

mussten. Der Uebergang von diesem einfachen Fall zu dem eines gegen die Axe unter einem gegebenen Winkel φ geneigten Strahls war leicht gemacht, indem man das doppelbrechende Gefüge des Krystalls in Rechnung nahm. Diefs geschah durch die Annahme, dafs ξ und η parallel den Hauptrichtungen in der Wellenebene seyen, und durch Veränderung von a^2 , Gleichung (20), in $a^2 - (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi$. So wurden die Fundamentalgleichungen (1) und (2) erhalten.

IV. *Ueber die Reflexion an Metallen;* *von Hrn. J. Jamin.*

(*Ann. de chim. et de phys. Ser. III. T. XIX, p. 296.*)

In einer in der *Philosophical Transactions* für 1830 veröffentlichten merkwürdigen Abhandlung hat der Dr. Brewster die Aufmerksamkeit der Physiker auf die bei der Reflexion an Metallen eintretenden Erscheinungen hingelenkt ¹⁾, und ohne die Natur der dabei dem Lichte eingeprägten Modificationen zu ermitteln, hat er Versuche angestellt, welche ihm einige isolirte Gesetze entdecken liefsen, von denen er keine theoretische Erklärung gab. Seit jener Zeit ist die Reflexion an Metallen Gegenstand fortgesetzter Studien geworden, einerseits mathematischer, von denen wir noch weiterhin zu sprechen Anlafs haben, andererseits experimenteller, die nicht zahlreich genug, um das Problem vollständig zu lösen, oft in Bezug auf Genauigkeit viel zu wünschen übrig lassen und nach sehr complicirten Messungsmethoden angestellt sind. In der Absicht eben, die Methoden zu vereinfachen und die Untersuchungen zu erweitern, habe ich die folgende Arbeit unternommen. Ehe ich zu ihr übergehe, will ich

1) Siehe Ann. Bd. 21, S. 219.

die einfachsten und allgemeinsten der von Hrn. Brewster entdeckten Gesetze aufzählen:

1) Läßt man einen polarisirten Strahl im Azimut 0° oder 90° beliebig oft an einem Metalle reflectiren, so ist er nach der Reflexion immer in derselben Ebene polarisirt.

2) Jeder andere vor der Reflexion nach einem anderen Azimut polarisirte Strahl wird durch die Wirkung des Metalls theilweis depolarisirt.

3) Läßt man ein natürliches Lichtbündel auf einen Metallspiegel fallen, so wird er unter keiner Incidenz durch die Reflexion polarisirt, und er zeigt, bei Untersuchung mit einem Polariskop, die Erscheinungen eines partiell polarisirten Strahls. Ueberdies hat Hr. Brewster bemerkt, und dieß ist wichtig, daß es eine gewisse Incidenz giebt, bei welcher das Verhältniß des durch Reflexion polarisirten Lichts am größten ist. Diese Incidenz ist *Winkel des Polarisationsmaximums* genannt worden.

4) Wird polarisirtes Licht mehrmals beim Winkel des Polarisationsmaximums an parallelen Metallspiegeln reflectirt, so stellt sich die Polarisation nach einer geraden Zahl von Reflexionen wieder her.

5) Endlich wird der reflectirte Strahl nach einer geraden oder ungeraden Zahl von Reflexionen wieder polarisirt unter vielen Incidenzen, deren Gesetze noch zu ermitteln sind.

Da jeder vor der Incidenz nach irgend einer Ebene polarisirte Strahl in zwei andere nach den Azimuten 0° und 90° polarisirte zerlegt werden kann, und diese, Hrn. Brewster zufolge, bei der Reflexion ihr Azimut nicht verändern, so wird der reflectirte Strahl immer bestehen aus der Ueberdeckung zweier nach diesen Hauptazimuten polarisirten Strahlen, und sein Schwingungszustand wird bekannt sein, wenn man zuvor die Modificationen untersucht hat, welche die componirenden Strahlen bei ihren Reflexionen erleiden. Die erste Aufgabe, die wir

uns stellen müssen, ist also die: die Umwandlungen zu untersuchen, welche nach den Hauptazimuten polarisirte Strahlen bei der Reflexion erleiden.

Jeder polarisirte Strahl nun, der, ohne seine Polarisation zu verlieren oder sein Azimut zu ändern, irgend eine Einwirkung erleidet, kann keine Aenderung erfahren als in der Phase oder in der Intensität. Wir haben also zu untersuchen, ob diese Modificationen eintreten und nach welchen Gesetzen sie für zwei Strahlen geschehen, von denen der eine im Azimut 0° und der andere im Azimut 90° polarisirt ist. Wir beginnen dieses Studium mit der Bestimmung der Intensitäten.

1. Messung der Intensitäten des an Metallen reflectirten Lichts.

Läßt man Strahlen, polarisirt nach den Azimuten 0° und 90° , auf eine Glasplatte fallen, so werden die Intensitäten der reflectirten Bündel durch die Fresnel'schen Formeln

$$J^2 = \frac{\sin^2(1-r)}{\sin^2(1+r)} \qquad I'^2 = \frac{\tan^2(1-r)}{\tan^2(1+r)}$$

vorgestellt. Diese von den HH. Arago und Brewster bestätigten Formeln sind bisher immer von den Physikern angenommen worden. Sie werden uns bei Messung der von den Metallen reflectirten Lichtmengen I^2 und J^2 als Ausgangspunkt dienen; es genügt dazu, einerseits I^2 und I'^2 , andererseits J^2 und J'^2 zu vergleichen.

Um diesen Vergleich zu machen, bringe man zwei Platten, die eine von Glas, die andere von Metall, so mit einander in Contact, daß die polirten Oberflächen beider in einer selben Ebene liegen, und die beiden Platten eine einzige reflectirende Fläche bilden, von deren Theilen der eine aus Glas, der andere aus Metall besteht. Dann lasse man an der Mitte dieser Doppelplatte einen in der Einfallsebene polarisirten Strahl reflectiren, so daß die eine Hälfte des Strahls vom Glase, die an-

dere vom Metall reflectirt wird. Beide werden im Azimut 0° polarisirt bleiben und beim Durchgang durch ein doppelbrechendes Prisma, dessen Hauptschnitt mit der ursprünglichen Polarisationssebene zusammenfällt, nur ein einziges Bild geben. Drehen wir aber dieses Prisma um einen Winkel β , so erhalten wir sowohl von dem am Glase, als von dem am Metall reflectirten Bündel ein ordentliches und ein außerordentliches Bild, mithin vier Bilder, deren Intensitäten seyn werden:

	Metall.	Glas.
O	$J^2 \cos^2 \beta$	$J'^2 \cos^2 \beta$
E	$J^2 \sin^2 \beta$	$J'^2 \sin^2 \beta$

Wenn β sich ändert, so erleiden die ordentlichen und außerordentlichen Bilder entgegengesetzte Intensitätsveränderungen, und es giebt immer einen besonderen Werth von β , welcher das ordentliche Bild des Metalls dem außerordentlichen des Glases gleich macht.

Man hat in diesem Falle:

$$J^2 \cos^2 \beta = J'^2 \sin^2 \beta,$$

und ersetzt man J'^2 durch seinen aus den Fresnel'schen Formeln gezogenen Werth:

$$J^2 = \tan^2 \beta \frac{\sin^2 (1-r)}{\sin^2 (1+r)} \quad (2)$$

Suchen wir dagegen den Werth β' , welches das außerordentliche Bild des Metalls dem ordentlichen des Glases gleich macht, so erhalten wir:

$$J^2 = \cot^2 \beta' \frac{\sin^2 (-r)}{\sin^2 (+r)} \quad (3)$$

Die Erfahrung wird β und β' kennen lehren, die complementar seyn müssen, und wir werden J^2 mittelst der Formeln (2) und (3) berechnen.

Es ist übrigens klar, daß sich diese Methode auch auf den Fall anwenden läßt, wo das Licht im Azimut 90° polarisirt ist. Man bestimmt ebenso das Azimut der gleichen Farben, und erhält:

$$I^2 = \tan^2 \beta \frac{\tan^2 (1-r)}{\tan^2 (1+r)} \quad I^2 = \cot^2 \beta' \frac{\tan^2 (1-r)}{\tan^2 (1+r)} \quad (4)$$

nur wird am Glase, in der Nachbarschaft seines Polarisationswinkels, kein Licht mehr reflectirt, folglich ist dann kein Vergleich mehr möglich, und es tritt in dem Versuch eine Lücke von einigen Graden ein.

Wir polarisiren also successiv das Licht in der Einfallsebene und in der darauf winkelrechten Ebene, und um das Verhältniß der in beiden Fällen vom Metallspiegel reflectirten Lichtmengen zu erhalten, drehen wir den Zerleger, bis die beiden ungleichnamigen Bilder, die von den beiden Substanzen gegeben werden, gleich sind. Durch zwei getrennte Beobachtungen, die übereinstimmen müssen, finden wir die Azimute β und $90^\circ - \beta$ des Hauptschnitts; und die Intensität des am Metall reflectirten Lichts wird gleich seyn der am Glase reflectirten, multiplicirt mit dem Quadrat der Tangente von β .

Diese Methode, welche vom theoretischen Gesichtspunkte außerordentlich einfach ist, kann nur zu genauen Resultaten führen, wenn der Brechungsindex des Glases vollkommen bekannt ist, weil die Intensitäten I'^2 und J'^2 des von dieser Substanz reflectirten Lichts Functionen des Einfalls und des Brechungsindex sind. Nun hat man zur Auffindung dieser letzteren Größe zwei Mittel: 1) die directe Bestimmung an einem Prisma und 2) die Messung des Polarisationswinkels i beim Glase, wo dann $\tan i = n$. Unglücklicherweise haben diese beiden Methoden Resultate gegeben, die bedeutend von einander abweichen; und um zwischen beiden zu wählen, muß man sich erinnern, daß die vorstehenden Formeln nur angewandt werden können, wenn sie in allen Fällen richtig sind, und daß, wenn sie für das beim Winkel des Polarisationsmaximums reflectirte Licht eine Intensität Null geben, sobald der Strahl winkelrecht gegen die Einfallsebene polarisirt ist, erfordert wird, daß man habe $\tan i = n$. Man muß also zur Bestimmung des Index (n) eine Methode anwenden, welche die Formeln (1) verificirt. Ich bin bei der folgenden stehen geblieben.

Die zwei Formeln (1) führen zu einer dritten, die das Azimut A' des reflectirten Lichtes kennen lehrt, wenn der einfallende Strahl um 45° gegen die Einfallsebene polarisirt ist. Diese Formel ist:

$$\tan A' = \frac{\cos(1+r)}{\cos(1-r)}$$

eine Relation, die offenbar durch denselben Werth von n verificirt wird, wie die vorhergehenden, weil sie eine Folgerung aus ihnen ist; und für den Werth des Brechungsindex, welcher den beiden ersteren genügt, können wir denjenigen bestimmen, welcher der dritten genügt. So erhalten wir successive:

$$\begin{aligned} \tan A' &= \frac{\cos(1+r)}{\cos(1-r)} = \frac{1 - \tan i \tan r}{1 + \tan i \tan r} \\ \tan i \tan r &= \frac{1 - \tan A'}{1 + \tan A'} = \tan(45^\circ - A') \\ \tan r &= \frac{\tan(45^\circ - A')}{\tan i} \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

Während also das Polarisationsazimut des einfallenden Lichts 45° und die Incidenz i ist, werden wir A' messen, r mittelst der Formel (5) und n mittelst der Relation $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ berechnen. Da der Werth von i willkürlich ist, so können wir viele Incidenzen anwenden, aus jedem Versuch den Werth von n bestimmen und aus allen das Mittel nehmen. So ergaben sich:

Incidenzen 80°	Werthe von n : 1,4909
70	1,4932
60	1,4896
50	1,4949
40	1,4900
30	1,4965
	<hr/> Mittel 1,4925

Das Resultat weicht nur um drei Hundertel von dem ab, welches directe Versuche für den Refraktionsindex des Glases lieferten. Wir werden es bei der Rechnung nach

den Formeln (1) anwenden, dann wird der Erfolg unserer Versuche von der Sorgfalt abhängen, mit welcher wir die Winkel i' und β messen werden. Ich will hierüber etwas ins Einzelne gehen.

Ein horizontaler Kreis auf einem kupfernen Fuß trägt, auf dem Kreise befestigt, ein inwendig geschwärztes Rohr, das beständig auf den Mittelpunkt gerichtet, und an beiden Enden mit Fadenkreuzen, zur Fixirung der Richtung des einfallenden Strahls, versehen ist. Dieses Rohr trägt zur Polarisation des Lichts ein Nicol'sches Prisma, dessen Richtung durch einen am Rohr befestigten getheilten Kreis bestimmt wird. Um den horizontalen Kreis dreht sich ein zweites Rohr, welches den reflectirten Strahl auffängt. Man mißt dessen Verschiebungen mittelst eines Nonius, zerlegt das reflectirte Licht durch ein an seinem Ende angebrachtes doppeltbrechendes Prisma und bestimmt die Lage des Hauptschnitts dieses Prismas mittelst eines zweiten getheilten Kreises, der am beweglichen Rohre sitzt. Im Mittelpunkt des horizontalen Kreises befindet sich ein Tisch, auf welchem man die Doppelplatte senkrecht in solcher Lage befestigt, daß die Trennungslinie beider Substanzen gerade auf dem Mittelpunkt des Apparates steht. Der Tisch ist um einen Mittelpunkt drehbar, und eine Albidade, die auf dem Limbus des getheilten Kreises herumläuft, erlaubt, seine Neigungen zu verändern und zu messen.

Da die Senkrechtigkeit der Doppelplatte eine unumgängliche Bedingung ist, so suchte man diese zuvörderst durch die bekannten Mittel herzustellen, dann prüfte man sie, indem man das Licht in den Hauptazimuten polarisirte, und sich dabei versicherte, daß die Polarisation nach der Reflexion am Metall geradlinig blieb und das Azimut sich nicht änderte, wenn man die reflectirende Fläche um 180° drehte. Ueberdies machte man immer zwei Reihen von Beobachtungen, indem man die reflectirende Fläche erstlich rechts und dann links vom Beob-

achter stellte, um die Fehler zu berichtigen, die aus einem Mangel an Senkrechtheit der Doppelplatte entspringen.

Nachdem die Incidenzen sowohl durch die Ablenkung des reflectirten Strahls als durch die Verstellung der Platte gemessen worden, bestimmt sich der Winkel β mit großer Genauigkeit. Man weiß nämlich, mit welcher Leichtigkeit das Auge die Gleichheit zweier Lichter von gleicher Farbe erkennt; ich habe mich überzeugt, daß man bei ein wenig Uebung die Empfindlichkeit dieses Organs wahrhaftig merkwürdig macht. Die Resultate der unter gleichen Umständen angestellten Versuche weichen niemals um mehr als 15 Minuten ab, und wenn man größere Fehler begeht, so geschieht es, weil sich die Markpunkte, sowohl für die Messung der Incidenzen als für die Lage der Polarisations Ebenen, nicht immer mit eben so großer Genauigkeit erhalten lassen. Bemerken wir überdies, daß es in jedem Quadranten zwei Winkel β und $90^\circ - \beta$ giebt, welche das ordentliche oder außerordentliche Bild des Metalls gleich machen dem außerordentlichen oder ordentlichen des Glases. Jede Bestimmung geht also aus acht Beobachtungen hervor.

Zu allen meinen Versuchen gebrauchte ich das Licht einer Carcel'schen Lampe, die im Inneren einer geschlossenen Büchse stand, im Brennpunkt einer Linse, welche die Strahlen parallel machte. Auf diese Weise wurden die Operationen in der vollsten Dunkelheit ausgeführt. Das angewandte Licht war sehr intensiv, immer sich selber gleich. Es wurde homogen gemacht durch ein mit vieler Sorgfalt gewähltes, sehr dickes rothes Glas, welches einerseits so viel Licht durchließ, daß die Beobachtungen sich leicht anstellen ließen, andererseits es aber so schwächte, daß das Nicol'sche Prisma eine vollständige Polarisation gab.

In der folgenden Tafel sind die mit wohlpolirten Platten von Stahl und Spiegelmetall ausgeführten Versuche zusammengestellt. Man wird bemerken, daß die

Intensitäten des nach der Einfallsebene polarisirten reflectirten Lichts sich wenig ändern und sie allmählig abnehmen von der Incidenz 90° bis zu der 0° .

Wenn dagegen das Licht im Azimut 90° polarisirt ist, nehmen die Intensitäten ab von der streifenden Incidenz bis zum Winkel des Polarisationsmaximums, und darauf nehmen sie zu bis zur senkrechten Incidenz.

Stahl. — Quadratwurzel aus den Intensitäten des in der Einfallsebene reflectirten Lichts: $i = 76$ $\epsilon = 57, 53$.

Einfallswinkel.	Beobachtete Winkel β .	Quadratwurzel der Intensitäten		Unterschiede.
		beobachtet.	berechnet.	
85°	48° 2'	0,951	0,977	— 0,026
80	52 9	0,945	0,954	— 0,009
75	56 15	0,946	0,932	+ 0,014
70	59 40	0,915	0,910	+ 0,005
65	61 56	0,898	0,892	+ 0,006
60	64 52	0,897	0,874	+ 0,023
55	66 45	0,869	0,856	+ 0,013
50	67 57	0,828	0,842	— 0,014
45	69 37	0,818	0,827	— 0,009
40	71 7	0,780	0,815	— 0,035
35	72 10	0,800	0,804	— 0,004
30	73 3	0,790	0,795	— 0,005
25	73 56	0,791	0,787	+ 0,004
20	74 26	0,780	0,781	— 0,001

Stahl. — Quadratwurzel aus den Intensitäten des in einer auf der Einfallsebene winkelrechten Ebene reflectirten Lichts.

85°	45° 42'	0,719	0,709	+ 0,010
80	48 21	0,547	0,583	— 0,037
75	60 00	0,566	0,563	+ 0,003
70	69 15	0,545	0,569	— 0,024
65	79 44	0,627	0,599	+ 0,028
60	86 10	0,630	0,630	0,000
55				
50	85 4	0,666	0,681	— 0,015
45	82 22	0,689	0,701	— 0,012
40	80 32	0,688	0,717	— 0,029
35	79 10	0,741	0,730	+ 0,011
30	78 10	0,760	0,742	+ 0,018
25	77 20	0,769	0,751	+ 0,018
20	76 36	0,770	0,758	+ 0,012

Spiegelmetall. — Quadratwurzel aus den Intensitäten des in der Einfallsebene reflectirten Lichts: $i, = 75, 50$ $\varepsilon = 64$.

Einfallswinkel.	Beobachtete Winkel β .	Quadratwurzel der Intensitäten		Unterschiede.
		beobachtet.	berechnet.	
86°	47° 38'	0,968	0,984	— 0,016
84	48 53	0,929	0,976	— 0,047
82	50 13	0,937	0,969	— 0,032
80	52 33	0,959	0,961	— 0,002
78	53 47	0,944	0,954	— 0,010
76	55 35	0,950	0,948	+ 0,002
74	56 50	0,940	0,934	+ 0,006
72	57 58	0,926	0,932	— 0,006
70	58 51	0,869	0,925	— 0,056
68	60 13	0,906	0,919	— 0,013
66	62 40	0,950	0,912	+ 0,038
64	63 39	0,940	0,905	+ 0,035
62	64 10	0,914	0,900	+ 0,014
60	64 41	0,890	0,894	— 0,004
58	65 46	0,902	0,888	+ 0,014
56	66 8	0,850	0,882	— 0,032
54	66 53	0,859	0,876	— 0,017
52	68 16	0,877	0,872	+ 0,005
50	69 9	0,880	0,866	+ 0,014
48	69 40	0,869	0,861	+ 0,008
46	70 23	0,869	0,857	+ 0,012
44	71 8	0,873	0,852	+ 0,021
42	71 53	0,841	0,848	— 0,007
40	72 0	0,832	0,844	— 0,012
38	72 40	0,833	0,840	— 0,007
36	73 3	0,823	0,836	— 0,013
34	73 5	0,835	0,833	+ 0,002
32	73 48	0,850	0,830	+ 0,020
30	74 5	0,845	0,827	+ 0,018
28	75 18	0,837	0,824	+ 0,013
26	74 55	0,854	0,821	+ 0,033
24	75 27	0,868	0,819	+ 0,049
22	75 32	0,857	0,816	+ 0,041
20	75 45	0,858	0,814	+ 0,044

Spiegelmetall. — Quadratwurzel aus den Intensitäten des winkelrecht auf der Einfallsebene reflectirten Lichts.

86°	46° 36'	0,754	0,800	— 0,046
84	47 33	0,715	0,736	— 0,021
82	50 58	0,697	0,683	+ 0,014
80	53 18	0,655	0,651	+ 0,004
78	56 32	0,631	0,633	— 0,002
76	60 6	0,623	0,626	— 0,003
74	64 47	0,666	0,626	+ 0,040

Einfallswinkel.	Beobachteter Winkel β .	Quadratwurzel der Intensitäten		Unterschiede.
		beobachtet.	berechnet.	
72°	69° 18'	0,678	0,630	+ 0,048
70	73 18	0,688	0,637	+ 0,051
68	76 3	0,666	0,646	+ 0,020
66	79 44	0,654	0,659	— 0,005
64	82 21	0,729	0,666	+ 0,063
62	84 24	0,701	0,677	+ 0,024
50	85 59	0,819	0,730	+ 0,089
48	85 11	0,760	0,737	+ 0,023
46	83 52	0,801	0,744	+ 0,057
44	82 15	0,723	0,749	— 0,026
42	82 0	0,747	0,755	— 0,008
40	81 46	0,793	0,761	+ 0,032
38	80 23	0,764	0,765	— 0,001
36	80 34	0,794	0,770	+ 0,024
34	80 12	0,824	0,774	+ 0,050
32	79 56	0,860	0,778	+ 0,082
30	79 7	0,828	0,781	+ 0,047

In der vierten Spalte der vorstehenden Tafel findet man die berechneten Zahlen, welche die beobachteten mit genügender Treue wiedergeben. Sie werden von den Formeln des Hrn. Cauchy geliefert. Dieser Mathematiker hat, geleitet von den Versuchen des Hrn. Brewster, das Problem der Reflexion an Metallen theoretisch behandelt und, wie wir bald sehen werden, vollständig gelöst. Da seine Arbeiten über diesen Gegenstand noch nicht ganz veröffentlicht sind, so glauben wir, hier eine kurze Uebersicht seiner theoretischen Ideen und der aus denselben abgeleiteten Formeln geben zu müssen.

Wenn das Licht aus dem Vacuo in einen homogenen Körper übergeht, so giebt es zwischen den Längen der einfallenden und gebrochenen Wellen ein Verhältniß, welches man *Refractionsindex* (Brechverhältniß) genannt hat, und welches bei einem homogenen und nicht krystallinischen Körper constant ist. Wenn der Körper durchsichtig ist, so ist der Refractionsindex die einzige charakterisirende Zahl desselben, und die Kenntniß dieser Constanten reicht hin, um für alle Fälle die

Wirkung des Körpers auf das Licht zu berechnen. Wenn aber der Körper, obgleich homogen, opak ist, so reicht jene Zahl nicht aus, und die Abänderung, welche der Strahl erleidet, wird durch einen neuen Vorgang verwickelter. Die Körper sind nämlich niemals ganz undurchsichtig, sie lassen also, wenn sie vom Licht getroffen werden, gebrochene Wellen entstehen, nur dringen diese sehr wenig ein. Man kann also annehmen, daß sie sich rasch abschwächen, so daß sie schon in einem gegen die Wellenlänge sehr kleinen Abstand unmerklich werden; und indem Hr. Cauchy diese Schwächung durch eine zweite Zahl, den Auslöschungscoëfficienten, repräsentirt, scheint er das Ergebniss der Erfahrung einfach in Princip übersetzt zu haben und von der rationellsten Grundlage ausgegangen zu seyn.

Die Formeln also, welche die Reflexion und Refraction des Lichts in durchsichtigen Körpern ausdrücken, hängen von einer einzigen Gröfse, dem Refraktionsindex, ab, während die für opake Körper deren zwei besitzen, den Refraktionsindex und den Auslöschungscoëfficient.

Um die beiden Constanten, welche die Wirkung eines Metalles ausdrücken, aus den Beobachtungen herzuleiten, genügt es: 1) den Winkel des Polarisationsmaximums (i_1) zu bestimmen, und 2) bei dieser Incidenz das Verhältniß $\frac{I}{J}$ der Quadratwurzeln aus den reflectirten, in der Einfallsebene und der darauf senkrechten Ebene polarisirten Lichtintensitäten aufzusuchen, und den Winkel, dessen Tangente diesem Verhältnisse gleich ist, zu berechnen. Dieser Winkel, den wir A nennen werden, ist das zweite Datum.

Die Formeln des Hrn. Cauchy sind nun folgende: J^2 und I^2 repräsentiren die Intensitäten des reflectirten, in der Einfallsebene und in der darauf winkelrechten Ebene polarisirten Lichts, dabei die des einfallenden Strahls als Einheit genommen:

$$I^2$$

$I^2 = \tan(\varphi - 45^\circ) \quad J^2 = \tan(\chi - 45^\circ) \quad . \quad . \quad . \quad (6)$
 φ und χ sind gegeben durch die Formeln:

$$\left. \begin{aligned} \cot \varphi &= \cos(2\varepsilon - u) \sin\left(2 \operatorname{arc.tang} \frac{U}{\vartheta^2 \cos i}\right) \\ \cos \chi &= \cos u \sin\left(2 \operatorname{arc.tang} \frac{\cos i}{U}\right) \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad (7)$$

i stellt den Einfallswinkel vor; ϑ und ε sind zwei Constanten; U und u sind Variable, die man in Functionen von i , ϑ und ε durch folgende Relationen berechnet:

$$\left. \begin{aligned} \cos(2u - \varepsilon) &= \cot \varepsilon \cos\left(2 \operatorname{arc.tang} \frac{\sin i}{\vartheta}\right) \\ \vartheta^2 \sin 2\varepsilon &= U^2 \sin 2u \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad (8)$$

Die Constanten ϑ und ε bestimmen sie folgendermaßen. Unter dem Winkel des Polarisationsmaximum nehmen die Variablen u , U die besonderen Werthe an;

$$u = 2A \quad , \quad U = \sin i_t \tan i_t.$$

Man ersetzt u und U in den Formeln (8) durch diese besonderen Werthe, und zieht daraus ε und ϑ . Sind somit diese Gröfsen einmal gefunden, so erhält man u und U aus den Formeln (8), φ und χ aus den Relationen (7) und I^2 und J^2 aus den Gleichungen (6).

Bei Anwendung dieser Formeln findet man, dafs $\frac{1}{\vartheta}$ immer eine so kleine Gröfse ist, dafs $\frac{1}{\vartheta^2}$ in den Rechnungen vernachlässigt werden darf. Wir haben uns immer mit diesem Grade von Annäherung begnügt, nachdem wir uns überzeugt, dafs die daraus entstehenden Fehler kleiner sind als die der Versuche.

Welche Sorgfalt man auch auf die Ausführung der Versuche verwende, so scheint es mir doch unmöglich, eine vollständigere Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung zu erreichen, als sie unsere Tafel zeigen. Die Bestimmungen führen nämlich mehrer Fehlerquellen mit sich, von denen einige sehr stark sind, sich nicht vollständig vermeiden lassen und bei der geringsten Nachlässigkeit ungeheuer werden. Ueberdies dienen zur Be-

rechnung der theoretischen Formeln zwei Constanten, die durch den Versuch gegeben werden, und nothwendig mit Fehlern behaftet sind. Es ist also schwer, eine vollkommene experimentelle Bestätigung zu erlangen, als sie unsere Tafeln darthun.

II. Messung des Phasenunterschiedes.

Wir haben uns nun mit der zweiten Abänderung zu beschäftigen, welche das Licht bei Reflexion an Metallen erleidet: ich meine die Verschiebung der Schwingungsknoten.

Ich bin mit dieser Aufgabe in einem besonderen Falle beschäftigt gewesen, und meine, der Akademie am 13. August 1846 überreichten Versuche beweisen ¹⁾: 1) dafs der winkelrecht gegen die Einfallsebene polarisirte Strahl immer gegen den in dieser Ebene polarisirten zurücksteht; 2) dafs der Phasenunterschied bei der Incidenz 0° verschwindet, dafs er von da bis zur Incidenz 90° fortwährend zunimmt, und bei letzterer gleich $\frac{1}{2} \lambda$ wird, während er beim Winkel des Polarisationsmaximum $\frac{1}{4} \lambda$ ist.

Diefs Gesetz der Phasenveränderung ergibt sich aus Versuchen mit Metalloxyden, durch ein Verfahren, welches bei Metallen nicht anwendbar ist. Da aber diese Oxyde und die Metalle, nach den Versuchen des Hrn. Brewster, in einerlei Weise auf das Licht wirken, so ist unzweifelhaft, dafs der Phasenunterschied bei Reflexion von Metallen zwischen jenen Incidenzgränzen in demselben Sinne verändern wird. Wir werden also annehmen, dafs bei den Metallen der Phasenunterschied zwischen den reflectirten Strahlen, die in den Hauptazimuten polarisirt sind, Null sey für die senkrechte Incidenz und fortdauernd mit der Neigung des Strahls gegen die Oberfläche zunehme. Diese Verallgemeinerung einer für einen besonderen Fall nachgewiesenen Thatsache wird übrigens

1) Annal. Ergänzungsbd. II, S. 299.

durch die von Hrn. de Sénarmont gefundenen Resultate gerechtfertigt ¹⁾).

Von diesem Gesetze ausgehend, will ich den Werth des Phasenunterschiedes für bestimmte Incidenzen durch eine neue Methode aufsuchen. Diese Methode hat den Vorzug, daß man zur Abänderung der Phasen keines Zwischengliedes bedarf, und deshalb vor den Einwürfen gesichert ist, welche die bisher angewandten Verfahrensarten zuliefen. Ich verfahre so:

Wenn ein in irgend einer Ebene polarisirtes Lichtbündel auf einen Metallspiegel geleitet wird, so kann man ihn immer betrachten als bestehend aus zwei Strahlen von gleicher Phase, polarisirt in den Azimuten 0° und 90° , Azimuten, welche durch die Reflexion nicht verändert werden. Läßt man sie abermals und beliebig oft an Spiegeln von gleicher Substanz und paralleler Lage mit dem ersten unter gleichem Winkel und in gleicher Einfallsebene reflectiren, so erleiden sie jedesmal dieselbe Einwirkung von Seiten des Metalls, und nach 2, 3, 4, . . . m Reflexionen besitzen sie Phasenunterschiede, die 2, 3, . . . m Mal größer sind als der, welcher ihnen eine einzige Reflexion eingeprägt hatte. Wenn man also die ersten erhalten kann, so braucht man sie nur durch die Anzahl der Reflexionen zu dividiren, um die zweite zu erhalten. Diese Bestimmung wird in gewissen Fällen sehr einfach seyn.

In der That wissen wir durch die Versuche des Hrn. Brewster, daß der Strahl durch mehrmalige Reflexion an Metall eine im Allgemeinen elliptische Polarisation erlangt, die aber für gewisse besondere Werthe des Einfallswinkels geradlinig wird. Diese Werthe sind nach der Anzahl der Reflexionen verschieden, und der Versuch zeigt, daß es für zwei Reflexionen einen giebt, für drei Reflexionen zwei, und im Allgemeinen so viel als

1) Annal. Ergänzbd. I. S. 451.

die um eins verringerte Anzahl der Reflexionen. Wie es scheint, hat Hr. Brewster diese Relation zwischen der Zahl von Reflexionen und der Winkel der wiederhergestellten Polarisation nicht bemerkt. Sie ist, wie wir bald sehen werden, eine recht einfache Folge der Art, wie der Phasenunterschied variirt; für den Augenblick wollen wir uns begnügen, zu zeigen, welchen Nutzen wir daraus ziehen können.

Damit zwei unter sich rechtwinklig polarisirte Strahlen von verschiedener Phase bei ihrer Wiedervereinigung ein polarisirtes Bündel bilden können, muß der Unterschied ihrer Phasen gleich seyn:

$$\frac{\lambda}{2} \text{ oder } 2 \frac{\lambda}{2} \text{ oder } 3 \frac{\lambda}{2} \dots$$

Wenn also nach einer gewissen Anzahl von Reflexionen an demselben Metalle und unter derselben Incidenz die Polarisation geradlinig erscheint, so beruht dieß darauf, daß der Phasenunterschied der beiden rechtwinklig polarisirten Strahlen einem Multiplum von halber Wellenlänge gleich geworden ist, und die ganze Aufgabe kommt auf die Aufsuchung dieses Multiplums zurück. Dieß ist nun aber sehr leicht; wir wissen nämlich, daß, nach einer einzigen Reflexion, der Phasenunterschied zunimmt von der Incidenz 0° , wo er Null ist, bis zu der von 90° . Für den nächsten Winkel an 0° , welcher die Polarisation nach m Reflexionen wiederherstellt, wird also der Phasenunterschied das kleinste Multiplum von $\frac{1}{2}\lambda$ seyn, für den nächsten: $2 \cdot \frac{1}{2}\lambda$, und so fort bis zu dem nächsten an 90° , wo er $(m-1) \cdot \frac{1}{2}\lambda$ seyn wird. Somit wird man für eine einzige Reflexion, unter denselben Winkeln, die folgenden Werthe von Phasenunterschieden haben.

$$\frac{1}{m} \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad \frac{2}{m} \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad \frac{3}{m} \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad \dots \quad \frac{m-1}{m} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Die Phasenunterschiede werden also ausgedrückt seyn in Functionen von $\frac{\lambda}{2}$ durch einen Bruch $\frac{n}{m}$, worin n die Werthe aller ganzen Zahlen von 1 bis $(m-1)$ annimmt,

und m die Anzahl der Reflexionen bezeichnet. Daraus folgt, daß wenn n und m variiren, derselbe Werth des Bruchs sich oft für verschiedene Zahlen von Reflexionen wiederholen wird; so wird man nach 2, 4, 6, 8 Reflexionen die Phasendifferenzen $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$ haben, und folglich werden die gefundenen Winkel der wiederhergestellten Polarisation ziemlich gleich seyn müssen. Wir halten somit sehr viele Verifikationen.

Man sieht, daß es hinreicht, die Incidenz der wiederhergestellten Polarisation zu messen. Was den Phasenunterschied betrifft, so mißt er sich nicht, ist aber bekannt, wenn der reflectirte Strahl sich polarisirt erweist, und man die Anzahl der Reflexionen gezählt hat. Ueberdies hat man zu bemerken, daß das Polarisationsazimut des einfallenden Strahls irgend eins ist; die beobachteten Incidenzen ändern sich nicht, wenn dasselbe sich ändert, und man stellt das Nicol'sche Prisma wie man will. Erwägt man, daß es immer schwierig ist, das Azimut des einfallenden Strahls mit Genauigkeit zu messen, und daß im Allgemeinen die geringste Aenderung in seinem Werthe die zu messenden Resultate ändert, so wird man einem Verfahren einige Wichtigkeit beilegen, welches dieses Element unbestimmt läßt und keine andere Bedingung wesentlich erfordert als den Parallelismus der Platten, und nur das Eine mißt: den Einfallswinkel der wiederhergestellten Polarisation. Diese practische Einfachheit wird uns zu Resultaten von großer Genauigkeit führen.

Um die vielfachen Reflexionen zu erhalten, braucht man nur zwei Spiegel aus der Substanz, die man untersuchen will, parallel einander gegenüber zu stellen, und auf einen derselben das Licht fallen zu lassen; dann wird es zum zweiten reflectirt, kehrt nach dem ersten zurück und so fort etc. Die Anzahl der beobachteten Reflexionen hängt nur von dem Abstände der Platten ab, der deshalb beliebig zu verändern seyn muß. Die

Einrichtung, die mir die bequemste zu seyn schien, ist folgende: Die beiden Spiegel sind mit Wachs befestigt an zwei parallelen und verticalen Messingplatten, von denen die eine fest ist, die andere aber durch eine Mikrometerschraube parallel mit sich selbst verschoben werden kann. Vom Parallelismus der Spiegel überzeugt man sich, indem man sie in Contact bringt und nachsieht, ob alle Kanten recht genau zusammenfallen. Dieser kleine Apparat ist im Mittelpunkt des kleinen Kreises angebracht, dessen ich mich schon bedient habe. Er ist so aufgestellt, daß die polirte Oberfläche des unbeweglichen Spiegels durch den Mittelpunkt des Kreises geht. Nach mehrmaliger Reflexion zwischen den beiden Spiegeln entweicht der Strahl in die Luft; allein dann geht seine verlängerte Richtung nicht mehr durch den Mittelpunkt des Kreises, und er kann also nicht mehr die bewegliche Röhre im Sinne ihrer Axe durchstreichen. Um diesem Uebelstande abzuhelpen, habe ich der oben erwähnten Röhre eine horizontale Drehbarkeit um ihr Gestell gegeben; dann kann man ihr jedesmal die Richtung des zuletzt reflectirten Strahls verleihen. Stehen die Platten hinreichend auseinander, so gewahrt man die Bilder von einer oder zwei Reflexionen, und diese Bilder verschwinden, wenn man die Spiegel einander nähert: man sieht successive die, welche aus zahlreicheren Reflexionen entspringen und kann sie leicht zählen.

Wenn das einfallende Licht weiß ist, wird die Polarisation niemals vollkommen wiederhergestellt. Die Ungleichheit der Wirkung, welche ein Metall auf die verschiedenen einfachen Strahlen des Spectrums ausübt, macht die Bilder farbig, und man kann nur beobachten, bei welcher Incidenz das außerordentliche Bild das Minimum seiner Helligkeit besitze; allein man bemerkt, daß dieses Minimum genau der Uebergangsfarbe zwischen dunkelblau und dunkelpurpur entspricht. Bei den Versuchen mit plattirtem Silber habe ich mich begnügt, diese Ueber-

gangsfarbe zu beobachten, und für den Winkel der wiederhergestellten Polarisation denjenigen zu nehmen, bei welchem diese Farbe im außerordentlichen Bilde ein Minimum ist. Die Erfahrung zeigt übrigens, daß sie mit der Richtung des Hauptschnitts des Zerlegers so rasch im Tone variirt, und für die gesuchte Incidenz eine so große Abnahme der Intensität erleidet, daß die Bestimmungen nichts von ihrer Schärfe verlieren, selbst wenn die Anzahl der Reflexionen sehr groß ist. Ueberdies habe ich an Spiegeln von Stahl, Kupfer und Zink Versuche mit rothem Glase gemacht, deren Resultate in folgenden Tafeln enthalten sind. Man wird bemerken, daß die Phasenunterschiede in ihrer Veränderung genau dem Gesetze folgen, welches wir schon für die Oxyde aufgefunden und vorhin angegeben haben.

Plattirtes Silber. — Phasenunterschiede:

$$i_1 = 71,40$$

$$A = 36.$$

$\frac{n}{m}$	Einfallswinkel der wiederhergestellten Polarisation.		Phasenunterschiede,		Unter- schiede.
	beobacht.	mittlere.	beobacht.	berechnet.	
5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20	84° 30'	84° 30'	0,833	0,829	+0,004
	83 50	83 50	0,800	0,809	— 0,009
	83 50				
	81 37	81 37	0,750	0,746	+0,004
	81 30	81 20	0,714	0,736	— 0,022
	81 10				
	80 20	80 20	0,700	0,709	— 0,009
	79 0	79 2	0,666	0,674	— 0,008
	79 0				
	79 10	77 38	0,626	0,637	— 0,011
	77 38				
	77 0	76 42	0,600	0,614	— 0,014
	76 25				
	75 57	75 57	0,572	0,595	— 0,023
	74 45	74 45	0,575	0,567	+0,008
	74 5	74 5	0,545	0,552	— 0,007
21 22 23 24 25 26 27 28 29 30	72 10	72 0	0,500	0,500	
	72 0				
	71 25				
	72 15				
	72 15				
	72 0				

$\frac{n}{m}$	Einfallswinkel der wiederhergestell- ten Polarisation.		Phasenunterschiede,		Unter- schiede.
	beobacht.	mittlere.	beobacht.	berechnet.	
5 11	70° 30'	70° 30'	0,454	0,476	—0,022
11	69 15	69 15	0,444	0,451	—0,007
3	69 0	69 0	0,429	0,447	—0,018
3	67 25	67 25	0,416	0,423	—0,007
12	66 38	66 29	0,400	0,402	—0,002
2	66 20				
5	64 40	64 40	0,375	0,375	
10	64 0	64 0	0,363	0,362	+0,001
3	63 0	62 31	0,333	0,334	—0,001
8	62 20				
11	62 20				
1	62 25				
3	60 10	60 10	0,300	0,307	—0,007
10	59 35	59 35	0,286	0,298	—0,012
2	57 40	57 40	0,272	0,277	—0,005
11	55 20	55 26	0,250	0,250	
1	55 45				
2	55 15	53 30	0,222	0,224	—0,002
12	53 30				
3	50 30	50 37	0,200	0,200	
10	50 45				
2	48 0	48 0	0,181	0,177	+0,004
11	46 35	46 36	0,180	0,165	—0,015
1	46 38				
12	43 50	43 50	0,143	0,143	
1	41 15	41 15	0,125	0,125	
8	39 10	39 10	0,111	0,112	—0,001
1	37 10	37 10	0,100	0,100	
10	35 40	35 40	0,091	0,091	
1	35 15	34 15	0,080	0,082	—0,002
13					

S t a h l.

$$i_1 = 76 \quad \varepsilon = 57^\circ, 53.$$

Einfallswinkel der wiederher- gestellten Pola- risation.	Phasenunterschiede,		Unterschiede.
	beobachtet.	berechnet.	
84° 0'	0,800	0,796	+0,004
83 20	0,750	0,753	—0,003
80 46	0,666	0,641	+0,025
79 0	0,600	0,596	+0,004
76 0	0,500	0,500	
73 0	0,429	0,419	+0,010

Einfallswinkel der wiederher- gestellten Pola- risation.	Phasenunterschiede,		Unterschiede.
	beobachtet.	berechnet.	
71° 50'	0,400	0,392	+0,008
70 39	0,375	0,365	+0,010
68 16	0,333	0,320	+0,013
65 25	0,286	0,271	+0,015
63 38	0,250	0,250	
61 39	0,222	0,226	- 0,004
58 37	0,200	0,194	+0,006
55 0	0,180	0,162	+0,018
51 0	0,143	0,133	+0,010
49 57	0,125	0,127	- 0,002
46 24	0,111	0,105	+0,006
45 27	0,100	0,100	
41 53	0,091	0,083	+0,008
41 13	0,080	0,080	
38 59	0,071	0,071	

Die Theorie des Hrn. Cauchy lehrt nicht nur die Intensitäten des reflectirten Lichtes kennen, sondern beweist auch, daß zwei Strahlen, die vor der Incidenz gleiche Phasen haben und respective in den Azimuten 0° und 90° polarisirt sind, nach der Reflexion an dem Metall einen nach der Incidenz verschiedenen Phasenunterschied δ besitzen, den die Formel ausdrückt:

$$\text{tang } \delta = \text{tang } 2\omega \sin u \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

worin ω sich mittelst der Bedingungsgleichung berechnet

$$\text{tang } \omega = \frac{U \cos i}{\sin^2 i}.$$

Mittelst dieser Formel sind die berechneten Zahlen der vorstehenden Tafel erhalten, und die fast vollständige Uebereinstimmung derselben mit den beobachteten läßt keinen Zweifel an der Richtigkeit der Formeln des gelehrten Mathematikers übrig. Um besser begreiflich zu machen, daß die Uebereinstimmung so vollkommen wie möglich ist, bemerken wir, daß in der Tafel über das Silber überall, wo die Brüche $\frac{n}{m}$ gleiche Werthe haben, die ihnen entsprechenden Incidenzen der wiederhergestell-

ten Polarisation unter sich nur um sehr kleine, oft nichtssagende und immer unter 30' bleibende Gröſsen abweichen. Diese Unterschiede geben uns gleichsam das Maafs der Fehler, die man bei der Bestimmung der Winkel begehen kann; und wenn ich hinzufüge, daſs die Zahlen der Tafel das Resultat dreier Reihen von Versuchen sind, bei denen jedesmal das Azimut des einfallenden Strahls verändert wurde, so wird man überzeugt seyn, daſs diese Fehlergränze selten erreicht wurde. Andererseits führt ein Fehler von 30 Minuten in der Bestimmung des Winkels nur einen von 0,01 in dem Phasenunterschiede nach sich; wir können also in der Bestimmung des letzteren 0,01 als wahrscheinliche Fehlergränze annehmen. Untersucht man in vorstehenden Tafeln die Kolumne der Unterschiede, so findet man, daſs es unter mehr als 50 Beobachtungen nur drei giebt, die einen Unterschied von 0,08 zeigen, 11 erreichen die Zahl 0,01, und unter den übrigen sind viele bis auf die Tausendstel identisch. Der Unterschied zwischen Rechnung und Beobachtung beschränkt sich also auf anerkannt mögliche Beobachtungsfehler.

Zur Zeit, als ich diese Versuche machte, kannte ich die Formeln des Herrn Cauchy noch nicht, und bei Ueberreichung meiner Resultate an die Akademie suchte ich sie durch eine empirische Formel darzustellen, die, obwohl wesentlich verschieden von der des Hrn. Cauchy, doch nahe dieselben Zahlenwerthe liefert. Da sie sehr einfach ist und mit Nutzen zu einem approximativen Calcül angewendet werden kann, so will ich sie hier herstellen. Man setzt:

$$\operatorname{tang} i_1 = n \text{ und } \sin i = n \sin r,$$

und berechnet darauf die Relation:

$$\operatorname{tang} A' = \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}.$$

Der Ausdruck $(90^\circ - 2 A')$ repräsentirt den Phasenunterschied oder δ . Er ist für *Silber* und *Stahl* genau gültig, und stellt auch mit sehr genügender Annähe-

rung die folgenden mit zwei Zinkplatten ausgeführten Versuche dar. Diese Platten hatten zu den beiden Versuchsreihen eine verschiedene Politur erhalten, was alle Resultate numerisch änderte, aber nicht das Gesetz derselben.

Zink. — Erste Reihe: $i_1 = 77$.

Incidenzen.	Phasenunterschiede,		Unterschiede.
	beobachtet.	berechnet.	
87° 5'	0,800	0,865	— 0,065
84 10	0,750	0,740	+ 0,010
82 7	0,666	0,661	+ 0,005
80 7	0,600	0,592	+ 0,008
77 0	0,500	0,500	
72 34	0,400	0,397	+ 0,003
69 0	0,333	0,332	+ 0,001
66 0	0,286	0,288	— 0,002
62 45	0,250	0,246	+ 0,004
61 55	0,222	0,237	— 0,015
58 30	0,200	0,201	— 0,001
55 9	0,180	0,172	+ 0,008
52 15	0,143	0,149	— 0,006
49 57	0,125	0,134	— 0,009
47 10	0,111	0,117	— 0,006

Zink. — Zweite Reihe: $i_1 = 79^{\circ}, 13$.

87° 0'	0,833	0,829	+ 0,004
86 40	0,800	0,813	— 0,013
86 0	0,750	0,778	— 0,028
85 0	0,714	0,727	— 0,013
82 30	0,666	0,617	+ 0,049
81 40	0,572	0,584	— 0,012
82 20	0,600	0,611	— 0,011
82 15	0,626	0,608	+ 0,018
79 13	0,500	0,500	
76 40	0,429	0,433	— 0,004
76 0	0,444	0,412	+ 0,032
75 0	0,400	0,390	+ 0,010
73 5	0,375	0,349	+ 0,026
71 40	0,333	0,325	+ 0,008
69 35	0,286	0,288	— 0,002
69 5	0,300	0,281	+ 0,009
66 48	0,250	0,250	
66 7	0,222	0,241	— 0,019
60 49	0,200	0,215	— 0,015
58 28	0,180	0,166	+ 0,014
56 15	0,143	0,149	— 0,006
52 40	0,125	0,128	— 0,003
51 15	0,111	0,117	— 0,006
48 47	0,100	0,104	— 0,004

III. Zerlegung des elliptisch polarisirten Lichts.

Wie wir schon bemerkt haben, kann das Licht bei seiner Reflexion an Metall nur Aenderungen in den Amplituden und Verschiebungen in den Schwingungsknoten erleiden. Die Formeln des Hrn. Cauchy stellen die Gesetze dieser Abänderungen mit großer Genauigkeit dar, umfassen alle Principien der Reflexion an Metallen. Es würde uns daher erlaubt seyn, dem Calcül die Sorge für die noch zu studirenden Phänomene voraussehen zu lassen, wenn sie nicht an sich interessant wären und wenn es nicht wichtig wäre, die Theorie in allen ihren Folgerungen zu prüfen. Zu dem Ende wollen wir damit beginnen, daß wir ein in beliebiger Ebene polarisirtes Lichtbündel ein einziges Mal an einem Metall reflectiren lassen.

Aus den Versuchen des Hrn. Brewster weiß man, daß das Licht nach erlittener Einwirkung des Metalls aufhört polarisirt zu seyn, und zufolge der Theorie entspringt diese Depolarisation daraus, daß die schwingenden Aethertheilchen eine Ellipse beschreiben. Wir wollen diese Folgerung experimentell nachzuweisen suchen.

Um eine elliptische Schwingungsbewegung vollständig zu definiren, ist es am einfachsten, die Richtung und das Längenverhältniß ihrer Axen zu bestimmen. Wir können dieß immer mittelst des Calcüls thun, können es aber auch mittelst des Experiments. Um dieß zu zeigen, wollen wir beweisen:

1) daß wenn man ein elliptisch polarisirtes Bündel auf ein doppelt brechendes Prisma fallen läßt, dessen Hauptschnitt parallel ist einer der Axen der Trajectorie, es in zwei Strahlen zerfällt, deren Phasen um eine Viertelwelle verschieden sind, und von denen der eine die möglich größte, und der andere die möglich kleinste Intensität besitzt;

2) daß wenn der Hauptschnitt des Prisma's um 45° gegen die Richtung der Axen der Ellipse neigt, die Intensitäten beider Bilder gleich sind.

Sey ($90^\circ - a$) das Polarisationsazimut des einfallenden Strahls. Wir werden diesen Strahl ersetzen können durch zwei nach den Hauptazimuten gerichtete Schwingungen, deren Amplituden $\sin a$ und $\cos a$ sind.

Bei der Reflexion erleiden diese Schwingungen eine Veränderung in ihrer Phase und ihrer Amplitude, und wenn man nur den Phasenunterschied in Rechnung zieht, hat man, um die Coordinaten der schwingenden Theilchen nach der Reflexion auszudrücken, die folgenden Gleichungen:

$$x = I \cos a \cos 2\pi \frac{t}{T} \quad . \quad . \quad \text{Schwing. in der Einfallsebene}$$

$$y = J \cos a \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta \right), \quad \text{dito winkelrecht darauf.}$$

Zur Abkürzung setzen wir

$$\frac{I \cos a}{J \sin a} = \cot . \alpha$$

und erhalten somit, bei Vernachlässigung eines constanten Factors

$$\left. \begin{aligned} x &= \cos \alpha \cos 2\pi \frac{t}{T} \\ y &= \sin \alpha \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta \right) \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Die Elimination der Zeit zwischen diesen beiden Gleichungen lehrt die der Trajectorie kennen, und diese Trajectorie ist eine Ellipse

$$\frac{y^2}{\sin^2 \alpha} + \frac{x^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 \cos \delta}{\sin \alpha \cos \alpha} xy = \sin^2 \delta.$$

Um zugleich die Richtung und die Länge der Axen der Ellipse zu erhalten, brauchen wir nun die Coordinatax zu ersetzen durch ein anderes System, welches mit dem, auf das sich die Gleichung bezieht, einen Winkel ω bildet, und dabei die Bedingung machen, dafs der Coëfficient von xy verschwinde. Dann erhalten wir die Gleichung der Ellipse:

$$\begin{aligned} & (\sin^2 \alpha \sin^2 \omega + \cos^2 \alpha \cos^2 \omega + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin \omega \cos \omega \cos \delta) y^2 \\ & + (\cos^2 \alpha \sin^2 \omega + \sin^2 \alpha \cos^2 \omega) - 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin \omega \cos \omega \cos \delta) x^2 \\ & = \text{etc.} \end{aligned}$$

und die Bedingungsgleichung:

$$\tan 2\omega = \tan 2\alpha \cos \delta \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Diese letztere giebt uns die Richtung der beiden Axen auf einmal, und ersetzen wir ω durch seinen Werth in den Coëfficienten von y^2 und x^2 , so erhalten wir Zahlen, von denen die erste der Axe der x und die zweite der Axe der y proportional ist.

Wir werden setzen:

$$\left. \begin{aligned} A^2 &= \sin^2 \alpha \sin^2 \omega + \cos^2 \alpha \cos^2 \omega \\ &\quad + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\omega \cos \delta; \text{ Axe der } x \\ B^2 &= \sin^2 \alpha \cos^2 \omega + \cos^2 \alpha \sin^2 \omega \\ &\quad - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\omega \cos \delta; \text{ Axe der } y \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Richten wir nun diesen elliptisch polarisirten Strahl, oder, was auf dasselbe zurückkommt, die beiden rechtwinkligen Schwingungen (10) auf ein doppelbrechendes Prisma, das mit der Einfallsebene $0x$ einen Winkel ω macht, so erhalten wir, nennen wir x' die Schwingung im Sinne des Hauptschnitts und y' die in winkelrechter Richtung:

$$\begin{aligned} x' &= y \sin \omega + x \cos \omega \\ y' &= y \cos \omega - x \sin \omega \end{aligned}$$

Diese beiden Schwingungen lassen sich schreiben:

$$\begin{aligned} x' &= A' \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta' \right) \\ y' &= B' \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta'' \right) \end{aligned}$$

und man wird A' , B' , δ' , δ'' nach der Fresnel'schen Regel erhalten können. Diese Größen werden seyn:

$$\left. \begin{aligned} A'^2 &= \sin^2 \alpha \sin^2 \omega + \cos^2 \alpha \cos^2 \omega \\ &\quad + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\omega \cos \delta; \text{ Schwing. in der Axe der } x \\ B'^2 &= \sin^2 \alpha \cos^2 \omega + \cos^2 \alpha \sin^2 \omega \\ &\quad - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\omega \cos \delta; \text{ Schwing. in der Axe der } y \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

und

$$\begin{aligned} \tan \delta' &= \frac{\sin \alpha \sin \omega \sin \delta}{\cos \alpha \cos \omega + \sin \alpha \sin \omega \cos \delta} \\ \tan \delta'' &= \frac{\sin \alpha \cos \omega \sin \delta}{-\sin \omega \cos \alpha + \sin \alpha \cos \omega \cos \delta} \end{aligned}$$

Diese beiden letzten Gleichungen dienen zur Berechnung des Phasenunterschiedes der beiden Strahlen und geben

$$\operatorname{tang}(\delta' - \delta'') = \frac{\sin \delta \sin 2\alpha}{\sin 2\omega \cos 2\alpha - \sin 2\alpha \cos 2\omega \cos \delta}.$$

Will man die Richtung haben, für welche die Bilder der Maxima und Minima sind, so muß man die Formeln (13) in Bezug auf ω differentiren; sie geben:

$$\begin{aligned} & -\cos 2\alpha \sin 2\omega + \sin 2\alpha \cos 2\omega \cos \delta \\ & \cos 2\alpha \sin 2\omega - \sin 2\alpha \cos 2\omega \cos \delta \end{aligned}$$

Da beide Differentiale bis auf das Zeichen gleich sind, so folgt daraus, daß das eine Bild ein Maximum seyn werde, wenn das andere ein Minimum ist, und umgekehrt, und dieß geschieht für die gefundene Richtung, indem man die Differentiale $= 0$ setzt; man erhält so:

$$\operatorname{tang} 2\omega = \operatorname{tang} 2\alpha \cos \delta$$

eine Relation identisch mit der, welche die Richtung der Axen der Ellipse giebt. Daraus folgt:

1) Das eine Bild wird also ein Maximum seyn, und das andere ein Minimum, wenn man den Hauptschnitt des zerlegenden Prisma's in die Richtung einer der Axen der Ellipse stellt.

Man wird auch bemerken, daß die Formeln (12) und (13) einerseits für A^2 und A'^2 , andererseits für B^2 und B'^2 gleiche Werthe geben.

2) Also ist die Intensität der Schwingung in Richtung der Axen der Ellipse proportional dem Quadrat der Länge derselben. Daraus folgt, daß wenn der Hauptschnitt des Prisma's mit der großen Axe der Ellipse zusammenfällt, die Schwingung nach dieser Axe gerichtet ist, d. h. daß der außerordentliche Strahl ein Maximum seyn wird, wenn der ordentliche ein Minimum ist.

Ersetzt man in der Formel (14) den Winkel ω durch den Werth, welcher die Richtung der Axen giebt, so findet man:

$$\operatorname{tang}(\delta' - \delta'') = \infty \text{ oder } \delta' - \delta'' = 90^\circ,$$

das heißt:

3) Jede elliptische Schwingung kann in zwei nach Richtung der beiden Axen polarisirte Strahlen zerfällt werden, deren Intensitäten dem Quadrat der Längen die-

ser Axen proportional sind und deren Phasen um eine Viertelwelle abweichen.

Sucht man endlich die Bedingung, welcher der Winkel ω genügen muß, damit die Intensitäten der beiden Bilder gleich seyen, so muß man setzen:

$$A'^2 - B'^2 = 0,$$

was giebt:

$$\left. \begin{aligned} \cos 2\omega' &= \tan \delta \cdot 2\alpha \cos \delta = \tan 2\omega \\ 2\omega' &= 90^\circ \pm 2\omega \\ \omega' &= 45^\circ \pm \omega \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

4) Die beiden Bilder sind gleich, wenn der Hauptschnitt um 45° gegen die Axen der Ellipse neigt.

Diese Resultate lassen sich nun experimentell verwirklichen. Um nämlich die Lage der Axen der Ellipse zu erhalten, braucht man nur die Richtung des Hauptschnitts zu suchen, welche dem einen Bilde die größte und dem andern die kleinste Intensität verleiht; und wenn man das Längenverhältniß der Axen haben will, hat man nur das Intensitätsverhältniß dieser Bilder zu messen.

Da es bloß die erste dieser Aufgaben ist, mit der ich beschäftigt bin, so will ich erklären, wie man den Versuchen eine hinreichende Genauigkeit geben kann. Offenbar wird in allen Fällen, wo die Ellipse nicht nahezu eine gerade Linie ist, der Unterschied zwischen dem Maximum und Minimum nicht sehr merklich und folglich die Richtung der Axen schwierig zu finden seyn. Allein wir können diese Bestimmung durch eine andere ersetzen, wenn wir uns erinnern, daß sobald der Zerleger 45° Grad gegen die Richtung der Axen macht, die beiden Bilder gleich sind. Wir bestimmen also diese letztere Richtung, und indem wir dann den gefundenen Winkel um 45° vergrößern oder verringern, haben wir die Lage der beiden Axen.

Um aber sichere Resultate zu erhalten, ist es durchaus nothwendig mit einem durch ein gut gewähltes rothes Glas homogen gemachten Lichte zu arbeiten; sonst haben die Bündel immer verschiedene Farben und der Proceß ver-

verliert all seine Genauigkeit. Zu erwägen ist überdies, dafs es vier Richtungen von 45° Neigung gegen die Axen giebt, und dafs man für jede Incidenz die Azimute gleicher Farben ω , $90^\circ + \omega$, $180^\circ + \omega$ und $270^\circ + \omega$ bestimmen können wird. Sind diese Richtungen einmal bekannt, so erhält man die der Axen, indem man sie um 45° vergrößert oder verringert.

In den folgenden Tafeln ist immer das Azimut angegeben, für welches das außerordentliche Bild ein Minimum wird, es ist das der kleinen Axe der Ellipse; es würde das Azimut der Polarisationssebene seyn, wenn die Ellipse in eine gerade Linie überginge.

Andrerseits ist die Richtung der Axen der Ellipse theoretisch gegeben durch die Formel

$$\operatorname{tang} 2\omega = \operatorname{tang} 2\alpha \cos \delta,$$

wenn man sich der Bedingungsgleichung erinnert:

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{J}{I} \operatorname{tang} a.$$

Diese beiden Formeln erlauben den Winkel ω in Function von a , δ , I und J für jeden besonderen Einfallswinkel zu berechnen, und so kann man den Versuch mit der Rechnung vergleichen.

Ich habe drei Beobachtungsreihen an Spiegelmetall gemacht und dabei das Licht in den Azimuten $20^\circ 15'$, 46° und $71^\circ 25'$ polarisirt. Die Beobachtungen gaben bei mehrmaliger Wiederholung stets übereinstimmende Zahlen und die mittleren Resultate stehen mit der Theorie in vollem Einklang, wie man aus den folgenden Tafeln ersehen wird.

Spiegelmetall. — Azimut der kleinen Axe der Oscillationseclipse des Aethertheilchens nach der Reflexion.

Incidenz.	Licht polarisirt im Azimut 20° 15'.			Licht polarisirt im Azimut 46°.			Licht polarisirt im Azimut 71° 25'.		
	Azimut der kleinen Axe der Ellipse.		Unterschied.	Azimut der kleinen Axe der Ellipse.		Unterschied.	Azimut der kleinen Axe der Ellipse.		Unterschied.
	Beobachtet.	Berechnet.		Beobachtet.	Berechnet.		Beobachtet.	Berechnet.	
86	+ 15° 11'	+ 15° 9'	+ 0° 2'	+ 39° 24'	+ 39° 29'	— 0° 5'	— 20° 26'	— 20° 45'	— 0° 19'
84	+ 12 8	+ 12 12	— 0 4	+ 36 13	+ 35 45	+ 0 28	— 20 0	— 20 0	0 0
82	+ 9 32	+ 9 6	+ 0 26	+ 32 31	+ 30 54	+ 0 37	— 17 46	— 18 2	— 0 16
80	+ 6 41	+ 5 54	+ 0 47	+ 24 49	+ 23 28	+ 1 21	— 14 5	— 13 39	+ 0 26
78	+ 3 28	+ 2 51	+ 0 37	+ 14 54	+ 13 33	+ 1 21	— 8 46	— 7 34	+ 1 12
76	+ 0 12	+ 0 13	— 0 1	+ 1 39	+ 1 45	— 0 6	— 1 19	— 0 34	+ 0 45
74	— 1 57	— 2 14	— 0 17	— 10 49	— 10 46	+ 0 3	+ 5 44	+ 5 45	— 0 1
72	— 4 12	— 4 28	— 0 16	— 19 54	— 19 5	+ 0 49	+ 9 59	+ 10 24	— 0 25
70	— 6 27	— 6 12	+ 0 15	— 26 14	— 25 8	+ 1 6	+ 13 23	+ 13 56	— 0 33
68	— 8 11	— 7 58	+ 0 13	— 29 36	— 28 57	+ 0 39	+ 15 39	+ 16 14	— 0 35
66	— 9 23	— 9 19	+ 0 4	— 32 6	— 32 32	— 0 26	+ 18 3	+ 17 57	+ 0 6
64	— 10 23	— 10 40	— 0 17	— 34 6	— 33 49	+ 0 17	+ 18 55	+ 18 45	+ 0 10
62	— 11 39	— 11 46	— 0 7	— 35 40	— 35 23	+ 0 17	+ 19 24	+ 19 28	— 0 4
60	— 12 43	— 12 42	+ 0 1	— 36 48	— 36 47	+ 0 2	+ 19 46	+ 19 54	— 0 8
58	— 13 30	— 13 32	— 0 2	— 37 48	— 38 9	— 0 21	+ 19 50	+ 20 10	— 0 20
56	— 14 2	— 14 27	— 0 25	— 38 53	— 39 2	— 0 9	+ 20 0	+ 20 15	— 0 15
54	— 14 48	— 14 55	— 0 7	— 39 31	— 39 26	+ 0 5	+ 20 0	+ 20 25	— 0 25

52	-15	5	-15	31	-0	26	-39	49	-40	7	-0	18
50	-15	49	-16	5	-0	16	-40	15	-40	44	-0	29
48	-16	12	-16	30	-0	18	-40	45	-41	16	-0	31
46	-16	35	-16	55	-0	20	-41	4	-41	45	-0	41
44	-17	21	-17	17	+0	4	-41	30	-42	11	-0	41
42	-17	45	-17	39	+0	6	-42	5	-42	35	-0	30
40	-18	2	-17	57	+0	5	-42	36	-42	57	-0	21
38	-18	28	-18	14	+0	9	-42	52	-43	17	-0	25
36	-18	42	-18	28	+0	14	-43	13	-43	36	-0	23
34	-18	57	-18	42	+0	15	-43	33	-43	53	-0	20
32	-19	14	-18	54	+0	20	-43	55	-44	9	-0	14
30	-19	46	-19	1	+0	45	-44	21	-44	23	-0	2

Nicht allein die Richtung der Axen der Ellipse zu kennen, ist interessant, weil sie eine Prüfung der theoretischen Formeln gestattet, sondern es giebt auch die bloße Bestimmung dieser Unbekannten das Verhältniß der Intensitäten $\frac{J_2}{J_1}$ der in den Hauptazimuten reflectirten Strahlen.

Erinnern wir uns, daß das Azimut des Hauptschnitts, für welches die beiden Bilder gleich sind, gegeben wird durch die Formel:

$$\tan 2\omega' = -\frac{\cot 2\alpha}{\cos \delta} \dots \dots (16)$$

Entwickelt man nun $\cot 2\alpha$ und ersetzt α durch seinen Werth, so erhält man:

$$2 \cot \delta \tan 2\omega' = \frac{1}{J} \cot a - \frac{I}{J} \cot a$$

Diese Formel enthält zwei Unbekannte, δ und $\frac{I}{J}$, welche nicht vom Versuch gegeben werden, und wenn man denselben zur Bestimmung einer der Unbekannten anwenden wollte, müßte man die andere kennen oder eliminiren. Durch eine geringe Abänderung des Versuchs läßt sich aber diese Aufgabe auf eine viel einfachere und von der Unbekannten δ unabhängige Form zurückführen.

Bemerken wir nämlich, daß einer der beiden Winkel a und ω' willkürlich ist. Bisher polarisirten wir das Licht in einem Azimut $(90^\circ - a)$, welches wir nach Belieben wählen konnten; wir drehten das doppeltbrechende Prisma bis zur Gleichheit der beiden Bilder und maßen das Azimut ω' . Gegenwärtig können wir umgekehrt verfahren, d. h. das doppeltbrechende Prisma anfangs in ein für alle Versuche constantes, sonst aber beliebiges Azimut ω' bringen, dann das polarisirende Nicol'sche Prisma drehen und bei jeder Incidenz das Polarisationsazimut $(90^\circ - a)$ messen, bei welchem die beiden Bilder gleich sind. Unter allen Werthen, die man ω' geben könnte, setze ich $\omega' = 0$, d. h. bringe den Hauptschnitt des doppeltbrechenden Prisma in die Einfallsebene. Die Formel wird dann:

$$0 = \frac{I}{J} \cot a - \frac{1}{\frac{J}{I} \cot a} \quad \text{oder} \quad \frac{J}{I} = \tan(90^\circ - a).$$

Der Phasenunterschied ist dann eliminirt und man gelangt zu folgendem, merkwürdig einfachem Resultat: Das Verhältniß der Quadratwurzeln aus den Intensitäten der in der Einfallsebene und der darauf winkelrechten Ebene polarisirten Strahlen ist gleich der Tangente des Polarisationsazimuts des einfallenden Strahls, bei welchem die beiden Bilder gleich sind.

Diese Methode steht keiner bereits von mir beschriebenen an Genauigkeit nach. Sie erfordert nämlich keinen intermediären Körper, verlangt bloß eine einzige Re-

flexion und erlaubt die Anwendung eines einfachen Lichts, was uns gegen die Fehler aus der ungleichen Brechbarkeit der Strahlen des weißen Lichtes schützt; endlich bestimmt sie den gesuchten Winkel α nicht durch Messung des Polarisationsazimuts eines Strahls, was immer wenig genau ist, sondern durch das Azimut, bei welchem zwei Farben gleich sind, was unendlich genauer und empfindlicher ist.

Spiegelmetall. — Verhältniß der Quadratwurzeln aus den Intensitäten des reflectirten Lichts $\left(\frac{J}{I}\right)$.

Incidenzen.	Beobachtete Winkel $90^\circ - \alpha$.	Verhältniß $\frac{J}{I}$.		Unterschiede.
		Beobachtet.	Berechnet.	
86°	50° 20'	1,206	1,230	— 0,024
84	52 37	1,357	1,327	+ 0,030
82	54 43	1,413	1,419	— 0,006
80	55 41	1,465	1,476	— 0,011
78	56 1	1,483	1,507	— 0,024
76	56 40	1,520	1,515	+ 0,005
74	56 15	1,497	1,502	— 0,005
72	55 37	1,461	1,463	— 0,002
70	55 23	1,448	1,451	— 0,003
68	54 50	1,419	1,421	— 0,002
66	54 22	1,395	1,402	— 0,007
64	53 45	1,364	1,357	+ 0,007
62	53 22	1,344	1,329	— 0,015
60	52 24	1,298	1,301	— 0,003
58	52 0	1,280	1,275	+ 0,005
56	51 36	1,261	1,236	+ 0,025
54	50 45	1,224	1,228	— 0,004
52	50 20	1,206	1,206	
50	49 52	1,186	1,187	— 0,001
48	49 29	1,170	1,169	+ 0,001
46	49 5	1,154	1,152	+ 0,002
44	48 48	1,142	1,150	— 0,008
42	48 20	1,123	1,123	
40	48 10	1,117	1,110	+ 0,007
38	47 35	1,094	1,097	— 0,003
36	47 22	1,088	1,086	+ 0,002
34	47 6	1,076	1,076	
32	47 0	1,072	1,066	+ 0,006
30	46 48	1,065	1,058	+ 0,007

Ich schliesse dieses Kapitel mit einigen Bemerkungen über die von Herrn de Sénarmont veröffentlichte Arbeit ¹⁾).

Dieser Physiker liefs einen in irgend einem Azimut polarisirten Strahl an Metall reflectiren, fing ihn nun mit einer Glimmerplatte von solcher Dicke auf, dafs die beiden Hauptstrahlen beim Durchlaufen derselben einen Gangunterschied von einer Viertelundulation erlangten, und brachte den Hauptschnitt dieser Platte in eine Richtung ω , welche die geradlinige Polarisation wieder herstellte. Offenbar läuft dieser Versuch auf Folgendes hinaus:

Der vom Metall elliptisch polarisirte Strahl zerfällt in zwei Bündel, polarisirt nach Ebenen parallel und winkelrecht gegen den Hauptschnitt der dünnen Glimmerplatte. Die Berechnung der Intensitäten und Phasen dieser Strahlen ist schon im Vorhergehenden ausgeführt; ihr Gangunterschied wird ausgedrückt durch folgende Formel:

$$\text{tang } (\delta' - \delta'') = \frac{\sin \delta \cos 2\alpha}{\sin 2\omega \cos 2\alpha - \sin 2\alpha \cos 2\omega \cos \delta} \dots (14)$$

In Folge des Durchlaufens der Glimmerplatte erlangen diese Strahlen abermals einen Phasenunterschied von einer Viertelwelle oder von 90° , welcher sich dem ersten entweder addirt oder subtrahirt. Damit die Polarisation wieder hergestellt werde, mufs die erhaltene Summe entweder Null oder gleich 180° seyn, was nur geschehen kann, wenn $(\delta' - \delta'')$ selber gleich $\pm 90^\circ$ ist. Diese Bestimmung reducirt sich also auf die Aufsuchung einer Richtung, bei welcher die beiden winkelrechten Strahlen, in die die Ellipse zerfällt, einen Gangunterschied von einer Viertelwelle besitzen. Diese Richtung ist die eine der Axen der Ellipse; man erhält sie, wenn man setzt:

$$\text{tang } (\delta' - \delta'') = \infty, \text{ woraus } \text{tang } 2\omega = \text{tang } 2\alpha \cos \delta.$$

Um für die eben gefundene Richtung die Intensitäten der winkelrecht polarisirten Strahlen zu erhalten, braucht

1) *Ann. de chim. et de phys. Ser. II. T. LXXIII, p. 337.*
(S. Ann. Ergänzb. I. S. 451.)

man nur A'^2 und B'^2 in den Formeln (13) zu berechnen und dabei ω durch seinen Werth zu ersetzen; diese Intensitäten sind den Längen der Axen proportional.

Bei den Versuchen des Herrn de Sénarmont ist der Phasenunterschied Null geworden und die Polarisation ist durch Superposition der beiden winkelrecht polarisirten Strahlen, deren Intensitäten A'^2 und B'^2 sind, wieder hergestellt; das Azimut der wieder hergestellten Polarisation ist also gegeben durch die Formel:

$$\tan \beta = \frac{A'}{B'}.$$

Die Versuche des Herrn de Sénarmont messen folglich zwei Azimute:

- 1) das Azimut des Hauptschnitts der Glimmerplatte, und dieß ist die Richtung einer der Axen der Ellipse;
- 2) das Azimut der wieder hergestellten Polarisation und die Tangente dieses Winkels drückt das Längen-Verhältniß der Axen der Oscillationsellipse aus.

Ich hielt es für nöthig die theoretische Bedeutung dieser beiden Bestimmungen hervorzuheben, da sie die elliptische Bewegung der Aethertheilchen nach der Reflexion am Metall vollständig definiren. Noch interessanter wäre es, die Theorie mit den Versuchen zu vergleichen, aber leider scheinen diese nicht genau genug zu seyn; practische Schwierigkeiten, die Herr de Sénarmont selber erkannt hat, stören die Beobachtungen und machen sie zuweilen unmöglich.

IV. Erscheinungen bei mehrfachen Reflexionen.

Ogleich ich schon bei Beschäftigung mit den Phasendifferenzen von den mehrfachen Reflexionen gesprochen habe, so bleibt mir noch zu zeigen, daß alle Umstände dieser Versuche leicht vorhergesehen und berechnet sind: ich will dieß zunächst für den Fall thun, daß die reflectirenden Flächen parallel seyen.

Man wird sich erinnern, daß mehre Reflexionen in gerader oder ungerader Zahl unter bestimmten Incidenzen

die ebene Polarisation wieder herstellen können, — eben so ferner, dafs wenn der einfallende Strahl in einem bestimmten Azimut polarisirt ist, z. B. links von der Einfallsebene, der reflectirte Strahl zuweilen rechts, zuweilen links von dieser Ebene polarisirt wird, — endlich dafs das Azimut des wieder hergestellten Strahls immer kleiner ist als das des einfallenden Strahls. Es giebt also, wie man sieht, bei dieser Erscheinung drei Punkte zu untersuchen, nämlich:

1) die Incidenz, bei welcher die Polarisation wieder hergestellt ist;

2) der Sinn des Azimuts des wieder hergestellten Strahls;

3) der absolute Werth dieses Azimuts.

Wir wollen sie nach der Reihe durchnehmen:

1. Die Winkel, bei welchen nach einer einzigen Reflexion, die Phasenunterschiede sind:

$$0, \frac{\pi}{m}, \frac{2\pi}{m}, \frac{3\pi}{m}, \dots, \frac{(m-1)\pi}{m}, \frac{m\pi}{m}$$

lassen sich immer berechnen, denn da die Formeln für die Phasendifferenzen

$$\tan \delta = \tan 2\omega \sin u, \quad \tan \omega = \frac{U \cos i}{\sin^2 i}$$

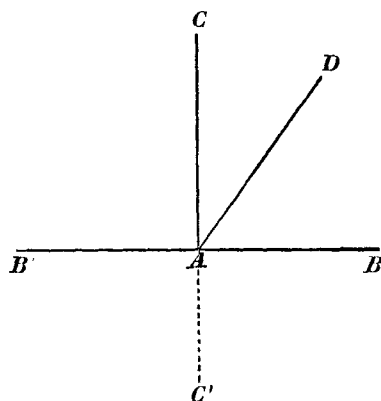
sind, so braucht man nur δ successiv durch die vorstehenden $(m+1)$ Werthe in diesen Gleichungen zu ersetzen; man erhält dann $(m+1)$ Werthe von i (deren erster $= 0$ und deren letzter $= 90^\circ$), bei welchen der Phasenunterschied den vorstehenden Gröfsen gleich ist. Läßt man das Licht m Mal unter den Incidenzen reflectiren, so werden die Phasenunterschiede Multipla von m und gleich

$$0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, m\pi.$$

Es giebt also $(m+1)$ Incidenzen, mit Einschluss der von 0° und 90° , oder, zwischen diesen, $(m-1)$, bei welchen die Polarisation wieder hergestellt wird und welche man mittelst der theoretischen Formeln berechnen kann. Bemerken wir noch, dafs es deren nicht mehr geben

kann, denn, damit die Polarisation wieder eben werde, ist es nothwendig und hinreichend, dafs der Phasenunterschied gleich sey einem Multiplum von π ; da er zwischen den Gränz-Incidenzen für eine einzige Reflexion von 0 bis π schwankt, so liegt er nach m Reflexionen zwischen 0 und $m\pi$, und man kann zwischen diesen Zahlen nur $(m - 1)$ Multipla von π finden. Es wird also zwischen 0° und 90° nur $(m - 1)$ Winkel der wieder hergestellten Polarisation geben. Diese theoretischen Folgerungen bestätigen genau die Thatsachen; der erste Punkt ist also vollständig behandelt.

2. Es wird nicht schwer seyn, den Sinn der Polarisationsazimute vorauszusehen.



Gesetzt die Schwingung des einfallenden Strahls geschehe längs AD ; sie wird in zwei nach den beiden Hauptebenen AB , AC gerichteten Schwingungen zerfallen. Nach m Reflexionen, wann die Polarisation wieder hergestellt ist, werden die Phasen der beiden Componenten um ein Mul-

tiplum von halben Wellen verschieden seyn; ist dieses Multiplum ein gerades, so ist der Unterschied eine ganze Zahl von Wellen. Die Schwingungen sind in demselben Fall, wie wenn er Null wäre; sie stimmen überein wie vor der Reflexion und ihre Resultante wird in dem Winkel CAB liegen. In diesem Fall wird der wieder hergestellte Strahl nach derselben Seite der Einfallsebene polarisirt seyn wie der einfallende Strahl.

Ist das Multiplum ein ungerades, so haben die componirenden Schwingungen zuletzt einen Gangunterschied von einer halben Welle; sie discordiren und die wieder

hergestellte Schwingung liegt im Winkel $B' A C'$ oder $C A B'$. Der Sinn der Polarisation ist also geändert.

Also für Winkel, die, nach m Reflexionen, zwischen den Hauptstrahlen Gangunterschiede gleich

$$0, \quad \frac{2\lambda}{2}, \quad \frac{4\lambda}{2}, \quad \frac{6\lambda}{2}, \quad \text{u. s. w.}$$

geben, wird der wieder hergestellte Strahl rechts von der Einfallsebene polarisirt seyn, wenn es der einfallende Strahl ebenfalls war. Sind aber die Unterschiede

$$\frac{\lambda}{2}, \quad \frac{3\lambda}{2}, \quad \frac{5\lambda}{2}, \quad$$

so wird die Ebene der wieder hergestellten Polarisation links von der Einfallsebene liegen.

Für den nächsten Winkel an 0 wird also die Polarisation links wieder hergestellt seyn, für den darauf folgenden rechts, und so abwechselnd fort bis zum letzten.

Es ist gut zu bemerken, daß diese beiden Data: der Winkel, der die Polarisation wieder herstellt, und der Sinn des Azimuts des wieder hergestellten Strahls, absolut nur abhängen von dem Phasenunterschied der nach den Hauptebenen polarisirten Strahlen. Bald werden wir sehen, daß das Azimut des wieder hergestellten Strahls nur von deren Intensität abhängt.

3. Da der einfallende Strahl immer im Azimut $(90^\circ - a)$ polarisirt ist, so zerfällt er in zwei andere, deren Amplituden $\cos a$ und $\sin a$ sind. Nach einer ersten Reflexion sind sie geworden:

$$\begin{array}{ll} I \cos a, & \text{Schwingung in der Einfallsebene} \\ J \sin a, & \text{do. winkelrecht darauf.} \end{array}$$

Eine zweite Reflexion ertheilt ihnen proportionale Veränderungen; sie werden:

$$I^2 \cos a, \quad J^2 \sin a.$$

Nach m Reflexionen werden sie

$$I^m \cos a, \quad J^m \sin a$$

und wenn die Polarisation unter einer gewissen Incidenz hergestellt ist, wird die Cotangente des Schwingungszimut, oder, was auf dasselbe hinausläuft, die Tangente

des Azimuts der wieder hergestellten Polarisation ausgedrückt durch das Verhältniß der Schwingung in der Einfallsebene zu der winkelrecht darauf, so daß man hat:

$$\cot x = \frac{I^m \cos a}{J^m \sin a} = \left(\frac{I}{J}\right)^m \cot a.$$

Um also nach m Reflexionen die Tangente der unter einem gegebenen Winkel wieder hergestellten Polarisation zu erhalten, muß man für diese Incidenz das Verhältniß $\frac{I}{J}$ berechnen, dasselbe in die Potenz m erheben und mit der Tangente vom Azimut des einfallenden Strahls multipliciren.

Wiederholen wir die schon gemachte Bemerkung: die Incidenz der wieder hergestellten Polarisation hängt nur von der Phasendifferenz ab, das Azimut nur vom Verhältniß der Intensitäten. Man kann auf das Phänomen der wieder hergestellten Polarisation nicht Wichtigkeit genug legen; es ist das Resultat zweier Modificationen des Lichts: einer Aenderung der Phase und einer der Amplituden, bei welcher man zweierlei zu messen hat: eine Incidenz und ein Azimut, welche getrennte Functionen des Phasenunterschiedes und des Intensitätsverhältnisses der Hauptstrahlen sind, so daß die Beobachtung der Incidenzen uns zur Bestimmung der Phasen gedient hat, und die der Azimute, in Ermangelung anderer Mittel, zur Aufsuchung des Intensitätsverhältnisses dienen könnte. Diefs Phänomen würde also hinreichen, alle Elemente der Metall-Reflexion zu finden.

Die Versuche des Herrn Brewster bestätigen die Folgerungen der Theorie für den besonderen Fall, wo die Incidenz die des Polarisationsmaximum ist. Ich werde bei diesem Gegenstand auf die Abhandlung des Herrn de Sénarmont zurückkommen. Ich hielt es für nöthig, neue Versuche an einem noch nicht berücksichtigten Metall, am Kupfer, anzustellen, zugleich die Incidenzen und die Azimute der wieder hergestellten Polarisation

für jede mögliche Zahl von Reflexionen zu bestimmen und die Resultate theoretisch zu berechnen. Obgleich man im Voraus sicher seyn konnte, Rechnung und Versuch in Einklang zu finden, so schien die Probe doch nicht unnütz zu seyn.

Kupfer. — Winkel und Azimute der durch mehrfache Reflexion wieder hergestellten Polarisation.
(das Azimut des einfallenden Strahls ist 45°.)

Anzahl der Reflexionen.	Winkel der wieder her- gestellten Polarisation.		Unterschiede.	Azimute der wieder her- gestellten Polarisation.		Unterschiede.
	Beobachtet.	Berechnet.		Beobachtet.	Berechnet.	
6	83° 33'	84° 14'	— 0° 41'	— 29° 40'	— 29° 57'	— 0° 17'
4	81 0	80 52	+ 0 8	— 30 3	— 31 36	— 1 33
6	77 40		+ 0 7	+ 22 35	+ 22 6	+ 0 29
3	78 0	77 33	+ 0 27	+ 32 20	+ 32 30	— 0 10
10	74 25	74 42	— 0 17	+ 11 5	+ 12 1	— 0 56
2	70 9		+ 0 9	— 34 0	— 33 15	+ 0 45
4	70 54		+ 0 54	+ 22 30	+ 23 16	— 0 46
6	70 0	70 0		— 16 0	— 15 45	+ 0 15
8	69 40		— 0 20	+ 11 35	+ 10 28	+ 1 7
10	70 0			— 6 35	— 7 0	— 0 25
10	64 40	64 28	+ 0 12	+ 13 30	+ 13 42	— 0 12
6	60 10		+ 0 5	+ 24 45	+ 25 3	— 0 18
3	60 40	60 5	+ 0 35	— 33 15	— 34 21	— 1 6
10	57 40	57 37	+ 0 3	— 16 0	— 16 57	— 0 57
4	55 5		— 0 19	— 31 30	— 32 54	— 1 24
8	55 18	55 24	— 0 6	+ 22 35	+ 22 42	— 0 7
10	49 40	48 40	+ 1 0	+ 23 30	+ 23 29	+ 0 1
6	45 0	44 56	+ 0 4	— 34 0	— 33 13	+ 0 47
8	42 10	43 39	— 1 29	— 30 15	— 30 27	— 0 12

Die letzten Versuche, welche wir zu prüfen haben, sind die, bei denen die beiden Einfallsebenen einen bestimmten Winkel ω unter sich bilden. Herr Brewster liefs das Licht unter einem bestimmten und constanten Winkel an einer ersten Fläche reflectiren, suchte dann experimentell die Incidenz auf, bei welcher er das Licht an einer zweiten Fläche reflectiren lassen mußte, damit die Polarisation wieder hergestellt würde. Diese sind die Versuche, welche Herr Brewster durch ein empirisches, ohne Zweifel sehr sinnreiches, aber aller Bedeutung entblößtes Verfahren vorgestellt hat (die Complementary der Einfallswinkel an der zweiten Fläche setzte er gleich den Fahrstrichen einer Ellipse); es wird nicht unnütz seyn zu zeigen, dafs die Theorie auch in diesem letzten Fall mit den Thatsachen in Einklang steht.

Der auf S. 461 u. s. f. ausgeführte Calcul gilt hier ohne Abänderung. Ein einfallender im Azimut $(90^\circ - \alpha)$ polarisirter Strahl reflectirt sich an einer ersten Metallplatte unter einer bestimmten Incidenz; er giebt nach der Reflexion zwei in den Hauptazimuten polarisirte Strahlen, vorgestellt durch die Formeln:

$$x = \cos \alpha \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y = \sin \alpha \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta \right).$$

Diese beiden Bündel fallen auf eine zweite Fläche, deren Einfallsebene mit der der ersten einen Winkel ω macht; sie rufen zwei andere in den Hauptebenen der neuen Platte polarisirte hervor, deren Schwingungen bezeichnet werden durch:

$$x' = A' \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta' \right),$$

$$y' = B' \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta'' \right),$$

und der Phasenunterschied dieser Strahlen vor der Reflexion an der zweiten Fläche wird ausgedrückt durch die Formel:

$$\tan(\delta' - \delta'') = \frac{\sin \delta \sin 2\alpha}{\sin 2\omega \cos 2\alpha - \sin 2\alpha \cos 2\omega \cos \delta} \quad (14)$$

Wir haben demnach den einmal reflectirten Strahl in zwei Bündel zerlegt, die nach den Hauptebenen der zweiten reflectirenden Fläche polarisirt sind. Vor der Reflexion besitzen sie einen Gangunterschied $(\delta' - \delta'')$, und durch den Act der zweiten Reflexion erlangen sie einen neuen Phasenunterschied δ''' , welcher sich dem ersten addirt und eine Summe $\delta' - \delta'' + \delta'''$ giebt, Damit der Strahl dann wieder geradlinig polarisirt sey, ist es nöthig und hinreichend, daß $\delta' - \delta'' + \delta''' = \pi$, woraus $\delta''' = \pi - (\delta' - \delta'')$. Durch die Formeln (9) berechnet man, bei welchem Einfallswinkel an der zweiten Fläche diese Phasendifferenz entstehen könne, und hat dann nur noch den Versuch mit den Rechnung zu vergleichen.

Dieser Vergleich ist hier für zwei aus der Abhandlung des Herrn Brewster ¹⁾ genommene Tafeln gemacht. In der ersten, für Silber geltenden, ist die Incidenz an der ersten Fläche 80° . Die Winkel der beiden Einfallsebenen stehen in der ersten Kolumne, und die folgenden enthalten die Complementary der Incidenzen, welche die ebene Polarisation wieder herstellten. Man wird die Unterschiede zwischen Versuch und Rechnung nur unbedeutend finden, wenn man erwägt, welche Schwierigkeit die genaue Messung der Azimute und Incidenzen bei so complicirten Versuchen darbieten muß.

Versuche des Herrn Brewster mit Silber.

Incidenz an der ersten Fläche = 80° .

Winkel der beiden Einfallsebenen.	Phasendifferenz der Hauptstrahlen bei d. zweiten Incidenz.	Complement der Incidenzen, die bei einer zweiten Reflexion die geradlinige Polarisation wieder herstellen.		Unterschiede.
		Beobachtet.	Berechnet.	
+ $90^\circ 0'$	$54^\circ 19'$	$0^\circ 0'$	$9^\circ 24'$	+ $0^\circ 36'$
78 45	57 51	0 0	9 53	+ 0 7
67 30	66 26	11 32	11 37	- 0 5
56 15	79 56	14 20	14 33	- 0 13
45 0	96 7	18 20	18 37	- 0 17

1) *Philosoph. Transact. f.* 1830. (Ann. Bd. XXI. S. 243.)

Winkel der beiden Ein- fallsebenen.	Phasendifferenz der Hauptstrah- len bei d. zwei- ten Incidenz.	Complement der Incidenzen, die bei einer zweiten Reflexion die geradlinige Polarisation wieder herstellen.		Unterschiede.
		Beobachtet.	Berechnet.	
33° 45'	110° 40'	21° 13'	23° 1'	— 1° 48'
22 30	120 30	25 20	26 32	— 1 12
11 15	125 25	26 55	28 29	— 1 34
0 0	125 41	28 2	28 37	— 0 35
— 11 15	122 90	24 40	26 30	— 1 50
22 30	113 34	21 0	23 59	— 2 59
33 45	100 4	16 40	19 44	— 3 4
45 0	83 53	14 35	15 28	— 0 53
56 15	69 19	11 10	12 12	— 1 2
67 30	59 30	10 0	11 13	— 1 13
78 45	54 35	10 0	9 15	+ 0 45
90 0	54 19	10 0	9 24	+ 0 36

Versuche des Herrn Brewster mit Silber.

Incidenz an der ersten Fläche = 68°.

+ 0° 0'	71° 38'	13° 0	12° 42	+ 0° 18'
+ 11 15	74 54	14 0	13 24	+ 0 36
+ 22 30	80 31	15 15	14 41	+ 0 34
+ 33 45	87 53	16 0	15 58	+ 0 02
+ 45 0	95 28	17 0	18 27	— 1 27
+ 56 15	102 22	19 0	20 25	— 1 25
+ 67 30	106 49	20 0	21 42	— 1 42
+ 78 45	108 57	20 0	22 0	— 2 0
+ 90 0	108 20	20 0	22 15	— 2 15
— 78 45	107 33	18 0	21 14	— 3 14
— 67 30	105 60	16 30	19 30	— 3 0
— 56 15	99 28	15 30	17 32	— 2 2
— 45 0	92 60	14 30	15 38	— 1 8
— 33 45	84 31	14 0	14 0	0 0
— 22 30	77 37	13 30	13 2	+ 0 28
— 11 15	73 10	13 0	12 37	+ 0 23
— 0 0	71 3	13 0	12 42	+ 0 18

In dieser Arbeit habe ich mir vorgenommen, nicht allein die von mir selbst angestellten Versuche kennen zu lehren, sondern auch die meiner Vorgänger in diesem Felde zu recapituliren und zu zeigen, daß, Dank den mathematischen Theorien des Herrn Cauchy, die Aufgabe von der Reflexion an Metallen gegenwärtig vollkommen gelöst ist. Es bleiben noch einige experimentelle Untersuchungen zu machen übrig, welche, wenn sie auch leichter, dennoch nicht minder wichtig sind. Man

wird für jedes Metall die Werthe der Constanten zu bestimmen haben, um zu ermitteln, wie sie mit den Umständen variiren, welche die Politur, die Dichte und den Molecularzustand des Körpers ändern; man wird auch die verschiedenen einfachen Farben des Spectrums anwenden müssen, um von der Ungleichheit der Wirkung, welche die Metalle auf sie ausüben, die Gesetze aufzusuchen.

Folgerungen.

Die gegenwärtige Arbeit bezweckt zu bestimmen:

1. Die Intensität des von polirten Metallen reflectirten Lichts, wann der einfallende Strahl in dem Azimute 0° oder 90° polarisirt ist.

2. Das Verhältniß dieser Intensitäten, durch ein anderes Verfahren.

3. Die Phasendifferenz dieser Strahlen nach der Reflexion.

4. Dafs die Resultate der Versuche vollkommen durch die mathematischen Formeln des Herrn Cauchy dargestellt werden.

5. Die Richtung der Axen der Ellipse, welche die Aethertheilchen, nach einer Reflexion an einem Metallspiegel, beschreiben, wenn der einfallende Strahl in irgend einem Azimute polarisirt ist.

6. Durch Rechnung und Versuche: die Incidenzen, bei welchen die Polarisation nach einer gewissen Zahl von Reflexionen an parallelen Flächen wieder geradlinig geworden ist.

7. Für alle Incidenzen: die Azimute der wieder hergestellten Polarisation.

8. Den Werth der Winkel der wieder hergestellten Polarisation, wenn die beiden Einfallsebenen gegen einander geneigt und die Incidenzen an den beiden Spiegeln ungleich sind.

