

Vorgänge wie in den Schlackenkrystallen von *Hombourghaut* verdanken.

Bonn im Januar 1869.

### VIII. Ueber die galvanische Widerstandsbestimmung; von J. Sirks in Deventer.

Nicht nur in einzelnen Fällen, sondern allgemein eignet sich, nach den erforderlichen Abänderungen, die Methode des Hrn. Bosscha zur Messung *galvanischer Widerstände sowohl fester als flüssiger Körper*, gleichgültig welchen Werth die zu bestimmende Gröfse habe. Dieses nachzuweisen ist der Zweck der nachfolgenden Zeilen.

Bekanntlich stützt sich diese Methode auf die Beziehung, welche bei der Theilung eines elektrischen Stromes zwischen dem Widerstand der Verzweigungen und der Intensität der abgeleiteten Ströme stattfindet.

In Fig. 16 Taf. IV sind  $a$  und  $b$  diese beiden Verzweigungen,  $G$  ein Multiplicator,  $T$  eine Tangentenbussole und  $W$  ein Rheostat im Hauptstrome. Bei einem bekannten Ausschlag des Multiplicators  $= J_0$  wird die Tangentenbussole abgelesen  $= J$ , und dasselbe wiederholt, nachdem jeder der zu vergleichenden Widerstände  $M$  und  $M'$  in  $b$  eingeschaltet ist, wobei jedoch zuvor durch Vermittelung des Rheostats die Intensität in  $b$  auf  $J_0$  zurückgebracht wird. Man erhält also die Ablesungen  $J'$  und  $J''$ . Nennt man nun  $a$ ,  $b$  und  $c$  die Widerstände der Zweige und des Multiplicators, so ist nach Kirchhoff:

$$\begin{aligned} J_0(b+c) &= (J-J_0)a \\ J_0(b+c+M) &= (J'-J_0)a \\ J_0(b+c+M') &= (J''-J_0)a \end{aligned}$$

woraus

$$\frac{M'}{M} = \frac{J''-J}{J'-J} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Nach dieser Gleichung hängt die Genauigkeit der Methode von dem Werth der Differenzen  $J'' - J$  und  $J' - J$  ab.

Da indess bei dem Gebrauch eines Multipliers mit großem Widerstande  $c$  die relative Aenderung von  $b + c$  und ebenso die Werthe  $J'' - J$  und  $J' - J$  klein sind, wandte Bosscha eine Nebenschließung mit unbedeutendem Widerstande  $f$  an (Fig. 17, Taf. IV). Hiedurch wird, obschon der Multiplikator  $G$  noch immer die Gleichheit von  $J$ , verbürgt, statt  $c$  nur der geringe Werth  $\frac{cf}{c+f}$  zu  $b$  hinzugefügt.

Die Differenzen  $J'' - J$  und  $J' - J$  wachsen noch einigermaßen, wenn man die Tangentenbussole nicht in den Hauptstrom, sondern in den Zweig  $a$  einschließt, und den größten Ausschlag  $J$  durch Verstärkung des Hauptstromes wieder zum Maximum führt, da die Ablesungen  $J$ ,  $J'$  und  $J''$  hiedurch von einer constanten GröÙe  $J_0$  befreit werden.

Bei der Messung sehr ungleicher Widerstände  $M$  und  $M'$  nimmt die Genauigkeit dieser Methode bedeutend ab, weil der Nenner  $J' - J$  in diesem Falle einen geringen Werth erhält, und ein Fehler in  $J$  oder  $J'$  stark hervortritt. Bessere Resultate erlangt man alsdann durch Aufnahme von  $M$  und  $M'$  in den Zweig  $a$  statt  $b$ , wobei übrigens das Verfahren das nämliche bleibt. (Fig. 18 Taf. IV).

Die drei Ablesungen der Tangentenbussole  $i$ ,  $i'$ ,  $i''$ , den Widerständen  $a$ ,  $a + M$  und  $a + M'$  im Zweige  $a$  entsprechend, veranlassen wieder die Gleichungen

$$\begin{aligned} i \times a &= J_0 \times b + J_0 \times f \\ i' \times (a + M) &= J_0 \times b + J_0 \times f \\ i'' \times (a + M') &= J_0 \times b + J_0 \times f \end{aligned}$$

woraus

$$\frac{M'}{M} = \frac{i'(i - i'')}{i''(i - i')} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (2)$$

Die durch diese Abänderung erhaltene Genauigkeitserhöhung ist nicht unbedeutend. Der Werth nämlich der partiellen Differentialquotienten von  $\frac{M'}{M}$  oder  $x$  nach  $J$ ,  $J'$ ,  $J''$ ,  $i$ ,  $i'$  und  $i''$  ist, (1) und (2) zufolge:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial J} &= \frac{J'' - J'}{(J' - J)^2} & \frac{\partial x}{\partial i} &= -\frac{i'(i' - i'')}{i''(i - i'')^2} \\ \frac{\partial x}{\partial J'} &= -\frac{J'' - J}{(J' - J)^2} & \frac{\partial x}{\partial i'} &= \frac{i(i - i'')}{i''(i - i'')^2} \\ \frac{\partial x}{\partial J''} &= \frac{1}{J' - J} & \frac{\partial x}{\partial i''} &= -\frac{i \cdot i'}{i''^2(i - i')} \end{aligned} \right\} \cdot (3)$$

Für  $x$  z. B.  $= 50$ , beeinträchtigen Ablesungsfehler das Resultat am wenigsten, wenn man den Widerstand des Stromzweiges, worin  $M$  und  $M'$  aufgenommen werden, so nimmt, daß bei einer größten Abweichung  $J''$  und  $i$  von  $\pm 750^{\text{mm}}$ , die kleinste  $J$  und  $i'' \pm 100^{\text{mm}}$  ist.

Nach (3) ist in diesem Falle der Einfluß eines Ablesungsfehlers von  $\frac{1}{10}^{\text{mm}}$  auf den Werth  $\frac{M'}{M} = x = 50$

bei der ursprünglichen Methode		bei der abgeänderten Methode	
in $J$	+ 0,38	in $i$	- 0,05
$J'$	- 0,38	$i'$	+ 0,065
$J''$	+ 0,01	$i''$	- 0,06.

Die Vortheile der Methode von Bosscha sind bekannt. Abgesehen davon, daß sie unabhängig ist von innerlicher Aenderung der elektrischen Batterie, vermeidet sie auch die Anwendung von Widerstandsrollen mit ihren Abgleichungsfehlern, ihrem mangelhaften Contact und ihrer schwankenden inneren Temperatur, da ein einziges Maafs selbst zur Bestimmung viel größerer Widerstände ausreicht. Außerdem kann diese Methode, bei der man die Stromstärken in allen Zweigen kennt, Auskunft geben in wiefern der Leitungswiderstand gänzlich von der Stromstärke unabhängig sey.

Auch zur elektrolytischen Widerstandsbestimmung kann Bosscha's Drahtverzweigung dienen. Zu diesem Zweck wird die Flüssigkeit in einen länglichen Trog gegossen, der so eingerichtet ist, daß nicht nur die beiden Endflächen entlang, sondern auch irgendwo zwischen diesen eine Elektrodenplatte aufgestellt werden kann. Am besten eignet sich vielleicht hierzu ein Trog aus Spiegelglasplatten (z. B.  $200 \times 75 \times 50^{\text{mm}}$ ), in jeder dessen innerer Seitenfläche drei

vertikale Rinnen eingeschliffen sind, wodurch die beiden Elektrodenplatten entweder die ganze Länge der im Trog befindlichen Flüssigkeitssäule oder ein Theil  $n$  oder den Rest  $(1-n)$  von der Länge abschneiden können.

Dieser Trog ist in  $b$  (Fig. 18 Taf. IV) aufzunehmen. Hintereinander werden die Flüssigkeitssäulen mit der Länge  $l$ ,  $(1-n)l$ ,  $nl$  und endlich die letztere nebst einem Widerstandsmaasse  $O$  in  $b$  eingeschaltet, und jedesmal, nachdem  $J_b$  mittelst der Widerstandsrolle  $W$  zu demselben Werth zurückgebracht ist, die Tangentenbussole abgelesen. Man erhält also vier Ablesungen  $J$ ,  $J'$ ,  $J''$  und  $J'''$ , woraus der gesuchte Widerstand  $W$  der ganzen Säule abzuleiten ist.

Nennt man nämlich

$E_p$  die durch die Polarisation der Elektrodenplatten entstandene elektromotorische Kraft, so ist nach Kirchhoff:

$$\left. \begin{aligned} J_b(b+w) &+ J_r \times f - J \times a = -E_p \\ J_b[b+(1-n)w] &+ J_r \times f - J' \times a = -E_p \\ J_b(b+nw+O) &+ J_r \times f - J'' \times a = -E_p \\ J_b(b+nw) &+ J_r \times f - J''' \times a = -E_p \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

woraus

$$J_b = (J'' - J''') \frac{a}{O} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

$$(1-n)w = \frac{J - J'''}{J'' - J'''} \times O \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

$$nw = \frac{J - J'}{J'' - J'''} \times O \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

$$w = \frac{2J - J' - J'''}{J'' - J'''} \times O \quad . \quad . \quad (8)$$

Die Genauigkeit, welche dieses Verfahren gewährt, zeigt sich in dem Werth der Differentialquotienten von (8)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial J} &= \frac{2}{J'' - J'''} \times O \\ \frac{\partial w}{\partial J'} &= -\frac{1}{J'' - J'''} \times O \\ \frac{\partial w}{\partial J''} &= -\frac{2J - J' - J'''}{(J'' - J''')^2} \times O \\ \frac{\partial w}{\partial J'''} &= \frac{2J - J' - J'''}{(J'' - J''')^2} \times O \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

So kann man z. B. bei einer zweckmäßigen Wahl von  $O$  und  $n$  für  $J, J', J'', J'''$  Abweichungen von ungefähr 700, 500, 700, 200<sup>mm</sup> erhalten. In diesem Falle beeinträchtigt nach (9) ein Ablesungsfehler von  $\frac{1}{4}$ <sup>mm</sup>

$$\left. \begin{array}{l} J \\ J' \\ J'' \\ J''' \end{array} \right\} \text{ den Werth von } w \text{ mit } \left\{ \begin{array}{l} + \frac{1}{10} \text{ Proc.} \\ - \frac{1}{20} \text{ Proc.} \\ - \frac{1}{15} \text{ Proc.} \\ + \frac{1}{50} \text{ Proc.} \end{array} \right.$$

Dabei kann, wenn  $n$  zu bestimmen ist, (6) oder (7) noch zur Controle dienen.

Das Eigenthümliche der Bosscha'schen Stromverzweigung macht diese Methode wieder unabhängig von Aenderung der galvanischen Batterie. Die Polarisation der Elektrodenplatten wird vollständig eliminirt, und die Anwendung einer Widerstandsrolle mit ihren Beschwerden entgangen. Ueberdies bestimmt man den Widerstand der ganzen Flüssigkeitsmasse im Troge, so dafs die Länge der untersuchten Säule gröfser ist als bei anderen Methoden.

Der Einflufs etwaiger Fehler in der Länge der Säule wird folglich verkleinert, indem ebenso eine vielleicht ungleiche Stromverbreitung im Durchschnitte des Elektrolyts das Resultat weniger erheblich abändert. Ferner kann man aus Formel (5) die Stromstärke  $J$ , wobei die Messung geschah, und aus (4) den Werth der Polarisation  $E_p$  ableiten.

Nach dieser Methode sind in dem hiesigen Athenaeum mit Lösungen von Kupfersulfat bei verschiedener Sättigung Widerstandsmessungen ausgeführt; indess hat die Vollendung der im Bau begriffenen höheren Bürgerschule noch nicht erlaubt, diese unter günstigeren Umständen zu vervollkommen und auf andere Salze auszudehnen.

Deventer 9. März 1869.