Schwingungszahl des Tones bei Annäherung,  $n_2$  bei Entfernung der Tonquelle vom Beobachter, so ist  $n_1 - n_2 = n_0 \left\{ \frac{c}{c - v_1} - \frac{c}{c + v_2} \right\}$  und bei Annahme, daß der Wind die Geschwindigkeit  $x$  habe  $n_1 - n_2 = n_0 \left\{ \frac{c \pm x}{c \pm x - v_1} - \frac{c \mp x}{c \mp x + v_2} \right\}$ . Setzt man die wenig verschiedenen Geschwindigkeiten beim Annähern und Entfernen der Locomotive gleich und nimmt das arithmetische Mittel  $v_0 = \frac{v_1 + v_2}{2}$  als Geschwindigkeit des tönenden Körpers an, so vereinfachen sich die Formeln sehr und es ergibt sich:  $n_1 - n_2 = \frac{2n_0 c v_0}{c^2 - v_0^2}$  und bei Annahme von Wind mit der Geschwindigkeit  $x$ ,  $n_1 - n_2 = \frac{2n_0 c v_0}{c^2 - (x \mp v_0)^2}$ .

Für  $x = 10$  Meter und unter Annahme der bei den Beobachtungen vorkommenden Werthe von  $n_0$  und  $v_0$  ist der Unterschied zwischen der nach der ersten Formel berechneten Differenz der Schwingungszahlen und der nach der zweiten erst  $\pm 1$  Schwingung. Der Einfluß des Windes dürfte bei dem geringen Werthe von  $x$  während der Beobachtungen, daher ganz unmerklich seyn.

Die Berücksichtigung der veränderten Schallgeschwindigkeit durch den Wind würde übrigens die constanten Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung bei den ersten vier Versuchen noch etwas vergrößern, bei den letzten vier Versuchen würden dieselben im Mittel fast ganz unverändert bleiben, da die Bewegung der Locomotive sowohl mit als gegen den Wind erfolgte.

Es dürfte nicht uninteressant erscheinen den Einfluß zu untersuchen, welchen eine fehlerhafte Bestimmung der Schwingungszahl des Tones der bei den Beobachtungen

gebrauchten Stimmgabel zur Folge haben würde. Nehme ich an dieselbe wäre um  $\pm 10$  Schwingungen falsch, so würde das in der Tonlage der Locomotivenpfeife einem Unterschiede von  $\pm 40$  Schwingungen entsprechen und würden die berechneten Differenzen der Schwingungszahlen des Tones bei Annäherung und Entfernung dadurch um  $\pm 3$  Schwingungen verändert werden. Da die Stimmgabel jedoch mit verschiedenen anderen Stimmgabeln verglichen worden ist und kein merkbarer Unterschied beobachtet werden konnte, dürfte nach den Erfahrungen, wie weit ein geübtes Ohr im Stande ist, geringe Tonunterschiede wahrzunehmen, eine Unsicherheit die  $\frac{1}{3}$  des oben angenommenen Werthes beträgt, wohl immer noch zu hoch gegriffen seyn und keinesfalls einen wesentlichen Einfluß auf das Resultat der obigen Untersuchungen ausüben können.

Es kam mir noch der Gedanke, daß möglicherweise die Temperatur eine merkbare Veränderung der Schwingungszahl der Stimmgabel hervorbringen könne, und da ich nicht annehmen konnte, daß die Bestimmung der Schwingungszahl der Gabel bei einer so hohen Temperatur, wie sie bei den Beobachtungen herrschte, ausgeführt worden sey, glaubte ich die kleinen constanten Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung daraus erklären zu können. Versuche, bei welchen ich die Stimmgabel Temperatur-Unterschieden von  $60^{\circ}$  bis  $70^{\circ}$  aussetzte, haben mich jedoch überzeugt, daß eine Veränderung der Schwingungszahl selbst bei einem derartigen Temperatur-Wechsel kaum zu bestimmen ist, bei wenigen Graden daher nicht angebbar seyn dürfte.

Zur Erklärung des constanten Unterschiedes bleibt nur noch die Annahme übrig, daß die Dampfspannung im Dampfkessel der Locomotive während der Fahrt um Geringes sich vermindert habe, — wodurch — wie ich beobachtete — eine Verminderung der Tonhöhe entstehen kann. In Folge dessen würde der Ton bei Annäherung etwas zu hoch, bei Entfernung etwas zu niedrig gefunden

worden seyn. Dafs diese Verminderung der Tonhöhe während der Fahrt eine überaus geringe gewesen ist, dafür spricht der Umstand, dafs eine Tonveränderung in der Zeit, in welcher die Bestimmungen des Tones ausgeführt wurden, d. i. während einer Minute vor und nach der Passirung der Beobachtungsstation, nicht wahrgenommen werden konnte, auch die einzelnen Bestimmungen der Tonhöhe in dieser Zeit keine Unterschiede zeigten, die bestimmt eine Abnahme mit der Zeit angedeutet hätten. Ferner ist der Dampfdruck, den das Manometer der Locomotive anzeigte, nach den Aussagen des Führers um höchstens  $\pm 2$  Pfund veränderlich gewesen (die Locomotive fuhr bei dem ersten Versuche mit 98 Pfund Ueberdruck) und erst bei einer sehr beträchtlichen Druckabnahme entsteht eine merkbare Veränderung des Tones.

Immerhin möchte ich diese Annahme als die einzige ansehen, welche einigermassen die constanten Unterschiede zu erklären geeignet ist.

Berlin im März 1876.

---

## V. *Ueber die Dielektricitätsconstanten der Flüssigkeiten; von P. Silow.*

(Zweiter Aufsatz.)

---

1. Nachdem ich die Dielektricitätsconstante einiger Flüssigkeiten nach einer schon früher von mir beschriebenen<sup>1)</sup> Elektrometermethode bestimmte, hielt ich es nicht für unwichtig, dieselben Messungen noch einmal nach der Condensatormethode zu wiederholen. Das Interesse dieser Versuche war anderseits dadurch erhöht, dafs die flüssigen Isolatoren es besser erlauben, die Theorie des

1) Diese Annalen Bd. 156, S. 389.