

IV. *Obere Grenze für die kinetische Energie der bewegten Electricität; von H. R. Hertz.*

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich aus Versuchen über die Intensität von Extraströmen die Folgerung ziehen können, dass die kinetische Energie der electricischen Strömung von der magnetischen Dichte 1 in einem kupfernen Leiter kleiner sei als $0,008 \text{ mg mm}^2/\text{sec}^2$. Diese Folgerung konnte indessen nur unter der Voraussetzung gezogen werden, dass eine gewisse Beziehung zwischen dem specifischen Widerstande der Metalle und der Dichte der Electricität in ihnen nicht bestehe. In der vorliegenden Arbeit will ich einen Versuch beschreiben, den ich gleichfalls in der Absicht, eine kinetische Energie der Strömung nachzuweisen, und gleichfalls mit negativem Resultate angestellt habe, welcher aber vor den früheren Versuchen die Vorthelle bietet, erstens directer zu sein, zweitens einen kleineren Werth für die obere Grenze zu liefern, und drittens, diesen Werth ohne weitere Beschränkung zu ergeben.

Es sei eine dünne Metallplatte von der in Taf. V Fig. 2 dargestellten Form zwischen den Electroden A und B durchflossen von einem Strome von möglichst grosser Dichtigkeit, es seien ferner die Punkte C und D mit einem feinen Galvanometer verbunden und das System so regulirt, dass kein Strom das Galvanometer durchfliesst. Wird nun die Platte um eine durch ihren Mittelpunkt gehende, zu ihrer Ebene senkrechte Axe in Rotation versetzt, so muss, falls sich die Electricität mit träger Masse bewegt, die Strömung von der Richtung AB seitlich abzuweichen bestrebt sein, aus derselben mechanischen Ursache, welche auf der rotirenden Erde die Passatwinde von der Richtung des Meridians abweichen lässt. Die Folge dieses Bestrebens ist eine Potentialdifferenz zwischen den Punkten C und D oder ein Strom im Galvanometer. Dieser Strom muss seine Richtung ändern mit der Richtung der Drehung; ist diese Richtung die des

1) H. R. Hertz, Wied. Ann. 10. p. 414. 1880.

Uhrzeigers, und geht gleichzeitig der Strom in der Platte von *A* nach *B*, so muss er die Galvanometerleitung ausserhalb der Platte von *D* nach *C* durchfliessen, wie es die Pfeile andeuten.

Qualitativ muss die genannte Wirkung eintreten, welches auch die Natur des galvanischen Stromes ist, vorausgesetzt nur, dass mit demselben eine solche Bewegung träger Masse verbunden ist, welche mit der Richtung des Stromes ihre eigene Richtung ändert. Die Schwierigkeit des Versuchs besteht in der Herstellung von vier hinreichend sicheren und ruhigen Zuleitungen bei schneller Rotation; diese Schwierigkeit habe ich so weit überwunden, dass gleichzeitig eins der feinsten Galvanometer, eine Geschwindigkeit von 30 Umdrehungen in der Secunde und eine Potentialdifferenz von 1 Daniell zwischen *A* und *B* benutzt werden konnte. Dabei war eine Ablenkung der Nadel, welche einer trägen Masse entsprechen würde, nicht nachzuweisen; lege ich die Weber'sche Anschauung zu Grunde, so kann ich mittelst der unten angegebenen Betrachtung aus meinen Versuchen die Folgerung ziehen, dass die kinetische Energie μ einer Strömung von der magnetischen Dichte 1 in einem Cubikmillimeter eines silbernen Leiters die Grösse von $0,00002 \text{ mg mm}^2/\text{sec}^2$ nicht wesentlich überschreiten kann.

In Bezug auf die Ausführung des Versuchs ist das Folgende zu erwähnen. Als Metallplatte wählte ich die Belegung einer nach dem Liebig'schen Verfahren versilberten Glasplatte, die Form derselben ist in Fig. 2 Taf. V dargestellt, die Entfernung *AB* betrug etwa 45 mm, die Entfernung *CD* 25 mm. Die Zuleitungsdrähte waren zunächst an Platinplättchen angelöthet, diese wurden mittelst kleiner Schrauben, die das Glas durchsetzten, gegen die Belegung angepresst; um eine gleichmässiger Berührung zu erzielen, war zwischen die Belegung und die Plättchen eine Schicht Goldschaum gebracht. Der electriche Widerstand war anfangs gleich 5,4 S.-E. in der Richtung *AB* und gleich 3,5 S.-E. in der Richtung *CD*, aus unbekannten Gründen nahmen diese Widerstände mit der Zeit ab und wurden nach einigen Wochen resp. gleich 4,8 S.-E. und 3,1 S.-E. gefunden. Aus

dem Verhältniss dieser Widerstände und aus besonderen Versuchen war zu ersehen, dass der Uebergangswiderstand an den Zuleitungen keinen wesentlichen Theil des gesammten Widerstandes bildete. Die Regulirung des Systems zu dem Zwecke, die Nadel auf Null zu bringen, geschah zunächst durch Abschaben des Silbers an einzelnen Stellen des Randes; da indessen eine dauernde Abgleichung von hinreichender Schärfe aus verschiedenen Ursachen unmöglich war, so schaltete ich zwischen *A* und *C* und zwischen *C* und *B* Zweigleitungen von einigen Hundert S.-E. Widerstand ein, durch deren Abgleichung die Nadel jederzeit, so weit es überhaupt wünschenswerth schien, auf Null zurückgeführt werden konnte.

Um eine geschwinde Rotation der Glasplatte zu ermöglichen, war dieselbe auf einer Messingscheibe befestigt, die belegte Fläche war der Scheibe zugekehrt und nur durch eine möglichst dünne Luftschicht von derselben getrennt. Die Scheibe ihrerseits bildete das eine Ende einer horizontalen stählernen Axe, die in zwei Lagern so befestigt war, dass ihre beiden Enden zugänglich blieben. Die Zuleitung zum Galvanometer fand unmittelbar an der Glasplatte statt, die Zuleitung zur stromgebenden Kette am anderen Ende der Axe, die Leitungen von hier bis zu den Punkten *A* und *B* waren gebildet durch die Axe selbst und durch einen in einer Durchbohrung der Axe liegenden Draht. Die Vorrichtung, durch welche auf jedem Ende der letzte Uebergang von den bewegten zu den ruhenden Theilen vermittelt wurde, ist in Fig. 3 Taf. V dargestellt. Durch ein genau centrirtes Stück einer sehr dünn ausgezogenen Glasröhre ist ein feiner Platindraht geführt, ein zweiter Platindraht ist um die Glasröhre herumgeschlungen, die Röhre mit den Drähten durchsetzt ein Quecksilbergefäss und mündet in einem zweiten derart, dass in dem Quecksilber des letzteren der erstgenannte und im Quecksilber des ersteren der letztgenannte Draht rotirt. Das Glasröhrchen war mittelst Siegelacks auf der einen Seite der Axe gegen die Glasplatte, auf der anderen an der Axe selbst befestigt. Da der Durchmesser der Windungen des Drahtes *B* nur ungefähr $\frac{1}{2}$ mm

betrug, so bewegte sich das Platin gegen das umgebende Quecksilber auch bei einer Rotationsgeschwindigkeit von 100 Umdrehungen in der Secunde nur mit einer Geschwindigkeit von 160 mm/sec. Der Erfolg war ein guter, denn auch bei der genannten Geschwindigkeit zeigte sich kein Uebergangswiderstand, und die durch Erwärmung erzeugten Störungen waren eben wahrnehmbar und klein gegen andere unvermeidliche. Die Rotation wurde der Axe mitgetheilt durch einen Schnurlauf, welcher sie mit der schnellsten Axe eines Becquerel'schen Phosphoroskops verband, sodass sie doppelt so schnell als jene lief. Die Kurbel des Phosphoroskops wurde mit der Hand gedreht, einer Umdrehung derselben entsprachen 290 Umdrehungen der Axe. Da die ganze Vorrichtung so leicht als möglich gebaut war, konnten auch grosse Geschwindigkeiten schnell erzeugt und wieder aufgehoben werden. Das angewandte Galvanometer war ein Siemens'sches mit einem astatischen Systeme von zwei Glockenmagneten und vier Rollen von zusammen ca. 7 S.-E. Widerstand. Die Astasie konnte durch äussere Magnete beliebig weit getrieben werden, bei den definitiven Versuchen war die Empfindlichkeit eine solche, dass einer Potentialdifferenz von ein Milliontel Daniell an den Punkten *D* und *C* ein Ausschlag von 32 Scalentheilen entsprach. Dabei war die Bewegung der Nadel aperiodisch, eine neue Ruhelage nahm dieselbe nach etwa 8 Secunden mit einer für die vorliegenden Versuche hinreichenden Genauigkeit an. Der Strom wurde geliefert durch ein Daniell'sches Element und mittelst einer gewöhnlichen Tangentenbussole gemessen. In die Leitung zum Galvanometer und zur Kette war je ein Commutator eingeschaltet.

Nachdem der Strom so lange durch die Platte geleitet war, dass eine weitere Erwärmung derselben nicht stattfand, wurde mittelst der äusseren Widerstände zwischen *A*, *C* und *B* die Nadel des Galvanometers nahezu in ihre natürliche Ruhelage gebracht. Es wurde sodann der Kurbel des Phosphoroskops eine möglichst gleichmässige einmalige Umdrehung ertheilt, die im Durchschnitt 8—9 Secunden erforderte und durch eine automatische Arretirung ihr Ende

erreichte. Dabei wich die Nadel im allgemeinen von der Ruhelage aus, ihre Stellung zu Ende der Rotation wurde notirt. Nach Aufhören der Rotation ging indessen die Nadel fast nie in die ursprüngliche Ruhelage zurück, sondern in eine neue Ruhelage über, die, sobald sie erreicht war, nach etwa 6—8 Secunden gleichfalls abgelesen wurde. Den Abstand derselben von der ursprünglichen will ich den dauernden Ausschlag nennen; unter augenblicklichem Ausschlag soll verstanden sein der Abstand der Stellung der Nadel zu Ende der Rotation vom Mittel zwischen der ursprünglichen und der schliesslichen Ruhelage. Den augenblicklichen Ausschlag wollen wir ansehen als Maass desjenigen Stromes, dessen Ursachen nur während der Rotation wirken, wie z. B. der Einfluss träger Masse; während der dauernde Ausschlag den nach Beendigung der Rotation noch andauernden Störungen zugeschrieben werde. Anspruch auf Genauigkeit hätte diese Rechnungsweise nur dann, wenn die Rotation eine gleichförmige und der dauernde Ausschlag klein wäre, was beides in den Versuchen nicht zutraf, indessen waren die Störungen zu mannichfaltig und die Ausschläge zu unregelmässig, als dass eine nähere Discussion möglich gewesen wäre.

Schon die ersten Versuche zeigten nun, dass ein Einfluss träger Masse, welcher die unvermeidlichen Störungen bedeutend überwöge, jedenfalls nicht vorhanden war. Um einen solchen dennoch nachzuweisen, resp. einen möglichst kleinen Werth der oberen Grenze zu finden, stellte ich immer einen Satz von acht Beobachtungen zusammen, bei welchen die Richtung der Drehung von Beobachtung zu Beobachtung, die Richtung der Leitung zum Galvanometer von je zwei zu zwei Beobachtungen, endlich die Richtung des Stromes in der Platte von den vier ersten gegen die vier letzten Beobachtungen abwechselte. Ein solches System von acht Beobachtungen will ich einen Versuch nennen. Durch passende Combination der Beobachtungen liess sich nun für jeden Versuch die mittlere Wirkung der einzelnen störenden Ursachen berechnen. Es musste sich nämlich in den Ausschlägen vorfinden und aus denselben eliminiren lassen:

1) ein Theil, welcher sein Vorzeichen ändert nur mit der Umschaltung der Leitung zum Galvanometer, nicht mit der Richtung der Drehung oder der Leitung zur Kette. Derselbe konnte seinen Ursprung nur in einer durch die schnelle Rotation erzeugten electromotorischen Kraft in der Contactstelle zur Galvanometerleitung haben. Insofern diese Kraft eine thermoelectrische war, musste der entsprechende Ausschlag ein dauernder sein;

2) ein Theil, dessen Zeichen abhing von der Richtung der Leitung zum Galvanometer und zur Kette, hingegen nicht von der Richtung der Drehung. Derselbe konnte verschiedene Ursachen haben:

a) die Spannung der Platte infolge der beträchtlichen Centrifugalkraft, die Wirkung kann nur im augenblicklichen Ausschlage erscheinen;

b) eine gleichmässige Temperaturänderung der ganzen Platte infolge der Rotation, die Wirkung erscheint im dauernden Ausschlag;

c) eine Aenderung der Verhältnisse der Widerstände AC/BC und AD/BD während der Dauer der Beobachtung aus anderweitigen Ursachen. In der That änderte sich die Ruhelage der Nadel, auch wenn keine Rotation stattfand, langsam, aber stetig und stark genug, dass der dadurch verursachte Fehler von der Ordnung der übrigen war. Die Wirkung macht sich im dauernden Ausschlag geltend.

3) ein Theil, dessen Vorzeichen ausser von den Richtungen der Leitungen auch von der Richtung der Rotation abhängt:

a) käme im augenblicklichen Ausschlag ein solcher Theil vor, so wäre für denselben wohl keine andere Ursache anzugeben, als eine Trägheit der bewegten Electricität;

b) im dauernden Ausschlag kann ein solcher Theil dadurch entstehen, dass bei der Rotation zwei diagonal gegenüber liegende Zweige der Brücke vorangehen, zwei andere folgen, erstere sich also infolge des Luftzugs stärker als letztere abkühlen. Da die leitende Silberschicht der Messingscheibe sehr dicht anlag, hatte ich eine solche Wirkung nicht vermuthet, sie zeigte sich aber zunächst sehr stark und war um so

unbequemer, als sie sich von der Wirkung einer trägen Masse nur durch ihr Andauern nach beendigter Rotation unterschied. Indem ich die Platte und Messingscheibe mit Baumwolle und einer Papiertrommel umgab, verminderte ich die Störung beträchtlich, eine weitere Verminderung trat ein, als ich das Innere der Papiertrommel durch einen derselben gegebenen Paraffinüberzug hermetisch abschloss. Ganz blieb diese Störung eigenthümlicherweise auch so nicht aus.

Von den beschriebenen Versuchen habe ich zwei Reihen zu je 20 Versuchen angestellt. Dieselben unterschieden sich durch die Intensität des angewandten Stromes, die Empfindlichkeit des Galvanometers und vorzüglich dadurch, dass bei der ersteren der erwähnte Paraffinüberzug noch fehlte. Die zweite war bei weitem die bessere und soll daher nur von ihr die Rede sein. Auf sie bezieht sich die Angabe, die oben über die Empfindlichkeit des Galvanometers gemacht ist. Die Intensität des Stromes betrug im magnetischen Maasse $1,17 \text{ mg}^{1/2} \text{ mm}^{1/2} / \text{sec}$; die Rotationsgeschwindigkeit nach dem obigen durchschnittlich $290/8\frac{1}{2} = 34$ Umdrehungen in der Secunde. Der Ausschlag des Galvanometers am Ende der Drehung betrug im Mittel 10 bis 15 Scalentheile und änderte sich in den folgenden Secunden meist nur um wenige Scalentheile. Der grösste Theil dieses Ausschlags entsprach den nicht mehr zu trennenden Ursachen 2b) und 2c); die Wirkung der Störungen 1) und 3b) ergab sich etwa zu 2 bis 4 Scalentheilen, die Störung 2a) war klein. Die Brauchbarkeit der Methode zeigte sich darin, dass die einzelnen Störungen aus allen Versuchen fast ausnahmslos mit gleichen Zeichen und von gleicher Grössenordnung gefunden wurden. Die 20 Werthe, welche für den unter 3a) angeführten Theil des Ausschlags erhalten wurden, sind in Scalentheilen die folgenden:

+3,6, -1,0, -0,0, -2,7, -1,1, +0,1, -0,6,
 +0,8, -1,1, +0,2, -0,4, +0,5, +0,7, +0,5,
 +0,8, +1,2, +1,1, +0,7, +0,6, +0,7.

Das Mittel dieser Werthe ist +0,23. Die Abweichung von Null ist etwas grösser als der wahrscheinliche Fehler

des Resultates, indessen dürfte die Ursache der Abweichung eher in der bis zu einem gewissen Grade willkürlichen Berechnung des augenblicklichen Ausschlags, als in einer physikalischen Ursache zu finden sein. Der Einfluss einer trägen Masse musste nach den Umständen des Versuchs und den benutzten Vorzeichen einen negativen Ausschlag zur Folge haben, ein solcher Einfluss war also durchaus nicht nachzuweisen. Setzt man den constanten Ausschlag von 0,23 auf Rechnung einer anderen Ursache und berechnet die Fehler der Versuche von Null an, so ergibt sich immer noch eine Wahrscheinlichkeit von 14 gegen 1, dass kein Ausschlag grösser als $\frac{1}{3}$ Scalentheil, und von 3480 gegen 1, dass kein Ausschlag grösser als 1 Scalentheil vorhanden war, der einer trägen Masse hätte zugeschrieben werden können.

Bei der Berechnung der Versuche unter Zugrundelegung der Weber'schen Hypothese mache ich der Einfachheit halber die Annahme, dass die Masse einer positiven Einheit gleich der Masse einer negativen Einheit sei, und dass im electrischen Strome beide Electricitäten mit entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeit fliessen. Es sei m die Masse der electrostatischen Einheit, v die Geschwindigkeit, mit welcher sie gezwungen ist, sich in der Axe der Platte AB oder in einer dieser Axe parallelen Geraden zu bewegen, ω die Rotationsgeschwindigkeit der Platte. Dann ist die aus der Rotation entspringende scheinbare Kraft, welche auf die Einheit senkrecht zur Bahn derselben wirkt, gleich $2mv\omega + C$, wenn C die dem Orte der Einheit entsprechende Componente der Centrifugalkraft ist. Die entgegengesetzte Einheit, welche sich am gleichen Orte befindet, erleidet in gleicher Richtung die Kraft $-2mv\omega + C$. Die Summe beider Kräfte $2C$ stellt eine ponderomotorische Kraft dar, nämlich diejenige Zunahme der auf die Masse des Leiters wirkenden Centrifugalkraft, welche aus der Vermehrung dieser Masse um die Masse der Electricität folgt; die Differenz aber, nämlich $X = 4mv\omega$ ist eben die electromotorische Kraft, welche wir im Galvanometer zu bemerken suchten. Nun ist m gleich der Masse M der gesammten in einem Cubikmillimeter enthaltenen positiven und negativen Electricität, dividirt durch

die Anzahl der in einem Cubikmillimeter enthaltenen electrostatischen Einheiten; diese Anzahl wiederum ist gleich der electrostatisch gemessenen Stromdichte i , dividirt durch die Geschwindigkeit v , also ist $m = Mv/i$ und $X = 4\omega \cdot Mv^2/i = 4i\omega \cdot Mv^2/i^2$. Wir können nun, ohne die Gleichung zu ändern, rechts und links magnetisches Maass einführen; thun wir dies, so ist $Mv^2/i^2 = Mv_0^2/i_0^2$ diejenige Grösse, welche in der Einleitung mit μ bezeichnet ist, und also $X = 4\mu i\omega$. Hierin ersetzen wir noch die Stromdichte i durch den Quotienten aus der Gesamtintensität J und dem Querschnitt q der Leitung, ferner die electromotorische Kraft X durch den Quotienten aus der Potentialdifferenz φ zwischen den Punkten C und D und der Breite b der Platte; nennen wir noch die mittlere Dicke derselben d , so wird jetzt $\varphi = 4\mu J\omega b/q = 4\mu J\omega/d$, oder, da wir μ suchen:

$$\mu = \frac{\varphi q}{4Jb\omega} = \frac{\varphi d}{4J\omega}.$$

Den Querschnitt q oder die Dicke d können wir angenähert aus der Menge des niedergeschlagenen Silbers berechnen, rationeller und genauer zugleich ist es, ihn aus dem electrischen Widerstande der Platte zu bestimmen, denn dieser Widerstand hängt unmittelbar von der mittleren Geschwindigkeit ab, mit welcher die Electricität in der Platte sich bewegt, und eben diese Geschwindigkeit und nur mittelbar der Querschnitt ist die Grösse, auf welche es ankommt. Da die Leitung unzweifelhaft eine metallische war, können wir für den specifischen Widerstand der leitenden Substanz nur den des Silbers setzen; aus der Länge der Platte = 45 mm und dem Widerstand = 5,1 S.-E. im Mittel ergibt sich der für uns in Betracht kommende Querschnitt $q = 0,00014 \text{ mm}^2$ und die entsprechende Dicke $d = 5,6 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$. Allerdings ist diese Dicke nur etwa ein Zehntel derjenigen, welche man aus der Menge des niedergeschlagenen Silbers erschliessen konnte, indessen zeigt dies nur, was von vornherein wahrscheinlich war, dass das Silber sich sehr ungleichförmig auf dem Glase vertheilt. Wendet man den gefundenen Werth der Dicke an und setzt ausserdem $J = 1,17 \text{ mg}^{1/2} \text{ mm}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$, $\omega = 2\pi \cdot 34 \text{ sec}^{-1}$, $\varphi = 1 \text{ Scalenth.} = 1 \cdot 32 \text{ Milliontel Dan.} = 3300 \text{ mg}^{1/2} \text{ mm}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$,

so folgt $\mu = 0,000\,0185\text{ mm}^2$. μ erscheint demnach als eine Fläche, nämlich als eine Energie, dividirt durch die Einheit des Quadrats einer magnetischen Stromdichte und durch die Einheit des Volumens. Da der Werth $\varphi = 1$ Scalentheil sich schon als äusserst unwahrscheinlich herausstellte, so erscheint die in der Einleitung ausgesprochene Behauptung gerechtfertigt. Wären die bei der Berechnung der Versuche gemachten Annahmen mehr als rohe Annäherungen, so würde selbst die Ueberschreitung einer weit geringeren Grenze noch unwahrscheinlich sein.

Es ist von Interesse, zu bemerken, dass wir electriche Ströme kennen, welche zweifellos mit kinetischer Energie verbunden sind, deren Grösse die aufgestellte Grenze beträchtlich übertragt, die Ströme in Electrolyten. Aus dem chemischen Aequivalent des Stromes von der magnetischen Intensität 1 und der Ueberführungszahl für salpetersaures Silberoxyd kann man leicht berechnen, mit welcher Geschwindigkeit sich in einer Lösung dieses Salzes von bestimmter Concentration die Atomgruppen Ag und NO_3 bewegen, wenn in der Lösung die Stromdichte 1 herrscht. Daraus folgt dann die lebendige Kraft dieser Bewegung, und zwar findet man für mittlere Concentrationen angenähert, wenn auf 1 Gewichtstheil Wasser n Gewichtstheile des Salzes kommen, $\mu = 0,0078/n\text{ mm}^2$. Liesse sich demnach der beschriebene Versuch mit einem Electrolyten unter ähnlichen Bedingungen wie mit einem Metalle anstellen, so müsste er ein positives Resultat ergeben, thatsächlich bewirken Widerstand und Zersetzbarkeit der Electrolyte, dass sich gleich günstige Versuchsbedingungen auch nicht annähernd erreichen lassen.

Physikal. Inst. der Univ. Berlin.
