

Untersuchungen über den Werth der Mondsparrallaxe, die aus den in der Mitte des vorigen Jahrhunderts angestellten correspondirenden Beobachtungen abgeleitet werden kann.

Von Herrn Professor *Olufsen*, Director der Sternwarte in Copenhagen.

Die gegenwärtige Untersuchung hat zum Zweck, denjenigen Werth der Mondsparrallaxe zu bestimmen, der aus den in der Mitte des vorigen Jahrhunderts angestellten correspondirenden Beobachtungen abgeleitet werden kann, und betrifft also einen Gegenstand, der schon zu mehreren Abhandlungen die Veranlassung gegeben hat. Denn, ohne die Arbeiten anderer Astronomen zu gedenken, haben nicht nur *Lacaille* und *Lalande* mehrere Denkschriften geliefert, in welchen diese Beobachtungen zur Bestimmung eines dem damaligen Zustande der Reductions-Elemente entsprechenden Werthes der Mondsparrallaxe benutzt worden sind, sondern auch in unserer Zeit ist *Bürg*, der es bekanntlich vorzog, dieses Element unmittelbar aus Beobachtungen abzuleiten, wieder auf denselben Gegenstand zurückgekommen, und hat die von *Lacaille* und seinen Zeitgenossen angestellten Beobachtungen einer neuen Berechnung unterworfen. Wenn man es aber gleich dieser wiederholten Behandlung desselben Gegenstandes verdanken muß, daß das eigentliche Resultat der in Rede stehenden Beobachtungen, oder die GröÙe der gesuchten Parrallaxe jetzt als mit ziemlicher Sicherheit bekannt angesehen werden kann, so darf es doch auf der andern Seite nicht übersehen werden, daß dieses Ergebnis nicht das einzige ist, was man jetzt geneigt seyn wird den erwähnten Arbeiten abzufordern. Bekanntlich haben in der neueren Zeit Einige nach *Laplace's* Beispiel es vorgezogen, den Werth der Mondsparrallaxe auf einem Wege zu suchen, der weniger direct ist als die Methode durch correspondirende Meridianbeobachtungen, aber die Richtigkeit dieses Verfahrens würde nur dann als erwiesen angesehen werden können, wenn es andererseits schon nachgewiesen wäre, daß die vorhandenen Data zu der Bestimmung der Parrallaxe auf dem einfacheren Wege nicht hinreichen, um diese Bestimmung mit der gewünschten Sicherheit zu geben, und von diesem Gesichtspunkte aus kann man gegen die früheren Arbeiten über diese Materie die Einwendung machen, daß sie zur Beurtheilung der GröÙe der zufälligen Fehler in den angewandten Beobachtungen, so wie des Einflusses, den etwanige zweifelhafte Reductions-Elemente auf das Resultat haben können, theils wegen der Form der Mittheilung, theils wegen der in der Berechnung gebrauchten Methode, nicht

hinlängliche Beiträge liefern. In dieser Hinsicht scheint also eine neue Reduction noch Dienste leisten zu können, die selbst dann nicht ihren Werth ganz verlieren würde, wenn es sich auch zeigen sollte, daß die *Lacailleschen* Beobachtungen entweder nicht zahlreich oder nicht genau genug wären, um für sich allein die Grundlage zu der gesuchten Bestimmung zu gewähren. Denn obgleich in diesem Falle das gewünschte Resultat nur durch eine neue ähnliche Beobachtungsreihe zu erhalten wäre, so ist es wenigstens zu vermuthen, daß man, wenn auch eine solche vorhanden wäre, die beinahe zweijährigen Bemühungen der größten Beobachter im vergangenen Jahrhundert nicht ganz unbeachtet lassen würde, und bei einer solchen Verbindung der späteren mit den älteren Materialien würde also eine Vorarbeit über diese letzteren, in welcher nicht ohne Nothwendigkeit dem Rechner vorgegriffen war, immer als ein brauchbares Hülfsmittel dienen können. Diese Betrachtung erhält gewissermaßen ein größeres Gewicht durch den Umstand, daß jetzt wieder auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung eine Sternwarte errichtet ist, und zugleich eine in einem früheren Bande dieses Journals vorkommende Aeußerung anzudeuten scheint, daß die dortigen Astronomen diesem Gegenstande schon ihre Aufmerksamkeit geschenkt haben.

Um den Weg anzugeben, den ich bei der Entwicklung der Bedingungsgleichung, welche man durch die Combination zweier correspondirenden Beobachtungen für die Bestimmung der Parrallaxe erhält, genommen habe, bezeichne ich durch  $r$ ,  $r'$  den geocentrischen und scheinbaren Halbmesser des Mondes, und durch  $p$  den Winkel am Mittelpunkt des Mondes; der durch die Linien nach dem Mittelpunkte der Erde und nach dem Beobachtungsort gebildet wird. Es ist dann, zuerst unter Voraussetzung der Kugelgestalt der Erde:

$$\sin r' = \frac{\sin(z \pm r') \cdot \sin r}{\sin(z \pm r' - p)}, \quad \sin p = \sin \pi \cdot \sin(z \pm r')$$

wo  $\pi$  die Horizontalparrallaxe,  $z$  die Zenithdistanz des beobachteten Randes bedeuten, und wo das obere Zeichen, hier wie im folgenden, für den Fall gilt, daß der obere Rand beobachtet ist. Man erhält hieraus durch die Elimination von  $p$  einen Ausdruck für  $r'$ , der, wenn  $r$  und  $\pi$  als GröÙen von derselben Ordnung

angesehen werden, bis auf die dritte Potenz incl. genau ist, nämlich:

$$r' = r + \sin r \cdot \sin \pi \cos(z \pm r) + \sin r \cdot \sin^2 \pi \left[ 1 - \frac{\sin^2(z \pm r)}{2} \right]$$

Um nun die geocentrische Zenithdistanz des Mittelpunktes des Mondes, welche ich mit  $Z$  bezeichne, durch die Zenithdistanz des beobachteten Randes auszudrücken, hat man zuerst die Gleichung:

$$Z = z \pm r' - \sin \pi \cdot \sin(z \pm r') - \frac{\sin^3 \pi}{6} \sin^3(z \pm r')$$

welche durch Substitution des obigen Werthes für  $r'$ , und indem die Glieder vernachlässigt werden, die in Bezug auf  $\sin r$  und  $\sin \pi$  die dritte Potenz übersteigen, in die folgende übergeht:

$$Z = z \pm r - \sin \pi \sin(z \pm r) \pm \sin \pi \cdot \sin r \cos(z \pm r) \pm \sin^2 \pi \sin r \frac{\sin^2(z \pm r)}{2} - \frac{\sin^3 \pi}{6} \sin^3(z \pm r)$$

oder durch die Entwicklung:

$$Z = z + r - \sin \pi \sin z - \frac{\sin \pi \cdot \sin^2 r \sin z}{2} + \frac{\sin^2 \pi \sin r \cdot \sin^2 z}{2} - \frac{\sin^3 \pi \cdot \sin^3 z}{6}$$

in welcher Gleichung  $r$  und  $\sin r$  negativ gesetzt werden müssen, wenn der Unterrand beobachtet ist. Die elliptische Figur der Erde wird in der letzten Formel berücksichtigt, indem man  $z - \lambda$  für  $z$ , und  $\rho \sin \pi$  für  $\sin \pi$  schreibt, wo dann  $\lambda$  den Winkel der Verticale des Beobachtungsortes mit dem diesem Punkte entsprechenden Erdradius ( $\rho$ ), und  $\pi$  die Aequatoreal-Parallaxe bedeutet. Bezeichnet man nun ferner, nach der Einführung der Größen  $\lambda, \rho$ , das Verhältniß des Halbmessers des Mondes zu dem Aequatoreal-Radius der Erde mit  $m$ , oder, was dasselbe ist, setzt man

$$\sin r = m \sin \pi \dots r = m \sin \pi + \frac{m^3}{6} \sin^3 \pi$$

$$D' = \delta' - [\sin z' \mp m] \sin \pi' - [\sin z' \mp m]^3 \frac{\sin^3 \pi'}{6} + \alpha [\sin^2 \Phi' \sin z' + \sin 2\Phi' \cos z'] \sin \pi'$$

$$D'' = \delta'' + [\sin z'' \mp m] \sin \pi'' + [\sin z'' \mp m]^3 \frac{\sin^3 \pi''}{6} - \alpha [\sin^2 \Phi'' \sin z'' + \sin 2\Phi'' \cos z''] \sin \pi''$$

Um diese zu einer Bestimmungsgleichung für die Parallaxe zu vereinigen, seien  $t', t''$  die den beiden Beobachtungen entsprechenden mittleren Zeiten nach dem Pariser Meridian; ferner sei  $D$  die geocentrische Declination des Mondes für eine Zeit  $T$ , die zwischen  $t'$  und  $t''$  angenommen wird, und  $d'D, d''D$  die De-

$$0 = \delta' - \delta'' + dD - \left\{ \sin z' \mp m - \alpha [\sin^2 \Phi' \sin z' + \sin 2\Phi' \cos z'] \right\} \sin \pi' - \left\{ \sin z'' \mp m - \alpha [\sin^2 \Phi'' \sin z'' + \sin 2\Phi'' \cos z''] \right\} \sin \pi'' - \left\{ [\sin z' \mp m]^3 \frac{\sin^3 \pi'}{6} + [\sin z'' \mp m]^3 \frac{\sin^3 \pi''}{6} \right\}$$

Bezeichnet man nun die Parallaxe für die Zeit  $T$  mit  $\pi$ , und schreibt man in Uebereinstimmung hiernit für  $\sin \pi'$  und  $\sin \pi'' \dots \sin \pi - \cos \pi \cdot d\pi (T - t')$  und  $\sin \pi + \cos \pi \cdot d\pi (t'' - T)$  in den Gliedern, wo diese Substitution von Belang seyn kann,

so wird, wenn auch diese Substitution vorgenommen wird.

$$Z = z - \lambda - [\rho \sin(z - \lambda) \mp m] \sin \pi - [\rho \sin(z - \lambda) \mp m]^3 \frac{\sin^3 \pi}{6}$$

wo wieder das obere Zeichen dem oberen Rande entspricht, und hieraus erhält man also, wenn  $D$  die geocentrische Declination des Mittelpunktes,  $\delta$  die beobachtete Declination des Randes bezeichnet, die Gleichung:

$$D = \delta + [\rho \sin(z - \lambda) \mp m] \sin \pi + [\rho \sin(z - \lambda) \mp m]^3 \frac{\sin^3 \pi}{6}$$

Die hier vorkommenden Größen  $\rho, \lambda$  lassen sich bekanntlich mittelst der Abplattung ( $\alpha$ ) und der Polhöhe des Beobachtungs-ortes ( $\varphi$ ) folgendermaßen ausdrücken:

$$\rho = 1 - \alpha \sin^2 \varphi + \frac{5}{2} (\sin^2 \varphi - \sin^4 \varphi) \alpha^2 \dots$$

$$\lambda = \alpha \sin 2\varphi + (\sin 2\varphi - \sin 4\varphi) \frac{\alpha^2}{2} \dots$$

Die letzte Formel geht also durch Substitution dieser Werthe, wenn dabei das Product von  $\alpha^2$  mit  $\sin \pi$  vernachlässigt wird, in die folgende über:

$$D = \delta + [\sin z \mp m] \sin \pi - [\sin^2 \Phi \sin z + \sin 2\Phi \cos z] \alpha \sin \pi + [\sin z \mp m]^3 \frac{\sin^3 \pi}{6}$$

Ist also an zwei Orten, die unter verschiedenen Meridianen und auf verschiedenen Hemisphären der Erde liegen, der Rand des Mondes beobachtet worden, und wird dabei vorausgesetzt, daß die Beobachtungszeiten entweder genau mit den Culminationszeiten zusammenfallen, oder dieser wenigstens so nahe sind, daß die Parallaxe nicht merklich von der im Meridian stattfindenden verschieden ist, so hat man folgende zwei Gleichungen, in denen Alles, was sich auf den südlichen Ort bezieht, der im gegenwärtigen Falle zugleich immer der östlichere ist, mit einem Accent, und was für den nördlichen gilt, mit zwei Accenten unterschieden ist:

clinationsveränderungen des Mondes in den Intervallen  $T - t'$  und  $t'' - T$  positiv genommen, wenn der Mond sich nach dem Nordpol hin bewegt. Schreibt man dann für  $D' \dots D - d'D$ , für  $D'' \dots D + d''D$ , so giebt die Subtraction der beiden Gleichungen, wenn dabei  $d'D + d''D$  mit  $dD$  bezeichnet wird:

so wird die vorhergehende Formel, wenn nur der Fall berücksichtigt wird, der hier der vorherrschende ist, daß nämlich an dem einen Ort der Oberrand, an dem anderen der Unterrand beobachtet worden ist, sich auf den folgenden Ausdruck reduciren lassen:

$$0 = \delta' - \delta'' + dD - \left\{ [\sin z' + m]^3 + [\sin z'' + m]^3 \right\} \frac{\sin^3 \pi}{6} + d\pi \cdot \cos \pi \left\{ [\sin z' + m](T - t') + [\sin z'' + m](T - t'') \right\} \\ - \left\{ \sin z' + \sin z'' \right\} \sin \pi + \alpha \sin \pi \left[ \frac{\sin^2 \phi' \sin z' + \sin 2\phi' \cos z'}{\sin^2 \phi'' \sin z'' + \sin 2\phi'' \cos z''} \right]$$

Da die Parallaxe hinlänglich genau bekannt ist, um in dem dritten und vierten Gliede dieser Formel als gegeben angesehen werden zu können, so enthalten die vier ersten Glieder nur Größen, die entweder durch die Beobachtungen bekannt sind, oder aus den Mondstafeln genommen werden können, und wenn man also die Summe dieser vier Glieder mit  $\Delta$  bezeichnet, so hat die Gleichung, mittelst welcher man die aus den beiden Beobachtungen abzuleitende, und für die Zeit  $T$  geltende Parallaxe bestimmen kann, die Form:

$$0 = \Delta - \sin \pi [a - b \cdot \alpha]$$

in welcher  $\Delta$ ,  $a$ ,  $b$  als bekannte Größen zu betrachten sind. Sollen aber mehrere solcher Gleichungen zu einer Bestimmung einer mittleren Parallaxe oder der sogenannten Constante der Parallaxe vereinigt werden, dann ist es noch nothwendig diese Constante als die unbekannte Größe einzuführen. Die mit Rücksicht hierauf passende Transformation ergiebt sich jedoch leicht, wenn man berücksichtigt, daß dasjenige, was die Mondstafeln als Parallaxe geben, eigentlich der Sinus der Parallaxe ist mit einer in Bogensekunden ausgedrückten Constante multiplicirt. Bezeichnet man also diese Constante der Tafeln mit  $K$ , die Parallaxe für die Zeit  $T$  aus den Tafeln berechnet mit  $p$ , die zu bestimmende Constante mit  $x$ , so hat man

$$\sin \pi = x \cdot \frac{p}{K} = x\mu, \text{ und}$$

$$0 = \frac{\Delta}{\mu} - x(a - b\alpha)$$

ist die Gleichung, welche zur Bestimmung der gesuchten Größe  $x$  dient.

Zu dieser Rechnung sind, mit einigen wenigen auch von den früheren Rechnern als nothwendig angesehenen Ausnahmen, alle die correspondirenden Beobachtungen benutzt worden, welche auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung von *Lacaille*, in Greenwich von *Bradley*, in Paris von *Cassini de Thury*, in Berlin und Bologna von *Lalande* und *Zanotti* während des Zeitraumes von Juni 1751 bis Sept. 1752 angestellt, und in den *Memoiren* der Pariser Academie für 1748, 51, 52, 61, der Berliner Academie für 1750 und in den *Comment. Bonon.* Tom. IV. zum Theil in Verbindung mit Abhandlungen über die Mondparallaxe bekannt gemacht sind. Aus dem, was in den hier angeführten Denkschriften mitgetheilt wird, sieht man, daß die Beobachter besonders darauf bedacht gewesen sind, den Einfluß aller Fehler der Reductions-Elemente, so wie der Theilungen der Instrumente zu vermeiden, und in dieser Absicht die Anordnung getroffen hatten, daß der Mond jedesmal auf allen an diesen Beobachtungen theilnehmenden Sternwarten mit

gewissen vorher bestimmten, und der Declination nach nicht sehr verschiedenen Sternen verglichen werden sollte. Es wurden hierzu überall Instrumente angewandt, die im Meridian aufgestellt waren, auf dem Cap nämlich ein sechsfüßiger Sextant, sonst Quadranten, und die hiermit gemessenen und wegen der Micrometertheile schon reducirten Zenithdistanzen des Mondes und der Sterne, die jedesmal für alle Beobachter zur Bestimmung der Declination des Mondes dienen sollten, sind also die Data, welche die gegenwärtige Untersuchung aus den genannten Beobachtungsverzeichnissen erhält. Da die Differenz der scheinbaren Declinationen diejenige Größe ist, von deren genauer Bestimmung die Richtigkeit des Resultats hauptsächlich abhängt, und das von den Beobachtern zur Ermittlung dieser Größe befolgte Verfahren im Allgemeinen als zweckmäßig anerkannt werden muß, indem es dem damaligen unvollkommenen Zustande der practischen Astronomie in vieler Hinsicht vorzüglich angepaßt war, so beschränkt sich das, was bei gegenwärtiger Gelegenheit über diese Beobachtungen zu erinnern wäre, auf einige Bemerkungen über das Detail der Ausführung, welche zwar nicht alle für sich als erheblich betrachtet werden können, aber doch in sofern der Erwähnung nicht unwerth sind, weil sie ohne Zweifel einige der Ursachen kennen lehren, deren Zusammenwirkung die unter den einzelnen Resultaten vorkommenden Abweichungen mitunter größer gemacht hat, als man sie wahrscheinlich durch eine ähnliche in unserer Zeit angestellte Expedition finden würde. Um in dieser Hinsicht nichts auszulassen, mag es zuerst erwähnt werden, daß bei allen Beobachtungen die thermometrischen und barometrischen Angaben fehlen, obgleich es auf der andern Seite eingeräumt werden muß, daß die hierdurch in der Berechnung nothwendig gewordene Vernachlässigung des Unterschiedes zwischen der wahren und mittleren Refraction in den meisten Fällen wahrscheinlich nur unbedeutende Fehler zur Folge gehabt hat, weil die Sterne immer sehr nahe auf demselben Parallell mit dem Monde standen, und überdies die fehlenden Data wenigstens für die Greenwicher Beobachtungen aus den später herausgegebenen Tagebüchern dieser Sternwarte supplirt werden konnten. Unangenehmer, wie der eben genannte Umstand, ist indeß der gewesen, daß die genaue Angabe der Zeit der Mondsbeobachtung häufig, z. B. bei allen Greenwicher Beobachtungen, ausgelassen war, und es also ohne weitere Prüfung angenommen werden mußte, daß die Beobachtungen entweder in der Culmination angestellt, oder doch auf diesen Zeitpunkt schon reducirt waren. Die wesentlichste Einwendung aber, zu der man bei der Berechnung geneigt wird, besteht ohne Zweifel darin, daß die Beobachter überhaupt den

möglichen Einfluß der zufälligen Beobachtungsfehler nicht genug beachtet haben, indem es sich wenigstens behaupten läßt, daß der Vortheil, der durch die correspondirenden Sternbeobachtungen gewonnen werden sollte, nur unvollständig erreicht worden sei, weil man sich gewöhnlich auf die Beobachtung einer so kleinen Anzahl Sterne beschränkt hat, daß die zufälligen Fehler beinahe jedesmal auf die einzelnen Resultate der ganzen GröÙe nach einwirken mußten.

Die Zahl der bei jeder Mondsbeobachtung vorkommenden Sterne übersteigt selten zwei; gewöhnlich ist aber nur ein einziger angegeben, und wenn auch *Lalande* mitunter mehrere beobachtet hat, so haben doch solche Ausnahmen nicht berücksichtigt werden können, weil die Sterne in einer so großen Entfernung vom Monde waren, daß die Reduction bei dem unbekannten Zustande der Quadranten und den fehlenden meteorologischen Angaben unsicher geworden wäre. Um der durch die eben angeführten Ursachen entstandenen Unsicherheit, soviel sich jetzt thun läßt, entgegen zu arbeiten, habe ich einige bei *Hornsbj* aufgesuchte Greenwicher Beobachtungen hinzugezogen, welche zwar weder von *Bradley* selbst mitgetheilt, noch überhaupt früher zu diesem Zweck benutzt sind, aber doch um so mehr in Betrachtung zu kommen verdienten, als sie sämmtlich der Periode 1752 Oct. 28 — 1753 Febr. 15 angehörten, in welcher von den übrigen Europäischen Sternwarten keine Beiträge zu erhalten waren, weil *Lacaille* nur durch einen Zufall nach Sept. 1752 auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung verweilte, und diese Verlängerung seines Aufenthalts also in Europa unbekannt blieb. Bei der Anwendung dieser Beobachtungen, welche nicht ursprünglich wegen der Parallaxe angestellt waren, und also nicht hinsichtlich der Sterne mit den *Lacailleschen* correspondirten, wurde es nothwendig die Declinationen der Sterne als bekannt anzunehmen, und da es außerdem noch einige andere Fälle gab, in welchen zufälligerweise nicht dieselben Sterne an beiden Orten beobachtet waren, so wurde mit Rücksicht hierauf der Rechnung die Form gegeben, daß überall die Bestimmung der Declinationen und Zenithdistanzen des Mondes durch die an jedem Ort und jedem Abend beobachteten Sterne geschah, indem die Positionen dieser letzteren, wenn es nicht Fundamental-

sterne waren, aus den Fund. Astr. genommen wurden. Obgleich durch diese Anordnung die Berechnung der Differenz der scheinbaren Declinationen des Mondes im Allgemeinen auf dem Catalog in den Fund. Astr. beruht, so sind doch bei weitem die meisten Fälle von der Art, daß die etwanigen Fehler dieses Catalogs so wie die Fehler der Instrumente vollständig eliminirt werden, und wenn auch durch die Anwendung der letzt erwähnten Beobachtungen einige Fälle übrig bleiben, in welchen man nicht geradezu dasselbe behaupten darf, so wird es wenigstens in Erwägung der anerkannten Güte des angewandten Sterncatalogs und der Vorzüglichkeit der Hülfsmittel, welche man jetzt zur Reduction der *Bradleyschen* Beobachtungen besitzt, nicht wahrscheinlich, daß der beabsichtigte Vortheil völlig unerreicht geblieben sei. Hiernach wäre über das Detail in diesem Theile der Rechnung nur anzuführen, daß die Polhöhe von *Lacaille's* Sternwarte aus den Circumpolarsternen  $33^{\circ} 55' 24''$  gefunden wurde, und daß übrigens alle Reductionen nach den Tab. Regiomont. gemacht sind. Da ferner alle *Bradley's* Beobachtungen aus dieser Periode mit dem ältern *Grahamschen* Quadranten angestellt sind, und es durch eine Untersuchung von *Bessel* bekannt geworden ist, daß der Gradbogen dieses Instruments in einem hohen Grad nach der Temperatur veränderlich war, so unterlasse ich nicht, indem ich an dieses Resultat erinnere, es zugleich zu erwähnen, daß die mit Rücksicht auf diesen Umstand nöthigen Correctionen, welche man in den Fund. Astron. findet, auch bei dieser Gelegenheit, und, wie es sich aus der erhaltenen Uebereinstimmung zeigte, mit dem besten Erfolg in Anwendung gebracht sind.

Außer der Differenz der scheinbaren Declinationen und der Zenithdistanzen, welche durch die Beobachtungen gegeben werden, ist es noch zur Berechnung der Formel nothwendig, theils die Veränderung der Declination und Parallaxe in der Zwischenzeit der Beobachtungen, theils das Verhältniß  $\mu$  zu kennen. Um diese GröÙen zu erhalten, wurden die *Burckhardtschen* Mondstafeln angewandt, indem zuerst aus diesen Tafeln für die im folgenden Schema mit T' bezeichneten mittlern Pariser Zeiten die Längen, Breiten und Parallaxen, nebst den stündlichen Bewegungen berechnet wurden.

T			L ä n g e.			B r e i t e.			P a r a l l a x e.	
1751	Juni	9, 12 <sup>h</sup> 12'	268° 54' 35,5	30' 13,32	+ 0,444	+ 1° 28' 51,7	+ 2' 41,05	— 0,206	54' 36,51	+ 0,79
	Juli	4. 8 28	239 46 30,7	29 36,39	+ 0,217	— 1 9 18,1	+ 2 38,68	+ 0,152	54 9,68	+ 0,32
	Aug.	2. 8 0	259 36 21,0	30 2,71	+ 0,550	+ 0 45 22,2	+ 2 39,43	— 0,111	54 35,53	+ 0,86
		13. 17 17	51 24 46,5	35 18,78	+ 0,066	+ 1 36 49,8	— 2 58,08	— 0,302	59 15,35	+ 0,10
	Sept.	2. 9 14	305 34 43,8	32 28,75	+ 1,149	+ 4 14 1,5	+ 1 31,81	— 0,688	56 32,86	+ 1,80
		29. 7 0	299 28 38,7	31 31,60	+ 1,175	+ 4 7 43,1	+ 1 39,16	— 0,627	55 50,85	+ 1,84
	Oct.	7. 14 0	56 12 59,8	36 44,13	— 0,423	+ 0 45 38,1	— 3 6,15	— 0,171	60 27,23	— 0,50
	Nov.	3. 11 44	48 36 37,8	37 50,08	+ 0,110	+ 1 22 20,7	— 3 21,65	— 0,302	61 12,64	+ 0,36
		4. 12 41	64 19 53,0	37 42,41	— 0,378	— 0 3 34,9	— 3 28,54	+ 0,008	61 10,66	— 0,50
	Dec.	2. 11 27	71 33 35,3	38 8,97	— 0,037	— 0 43 53,0	— 3 30,24	+ 0,163	61 27,61	— 0,06
		3. 12 25	87 23 45,5	37 53,32	— 0,572	— 2 8 18,8	— 3 12,58	+ 0,470	61 14,56	— 0,85
		6. 15 26	133 13 39,1	35 3,42	— 1,443	— 4 57 45,6	— 1 7,24	+ 0,926	58 54,15	— 2,38

T		Länge.			Breite.			Parallaxe.		
1751	Dec. 27.	7 <sup>h</sup> 0'	32° 33' 28" 6	35' 34" 95	+ 1' 170	+ 2° 40' 24" 0	— 2' 47" 59	— 0" 512	59' 28" 56	+ 1" 96
	28.	8 0	47 34 52,4	36 30,65	+ 1,020	+ 1 24 56,8	— 3 12,66	— 0,282	60 14,32	+ 1,62
	29.	9 0	62 57 36,5	37 16,05	+ 0,736	+ 0 1 45,6	— 3 24,03	0,000	60 49,01	+ 1,00
	31.	11 12	94 28 26,7	37 47,90	— 0,196	— 2 42 1,9	— 2 55,82	+ 0,594	61 5,60	— 0,46
1752	Jan. 4.	14 50	155 1 15,2	34 21,72	— 1,330	— 5 10 12,0	+ 0 7,15	+ 0,928	58 13,10	— 2,31
	25.	6 54	56 34 47,6	35 34,70	+ 0,787	+ 0 26 11,0	— 3 9,50	— 0,082	59 34,80	+ 1,27
	27.	8 54	86 45 50,6	36 42,97	+ 0,409	— 2 10 28,1	— 2 56,48	+ 0,453	60 20,59	— 0,39
	30.	11 46	132 39 48,4	36 19,86	— 0,787	— 4 47 9,0	— 1 0,16	+ 0,968	59 43,55	— 1,39
	31.	12 38	147 33 48,3	35 31,57	— 1,123	— 5 1 47,5	— 0 10,60	+ 0,973	59 2,84	— 1,76
	Febr. 23.	6 40	81 14 22,4	35 28,75	+ 0,316	— 1 57 7,9	— 2 53,00	+ 0,375	59 24,54	+ 0,28
	26.	9 38	125 51 21,4	35 41,72	— 0,265	— 4 38 35,5	— 1 11,08	+ 0,905	59 17,67	— 0,71
	März 6.	16 54	247 20 5,5	29 36,31	— 0,281	+ 0 54 12,1	+ 2 35,36	— 0,116	54 18,02	— 0,50
	Juni 19.	6 14	190 58 19,5	31 51,87	— 1,093	— 3 33 55,4	+ 2 9,25	+ 0,548	56 13,05	— 1,92
	22.	8 33	229 7 25,0	30 0,64	— 0,443	— 0 26 56,7	+ 2 43,26	+ 0,056	54 32,20	— 0,88
	24.	10 9	253 43 7,7	29 35,10	— 0,099	+ 1 44 54,7	+ 2 31,28	— 0,241	54 1,43	— 0,35
	25.	10 52	265 53 44,2	29 33,07	+ 0,018	+ 2 44 13,3	+ 2 15,68	— 0,372	53 55,87	— 0,06
	Juli 20.	7 18	237 25 29,2	29 51,17	— 0,459	+ 0 27 6,6	+ 2 38,78	— 0,070	54 29,23	— 0,89
	22.	8 54	261 54 49,0	29 30,92	— 0,008	+ 2 30 36,8	+ 2 16,03	— 0,344	54 1,58	— 0,15
	23.	9 42	274 7 23,0	29 35,09	+ 0,151	+ 3 22 54,5	+ 1 56,13	— 0,472	53 59,60	+ 0,12
	Aug. 24.	11 23	332 9 30,9	31 18,27	+ 0,571	+ 4 52 19,7	— 0 38,48	— 0,735	55 24,48	+ 1,17
	31.	17 15	67 52 35,0	34 53,76	+ 0,715	— 1 44 5,0	— 2 54,51	+ 0,324	58 53,10	+ 1,06
	Oct. 28.	16 55	117 53 37,0	35 32,82	— 0,400	— 5 2 26,7	— 0 58,89	+ 0,964	59 15,92	— 0,79
	Nov. 19.	9 46	36 8 9,4	35 13,31	+ 1,207	+ 0 51 2,7	— 3 12,60	— 0,156	59 3 54	+ 1,90
	25.	15 39	127 41 4,5	36 10,03	— 0,854	— 5 12 42,4	— 0 26,01	+ 1,033	59 45,57	— 1,38
	26.	16 33	142 32 6,6	35 23,03	— 0,997	— 5 12 52,1	+ 0 24,71	+ 0,988	59 7,69	— 1,61
	Dec. 14.	6 0	1 44 9,4	31 43,57	+ 1,136	+ 3 32 12,5	— 2 6,12	— 0,540	56 10,08	+ 2,05
	17.	8 29	43 7 50,6	35 7,93	+ 1,489	+ 0 8 30,2	— 3 10,73	— 0,019	59 4,54	+ 2,28
1753	Jan. 17.	10 10	96 8 27,1	37 56,24	+ 0,849	— 4 3 53,4	— 1 57,12	+ 0,902	61 7,70	+ 1,01
	Febr. 15.	9 50	119 28 48,3	37 48,76	+ 0,493	— 4 57 41,3	— 0 32,52	+ 1,088	60 59,28	+ 0,57

Aus den hier angeführten Längen und Breiten wurden zuerst die entsprechenden Rectascensionen und Declinationen abgeleitet, und die Bestimmung der stündlichen Bewegung sowohl in der Declination als in der Rectascension, welche letztere in vielen Fällen nöthig war, geschah dann mittelst der bekannten Differentialgleichungen:

$$d\delta = d\lambda \sin\psi \cos\beta + d\beta \cos\psi$$

$$d\alpha = d\lambda \cos\psi \frac{\cos\beta}{\cos\delta} - d\beta \frac{\sin\psi}{\cos\delta}$$

$$\text{wo } \sin\psi = \frac{\cos\alpha \sin\omega}{\cos\beta}.$$

Indem nämlich die Längen und Breiten, mithin auch ihre Dif-

ferentiale  $d\lambda$ ,  $d\beta$ , nach Potenzen der Zeit geordnet, durch die vorhergehende Berechnung gegeben waren, so war es nur nöthig, die vier in den beiden Formeln vorkommenden Coefficienten von  $d\lambda$ ,  $d\beta$  für drei auf einander folgende Stunden zu berechnen, um hiemit für  $d\delta$   $d\alpha$  die numerischen und nach den beiden ersten Potenzen der Zeit geordneten Werthe zu erhalten, deren Integration in Beziehung auf die Zeit dann die stündlichen Veränderungen mit gehöriger Genauigkeit und leichter ergab, als sie durch Verwandlung dreier Längen und Breiten in Rectascension und Declination hätten gefunden werden können. Auf diese Art wurden die folgenden Resultate erhalten:

Rectascension.					Declination.		
1751	Juni 9.	268° 49' 29" 1	32' 36" 0	— 0,02	— 21° 59' 6" 1	+ 2' 26" 24	+ 3" 21
	Juli 4.	237 18 50,6	31 37,7	+ 1,09	— 21 15 25,5	— 3 47,10	+ 2,89
	Aug. 2.	258 45 19,3	32 35,9	+ 0,46	— 22 18 32,4	+ 0 18,94	+ 3,21
	13.	48 31 56,2	36 59,7	+ 1,64	+ 19 41 45,4	+ 6 27,04	— 3,75
	Sept. 2.	306 52 44,1	32 8,7	— 0,29	— 14 47 34,1	+ 9 14,92	+ 2,46
	29.	300 44 42,4	31 42,7	— 0,17	— 16 14 49,7	+ 8 2,21	+ 2,57
	Oct. 7.	53 42 15,2	37 3,9	+ 0,82	+ 20 4 13,1	+ 5 29,04	— 4,34
	Nov. 3.	45 44 45,8	39 20,7	+ 1,87	+ 18 42 14,9	+ 7 17,24	— 4,08
	4.	62 21 35,8	40 22,5	+ 0,56	+ 20 58 41,8	+ 3 33,05	— 4,83

R e c t a s c e n s i o n .					D e c l i n a t i o n		
1751 Dec.	2.	70° 7' 49"0	41' 7"4	+ 0,46	+ 21° 28' 26"9	+ 1' 41"54	— 5"05
	3.	87 12 24,2	40 42,0	— 0,96	+ 21 18 22,6	— 2 28,34	— 4,94
	6.	134 15 18,5	33 58,9	— 1,60	+ 12 6 29,3	— 10 49,17	— 1,65
	27.	29 24 21,2	35 29,5	+ 2,80	+ 14 53 5,8	+ 9 43,60	— 2,32
Dec.	28.	44 41 28,9	37 51,7	+ 2,79	+ 18 27 24,4	+ 7 15,49	— 3,48
	29.	60 54 2,7	39 49,1	+ 1,74	+ 20 48 21,3	+ 3 52,93	— 4,55
	31.	94 46 41,0	40 14,0	— 1,46	+ 20 41 42,7	— 4 10,95	— 4,65
1752 Jan.	4.	154 57 49,9	32 3,3	— 1,82	+ 4 52 1,3	— 12 17,31	— 0,28
	25.	54 9 38,9	37 33,8	+ 2,05	+ 19 51 23,8	— 5 13,54	— 3,74
	27.	86 31 48,2	39 25,9	— 0,14	+ 21 15 23,6	— 2 3,33	— 4,58
	30.	133 45 10,1	35 20,8	— 2,33	+ 12 26 2,7	— 10 58,21	— 2,04
	31.	148 0 59,1	33 31,6	— 2,03	+ 7 36 24,5	— 12 10,04	— 0,89
Febr.	23.	80 36 5,5	38 9,7	+ 0,07	+ 21 13 56,0	— 0 34,15	— 4,28
	26.	127 3 15,5	35 20,7	— 1,82	+ 14 19 43,0	— 9 42,97	— 2,52
März	6.	245 40 53,4	31 39,8	+ 0,13	— 20 40 16,7	— 2 18,10	+ 2,95
Juni	19.	188 40 26,8	30 20,5	— 0,19	— 7 37 31,8	— 10 33,96	+ 1,45
	22.	226 32 3,1	31 7,4	+ 0,53	— 17 57 27,9	— 5 36,31	+ 2,59
	24.	252 33 50,8	31 40,9	+ 0,08	— 20 44 23,2	— 1 1,63	+ 2,90
	25.	265 37 3,7	31 36,5	— 0,33	— 20 40 12,3	+ 1 21,66	+ 2,87
Juli	20.	235 15 0,2	31 24,9	+ 0,31	— 19 10 10,7	— 4 11,98	+ 2,80
	22.	261 21 31,8	31 36,8	— 0,18	— 20 43 0,7	+ 0 29,82	+ 2,88
	23.	274 22 52,3	31 21,4	— 0,44	— 20 1 30,1	+ 2 50,08	+ 2,74
Aug.	24.	332 23 47,9	29 34,1	— 0,01	— 6 10 0,2	+ 10 26,92	+ 1,01
	31.	66 23 40,7	37 7,3	+ 1,33	+ 19 56 17,1	+ 2 41,63	— 3,78
Oct.	28.	118 56 49,6	35 53,0	— 1,86	+ 15 39 58,5	— 7 48,89	— 2,83
Nov.	19.	33 31 20,4	35 23,8	+ 2,55	+ 14 23 8,5	+ 8 39,98	— 2,22
	25.	128 43 46,9	35 43,6	— 2,27	+ 13 19 46,2	— 9 25,88	— 2,29
	26.	143 10 34,0	33 56,4	— 1,96	+ 9 5 2,3	— 10 53,42	— 1,24
Dec.	14.	0 10 54,5	29 56,7	+ 1,49	+ 3 56 6,7	+ 10 42,44	— 0,06
	17.	40 37 39,5	35 49,6	+ 2,83	+ 15 56 5,7	+ 7 35,32	— 2,50
1753 Jan.	17.	96 29 24,9	39 57,2	— 0,09	+ 19 15 57,5	— 3 39,44	— 4,36
Febr.	15.	120 34 16,5	38 8,9	— 1,05	+ 15 25 48,7	— 8 11,39	— 3,33

Die Anwendung der hier gegebenen Zahlen zur Berechnung der Declinationsveränderung in der von dem Meridianunterschied der verschiedenen Sternwarten herrührenden Zwischenzeit der Beobachtungen gab eine Veranlassung zu einer nähern Prüfung der Länge vom Cap, welche unter den hier vorkommenden Sternwarten die einzige war, deren geographische Lage nicht mit einer für den gegenwärtigen Zweck hinreichenden Genauigkeit bekannt angenommen werden konnte. Die einzigen Data, die mir, als diese Rechnung geführt wurde, zu Gebote standen, waren die Beobachtungen von Verfinsterungen der Jupiterstrahanten, die *Lacaille* in der Einleitung zu seiner Abhandlung über die Mondsparrallaxe (Mém. de l'Acad. 1761) anführt, und aus denen er den Längenunterschied zwischen den Sternwarten auf dem Cap und in Paris  $1^h 4' 18''$  bestimmt hat. Schließt man aber von diesen Beobachtungen diejenigen aus, zu denen die correspondirenden fehlen, so bleiben nur drei übrig, welche auch in Paris beobachtet wurden, und für die Meridiandifferenz der beiden Sternwarten, wenn dabei die von *Lacaille* angebrachten Correctionen, um die Verschiedenheit der Fernröhre oder gar den Einfluss von trübem Wetter zu berücksichtigen, aufser Acht gelassen werden, folgende Resultate gaben:

$$\begin{array}{r}
 1751 \text{ Sept. } 14 \dots 1^h 3' 57'' \\
 1753 \text{ Febr. } 4 \dots 1 \quad 4 \quad 35 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 20 \dots 1 \quad 4 \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1^h 4' 11''
 \end{array}$$

Obgleich der Einfluss eines Fehlers in der Länge auf die gesuchte Parallaxe ein verschiedenes Zeichen erhält, je nachdem die Bewegung des Mondes nach dem Nordpol oder Südpol gerichtet ist, und also wo eine größere Anzahl Beobachtungen zu einem einzigen Resultat vereinigt wurde, sich zum Theil aufheben mußte, so schien doch das Mittel  $1^h 4' 11''$  zu wenig sicher, um definitiv in die Rechnung eingeführt werden zu dürfen. Es wurde daher noch ein Versuch gemacht, die Länge vom Cap mittelst der dort und in Greenwich beobachteten Durchgänge des Mondes und der Sterne zu bestimmen, nachdem aber dieser wegen der zu geringen Festigkeit von *Lacaille's* Instrument ohne Erfolg geblieben war, hielt ich es für passend, eine solche Einrichtung zu treffen, daß die Abhängigkeit des Resultats von dem hier in Rede stehenden zweifelhaften Element selbst nach beendeter Rechnung deutlich bleiben konnte. In dieser Absicht wurde der Längenunterschied zwischen Paris und dem Cap  $= 1^h 4' 11'' + d\lambda$  angenommen, wodurch also in jede

Gleichung eine neue unbekannte Gröſſe eingeführt wurde, welche zwar nicht weiter bestimmt werden konnte, aber dennoch unbestimmt gelassen, wie es unten gezeigt wird, ein leichtes Mittel giebt um das in einer bestimmten Voraussetzung berechnete Resultat einer beliebigen Hypothese anzuschließen.

Ich schliesse endlich diese Bemerkungen über das Detail der Rechnung, indem ich erwähne, daſs für  $K$  oder die den *Burckhardtschen* Tafeln zum Grunde liegende Constante der Parallaxe  $3420''5$  angenommen wurde, und daſs diese Constante übrigens dieselbe ist, welche von *Laplace* und *Damoiseau* mit  $\frac{D}{a}$  bezeichnet wird, wo  $D$  den Aequatoreal-Halbmesser der Erde, und  $a$  die von der Anziehung der Erde und Sonne bedingte mittlere Entfernung des Mondes bedeutet. Der Werth dieser Constante ist zwar weder von *Burckhardt* irgendwo, so viel ich weiß, ausdrücklich angegeben, noch aus den Tafeln, wegen des eigenthümlichen Umstandes, daſs alle Aequationen zur gröſſern Bequemlichkeit des Rechners positiv gehalten sind, unmittelbar zu ersehen, aber man weiß wenigstens (*Conn. des tems* 1806), daſs *Burckhardt Laplace's* Methode die Constante zu bestimmen, wenn dabei die Mondmasse  $= \frac{1}{68,5}$  angenommen wurde, für die genauere hielt und hiernach könnte man also schließē, daſs die in *Méc. cél.* III. p. 160 angeführte Constante ( $10589''13$  Centes.), welche dem eben genannten Werth der Mondmasse entspricht, dieselbe sey, welche bei den Tafeln in Anwendung gebracht wurde. Hierbei ist es aber noch zu berücksichtigen, daſs *Laplace's* Constante (wie es leicht bemerkt wird) sich auf die Entwicklung der Störungen des Radiusvector als Functionen der wahren auf die Ecliptik reducirten Längen bezieht, und in Uebereinstimmung mit *Méc. cél.* III. pag. 247 der Gröſſe

$$\frac{D}{a} (1 + e^2)$$

gleich ist. Die angegebene Zahl muſs also mit  $1 + e^2$  dividirt werden, und nach dieser Reduction ergiebt sich, wenn  $e$  mit *Burckhardt*  $= 0,0550276$  gesetzt wird,

$$K = 3420''52.$$

Dieses scheint auch durch die Tafeln selbst bestätigt zu werden. Bezeichnet man nämlich mit  $c$  die willkürliche positive Constante, die einer beliebigen Aequation der Parallaxe hinzugefügt wurde, um die Aequation selbst immer positiv zu erhalten, mit  $\psi$  das Argument dieser Aequation, so kann es mit Rücksicht auf die Form des Ausdrucks für den gestörten Radius vector angenommen werden, daſs eine jede der zwölf von *Burckhardt* zur Berechnung der Parallaxe gegebenen Tafeln nach folgender Formel berechnet sey:

$$c + c' \cos \psi + c'' \cos 2\psi + c''' \cos 3\psi \dots$$

und man kann also mittelst dieser Voraussetzung und der gegebenen Zahlenwerthe für eine jede Tafel die hinzugefügte Constante bestimmen, und also auch durch Summation dieser partiellen Constanten den Werth des unveränderlichen Gliedes finden. Diese Analyse der Tafeln gab für  $c, c', c'' \dots$  folgende Werthe:

		$\overset{c}{\sim}$	$\overset{c'}{\sim}$	$\overset{c''}{\sim}$	$\overset{c'''}{\sim}$
Equ. 1	+	0''40	— 0''40	$\cos \psi \dots \dots \cos 2\psi \dots \dots \cos 3\psi$	
2	+	0,80	+ 0,80		
4	+	0,30	+ 0,30		
5	+	0,80	+ 0,80		
6	+	1,10	+ 0,80		
8	+	0,60	— 0,60		
9	+	1,80	0,00	+ 1''80	
12	+	0,70	+ 0,70		
13	+	1,00	+ 1,00		
Evection	+	43,00	+37,40	+ 0,40	
Variation	+	30,00	— 1,00	+26,30	+ 0,30
Anomalie	+	3340,00	+187,00	+10,20	+ 0,50
		<hr/>			
		3420''50			

Da die Summation der verschiedenen  $c$  wieder dasselbe Resultat giebt, so scheint ein Fehler in der Annahme über diese Zahl nicht zu befürchten zu seyn; man wird indessen bemerken, daſs wenn ein solcher doch Statt fände, dieser Umstand zwar einen Einfluss auf die durch gegenwärtige Rechnung bestimmte Constante haben würde, aber nicht auf das Verhältniß dieser Constante zu der *Burckhardt'schen* Constante oder auf den Factor, mit welchem die aus den Tafeln berechneten Parallaxen multiplicirt werden müssen, um in Uebereinstimmung mit den Beobachtungen gebracht zu werden. Die hier mitgetheilten Erläuterungen werden hinlänglich seyn, um im Allgemeinen eine Uebersicht der Berechnung zu gewähren, und ich lasse also jetzt sämtliche Gleichungen folgen, die durch die Combination einer jeden von *Lacaille's* Beobachtungen mit der ihr correspondirenden erhalten wurden. Der gröſſeren Vollständigkeit wegen enthält das folgende Tableau, in welchem diese Resultate zusammengestellt sind, aufser den Logarithmen von  $\frac{\Delta}{\mu}$ ,  $a$ ,  $b$ , noch die beiden Declinationen, die bei einer jeden Gleichung zur Berechnung von  $\Delta$  angewandt wurden. In Uebereinstimmung mit der schon gebrauchten Bezeichnung gilt die erste dieser Declinationen für das Cap, die zweite für die beige-schriebene Europäische Sternwarte, und beide beziehen sich auf den Rand, der in der dritten Columnne notirt ist. Die vierte Columnne giebt endlich die Summe der drei letzten Glieder von  $\Delta$ .

			$\delta'$	$\delta''$			$\log \frac{\Delta}{\mu}$	$\log a$	$\log b$			
1751	Juni	9.	Paris	$-21^{\text{h}}33'59''5$	$-22^{\text{h}}34'23''2$	is	$+2'43''30$	8,28255	0,06514	0,26114	3421''2	— 1,4
			Bologna		$-22^{\text{h}}34'21,6$	is	$+3'10,99$	8,27164	0,05500	0,25847	15,1	— 7,5
	Juli	4.	Greenwich	$-20^{\text{h}}46'16,7$	$-21^{\text{h}}54'59,5$	is	$-4'47,16$	8,29166	0,07402	0,26437	22,4	— 0,2
			Bologna		$-21^{\text{h}}49'58,0$	is	$-1'50,13$	8,27733	0,05821	0,26163	34,6	+ 1,2
	Aug.	2.	Paris	$-21^{\text{h}}52'29,6$	$-22^{\text{h}}55'6,0$	is	$+0'22''27$	8,28173	0,06388	0,25990	3424''5	+ 1,9
			Bologna		$-22^{\text{h}}53'45,4$	is	$+0'9,20$	8,27083	0,05381	0,25734	18,1	— 4,5
		13.	Greenwich	$+20^{\text{h}}43'6,0$	$+19^{\text{h}}31'5,4$	is	$-8'58,60$	8,34649	0,12863	0,28801	22,7	+ 0,1
			Bologna		$+19^{\text{h}}32'11,2$	is	$+2'8,80$	8,31060	0,09258	0,27965	25,7	+ 3,1
	Sept.	2.	Greenwich	$-14^{\text{h}}50'55,3$	$-15^{\text{h}}49'28,2$	si	$+11'39,70$	8,31364	0,09668	0,28280	16,8	— 5,8
			Bologna		$-15^{\text{h}}53'46,2$	si	$+4'29,19$	8,29548	0,07782	0,27834	22,8	+ 0,2
		29.	Greenwich	$-16^{\text{h}}18'5,7$	$-17^{\text{h}}16'42,7$	si	$+10'9,00$	8,31003	0,09159	0,27889	28,5	+ 5,9
	Oct.	7.	Greenwich	$+21^{\text{h}}6'40,9$	$+19^{\text{h}}53'3,0$	is	$+7'0,32$	8,34478	0,12820	0,28709	12,8	— 9,8
	Nov.	3.	Greenwich	$+19^{\text{h}}43'27,9$	$+18^{\text{h}}30'25,6$	is	$+9'20,48$	8,34866	0,13020	0,29014	27,5	+ 4,9
			Paris		$+18^{\text{h}}31'42,4$	is	$+8'10,83$	8,33560	0,11729	0,28812	27,5	+ 4,9
			Bologna		$+18^{\text{h}}31'13,3$	is	$+3'33,90$	8,31256	0,09462	0,27490	24,3	+ 1,7
	Nov.	4.	Paris	$+22^{\text{h}}4'0,2$	$+20^{\text{h}}48'56,6$	is	$+3'59,29$	8,33096	0,11352	0,28271	20,2	— 2,4
	Dec.	2.	Greenwich	$+22^{\text{h}}1'12,3$	$+20^{\text{h}}41'26,1$	si	$+10'9,69$	8,34452	0,12721	0,28493	18,5	— 4,1
			Paris		$+20^{\text{h}}43'39,0$	si	$+1'52,48$	8,33105	0,11385	0,28283	17,8	— 4,8
		3.	Paris	$+21^{\text{h}}53'21,3$	$+20^{\text{h}}31'13,3$	si	$+7'12,44$	8,33210	0,11446	0,28314	21,2	— 1,4
			Bologna		$+20^{\text{h}}36'56,9$	si	$-1'12,70$	8,30879	0,09063	0,27673	26,3	+ 3,7
			Berlin		$+20^{\text{h}}29'36,4$	si	$-0'51,57$	8,35110	0,13274	0,28574	25,6	+ 3,0
		6.	Greenwich	$+12^{\text{h}}39'28,7$	$+11^{\text{h}}5'2,6$	si	$-13'42,32$	8,35657	0,13811	0,30139	27,8	+ 5,2
		27.	Berlin	$+15^{\text{h}}16'58,6$	$+13^{\text{h}}58'25,9$	si	$+3'22,74$	8,35872	0,13995	0,29857	30,1	+ 7,5
		28.	Berlin	$+18^{\text{h}}54'20,3$	$+17^{\text{h}}34'43,8$	si	$+2'30,94$	8,35425	0,13659	0,29228	21,7	— 0,9
		29.	Paris	$+21^{\text{h}}19'10,2$	$+20^{\text{h}}4'48,2$	si	$+4'18,44$	8,33147	0,11483	0,28452	13,3	— 9,3
		31.	Greenwich	$+21^{\text{h}}51'31,1$	$+20^{\text{h}}24'21,8$	is	$+4'37,14$	8,34629	0,12808	0,28531	25,5	+ 2,9
1752	Jan.	4.	Bologna	$+5^{\text{h}}19'15,7$	$+3^{\text{h}}58'56,2$	si	$-5'57,70$	8,32597	0,10799	0,29964	25,1	+ 2,5
		25.	Greenwich	$+20^{\text{h}}18'32,2$	$+19^{\text{h}}5'16,4$	si	$+6'39,31$	8,34721	0,12939	0,28890	22,6	— 0,0
			Paris		$+19^{\text{h}}6'53,9$	si	$+5'48,59$	8,33357	0,11634	0,28684	17,9	— 4,7
		27.	Greenwich	$+21^{\text{h}}49'54,5$	$+20^{\text{h}}26'44,4$	si	$-2'37,32$	8,34508	0,12780	0,28540	15,7	— 6,9
		30.	Paris	$+13^{\text{h}}32'37,9$	$+12^{\text{h}}1'6,2$	is	$-12'8,26$	8,34326	0,12586	0,29415	19,9	— 2,7
			Bologna		$+12^{\text{h}}11'52,1$	is	$-5'7,00$	8,32228	0,10423	0,29297	25,5	+ 2,9
		31.	Bologna	$+8^{\text{h}}6'34,4$	$+6^{\text{h}}45'12,1$	si	$-5'54,50$	8,32617	0,10779	0,29835	27,9	+ 5,3
			Berlin		$+6^{\text{h}}40'50,7$	si	$-4'14,26$	8,35956	0,14207	0,30558	19,8	— 2,8
	Febr.	23.	Berlin	$+21^{\text{h}}46'44,8$	$+20^{\text{h}}26'25,2$	si	$-0'11,81$	8,34959	0,13265	0,28599	15,2	— 7,4
		26.	Greenwich	$+15^{\text{h}}27'19,8$	$+13^{\text{h}}54'11,1$	is	$-12'22,26$	8,35391	0,13634	0,29778	19,2	— 3,4
			Berlin		$+14^{\text{h}}2'27,6$	is	$-3'21,41$	8,35787	0,14027	0,29825	20,7	— 1,9
			Bologna		$+14^{\text{h}}7'53,8$	is	$-4'43,90$	8,31997	0,10194	0,29012	25,3	+ 2,7
	März	6.	Berlin	$-20^{\text{h}}41'21,3$	$-21^{\text{h}}46'43,7$	si	$-0'47,09$	8,29497	0,07613	0,26494	31,7	+ 9,1
	Juni	19.	Greenwich	$-6^{\text{h}}49'56,6$	$-8^{\text{h}}17'4,0$	is	$-13'20,30$	8,33776	0,12035	0,29802	19,9	— 2,7
		22.	Greenwich	$-17^{\text{h}}23'30,8$	$-18^{\text{h}}37'10,8$	is	$-7'5,27$	8,30631	0,08807	0,27503	26,9	+ 4,3
		24.	Berlin	$-20^{\text{h}}16'14,8$	$-21^{\text{h}}20'54,7$	is	$-0'20,23$	8,29547	0,07796	0,26642	21,2	— 1,8
		25.	Berlin	$-20^{\text{h}}13'30,3$	$-21^{\text{h}}17'12,8$	is	$+0'28,50$	8,29525	0,07814	0,26663	18,1	— 4,5
	Juli	20.	Greenwich	$-19^{\text{h}}8'23,8$	$-19^{\text{h}}49'9,3$	ss	$-5'18,00$	8,03309	9,81779	0,27121	18,5	— 4,1
			Berlin		$-19^{\text{h}}45'43,1$	ss	$-1'25,10$	8,03851	9,82134	0,27153	33,9	+ 11,3
		22.	Greenwich	$-20^{\text{h}}15'56,1$	$-21^{\text{h}}19'23,5$	is	$+0'37,60$	8,29380	0,07606	0,26635	23,2	+ 0,6
		23.	Greenwich	$-19^{\text{h}}35'11,7$	$-20^{\text{h}}36'9,6$	is	$+3'34,74$	8,29718	0,07886	0,26874	27,6	+ 5,0
			Berlin		$-20^{\text{h}}39'5,6$	is	$+0'58,46$	8,29938	0,08091	0,26876	28,8	+ 6,2
	Aug.	24.	Berlin	$-5^{\text{h}}34'32,8$	$-6^{\text{h}}44'23,2$	is	$+3'35,15$	8,34194	0,12525	0,30058	14,2	— 8,4
		31.	Greenwich	$+20^{\text{h}}58'39,4$	$+19^{\text{h}}43'20,0$	is	$+3'26,49$	8,34599	0,12854	0,28740	19,5	— 3,1
			Berlin		$+19^{\text{h}}39'55,8$	is	$+1'2,07$	8,35145	0,13374	0,28786	21,5	— 1,1
	Oct.	28.	Greenwich	$+16^{\text{h}}13'48,9$	$+14^{\text{h}}43'5,4$	si	$-9'54,83$	8,35433	0,13553	0,27407	29,4	+ 6,8
	Nov.	19.	Greenwich	$+14^{\text{h}}46'8,3$	$+13^{\text{h}}36'43,7$	si	$+9'58,73$	8,35358	0,13512	0,29894	27,9	+ 5,1
		25.	Greenwich	$+13^{\text{h}}52'27,9$	$+12^{\text{h}}18'35,9$	si	$-11'59,33$	8,35642	0,13747	0,29996	31,5	+ 8,9
		26.	Greenwich	$+9^{\text{h}}35'3,3$	$+8^{\text{h}}0'5,6$	si	$-13'47,81$	8,35724	0,13877	0,30417	27,8	+ 5,2
	Dec.	14.	Greenwich	$+4^{\text{h}}8'7,3$	$+3^{\text{h}}5'13,0$	si	$+13'31,25$	8,35341	0,13486	0,30664	28,8	+ 6,2
		17.	Greenwich	$+16^{\text{h}}20'1,2$	$+15^{\text{h}}9'38,6$	si	$+9'39,84$	8,35157	0,13391	0,29654	21,4	— 1,2
1753	Jan.	17.	Greenwich	$+20^{\text{h}}24'46,2$	$+18^{\text{h}}23'51,0$	ii	$-4'48,20$	8,49832	0,27950	0,28863	25,6	+ 3,0
	Febr.	15.	Greenwich	$+16^{\text{h}}34'36,6$	$+15^{\text{h}}1'21,5$	is	$-10'26,66$	8,35248	0,13539	0,29599	16,9	— 5,7



Man wird bemerken, daß nur am 20<sup>ten</sup> Juli 1752 und 17<sup>ten</sup> Januar 1753 in Europa und auf dem Cap verschiedene Ränder des Mondes beobachtet worden sind, und daß diese Fälle also die einzigen sind, in welchen das Verhältniß des Halbmessers zur Parallaxe oder die GröÙe  $m$  wegen der Berechnung des Coefficienten  $\alpha$  als bekannt vorausgesetzt werden mußte. Da die Beobachtungen aber im Allgemeinen nicht auf eine besondere Genauigkeit Anspruch machen können, so schien es erlaubt auch die drei an den erwähnten Tagen angestellten Beobachtungen mitzunehmen, und  $m$  wurde, nach *Burckhardt*,  $= 0,2725$  angenommen.

Man sieht aus den angeführten Werthen, daß die Hypothese, welche über die Abplattung der Erde gemacht wird, auf das gesuchte Resultat einen keinesweges unbeträchtlichen Einfluß ausüben muß, und es kann also Interesse haben zu untersuchen, in wiefern es vortheilhaft seyn könnte sowohl die Parallaxe als die Abplattung zugleich als unbekannte GröÙen zu betrachten, und für beide aus denselben Beobachtungen eine Bestimmung zu suchen. Die Beantwortung dieser Frage würde sich durch die Berechnung der Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate ergeben, indem dann die Zuverlässigkeit der für beide GröÙen erhaltenen Bestimmungen sich nach respectiven Gewichten würde schätzen lassen; im vorliegenden Falle aber zeigt schon die geringe Verschiedenheit der Coefficienten in den gegebenen Gleichungen, daß diese Gewichte zu klein ausfallen würden, um als eine einigermaßen hinlängliche Garantie für die Sicherheit der resultirenden Werthe gelten zu können, und es kann sonach keinem Zweifel unterworfen seyn, daß hier die Abplattung als eine aus anderweitigen Untersuchungen bekannte GröÙe zu betrachten sey. Man könnte also die Abplattung so annehmen, wie die genauesten Gradmessungen sie gegeben haben, und durch Substitution des angenommenen Werthes in alle Gleichungen die Parallaxe suchen; die Substitution in jede einzelne Gleichung ist jedoch, wie Andere bei ähnlichen Gelegenheiten bemerkt haben, nicht nothwendig, und es schien daher mit Rücksicht auf die verschiedenen Meinungen, welche über die Abplattung stattfinden können, vortheilhafter dieses Element vorläufig unbestimmt zu lassen, und den bestimmten Werth erst in den allgemeineren Ausdruck für  $x$  anzusetzen, den man durch die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die gegebenen Gleichungen erhalten kann. Diese Gleichungen sind hier von der Form

$$\bar{x} \{a - b \cdot \alpha\} = \frac{\Delta}{\mu}$$

und die Methode der kleinsten Quadrate giebt daher, nach den gewöhnlichen Bezeichnungen, und wenn für alle Beobachtungen eine gleiche Genauigkeit vorausgesetzt wird, zur Bestimmung von  $x$  die Gleichung:

$$x(aa) - 2(ab)xa + (bb)xa^2 = \left(\frac{\Delta a}{\mu}\right) - \left(\frac{\Delta b}{\mu}\right)\alpha$$

zugleich kann man aber die Gleichung bilden:

$$-(ab)xa + (bb)xa^2 = -\left(\frac{\Delta b}{\mu}\right)\alpha$$

und wenn diese von jener abgezogen wird, erhält man:

$$x(aa) - (ab)xa = \left(\frac{\Delta a}{\mu}\right)$$

woraus also folgt

$$x = \frac{\left(\frac{\Delta a}{\mu}\right)}{(aa)} + \frac{\left(\frac{\Delta a}{\mu}\right)}{(aa)} \frac{(ab)}{(aa)} \cdot \alpha.$$

Die angeführten numerischen Gleichungen gaben nun:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta a}{\mu}\right) &= 1,62035 \\ (aa) &= 98,12972 \\ (ab) &= 145,55148 \end{aligned}$$

und das Resultat für  $x$  ist also:

$$x = 0,01651233 + 0,02449201 \cdot \alpha.$$

Um nun den Einfluß zu berücksichtigen, den ein Fehler in der für das Cap angenommenen Länge auf  $x$  haben könnte, sei  $dL$  dieser Fehler in Theilen einer Zeitminute ausgedrückt und positiv angenommen, wenn die Länge vom Cap größer ist als  $1^h 4' 11''$ ; ferner sei  $c$  die Veränderung von  $\frac{\Delta}{\mu}$ , wenn  $dL$  der Einheit gleich gesetzt wird, so erhält der Ausdruck für  $x$  noch das Glied:

$$+ \left(\frac{ca}{aa}\right) dL.$$

Die Berechnung von  $ca$  in den verschiedenen Gleichungen gab

$$(ca) = -0,00015925$$

und man hat also

$$x = 0,01651233 + 0,02449201 \cdot \alpha - 0,00000162 \cdot dL$$

Setzt man in diesem Ausdruck  $dL = 0$ ,  $\alpha = \frac{1}{302,02}$ , so wird

$$x = 0,01659342, \text{ oder im Bogen } 3422'64,$$

das Endresultat aus allen Gleichungen, und die Vergleichung dieser Werthe mit dem aus jeder einzelnen Gleichung unter derselben Voraussetzung der Abplattung folgenden Werthe ergiebt, den zwei letzten Columnen im vorhergehenden Tableau zufolge die Summe der Quadrate der Abweichungen  $= 1590''$ , und also bei 59 Bestimmungen den wahrscheinlichen Fehler von  $x = 0''45$ .

Mit diesem Werthe für  $x$  erhält man endlich den Factor, womit die aus *Burckhardt's* Tafeln berechneten Parallaxen zu multipliciren sind, oder

$$\frac{x}{K} = 1,0006535.$$

*Olufsen.*