

im zweiten, denn die Grenzen derselben sind bei der Versuchsreihe zwischen 0 und  $98^{\circ}$  dazu zu enge. Es ist aber eins nicht zu vergessen, nämlich dass die Gleichung:

$$R_T = R_t + \varphi (T - t)$$

nur eine angenäherte Gültigkeit hat, und es sehr fraglich ist, ob sie in dieser Form namentlich dann noch bestehen darf, wenn die Flüssigkeiten über ihre Siedepunkte erhitzt sind.

### III. *Notiz über die Grösse der Maxwell'schen Molecularwirbel und über die Dichtigkeit des Lichtäthers; von L. Graetz.*

Die Maxwell'sche Theorie der Molecularwirbel in Verbindung mit der Beobachtung von Kundt über die Drehung der Polarisationssebene des Lichtes beim Durchgang durch Eisen, gestattet die Berechnung einer oberen Grenze für die Dichtigkeit des Lichtäthers, die verhältnissmässig nicht weit abweicht von der unteren Grenze, welche sich aus einer Formel von Sir W. Thomson entnehmen lässt. Es ergibt sich aus beiden, gänzlich von einander unabhängigen Betrachtungen, dass die Dichtigkeit des freien Lichtäthers zwischen  $10^{-16}$  und  $10^{-18}$  von der des Wassers ist.

Die Theorie der Molecularwirbel ist bekanntlich von Maxwell zuerst in specieller, dann in allgemeinerer Form ausgeführt worden. Die allgemeine Behandlung<sup>1)</sup> setzt nur voraus, dass in einem magnetischen Feld eine Bewegung stattfindet (was Thomson als nothwendige Folgerung aus den Erfahrungsthatfachen hinstellt), dass diese Bewegung den Helmholtz'schen Wirbelgesetzen folgt, und dass magnetische und optische Verschiebungen eines Theilchens sich zusammensetzen können.

Die specielle Behandlung<sup>2)</sup> macht noch weitere Annahmen

1) Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism 2. § 822—829. 1882.

2) Maxwell, Phil. Mag. (4) 21. p. 161, 281, 338. 1861; 23. p. 12, 85. 1862.

über Form und Geschwindigkeit der Wirbel, über die Eigenschaften des Mediums, in welchem sie stattfinden u. s. w. Beide Behandlungen führen zu dem gleichen Ausdruck für die magnetische Drehung der Polarisationssebene des Lichtes. Sie geben nämlich, wenn man von der Dispersion absieht und die Verdet'sche Constante mit  $\omega$  bezeichnet, die Gleichung:

$$\omega = m \frac{i^3}{\lambda^3}.$$

Darin ist  $i$  der Brechungsindex der Substanz und  $\lambda$  die Wellenlänge des Lichtes im freien Aether. Dagegen ist  $m$  eine Constante, welche in der allgemeinen Theorie keine einfache physikalische Bedeutung hat, welche aber in der speciellen Theorie sich zusammengesetzt zeigt aus Grössen, die die Eigenschaften des Mediums und der Wirbel bedingen. Dass die Maxwell'sche Formel von den bisher über die magnetische Drehung der Polarisationssebene aufgestellten am besten mit der Erfahrung übereinstimmt, ist bekannt, wenn auch noch nicht unbedeutende Abweichungen übrig bleiben. Uebrigens ist auch die specielle Theorie der Drehung der Polarisationssebene gänzlich unabhängig von der künstlichen Hypothese der frictionsräderartig wirkenden Zwischenpartikelchen, steht und fällt also nicht mit diesen.

Das Medium, in welchem die angenommenen Wirbelbewegungen stattfinden, ist der Lichtäther, dessen Dichtigkeit in einer Substanz  $\rho$  sei. Dies folgt aus der Gleichheit der elastischen Eigenschaften, die sich in der Gleichheit der Lichtgeschwindigkeit mit dem Verhältniss der beiden electrischen Einheiten (der kritischen Geschwindigkeit) zeigt. Nach der Fresnel'schen Anschauung, die Maxwell adoptirt, hängt  $\rho$  mit der Dichtigkeit des freien Lichtäthers  $s$  zusammen durch die Gleichung:

$$\rho = si^2,$$

wo  $i$  der Brechungsindex der Substanz ist.

Von der Dichtigkeit  $\rho$  hängt aber auch die magnetische Inductionsconstante  $\mu$  der Substanz ab, und zwar ist<sup>1)</sup>:

$$\mu = 4\pi C\rho = 4\pi Csi^2,$$

---

1) Maxwell, l. c. 21. p. 166. 1861.

worin  $C$  eine Constante ist, welche abhängt von der Vertheilung der Wirbel, ihrer Gestalt und der Gleichförmigkeit oder Ungleichförmigkeit ihrer Geschwindigkeit. Bei kreisförmigen Wirbeln von gleichförmiger Geschwindigkeit ist:

$$C = \frac{1}{4} \text{ also } \mu = \pi \rho,$$

und dieser Werth von  $C$  muss für Luft angenommen werden<sup>1)</sup>, weil nur dadurch die Gleichheit der Lichtgeschwindigkeit mit dem Verhältniss der electrostatischen und electromagnetischen Einheit herauskommt. Da alle diamagnetischen und schwachmagnetischen Körper nahezu dieselbe magnetische Inductionsconstante haben, und auch ihre Brechungsexponenten verhältnissmässig wenig verschieden sind, so hat für sie auch  $C$  nahezu denselben Werth. Für Eisen, Nickel, Kobalt weicht aber der Werth von  $C$  erheblich von  $\frac{1}{4}$  ab.

Die directe Formel nun, zu welcher Maxwell<sup>2)</sup> für die Drehung der Polarisationssebene gelangt, lautet in den obigen Bezeichnungen:

$$(1) \quad \omega = \frac{\pi}{2\sqrt{\pi}} \frac{r \mu i}{s^{3/2} A^2 V},$$

worin  $r$  der Radius eines Wirbels,  $V$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im freien Aether (oder in Luft) ist.

Durch Einsetzung des Werthes von  $\mu$  wird:

$$\omega = m \frac{i^3}{A^2},$$

und es hat  $m$  die Bedeutung:

$$m = \frac{2\pi^2}{\sqrt{\pi}} C \frac{r}{s^{1/2}} \frac{1}{V}.$$

Aus der Formel (1) erkennt man zunächst, dass man ohne weiteres die relativen Werthe der Radien der Molecularwirbel in verschiedenen Substanzen berechnen kann, wenn man nur die relativen Werthe von  $\omega$ ,  $\mu$  und  $i$  kennt. Nehmen wir Wasser als Einheit ( $\omega_1 = 1$ ,  $r_1 = 1$ ,  $\mu_1 = 1$ ,  $i_1 = 1$ ), so ist:

$$\frac{r}{r_1} = \frac{\omega}{\omega_1} \frac{\mu_1}{\mu} \frac{i_1}{i},$$

und es ist darin  $\mu_1/\mu$  für alle Substanzen  $= 1$ , ausser für Eisen, (Nickel und Kobalt).

1) Maxwell, l. c. 28. p. 22. 1862.

2) Maxwell, l. c. 23. p. 95. 1862.

Es zeigt sich nun, dass in allen festen und flüssigen Körpern die Grösse der Molecularwirbel nur verhältnissmässig wenig verschieden ist. Es ist z. B.<sup>1)</sup> für

Wasser . . . . . $r = 1$	Faraday's Glas . . . $r = 3,20'$
Schwefelkohlenstoff $r = 2,23$	Creosot . . . . . $r = 0,77$
Salpetersäure . . . $r = 0,60$	

Für die Gase unter Atmosphärendruck ist die relative Grösse der Wirbel eine viel kleinere, nämlich (nach Kundt und Röntgen) z. B. für

Wasserstoff  $r = 0,00057$ , Sauerstoff  $r = 0,00047$ , Kohlenoxyd  $r = 0,00100$ ,

Dagegen ist für Eisen, Nickel und Kobalt der Radius der Molecularwirbel ein ausserordentlich viel grösserer. Für Eisen ist nach den Versuchen von Kundt<sup>2)</sup> die Drehung etwa 35000 mal so gross als bei Glas, also etwa 140 000 mal so gross als bei Wasser. Der Werth von  $\mu$  ist nur angenähert bekannt. Aus Eisenvitriol electrolytisch niedergeschlagenes Eisen hat nach Claus<sup>3)</sup> bei gleichem Gewicht und gleichen magnetisirenden Kräften ein magnetisches Moment, das nur etwa gleich dem dreizehnten Theil von dem ganz weichen Eisens ist. Für ganz weiches Eisen ist  $\kappa = 32$ , also für unser Eisen  $\kappa = 2,5$  und daher:

$$\mu = 1 + 4\pi\kappa = 32.$$

Ich setze also  $\mu_1/\mu = 1/32$ .

Auch der Werth der Brechungsexponenten für eine durchsichtige Eisenschicht ist nicht bekannt. Angenähert wird man ihn ebenso gross setzen dürfen, wie für Stahl, den Voigt<sup>4)</sup> aus Jamin's Versuchen zu  $i = 2$  berechnet.

Daraus ergibt sich der Radius der Molecularwirbel im Eisen:

$$r = 3000$$

den im Wasser gleich 1 gesetzt.

Für Kobalt fand Kundt etwa den gleichen Werth für  $\omega$ , für Nickel nur etwa 56000 (Wasser = 1).  $\mu$  kann man,

1) Die Werthe von  $\omega$  sind aus der Zusammenstellung in Wiedemann's Electricität 3. p. 922—933 entnommen.

2) Kundt, Wied. Ann. 23. p. 237. 1884.

3) Claus, s. Wiedemann, Galvanismus 3. p. 566. 1883.

4) Voigt, Wied. Ann. 23. p. 128 u. 143. 1884.

aus Mangel an bekannten Werthen, für beide etwa ebenso gross setzen.  $i$  ist nach Voigt für Kobalt = 1,73, für Nickel = 1,6. Daraus ergibt sich für Kobalt  $r = 3400$ , für Nickel  $r = 1510$ .

Die hervorragenden magnetischen Eigenschaften des Eisens, Nickels und Kobalts sind also, unter consequenter Anwendung der Maxwell'schen Theorie, verbunden mit einer relativ sehr bedeutenden Grösse der Molecularwirbel. Im allgemeinen befindet sich in einem magnetischen Feld der Aether sowohl innerhalb der einzelnen Molecüle als in den Zwischenräumen in wirbelnder Bewegung. Die Grösse der einzelnen Wirbel ist im allgemeinen sehr klein gegen die Grösse eines Molecüls, wie Maxwell<sup>1)</sup> annimmt. Beim Eisen nun (und Kobalt und Nickel), dessen Wirbel eine verhältnissmässig so bedeutende Grösse haben, liegt es nahe, anzunehmen, dass der Aether der Eisenmolecüle als Ganzes wirbelt. Schon Maxwell<sup>2)</sup> machte eine ähnliche Annahme. Er kannte aber noch nicht das höchst merkwürdige und unerwartete Résultat von Kundt, dass das Eisen selbst positive Drehung zeigt, und glaubte daher, dass die Eisenmolecüle in entgegengesetzter Richtung wirbeln, wie der Aether. Jedenfalls erhält man durch die Annahme, dass im Eisen die Molecüle (resp. ihr Aether) als Ganzes wirbeln, eine obere Grenze für den Radius der Molecularwirbel.

Die Grösse eines Eisenmolecüls ist nicht direct bekannt. Aus dem Loschmidt'schen Condensationscoëfficienten in Verbindung mit dem Avogadro'schen Gesetz ergibt sich, dass sein Radius  $< 1,8 \cdot 10^{-8}$  cm ist, also nicht sehr abweicht von den Radien der anderen Molecüle. Für das einzige metallische Molecül, das Quecksilber, dessen Radius aus der molecularen Weglänge berechnet ist, fand Koch<sup>3)</sup> den Radius  $< 0,95 \cdot 10^{-8}$  cm. Nehmen wir diesen Werth als auch angenähert für das Eisen gültig an, so wäre der Radius eines Molecularwirbels im Eisen  $r \leq 0,95 \cdot 10^{-8}$  cm und daher der Radius eines Molecularwirbels im Wasser:

$$r \leq 3,1 \cdot 10^{-12} \text{ cm.}$$

1) Maxwell, l. c. 21. p. 345. 1861.

2) Maxwell, l. c. 23. p. 90. 1862.

3) Koch, Wied. Ann. 19. p. 587. 1883.

Da nun für Wasser  $C = 1/4i^2$  ist, so ist:

$$\omega = \frac{\pi^2}{2\sqrt{\pi}} \frac{r}{s^{1/2}} \frac{i}{A^2 V},$$

und darin sind jetzt alle Grössen in absolutem Maasse bekannt, ausser  $s$ , der Dichtigkeit des Aethers im freien Raum. Es ist nämlich (für die  $D$ -Linie):

$$\begin{aligned} \omega &= 0,3767 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{-1/2} \text{ sec}^1), & A &= 5,891 \cdot 10^{-5} \text{ cm}, \\ V &= 3 \cdot 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}, & i &= 1,334. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich die Dichtigkeit des Aethers (bezogen auf Wasser):

$$s < 9 \cdot 10^{-16}.$$

Es ist von Interesse, diesen oberen Werth für die Dichtigkeit des Aethers zu vergleichen mit dem unteren Grenzwert, der sich aus einer Formel von Thomson<sup>2)</sup> berechnen lässt. Thomson zeigte aus Beobachtungen von Pouillet, dass die Dichtigkeit des Aethers bezogen auf Wasser grösser ist, als:

$$\frac{4}{n^2} 10^{-26}.$$

Darin ist  $n$  das Verhältniss der grössten Geschwindigkeit eines Aethertheilchens zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Dieses Verhältniss schätzte Thomson höchstens auf  $1/60$ . Glan<sup>3)</sup> suchte  $n$  dadurch zu bestimmen, dass er annahm, der Aether zerresse bei den Lichtschwingungen nicht, und es sei seine grösstmögliche Dilatation höchstens so gross wie für Glas oder Wasser oder andere Flüssigkeiten,  $\delta$ . Er setzte also:

$$\sqrt{1+n^2} - 1 = \delta.$$

Für Glas berechnete er  $\delta = 1/1443$ , für Wasser  $\delta = 1/37 \cdot 10^6$ . Doch zeigte E. Wiedemann<sup>4)</sup> dass auch für Wasser  $\delta$  nur ungefähr  $1/1000$  sei, und es würde sich daraus im Vergleich mit den verschiedenartigen Körper  $n = 1/27$  bis  $1/23$  ergeben.

Indess ist diese Betrachtung von Glan nicht consequent. Denn das  $n$  in seiner Formel enthält die Amplitude von Sonnenlicht in der Nähe der Erdoberfläche, eine für

1) Arons, Wied. Ann. 24. p. 180. 1885.

2) W. Thomson, Trans. Roy. Soc. Edinb. 21. p. 57. 1854.

3) Glan, Wied. Ann. 7. p. 658. 1879.

4) E. Wiedemann, Wied. Ann. 17. p. 986. 1882.

diese Betrachtung ganz willkürliche Grösse. Dieselbe Forderung, dass der Aether nicht zerreisst, muss aber auch für Sonnenstrahlen in ihrer grössten Intensität gelten, also in der Nähe der Sonnenoberfläche, wo die Intensität 46400 mal so gross ist, als an der Erde. Danach wäre also:

$$\sqrt{1 + 46400 n^2} - 1 = \frac{1}{1000}$$

und daher  $n^2 = 4,2 \cdot 10^{-8}$ . Also ergibt sich die untere Grenze für die Dichtigkeit des Aethers:

$$s > 1 \cdot 10^{-18}.$$

Durch diese beiden ganz verschiedenen Betrachtungen ist die Dichtigkeit des Aethers in nicht zu weite Grenzen eingeschlossen. Es ist:

$$s < 90 \cdot 10^{-17} \text{ aber } > 0,1 \cdot 10^{-17}.$$

Man würde danach sagen können, dass die Dichtigkeit des freien Aethers höchstens hundertmal grösser oder kleiner ist, als der  $10^{17}$ . Theil von der des Wassers, ein Werth, der wohl viel grösser ist, als man ihn unwillkürlich schätzt. Während die Luft der Atmosphäre über einem Quadratmeter mehr als 10000 kg wiegt, würde der in ihr enthaltene Aether, die Höhe der Atmosphäre zu 30 Meilen gerechnet, nur 0,0022 mg wiegen.

Nimmt man den Werth  $s = 10^{-17}$  einmal als angenähert gültig an, so gestattet die Thomson'sche Formel noch einige interessante Folgerungen. Aus diesem Werth von  $s$  berechnet sich zunächst:

$$n \geq 0,000\,067.$$

Bezeichnen wir also die grösste Geschwindigkeit eines schwingenden Aethertheilchens mit  $v$ , die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes mit  $V$ , so ist:

$$v \geq 0,000\,067\,V.$$

Die Verrückungen der Aethertheilchen in einem geradlinig polarisirten Lichtstrahl lassen sich ausdrücken durch:

$$u = A \sin \left( \frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T} + \delta \right) 2\pi,$$

mithin die Geschwindigkeit durch:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{2\pi A}{T} \cos \left( \frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T} + \delta \right) 2\pi.$$

Die grösste Geschwindigkeit eines Aethertheilchens (absolut genommen) ist also:

$$v = \frac{2\pi A}{T},$$

wo  $A$  die Amplitude der Lichtbewegung ist. Daher haben wir:

$$A = \frac{nTV}{2\pi} \geq \frac{0,000\,067\,\lambda}{2\pi},$$

also  $A \geq 6 \cdot 10^{-10}$  cm.

Danach ist die Amplitude von kräftigem Sonnenlicht an der Erdoberfläche grösser oder gleich  $6 \cdot 10^{-10}$  cm.

Da in festen und flüssigen Körpern der Abstand der Molecüle (und ihre Grösse) kleiner ist, als  $10^{-8}$  cm, so sieht man, dass die Amplituden der Lichtschwingungen höchstens etwa hundertmal geringer sind, als diese Abstände. Mithin müssten Lichtstrahlen von höchstens der 2500fachen Intensität des Sonnenlichtes (an der Erdoberfläche) in festen und flüssigen Körpern schon wesentlich anderen Absorptionsverhältnissen unterliegen. Für sie wäre die Durchsichtigkeit vermuthlich eine relativ viel geringere. Andererseits ist auch daraus ersichtlich, dass bei den verhältnissmässig schwachen Intensitäten, mit denen wir es zu thun haben, die Absorptionsfähigkeit der Medien unabhängig von der Intensität des Lichtes ist.

Zum Schluss sei noch an die Bemerkung von W. Thomson erinnert, dass die Dichtigkeit der Luft, wenn sie immer dem Mariotte'schen Gesetz folgte und bei constanter Temperatur bliebe, schon in einer Höhe gleich dem Erdradius nur ungefähr  $10^{-360}$  von der des Wassers wäre. Der Aether ist also ganz ausserordentlich viel dichter, als soweit verdünnte Luft. Unter dieser Voraussetzung würde schon in einer Höhe von 33 Meilen die Luft dieselbe Dichtigkeit haben, wie der freie Aether.

München, Ende Februar 1885.

---