

## 2. *Über elastische und magnetische Nachwirkung (Hysteresis);* von *H. Tobusch.*

---

**Inhalt:** Vorbemerkung. — A. Die Theorie der elastischen Nachwirkung von E. Wiechert. 1. Fundamentale Hypothesen. 2. Hauptsätze. 3. Spezielle Experimente. 4. Näheres über den Bau der Funktion  $\psi$ . — B. Experimentelle Untersuchung der elastischen Nachwirkung. 1. Vorbemerkung. 2. Konstruktion des Beobachtungsapparates. 3. Vorversuche. 4. Versuche zur Prüfung der Theorie der elastischen Nachwirkung. 5. Prüfung der Theorie. 6. Materialstudien. 7. Einfluß der Temperatur auf die elastische Nachwirkung. — C. Experimentelle Untersuchung der magnetischen Nachwirkung. 1. Konstruktion des Apparates. 2. Vorversuche. 3. Versuche zur Prüfung der Theorie. 4. Übertragung und Prüfung der Theorie. — D. Magnetisierungsgesetze für kleine magnetische Kräfte. 1. Vorbemerkung. 2. Versuche von W. Weber über induzierten Magnetismus. 3. Das Magnetisierungsgesetz für sehr kleine magnetisierende Kräfte. — Schlußbemerkungen.

---

### Vorbemerkung.

Die vorliegende Arbeit, eine von der philosophischen Fakultät der Universität Göttingen genehmigte Inauguraldissertation, die auf Anregung des Hrn. Prof. Dr. E. Wiechert im geophysikalischen Institute der Universität ausgeführt worden ist, verfolgt den Zweck, einen Beitrag zu liefern zur Untersuchung der Frage, ob der vielfach beobachtete Parallelismus zwischen elastischer und magnetischer Nachwirkung auch quantitativ sich durchführen läßt; sie will also die vom theoretischen Standpunkte aus interessante Frage behandeln, ob magnetische und elastische Nachwirkung denselben mathematischen Gesetzen gehorchen oder nicht.

Für die elastische Nachwirkung und verwandte Erscheinungen ist in verschiedenen Arbeiten von E. Wiechert eine Theorie aufgestellt worden, die eine Zusammenfassung und weitere Ausgestaltung älterer Vorstellungen (von W. Weber, Maxwell, Boltzmann, J. J. Thomson) bietet und nach mehrfach gemachten experimentellen Erfahrungen in guter Überein-

stimmung mit der Wirklichkeit steht. Deshalb lag es nahe, auch bei den über magnetische Nachwirkung angestellten Versuchen an die Theorie von E. Wiechert anzuknüpfen. Dabei möchte ich gleich hier bemerken, daß ich die bleibenden Änderungen, die eine deformierende oder magnetisierende Kraft zur Folge hat, zur Vereinfachung des Ausdruckes ebenfalls zu den Nachwirkungen rechnen werde, obgleich sie — wie z. B. der vollständige Bruch — anderer Natur sind als die von der Theorie umfaßten Erscheinungen.

Die experimentelle Arbeit gliedert sich naturgemäß in zwei Teile, indem erstens die elastische und zweitens die magnetische Nachwirkung zu untersuchen war.

#### A. Die Theorie der elastischen Nachwirkung von E. Wiechert.<sup>1)</sup>

##### 1. Fundamentale Hypothesen.

Indem ich für alle weiteren Details auf die zitierten Originalarbeiten verweise, sollen im folgenden nur die Grundgedanken der Theorie kurz angegeben werden, wie sie sich speziell bei der Anwendung auf die Elastizität darstellt.

Wenn ein elastischer Körper bei festgehaltenen äußeren Bedingungen keinerlei Änderungen zeigt, so sagen wir, der Körper befinde sich (nach der Wiechertschen Ausdrucksweise) in *Katastase* (Normalzustand). Es gehört also, wenn von bleibenden Änderungen, d. h. Bruch, Verbiegung usw. hier abgesehen wird, bei *Katastase* zu jeder Form ein ganz bestimmtes unveränderliches Drucksystem, das *katastatische System*. Das Kraftsystem, das man zum *katastatischen System* hinzufügen muß, um das tatsächlich vorhandene zu erhalten, enthält die Nachwirkungsglieder.

Wir nehmen zunächst ein ganz spezielles Beispiel. Ein Faden von der Länge  $l$  werde gespannt, die tatsächliche Spannung sei  $s$ , die *katastatische Spannung*  $[s]$ , halten wir dann  $l$  konstant, so äußert sich die Nachwirkung darin, daß die Spannung allmählich bis auf ihren Normalwert (*kata-*

---

<sup>1)</sup> E. Wiechert, Inaug.-Diss. Königsberg 1889; Wied. Ann. 50. p. 549. 1893; Sitzungsber. d. phys.-ökonom. Gesellsch. zu Königsberg i. Pr. Nov. 1893; Wied. Ann. 52. p. 67. 1894.

statischen Wert  $[s]$  abnimmt. Wir machen nun den schon von Maxwell benutzten Ansatz:

$$\sigma = s - [s],$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = -\frac{\sigma}{\varrho},$$

oder integriert:

$$\log \sigma = -\frac{t}{\varrho} + c \quad \text{oder} \quad \sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\varrho}}.$$

$\varrho$  nennen wir die Relaxationszeit; es ist das der Zeitraum, in welchem jeweils die Spannung auf den  $e^{\text{ten}}$  Teil ihres Wertes herabsinkt. Die Formel besagt also, daß die Abnahme der Spannung mit der Zeit proportional der momentan vorhandenen Spannungsdifferenz ist. Da diese Formel aber in vielen Fällen nicht ausreicht, so macht E. Wiechert ähnlich wie J. J. Thomson die Hypothese, daß in dem Faden gleichzeitig verschiedene Nachwirkungen mit verschiedenen Relaxationszeiten vorhanden sind. Wir erhalten dann statt der oben hingeschriebenen Formeln

$$s - [s] = \sigma = \sum_n \sigma^{(n)},$$

$$\frac{d\sigma^{(n)}}{dt} = -\frac{\sigma^{(n)}}{\varrho^{(n)}}, \quad \sigma^{(n)} = \sigma_0^{(n)} e^{-\frac{t}{\varrho^{(n)}}}.$$

Wenn gleichzeitig Längenänderungen vorhanden sind, so nehmen wir weiter an, daß die Änderungen der  $\sigma^{(n)}$  wegen der Längenänderungen diesen letzteren direkt proportional sind. Wir bekommen also:

$$\frac{d\sigma^{(n)}}{dt} = -\alpha^{(n)} \sigma^{(n)} - \varepsilon^{(n)} \frac{dl}{dt},$$

wenn wir  $1/\varrho = \alpha$  setzen, wo dann  $\alpha$  die Relaxationsgeschwindigkeit heißt. Diese Differentialgleichung haben wir zu integrieren. Wir setzen  $\sigma^{(n)} = \varphi e^{-\alpha^{(n)} t}$ , wobei  $\varphi$  eine Funktion der Zeit darstellen soll. Es folgt:

$$\frac{d\sigma^{(n)}}{dt} = \varphi' e^{-\alpha^{(n)} t} - \varphi \alpha^{(n)} e^{-\alpha^{(n)} t},$$

wo  $\varphi'$  die Ableitung von  $\varphi$  nach der Zeit ist.

Wir haben hiernach

$$\varphi' e^{-\alpha^{(n)} t} = \frac{d\sigma^{(n)}}{dt} + \alpha^{(n)} \sigma^{(n)} = -\varepsilon^{(n)} \frac{dl}{dt},$$

und bei Integration:

$$\varphi_T = - \int_{T_1}^T \varepsilon^{(n)} \frac{dl}{dt} e^{a^{(n)}t} dt + \varphi_{T_1}.$$

Daher ist

$$\begin{aligned} \sigma_T^{(n)} &= - e^{-a^{(n)}T} \int_{T_1}^T \varepsilon^{(n)} dl e^{a^{(n)}t} + \varphi_{T_1} e^{-a^{(n)}T} \\ &= - \varepsilon^{(n)} \int_{T_1}^T e^{-a^{(n)}(T-t)} dl + \sigma_{T_1}^{(n)} e^{-a^{(n)}(T-T_1)}, \end{aligned}$$

wobei

$$\sigma_T = \sum_n \sigma_T^{(n)}.$$

Ferner ist nach der gewöhnlichen Elastizitätstheorie

$$[s] = e^0 - e(l - l^0).$$

Wiechert geht nun dazu über, die Gleichungen für den allgemeinsten Fall zu entwickeln. Er bezeichnet mit  $x^1 \dots x^6$  die sechs Deformationsgrößen, mit  $f^1 \dots f^6$  die sechs Druckkomponenten der gewöhnlichen Elastizitätstheorie, macht dann den Ansatz, daß irgend eine Druckkomponente  $f^v$  linear abhängt von sämtlichen sechs Änderungsgeschwindigkeiten der Deformationsgrößen  $dx/dt$ . Wir wollen hier, um einfachere analytische Ausdrücke zu bekommen, uns auf isotrope Körper und auf eine Koordinate, etwa Verlängerung eines Drahtes oder Torsion eines Stabes beschränken, zumal da dieser Fall für die Praxis bis jetzt allein Bedeutung hat.

## 2. Hauptsätze.

Wir haben hier also nur eine Druck- und eine Deformationsgröße, erstere nennen wir  $f$ , letztere  $x$ . Dann schreibt sich unsere letzte Gleichung in der neuen Bezeichnung

$$\begin{aligned} f_T^{(n)} &= - \varepsilon^{(n)} \int_{-\infty}^T e^{-a^{(n)}(T-t)} dx + f_{T_1}^{(n)} e^{-a^{(n)}(T-T_1)}, \\ f_T &= \sum_n f_T^{(n)}. \end{aligned}$$

Führen wir zur Abkürzung

$$\psi(T-t) = \sum_n \varepsilon^{(n)} e^{-a^{(n)}(T-t)}$$

ein, so erhalten wir

$$f_T = - \int_{-\infty}^T \psi(T-t) dx + \sum^n f_{T_1}^{(n)} e^{-\alpha^{(n)}(T-T_1)}.$$

Wählen wir nun für  $T_1$  eine weit zurückliegende Zeit, etwa  $-\infty$ , so fällt der zweite Term auf der rechten Seite der letzten Gleichung fort und wir erhalten:

$$(I) \quad f_T = f_T - [f_T] = - \int_{-\infty}^T \psi(T-t) dx.$$

Damit haben wir eine Fundamentalformel der Theorie von E. Wiechert gewonnen, welche zugleich die von L. Boltzmann benutzte Hypothese darstellt. Wenn wir eine mathematische Zerteilung nach Elementen vornehmen, so ergibt sich

$$d f_T = - \psi(T-t) dx,$$

oder in Worten: Erleidet in einem die Zeit  $t$  enthaltenden Zeitintervall die Form  $x$  die Änderung  $dx$ , so ergibt sich hieraus für die spätere Zeit  $T$  eine Verkleinerung der Druckkomponente um  $\psi(T-t)dx$ . Sie ist also proportional der Änderung  $dx$  und einer Funktion der Zwischenzeit  $T-t$ ; die einzelnen  $d f_T$  summieren (superponieren) sich zu dem obigen Integral.

Wir wollen die Formel (I) noch etwas umformen. Man erhält durch partielle Integration:

$$f_T = - \int_{-\infty}^T \psi(T-t) dx = [-\psi(T-t)x]_{-\infty}^T + \int_{-\infty}^T x_t \frac{d\psi(T-t)}{dt} dt.$$

Da nun, gemäß der Bauart der Funktion  $\psi$  als Summe von Exponentialgrößen mit negativen Exponenten,  $\psi(\infty) = 0$ , so ergibt sich

$$(II) \quad \left\{ \begin{aligned} f_T &= -\psi(0)x_T + \int_{-\infty}^T x_t \frac{d\psi(T-t)}{dt} dt \\ &= \int_{-\infty}^T \frac{d\psi(T-t)}{dt} (x_t - x_T) dt = \int_{-\infty}^T \Psi(T-t)(x_t - x_T) dt, \end{aligned} \right.$$

eine zweite Fundamentalformel. Diese kann so in Worte ge-

faßt werden: Wenn während des Zeiteilchens  $dt$  die Deformation den Wert  $x_t$  besaß, so ergibt sich daraus für die Zeit  $T$  eine Änderung der Druckkomponente, die proportional mit  $dt$ , mit  $x_t$  und einer Funktion  $\Psi$  der Zwischenzeit ( $T-t$ ) ist. — Ferner ist in dieser Formel wieder das Superpositionsgesetz verschiedener Nachwirkungen ausgesprochen.

### 3. Spezielle Experimente.

1. Wir haben einen zu tordierenden Faden. Von der Zeit  $-\infty$  bis 0 möge er sich selbst überlassen sein. Zur Zeit  $t=0$  werde er um den Winkel  $\vartheta$  tordiert und dieser Verdrehungswinkel konstant erhalten. Wie ändert sich das Torsionsmoment mit der Zeit?

Wir erhalten hier aus Formel (I) das sehr einfache Resultat

$$f_T = -\vartheta \psi(T).$$

2. Von  $t = -\infty$  bis  $t = -\tau$  befinde sich der Körper im Ruhezustande, von  $t = -\tau$  bis 0 werde er um den Winkel  $\vartheta$  tordiert erhalten, darauf wieder in den Anfangszustand zurückgeführt. Gefragt wird nach dem Moment zur Zeit  $T$ .

Formel (I) ergibt hier als Lösung:

$$f_T = \vartheta (\psi(T) - \psi(T + \tau)).$$

3. Von  $t = -\infty$  bis  $t = -\tau$  sei das auf den Körper wirkende Moment  $= 0$  und der Körper in Ruhe, von  $-\tau$  bis 0 sei ein Moment, das die konstante Torsion  $\vartheta$  hervorruft, wirksam; von der Zeit 0 an wirkt wieder keine Kraft auf den Körper. Gesucht ist die Abweichung  $X_T$  von der Ruhelage zur Zeit  $T$ .

Hier ist zu beachten, daß auch von der Zeit 0 ab Deformationen stattfinden, indem der Körper bei allmählich ablaufender Nachwirkung sich der Ruhelage immer mehr annähert. Ist  $\bar{T}$  ein passender Mittelwert der Zeit und setzt man

$$\bar{\psi}(T) = \frac{\psi(T)}{e + \psi(\bar{T})},$$

so folgt:

$$\begin{aligned} x &= \vartheta \{ \bar{\psi}(\tau) - \bar{\psi}(T + \tau) + x_T^i \{ \bar{\psi}(\bar{T}) - \bar{\psi}(T) \} \\ &\quad - \int_0^T \{ \bar{\psi}(T-t) - \bar{\psi}(T) \} dx_t. \end{aligned}$$

In dieser Formel können die beiden letzten Glieder gewöhnlich als sehr kleine Korrekturen angesehen werden, die man zuweilen ganz vernachlässigen kann. Tut man dies, so erhält man

$$(III) \quad x_T = \mathcal{O} \{ \bar{\psi}(T) - \bar{\psi}(T + \tau) \}.$$

Hiermit ist die Theorie des Experimentes gewonnen, dessen Analogon auf dem Gebiete der magnetischen Nachwirkung in den später beschriebenen Experimenten dargestellt ist.

#### 4. Näheres über den Bau der Funktion $\psi$ .

Nach dem auf p. 441 u. 442 Erwähnten ist die Funktion  $\psi(y)$  ein Aggregat von Exponentialfunktionen: gleich  $\sum e e^{-y/e}$ . Nach den vorhandenen Beobachtungen schließt Wiechert, daß in den meisten Fällen die Zahl der Glieder mit verschiedenen Relaxationszeiten sehr groß ist, und ferner: „die Summe der Glieder, bei denen der natürliche Logarithmus der Relaxationszeit zwischen  $\log \text{nat}(\varrho/r)$  und  $\log \text{nat}(\varrho/r) + \Delta \log \text{nat}(\varrho/r)$  liegt, darf bei genügend klein gewähltem  $\Delta \log \text{nat}(\varrho/r)$  proportional mit  $\Delta \log \text{nat}(\varrho/r)$  gesetzt werden.“ Aus dem Summenzeichen wird dann das Integralzeichen, und es wird

$$\psi(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi e^{-\frac{y}{e}} d \log \text{nat} \frac{\varrho}{r}.$$

Für die unbekannte Funktion  $\varphi$  setzt Wiechert die Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$\psi(0) \frac{b}{\sqrt{\pi}} e^{-b^2 z^2} = \psi(0) \frac{b}{\sqrt{\pi}} e^{-b^2 (\log \text{nat} \varrho - \log \text{nat} r)^2},$$

wo

$$z = \log \text{nat} \frac{\varrho}{r},$$

nimmt also an, daß die verschiedenen Relaxationszeiten sich nach dem Gauss'schen Wahrscheinlichkeitsgesetz um einen wahrscheinlichsten Wert  $\varrho = r$  gruppieren.  $\varphi$  hat also für  $\varrho = r$  ein Maximum, in bezug auf welches die Kurve  $\varphi, z$  symmetrisch ist. Durch Einsetzen ergibt sich

$$\psi(y) = \psi(0) \frac{b}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-b^2 z^2} e^{-\frac{y}{e}} dz, \quad z = \log \text{nat} \frac{\varrho}{r}.$$

Für die Steilheit der Wahrscheinlichkeitskurve ist  $b$  charakteristisch.

Aus der letzten Formel kann man Näherungsformeln ableiten, die sich darauf stützen, daß  $b^2$  in allen beobachteten Fällen sehr klein ist. So ergibt sich z. B. durch Reihenentwicklung für die Nachbarschaft der Stelle  $y = \eta$ :

$$\psi(y) - \psi(\eta) = g(\eta' - y'),$$

wobei  $g$  und  $\gamma$  Konstanten sind.<sup>1)</sup>

## B. Experimentelle Untersuchung der elastischen Nachwirkung.

### 1. Vorbemerkung.

Meine Beobachtungen über elastische Nachwirkung beziehen sich, von Einzelfällen abgesehen, auf Biegung. Und zwar wurden die Untersuchungen an Spiralfedern angestellt, weil so die maximale Verzerrung im Material bei genügender Länge der Spirale sehr gering gemacht werden konnte und sich erwarten ließ, daß auch die bleibenden Nachwirkungen aus diesem Grunde leicht klein zu halten sein würden. Ferner sind meines Erachtens Untersuchungen über elastische Nachwirkung in Spiralfedern noch nicht gemacht worden, obwohl eine solche im Hinblick auf die vielfache Verwendung derselben bei Präzisionsuhren von Interesse ist. — Der Biegung des Materials entspricht eine Torsion der Spiralfeder selbst.

Da die zuerst hergestellten Federn einige Übelstände für instrumentelle Zwecke zeigten, so wurden nach und nach Federn verschiedener Form und verschiedener Härtegrade in Betracht gezogen, worüber im folgenden berichtet werden wird.

### 2. Konstruktion des Beobachtungsapparates.

Zum Zweck der Beobachtung der elastischen Nachwirkung wurde folgender einfache Apparat konstruiert (Fig. 1). Auf einer von drei Stellschrauben getragenen Grundplatte aus Messing erheben sich vertikal zwei Säulen  $S$ , die oben einen horizontalen Querbalken  $AB$  tragen. In der Mitte trägt der letztere einen vertikalen mit Gewinde versehenen Stift, an dem sich unten ein Suspensionshaken  $G$  befindet. An einem zweiten

1) Vgl. z. B. E. Wiccheert, Wied. Ann. 50. p. 549. 1893.



in der Höhe verstellbaren Querbalken, der mit einer Öffnung in der Mitte versehen ist, wird das eine Ende der Feder befestigt. Das andere Ende ist an einem vertikalen Messingbalken *FH* fest angebracht, der weiter unterhalb einen Spiegel *T* und darunter den Querstab *JJ*, sowie das Kreuz *K* einer Toeplerschen Luftdämpfung trägt. Da die Feder das Gewicht des Gehänges nicht allein tragen kann, so ist dasselbe an einem dünnen, ca. 0,02—0,05 mm dicken Messingfaden aufgehängt. Das Dämpfungsgefäß ist, nach dem Vorgange von Toepler, durch Querwände in vier Abteilungen zerlegt, in denen sich je ein Flügel des Dämpfungskreuzes mit nur wenig seitlichem Spielraum bewegen kann.

Die Deformationen wurden in der Weise vorgenommen, daß das Dämpfungsgefäß um einen bestimmten, an einem Teilkreise ablesbaren Winkel gedreht wurde, während zwei am oberen Rande des Gefäßes angebrachte Anschläge den mit dem vertikalen Messingbalken *FH* und damit mit der Feder fest verbundenen Querstab *JJ* bei der Drehung mitnahmen. Nachdem die Deformation eine bestimmte Zeit gedauert hatte, wurde das Dämpfungsgefäß zurückgedreht und so das Gehänge frei gemacht. An einem in ca. 4 m Entfernung aufgestellten Fernrohre mit Skala wurde die Abweichung von der Ruhelage, die vor der Drehung notiert war, beobachtet.

Die Herstellung der zu untersuchenden Spiralen geschah in folgender Weise: Auf einem zylindrischen Eisenstab wurde eine Anzahl von Schraubenzügen eingeschnitten und dann mit Hilfe der Drehbank ein Stahldraht von 0,5 mm Durchmesser und ca. 120 cm Länge auf diesen Eisenstab aufgewunden. Sollte

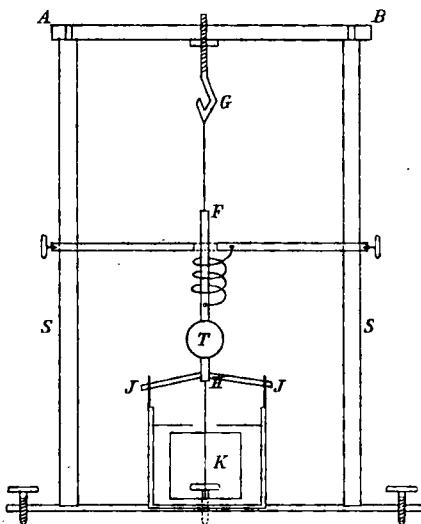


Fig. 1.

eine gehärtete Spirale untersucht werden, so wurde die Härtung auf dem Dorn, auf den die Spirale gewickelt war, vollzogen.

### 3. Vorversuche.

Zuerst wurde eine in der genannten Weise hergestellte Feder aus ungehärtetem Stahl (Klaviersaitendraht) untersucht. Eine vorherige Prüfung der Ruhelage ergab, daß eine Wanderung der letzteren, die eine Störung der Versuche hätte verursachen können, nicht vorhanden war. Da außerdem durch vorausgeschickte Deformationen im gleichen Sinne bleibende Deformationen beseitigt werden konnten, so ergab sich eine exakt anzugebende Ruhelage, auf die die Ablesungen bezogen werden konnten.

Für die nachstehenden Versuche wollen wir folgende Bezeichnungen einführen:  $\vartheta$  bezeichne den Torsionswinkel,  $\tau$  die Torsionsdauer in Minuten,  $T$  die Zeit nach Aufhören der Torsion ebenfalls in Minuten.  $x$  sei die Abweichung von der Ruhelage ebenfalls in Millimetern.

Es ergab sich folgendes Resultat, das in Fig. 2 graphisch dargestellt ist.

$$\vartheta = 90^{\circ}, \quad \tau = 2 \text{ Min.}$$

Ablesung (mm)	$\tau$ (Minuten)	$x$ (mm)
Ruhelage 302,8	—	—
292,5	$\frac{1}{2}$	10,3
297,5	1	5,3
299,2	2	3,6
300,8	4	2,0
301,9	8	0,9
302,4	16	0,4
302,6	32	0,2

Auf der Abszissenachse tragen wir die Zeit ab, aber nicht in arithmetischer, sondern nach dem Vorgange von E. Wiechert in geometrischer Progression, in der in dem Diagramme Fig. 2 angegebenen Weise, so daß die Abszisse der Logarithmus der Zeit für die Basis 2 ist. Als Ordinate wird die Nachwirkung  $x$  in Millimetern aufgetragen.  $\vartheta$  war in diesem Falle gleich  $90^{\circ}$ ;  $\tau$  gleich 2 Min.

Bei dem angewandten Skalenabstand war 1 mm Ordinate gleich 0,47'. Es ergibt sich also eine ziemlich bedeutende Nachwirkung.

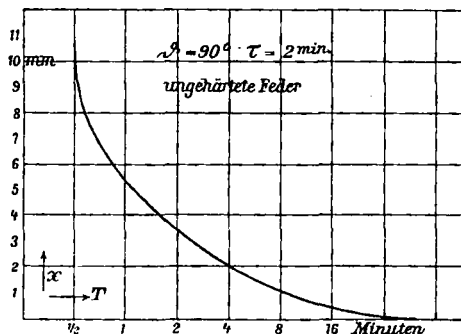


Fig. 2.

Die Beobachtungen konnten jedoch aus folgendem Grunde an diesem Material nicht weiter ausgedehnt werden.

Es ergab sich nämlich das überraschende Resultat, daß die Feder sehr stark gegen Temperaturschwankungen empfindlich war. Ein Anhauchen der Feder z. B. gab einen sehr großen Ausschlag, selbst eine Erwärmung durch die in die Nähe gehaltene Hand war ganz gut wahrzunehmen. Wahrscheinlich ist dieser Umstand darauf zurückzuführen, daß bei der Herstellung der Spirale die Innen- und Außenseite in verschiedener Weise beeinflußt wurden, so daß wir eine ähnliche Wirkung haben wie zwei aufeinander gelötete Spiralen von verschiedenem Metalle, wodurch die Feder wie ein Metallthermometer wirkte.

#### 4. Versuche zur Prüfung der Theorie der elastischen Nachwirkung.

Zu den folgenden Versuchen wurden deshalb gehärtete und wieder angelassene Federn benutzt, die die Temperaturempfindlichkeit gar nicht oder nur in geringem Maße erkennen ließen. Mit einer solchen Feder wurde eine größere Versuchsreihe mit wechselnden Deformationszeiten vorgenommen, die zur experimentellen Prüfung der Theorie der elastischen Nachwirkung dienten.

$$\vartheta = 90^\circ, \tau = 64 \text{ Min.}$$

Vorausgegangen sind mehrere Deformationen von gleicher Größe und nach gleicher Seite. Darstellung in Fig. 3.

Ableitung (mm)	$\tau$ (Minuten)	$x$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 474,0	—	—	—
484,8	$\frac{1}{2}$	10,7	0,0
488,8	1	9,7	0,0
482,7	2	8,7	-0,1
481,5	4	7,5	0,0
480,3	8	6,3	-0,1
479,1	16	5,1	0,0
477,9	32	3,9	0,0
476,7	64	2,7	0,0

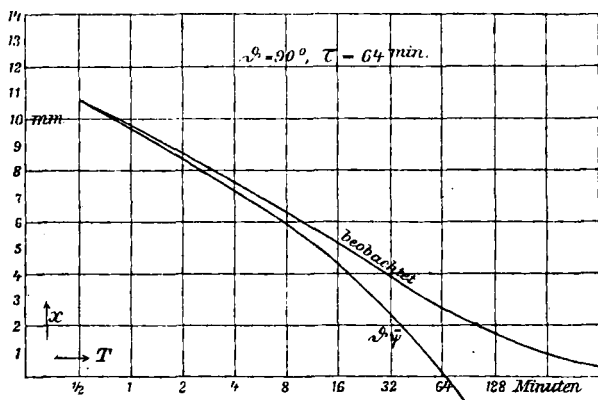


Fig. 3.

$$\vartheta = 90^\circ, \tau = 2 \text{ Min.}$$

Versuch schließt sich an den vorigen; Deformation nach gleicher Seite. Darstellung in Fig. 4.

Ableitung (mm)	$\tau$ (Minuten)	$x$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 577,7	—	—	—
579,9	$\frac{1}{2}$	2,2	-0,2
579,3	1	1,6	-0,1
578,8	2	1,1	-0,1
578,3	4	0,6	-0,2
578,0	8	0,3	-0,2
577,9	16	0,2	-0,1

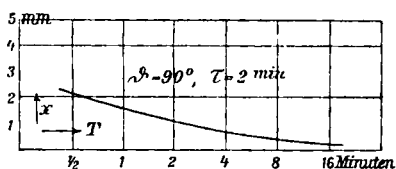


Fig. 4.

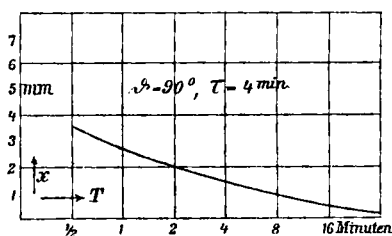


Fig. 5.

$$\vartheta = 90^\circ, \tau = 4 \text{ Min.}$$

Versuch schließt sich an den vorigen; Deformation nach gleicher Seite.  
Darstellung in Fig. 5.

Ablesung (mm)	$\tau$ (Minuten)	$x$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 527,7	—	—	—
531,3	$\frac{1}{2}$	3,6	0,0
530,3	1	2,6	-0,2
529,7	2	2,0	0,0
529,1	4	1,4	0,0
528,6	8	0,9	-0,1
528,2	16	0,5	-0,1
528,0	32	0,3	-0,1

$$\vartheta = 90^\circ, \tau = 16 \text{ Min.}$$

Versuch schließt sich an den vorigen; Deformation nach gleicher Seite.  
Darstellung in Fig. 6.

Ablesung (mm)	$\tau$ (Minuten)	$x$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 527,4	—	—	—
533,8	$\frac{1}{2}$	6,4	-0,1
532,9	1	5,5	-0,1
531,9	2	4,5	-0,1
531,0	4	3,6	-0,1
530,1	8	2,7	-0,1
529,3	16	1,9	-0,1
528,8	32	1,4	+0,1
528,3	64	0,9	+0,1

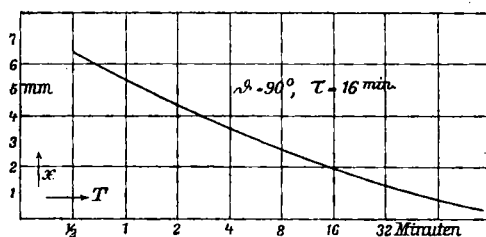


Fig. 6.

$$\vartheta = 90^\circ, \tau = 2 \text{ Min.}$$

Versuch schließt sich an den vorigen; Deformation nach entgegengesetzter Richtung. Darstellung in Fig. 7a.

Ableseung (mm)	$\tau$ (Minuten)	$x$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 525,0	—	—	—
519,8	$\frac{1}{2}$	5,2	+2,8
520,4	1	4,6	+2,9
521,0	2	4,0	+2,8
521,6	4	3,4	+2,6
522,0	8	3,0	+2,5
522,2	16	2,8	+2,5
522,3	32	2,7	+2,5

$$\vartheta = 90^\circ, \tau = 2 \text{ Min.}$$

Versuch schließt sich an den vorigen; Deformation wie bei diesem. Darstellung in Fig. 7b.

Ableseung (mm)	$\tau$ (Minuten)	$x$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 522,1	—	—	—
519,8	$\frac{1}{2}$	2,3	-0,1
520,4	1	1,7	0,0
521,0	2	1,1	-0,1
521,5	4	0,6	-0,2
521,8	8	0,3	-0,2
521,9	16	0,2	-0,1

In den beiden letzten Versuchen tritt deutlich der Einfluß einer vorausgegangenen gleichsinnigen Deformation hervor.

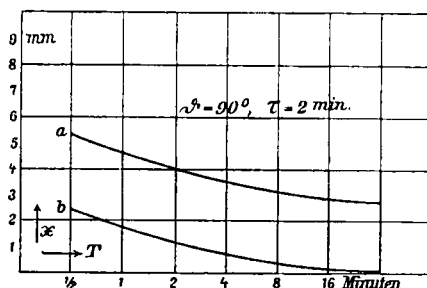


Fig. 7.

Bei Fig. 7a erhalten wir eine beträchtliche *bleibende* Deformation, die fortfällt, sobald eine oder mehrere Deformationen im gleichen Sinne vorausgeschickt werden. In allen Versuchen mit Ausnahme von Versuch 7a sind daher zwecks Ausschaltung dieser bleibenden Änderungen, die von der Theorie nicht mit umfaßt werden, gleichsinnige Deformationen vorausgegangen. Wie Figg. 7b und 4 zeigen, verhält sich die Feder bei Torsionen nach beiden Seiten gleich.

$$\vartheta = 90^\circ, \quad \tau = 1170 \text{ Min.}$$

Deformationen nach gleicher Seite waren vorausgegangen.

Darstellung in Fig. 8.

Ablesung (mm)	$\tau$ (Minuten)	$x$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 522,2	—	—	—
549,1	$\frac{1}{2}$	26,9	+0,7
548,1	1	25,9	+0,6
547,1	2	24,9	+0,7
546,0	4	23,8	+0,7
544,6	8	22,4	+0,7
542,3	16	20,7	+0,7
541,0	32	18,8	+0,7
539,1	64	16,9	+1,0
536,9	128	14,7	+1,2

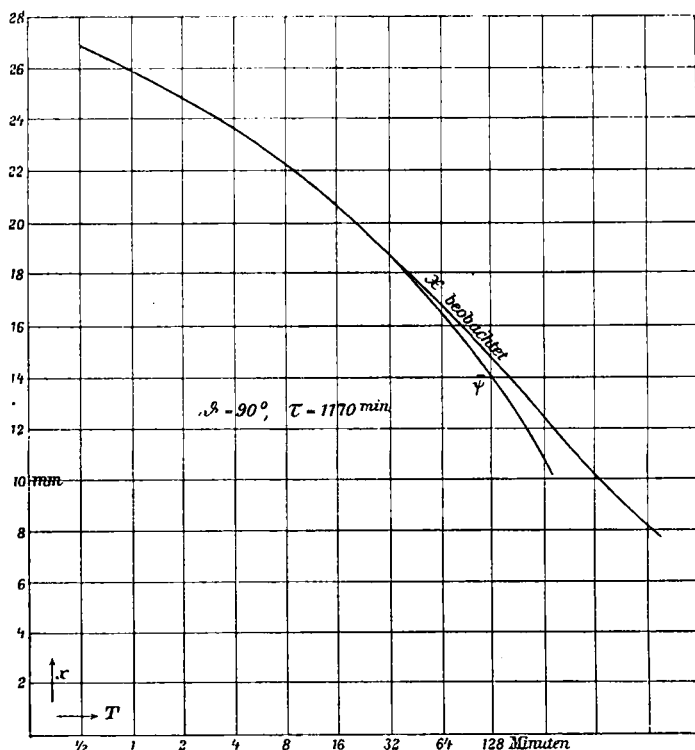


Fig. 8.

Die Temperatur war bei allen diesen Versuchen bis auf einige wenige Zehntel Grad konstant.

### 5. Prüfung der Theorie.

Bei unseren Experimenten kann

$$x = \partial \{ \bar{\psi}(T) - \bar{\psi}(T + \tau) \}$$

gesetzt werden, denn eine Abschätzung des Betrages der Korrekturen:

$$x_T \{ \bar{\psi}(\bar{T}) - \bar{\psi}(T) \} = \int_0^T \{ \bar{\psi}(T - t) - \bar{\psi}(T) \} dx,$$

unter Annahme eines plausiblen Wertes für  $\bar{\psi}(0)$  ergibt, daß sie unter 0,1 mm bleiben. Man kann  $\bar{\psi}(T)$  mittels einer graphischen Konstruktion bestimmen. Dies gestaltet sich sehr



bequem und einfach, wenn man den zuletzt aufgeführten Versuch mit der langen Torsionsdauer  $\tau = 1170$  Min. zugrunde legt. Ich bin in der Tat so vorgegangen, habe dann aber die zeichnerisch konstruierte Kurve verwertet, um  $\psi$  analytisch darzustellen. Dabei benutzte ich die aus der Wiechertschen Theorie folgende Näherungsformel

$$\partial \psi(t) = \text{const.} - G t^\gamma.$$

Die mit „const.“ bezeichnete Konstante ist ohne Bedeutung, da es nur auf die Differenzen der Funktion  $\psi$  für verschiedene Werte von  $t$  ankommt. Für die Konstanten  $G$  und  $\gamma$  fand ich die Werte

$$G = 5,952, \quad \gamma = + 0,2325,$$

wobei  $G$  sich auf den hier in Betracht kommenden Wert  $\vartheta = 90^\circ$  bezieht. Die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung sind in den Tabellen des vorstehenden Abschnittes unter  $\Delta$  angegeben. *Man erkennt, daß die Theorie durchweg sehr gut bestätigt wird*, denn es erklären sich die  $\Delta$ -Abweichungen ungezwungen entweder völlig durch Beobachtungsfehler, oder, in einzelnen Fällen, durch das Hinzutreten von bleibenden Deformationen, die eine Nullpunktverschiebung bewirken. Eine Nullpunktverschiebung im Betrage von etwa 0,7 mm ist auch beidem Versuch mit  $\tau = 1170$  Min. erkennbar, doch können bei der Länge der Torsionszeit ( $13\frac{1}{2}$  Stunden) mancherlei Ursachen mitgespielt haben, so daß es zweifelhaft bleibt, ob hier eine bleibende Verdrehung wirklich stattgefunden hat.

## 6. Materialstudien.

Die bleibenden Deformationen waren bei den bisher angeführten Beobachtungen nur dann zu vermeiden, wenn die Torsionen stets in demselben Sinne stattfanden. Da jedoch bei den geplanten Torsionsinstrumenten zur Erhöhung der Genauigkeit Torsionen möglichst nach beiden Richtungen hin abwechselnd vorgenommen werden sollten, so konnten die bisherigen Experimente nicht genügen, sondern es entstand die Aufgabe, ein Material ausfindig zu machen, das innerhalb der anzuwendenden Torsionen keine bleibende Nachwirkung zeigt. Zu diesem Zwecke wurden Federn größerer Härtegrade, zuletzt nicht angelassene, also glasharte Federn benutzt. Es gelang

auf diese Weise, die bleibenden Nachwirkungen in einzelnen Fällen unmerklich zu machen.

Dagegen machten sich andere Übelstände bemerkbar. Wahrscheinlich entstanden beim Härten Inhomogenitäten innen und außen, denn die Federn verhielten sich in bezug auf ihre Nachwirkung für Deformationen in verschiedenem Sinne ganz verschieden. Dieses überraschende Resultat tritt in den beiden folgenden Versuchen mit entgegengesetzten Deformationen deutlich hervor.

$$\vartheta = 45^\circ, \quad \tau = 2 \text{ Min.}$$

<i>a</i>		<i>b</i>	
<i>T</i> (Minuten)	<i>x</i> (mm)	<i>T</i> (Minuten)	<i>x</i> (mm)
1/2	4,4	1/2	3,2
1	3,2	1	2,4
2	2,0	2	1,9
4	1,5	4	1,5
8	1,0	8	1,0
16	0,7	16	1,0
32	0,5	32	1,0

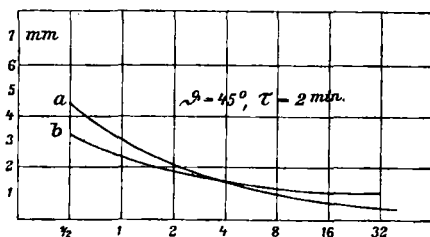


Fig. 9.

Die Versuche sind in Fig. 9 dargestellt. Man sieht, daß die Kurve *a* viel steiler verläuft, als die Kurve *b*.

Der Doppelversuch wurde mehrmals wiederholt, aber stets mit gleichem Resultat; damit steht im Zusammenhang, daß diese Feder im Gegensatz zu den früheren wieder ziemlich stark gegen Temperaturschwankungen empfindlich war. Eine weitere Komplikation war eine merkliche thermische Nachwirkung. Ferner möge noch bemerkt werden, daß bei fortgesetzten Versuchen mit derselben Feder in einigen Wochen

eine allmähliche zeitliche Änderung der elastischen Nachwirkung sich herausstellte (vielleicht eine Folge davon, daß die glasharten Federn wegen Sprödigkeit nicht poliert werden konnten, und daher der Einfluß der Oberflächenänderung durch Rosten sich bemerkbar machte. Außerdem spielte jedoch höchstwahrscheinlich der Umstand mit, daß, wie eine später anzuführende Beobachtung deutlich dartun wird, die elastische Nachwirkung in der ersten Zeit nach Herstellung des Materiales eine zuerst rasche, dann langsamer verlaufende zeitliche Änderung erfährt. Wenn es daher erwünscht ist, vergleichende Versuche über einen längeren Zeitraum hin ohne Änderung der Nachwirkungskonstanten vorzunehmen, so ist es geraten, Nachwirkungserscheinungen nur an solchem Material zu studieren, das schon einige Zeit alt ist.

Alle diese Umstände drängten dazu, die bisherige Art der Herstellung aufzugeben. Es wurden von jetzt an *Uhrfedern* benutzt, anfänglich *Aufziehfedern*, und da diese ebenfalls ein sehr verschiedenes Verhalten bei Torsionen nach rechts und links zeigten, *Unruhfedern*. Diese letzteren zeichneten sich durch Homogenität und saubere Oberfläche vorteilhaft aus. Allerdings waren auch bei ihnen, selbst für Verdrehungswinkel von nur  $45^\circ$ , beträchtliche bleibende Nachwirkungen zu spüren, so daß diese mit in den Kauf genommen werden müssen; andererseits aber zeigten die Unruhfedern weder Temperaturempfindlichkeit, noch Verschiedenheit der Nachwirkung bei Torsionen nach rechts und links, noch thermische Nachwirkung oder auch Veränderung der Nachwirkung mit der Zeit, so daß sie die von mir selbst hergestellten Federn bei weitem übertrafen.

Auch in bezug auf die bleibenden Nachwirkungen, die mit ihrem wechselvollen Auftreten für präzise Torsionsmessungen eine große Komplikation bilden, gelang es bei den Unruhfedern durch systematische Behandlung, wobei jede Bevorzugung der rechten oder der linken Seite vermieden wurde, eine sehr weitgehende Genauigkeit zu erreichen. Es wurde dabei stets eine Reihe gleich großer Deformationen abwechselnd nach verschiedener Seite ausgeführt. Dann nahmen die bleibenden Änderungen gleiche und fest bestimmte Werte an. Bei  $\vartheta = 45^\circ$ ,  $\tau = 2$  Min. ergab sich so in einem Falle eine bleibende Ände-

rung von  $1 \text{ mm} = \text{ca. } \frac{1}{2}' = \text{ca. } \frac{1}{5400}$  der angewandten Deformation, und von dieser war nur ein Bruchteil unsicher. Wurde die Torsionsdauer erhöht, so wuchs die bleibende Deformation, aber nur wenig. In allen diesen Fällen kann man die Sache so ansehen, als ob zu der von der Theorie umfaßten temporären Nachwirkung die bleibende Nachwirkung einfach additiv hinzutritt.

Zum Schluß wurden einige gelegentliche Beobachtungen an Fäden aus gehärtetem, aber nicht angelassenem Stahl angestellt. Auch hier zeigten sich bleibende Nachwirkungen neben den temporären. Die Versuche waren besonders insofern interessant, als sich bei ihnen eine starke Abnahme der Nachwirkung in der ersten Zeit nach der Härtung zeigte. Es ergab sich, um nur je eine Zahl anzuführen,

Gesamt-Nachwirkung am	1.	2.	3. Tage nach der Härtung
für $T = 1 \text{ Min.}$	36 mm	21 mm	17 mm,

also eine bedeutende, allmählich geringer werdende Abnahme. In die Gesamtnachwirkung geht hier auch etwas die permanente Nachwirkung ein. Genauere Versuche, bei denen eine Trennung von temporärer und permanenter Nachwirkung hätte stattfinden müssen, sind jedoch nicht angestellt worden.

#### 7. Einfluß der Temperatur auf die elastische Nachwirkung.

Was den Einfluß der Temperatur auf die elastische Nachwirkung angeht, so zeigt sich derselbe so groß, wie es selten

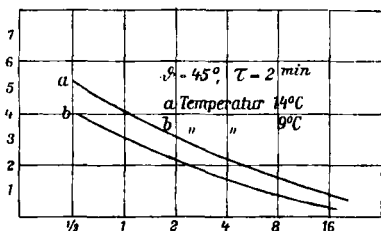


Fig. 10.

bei physikalischen Erscheinungen vorkommt. Es ergaben sich beispielsweise nach Abzug der bleibenden Nachwirkung nebenstehende Kurven (Fig. 10). Das heißt bei einer Temperaturerniedrigung von  $14^{\circ}$  auf  $9^{\circ} \text{C.}$  eine Abnahme der Nachwirkung um ca. 25 Proz.,

in Übereinstimmung mit Versuchen von Kohlrausch, der einen Temperatureinfluß von derselben Größenordnung angibt. Es ist also nicht die Annahme berechtigt, daß der Einfluß

der Temperatur auf die elastische Nachwirkung als Korrektur einer Korrektur eine kleine Größe zweiter Ordnung und daher zu vernachlässigen sei. Immerhin dürfte für das Temperaturintervall, das bei Messungen mit Torsionsinstrumenten in Betracht kommt, eine lineare Interpolation genügen.

Es sei bemerkt, daß nach der Theorie von E. Wiechert der Temperatureinfluß auf die elastische Nachwirkung in der Hauptsache der ist, daß nur die Geschwindigkeit der Abnahme der Nachwirkung um einen konstanten Faktor  $p$  geändert wird. Man trägt diesem Umstande Rechnung, indem man in der Formel

$$\partial \psi(t) = \text{const.} - G t^\gamma$$

$t$  durch  $p t$  ersetzt, wobei  $p$  einen konstanten Faktor darstellt. Es bedeutet dies, daß in dem logarithmischen Diagramm unserer Figuren eine Parallelverschiebung längs der Abszissenachse um das Stück  $\log p$  stattfindet. Die Formel geht über in

$$\partial \psi(t) = \text{const.} - p^\gamma G t^\gamma;$$

mit  $\gamma = \frac{1}{4}$  erhält man also  $p^{1/4} = 1,25$  oder  $p = (\frac{5}{4})^4 = 2,4$  für  $5^\circ \text{ C.}$  Temperatursteigerung, d. h. einen ähnlich großen Wert, wie ihn Wiechert bei Glas fand. Die Verschiebung parallel der Abszissenachse in der Fig. 10 ist hiernach  $2 \log 2,4 = 1,25$ , was auch der Augenschein sogleich lehrt.

### C. Experimentelle Untersuchung der magnetischen Nachwirkung.

#### 1. Konstruktion des Apparates.

Für die experimentelle Untersuchung der magnetischen Nachwirkung wurde nach einigen Vorversuchen schließlich der im folgenden beschriebene und in Fig. 11 schematisch dargestellte einfache Apparat als brauchbar befunden.

An einem durch eine Schraube mit Feder an die Wand anzupressenden Gestell, das durch drei Metallschrauben justierbar ist, befindet sich ein 40 cm langes vertikales Messingrohr  $TT$  von 18 mm Dicke. Dieses dient als Suspensionsrohr für das Magnetgehänge. An einem Quarzfaden von 7 cm Länge hängt ein an der Flamme gezogenes Glasstäbchen  $AB$  von 0,4 mm Dicke und 23 cm Länge. Dieses Stäbchen trägt das astatische Nadelpaar  $CD$ , das seinerseits oben und unten aus je fünf

dünnen, ca. 8 mm langen Magneten aus Uhrfederstahl besteht, die an je ein Glimmerblättchen geklebt sind (die Glimmerblättchen liefern zugleich die nötige Dämpfung, Luftdämpfung). Das Suspensionsrohr trägt in geeigneter Höhe zwei horizontale Messingbalken  $EF$  und  $GH$ , die es so umfassen, daß sie sich

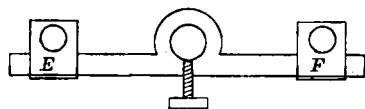
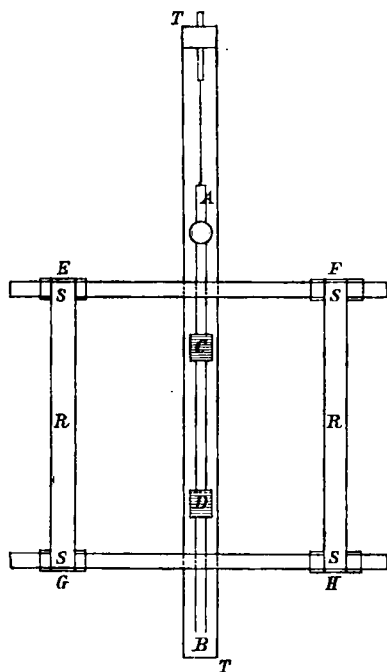


Fig. 11.

mit Reibung drehen lassen; durch je eine Schraube  $K$  können sie festgeklemt werden. Auf den Messingbalken verschiebbar sind oben und unten je zwei Schlitten  $S$  angebracht, die ganz um die Messingbalken herumfassen und durch Klemmschrauben festzuhalten sind. Die Schlitten tragen symmetrisch zum Suspensionsrohr rechts und links zwei vertikale Messingrohre  $R$  von 10 mm Durchmesser, die ihrer ganzen Länge nach mit einer Lage umspinnenen Kupferdrahtes bewickelt sind. In diese Rohre wurden die zu magnetisierenden Stäbe, 9 mm dick und 150 mm lang, hineingesteckt, wo sie dann durch Reibung festsaßen. Der Magnetisierungsstrom für die Drahtspulen wurde geliefert durch einen Akkumulator oder ein Trockenelement; gemessen wurde der Strom durch ein Milliamperemeter,

dessen Empfindlichkeit durch einen Nebenschluß aus Kupferdraht auf den gewünschten Grad gebracht wurde. Ferner war als Ausschalter bzw. Umschalter eine Stromwippe angebracht. Reguliert wurde der Strom durch einen selbst hergestellten Flüssigkeitsrheostaten (Zinkelektroden und Zink-

sulfat in einem ziemlich weiten Glasrohr), dessen eine Elektrode in der Weise verschiebbar gemacht worden war, daß an sie ein starker Draht angelötet wurde, der an dem einen Ende der Röhre durch einen Kork ging und hierin mit Reibung verschoben werden konnte. Macht der die Spulen auf *R* durchfließende Strom die Stäbe magnetisch, so lenken diese die Nadeln des astatischen Systems ab. Die Ablenkungen werden in üblicher Weise mit Spiegel und Skala beobachtet. Die Entmagnetisierung der Stäbe, die vor dem Beginne der Versuche erforderlich war, um den anfänglich vorhandenen starken Magnetismus der Stäbe zu vernichten, erfolgte wie üblich in der Weise, daß der Strom durch die Wippe in möglichst schneller Aufeinanderfolge kommutiert und dabei gleichzeitig durch Herausziehen der einen Zinkelektrode die Länge der Strombahn vergrößert und damit der Strom kontinuierlich geschwächt wurde.

Da auf den Spulen sich 14 Windungen pro Zentimeter befinden, so berechnet sich die magnetisierende Kraft nach der Formel

$$4\pi \cdot 14 \cdot \frac{1}{r_0} \cdot i,$$

wobei *i* die Stromstärke in Ampere ist. Es ergibt sich also das Feld eines Ampere zu

$$4 \cdot 3,14 \cdot 1,4 = 17,58 \text{ C.G.S.-Einheiten.}$$

Die Angabe eines Skalenteiles des Amperemeters betrug  $10^{-6}$  Amp. Der erste angewandte Nebenschluß setzte die Empfindlichkeit auf den tausendsten Teil herab.

Es möge hierbei gleich hervorgehoben werden, daß die Schwierigkeiten der Messung temporärer magnetischer Nachwirkungen bedeutend größer sind als die elastischer, weil es fast unmöglich ist, auf lange Zeit eine konstante Ruhelage der Nadel, die so mannigfachen störenden Kräften ausgesetzt ist, zu erhalten.

Das oben beschriebene Instrument hat sich bei den Versuchen ziemlich gut bewährt und dürfte außer zur vorliegenden Untersuchung überhaupt als Magnetometer zur Untersuchung von Eisensorten, Aufnahme von Hysteresiskurven usw. gute Dienste leisten.

Der Apparat besitzt die Vorteile der Gauss'schen Magnetometer (leichte und billige Herstellbarkeit, Einfachheit und große Empfindlichkeit) und sucht die Störungen möglichst zu kompensieren, was auch in hohem Grade gelingt, vorausgesetzt, daß man einige Mühe in der Herstellung der Astasierung nicht scheut, die namentlich bei empfindlichen Systemen (sehr dünnen Quarzfäden) nicht ganz leicht zu erreichen ist. Die hohe Empfindlichkeit wird begünstigt dadurch, daß bei der benutzten Anordnung die Wirkungen aller vier Pole der Stäbe sich summieren, während die symmetrische Anordnung rechts und links so ziemlich alle äußeren Störungen, namentlich die Wirkung der Variationen der Vertikalintensität, beseitigt.

## 2. Vorversuche.

Die Versuche wurden, wie schon bemerkt, in der Weise vorgenommen, daß die Experimente möglichst denen über elastische Nachwirkung parallel gingen.

Den konstanten elastischen Deformationen entsprechen hier konstante magnetisierende Kräfte. Beobachtet wurde der konstanten Deformation Null entsprechend beim konstanten Strome Null, wobei die Schwierigkeiten einer genauen Konstanthaltung des Stromes fortfielen.

Untersucht wurden zunächst Stäbe aus ungehärtetem Stahl. Es ergab sich das überraschende Resultat, daß wohl eine große permanente Nachwirkung, aber eine nur sehr geringe temporäre (Kriechen der Nadel) zu bemerken war. Erst nachdem die Empfindlichkeit bedeutend vergrößert war, konnte letztere mit Sicherheit konstatiert werden. Nachstehend möge etwas Genaueres über einen der Vorversuche mitgeteilt werden.

Stromstärke gleich 0,250 Amp., daher erregendes *Feld* gleich  $17,58 \cdot 0,25 = \text{ca. } 4,4 \text{ C.G.S.-Einheiten}$ . Es betrug die gesamte permanente Nachwirkung 399 Skt., die temporäre 3,7 Skt.; also ist das Verhältnis:

$$\frac{\text{temporäre Nachwirkung}}{\text{permanente Nachwirkung}} = \text{ca. } \frac{1}{100}.$$

Die temporäre Nachwirkung wird hier, wie überall, weiterhin bei den Vergleichen durch die Verschiebung beurteilt, die sich noch von der zweiten Minute nach dem Aufhören der Magneti-



sierung ab beobachten ließ. Die Zahlen sollen weiter nichts als eine rohe Vorstellung geben von der Größenordnung der Remanenz und dem gegenseitigen Verhältnis von temporärer und permanenter Nachwirkung. Genaue Angaben lassen sich schon deshalb nicht machen, weil namentlich die permanente Nachwirkung sehr stark von der ganzen Vorgeschichte des Materiales abhängt. Auch die Nachwirkungskurven für die temporäre Nachwirkung hier mitzuteilen, erübrigt sich, da bei der geringen Größe der letzteren äußere Störungen ihren Einfluß zu sehr verdeckten.

Die Remanenz betrug bei diesen ersten Versuchen, wenn man den Ausschlag der Nadel als rohes Maß für die Magnetisierung ansieht, ca.  $\frac{1}{3}$  des induzierten Magnetismus.

Es bezieht sich die Theorie von E. Wiechert auf elastisch vollkommene Medien, bei denen also bleibende Änderungen nicht oder nur in ganz geringem Maße vorhanden sind. Hier sind wir jedoch noch weit entfernt von diesem Falle, denn während die bleibende Nachwirkung bei den Versuchen über elastische Nachwirkung sehr gering (ca.  $\frac{1}{5000}$ ) war, beträgt sie hier ca.  $\frac{1}{3}$ . Außerdem ist das Verhältnis

$$\frac{\text{temporäre Nachwirkung}}{\text{bleibende Nachwirkung}}$$

größer als 1 bei den elastischen Nachwirkungsversuchen, hier dagegen ein kleiner echter Bruch.

Wollte man das Analogon zu diesen magnetischen Versuchen auf dem Gebiete der elastischen Nachwirkung verwirklichen, so müßten wir beispielsweise etwa einen Draht um so viele ganze Umdrehungen tordieren, bis eine überwiegende permanente Nachwirkung entsteht.

Es war das Gegebene, die Feldstärken schrittweise herabzusetzen, und uns dem ins Auge gefaßten Zustande zu nähern.

Der erste Schritt bestand darin, die magnetisierende Kraft auf den zehnten Teil ihres vorherigen Wertes herabzusetzen. Sie betrug jetzt etwa 0,44 C.G.S.-Einheiten, war also ungefähr von der Größe der Vertikalintensität des Erdmagnetismus. Hier ergab sich schon ein etwas anderes Resultat. Die Remanenz betrug jetzt nur noch ca.  $\frac{1}{50}$ . Das Verhältnis

$$\frac{\text{temporäre Nachwirkung}}{\text{permanente Nachwirkung}} \text{ war ca. } \frac{1}{4}.$$

Wie man sieht, führte aber auch diese Herabsetzung der Feldstärke noch nicht zum Ziele, es war noch ein zweiter Schritt notwendig, bei diesem wurde die erregende Feldstärke wiederum auf den zehnten Teil ihres bisherigen Wertes herabgesetzt.

Hierbei ergab sich jetzt die Notwendigkeit, die Empfindlichkeit des Instrumentes noch bedeutend zu erhöhen.

Der bisherige Aufhängefaden aus Quarz (Durchmesser ca. 0,05 mm) wurde deshalb durch einen viel dünneren (ca. 0,01 mm) ersetzt. Das ganze Magnetgehänge wurde ebenfalls kleiner und leichter gemacht, so daß es schließlich samt dem Spiegel nur 0,22 g wog. Hier zeigte sich nun die instrumentelle Schwierigkeit, daß mittlerweile die magnetische Direktionskraft der Stäbe gegenüber der elastischen des Fadens so groß geworden war, daß sehr leicht ein Umschlagen des astatischen Systems im Felde der Stäbe, deren Magnetismus doch nicht so ganz vernichtet werden konnte, stattfand. Man kann sich in diesem Falle dadurch helfen, daß man die Richtung der Nadel nicht ganz einen Winkel von  $90^\circ$  mit der Verbindungslinie der wirkenden Pole einschließen läßt. Besser ist es jedoch, durch Vergrößerung der Distanz der Stäbe die Instabilität zu beseitigen, vorausgesetzt, daß dadurch die Empfindlichkeit nicht zu gering wird.

Da sich ferner zeigte, daß es große Schwierigkeiten bietet, die Ruhelage der Nadel hinreichend genau konstant zu halten, vor allem auf lange Zeit, wie dies bei Nachwirkungsbeobachtungen erforderlich ist, so wurde, um äußere Störungen möglichst zu vermeiden, das Instrument in einem von Eisen und elektrischen Strömen freien Gebäude, dem sogenannten „Gauss-haus“ des geophysikalischen Institutes, auf einer Sandsteinsäule montiert.

Bei dieser Anordnung gelang es dann schließlich nach Überwindung einiger Schwierigkeiten nachzuweisen, daß für sehr kleine magnetisierende Kräfte die von E. Wiechert für Nachwirkungserscheinungen aufgestellte Theorie in der Tat eine sehr gute Annäherung an die Wirklichkeit bietet.

Da dieses Resultat außer für die Praxis auch für die Theorie von großer Bedeutung ist, weil es zeigt, daß magnetische und elastische Erscheinungen denselben Gesetzen ge-

horchen, so möge eine ausführliche Versuchsreihe im folgenden mitgeteilt werden.

### 3. Versuche zur Prüfung der Theorie.

Die benutzten Stäbe waren aus Weicheisen. Es wurden hier Magnetisierungsspulen verwendet, die 15 Windungen pro Zentimeter hatten; so war das Feld eines Ampere nun  $4.3,14.1,5 = 18,84$  und es betrug die erregende Feldstärke, da ein Strom von 0,00230 Amp. benutzt wurde,

$$18,84 \cdot 0,00230 = 0,043 \text{ Gauss,}$$

gleich ca.  $\frac{1}{10}$  der Vertikalintensität des Erdmagnetismus.

a) Dauer des Stromschlusses  $\tau = 2$  Min. (Fig. 12a).

Ableseung (mm)	$T$ (Minuten)	$x_{\text{beob.}}$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 504,8	—	—	—
512,0	2	7,2	+0,9
509,3	4	4,5	+0,8
507,8	8	3,0	+1,0
506,5	16	1,7	+0,6
505,8	32	1,0	+0,4
506,0	64	1,2	+0,9

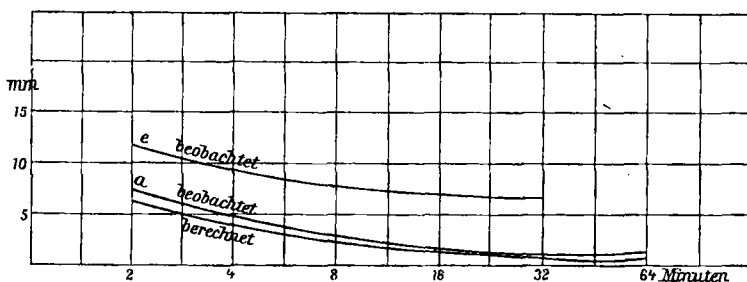


Fig. 12. Dauer des Stromschlusses: 2 Minuten. Feld: 0,04 Gauss.

Das Ergebnis ist in Fig. 12a dargestellt. Auf der Abszissenachse wurden die Beobachtungszeiten nach Aufhören des Magnetisierungsstromes aufgetragen, und zwar in geo-

metrischer Progression, als Ordinaten die Abweichungen  $x$  von der Ruhelage vor der Magnetisierung in Millimetern.

b) Dauer des Stromschlusses  $\tau = 4$  Min. (Fig. 13.)

Ablesung (mm)	$T$ (Minuten)	$x_{\text{beob.}}$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 509,0	—	—	—
520,8	2	11,8	+1,8
517,1	4	8,1	+1,8
514,5	8	5,5	+1,8
512,8	16	3,8	+1,8
511,0	32	2,0	+0,9
510,2	64	1,2	+0,7

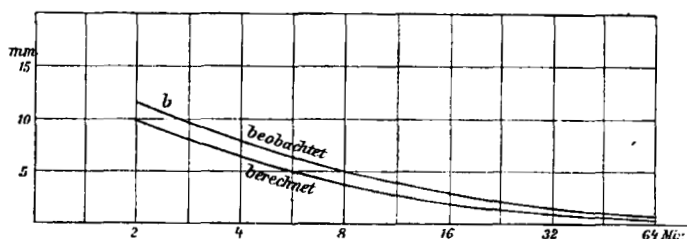


Fig. 13. Dauer des Stromschlusses: 4 Minuten. Feld: 0,04 Gauss.

c) Dauer des Stromschlusses  $\tau = 8$  Min. (Fig. 14.)

Ablesung (mm)	$T$ (Minuten)	$x_{\text{beob.}}$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 510,0	—	—	—
526,0	2	16,0	+1,3
521,2	4	11,2	+1,2
517,7	8	7,7	+1,4
514,9	16	4,9	+1,2
512,8	32	2,8	+0,8
512,0	64	2,0	+0,9

In Fig. 14 ist unten die der Rechnung zugrunde gelegte Funktion  $\bar{\psi}$  eingezeichnet.

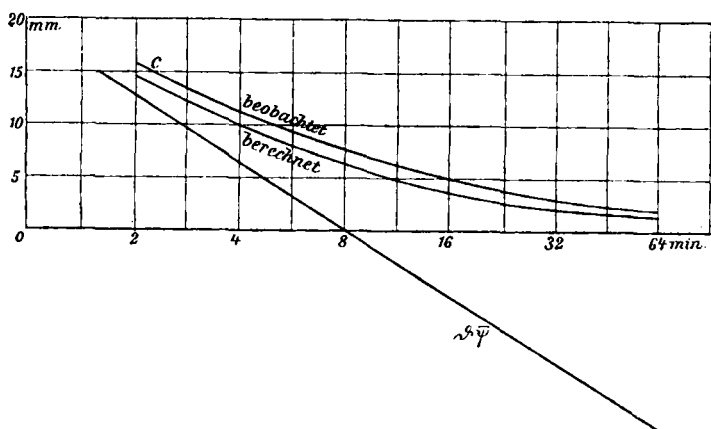


Fig. 14. Dauer des Stromschlusses: 8 Minuten. Feld: 0,04 Gauss.

d) Dauer des Stromschlusses  $\tau = 16$  Min. (Fig. 15.)

Ableitung (mm)	$T$ (Minuten)	$x_{\text{beob.}}$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 506,0	—	—	—
527,7	2	21,7	+ 1,7
522,3	4	16,3	+ 1,6
518,3	8	12,3	+ 2,3 <sup>x</sup>
514,0	16	8,0	+ 1,7
510,8	32	4,8	+ 1,1
507,8	64	1,8	- 0,2

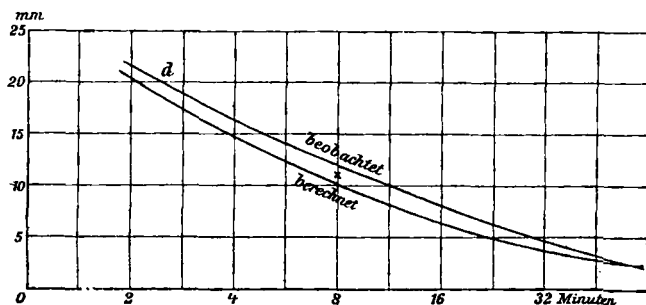


Fig. 15. Dauer des Stromschlusses: 16 Minuten. Feld: 0,04 Gauss.

e) Dauer des Stromschlusses  $\tau = 2$  Min. (Fig. 12e.)

Ablesung (mm)	$T$ (Minuten)	$x_{\text{beob.}}$ (mm)	$\Delta - x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 504,2	—	—	—
492,8	2	11,4	+ 5,1
495,2	4	9,0	+ 5,3
496,7	8	7,5	+ 5,5
497,4	16	6,8	+ 6,2
498,1	32	6,1	+ 5,8

Zu diesen Versuchen ist folgendes zu bemerken. Da es praktisch nicht wohl zu erreichen ist, die Stäbe vollständig zu entmagnetisieren, so ist eine gewisse Remanenz darin stets vorhanden. Da diese jedoch einen labilen Zustand des Magneten darstellt, so verliert sich, namentlich in der ersten Zeit nach der Herstellung, aber auch überhaupt kurz nach jeder etwaigen magnetischen Erregung, durch geringfügige äußere Anlässe ausgelöst, ein Teil des Magnetismus, was sofort Ausschläge der Nadel bewirkt, so daß eine absolute Konstanz der Ruhelage praktisch nicht zu erreichen ist.

Bei bis zur Sättigung magnetisierten Stäben ist diese Erscheinung übrigens allgemein bekannt und wird durch sogenanntes „künstliches Altern“ (längere Zeit andauerndes Erhitzen auf  $100^{\circ}$  C.) möglichst verringert.

Diese Inkonstanz macht sich namentlich in den letzten Punkten der obigen Kurven geltend, die wegen des benutzten logarithmischen Maßstabes Zuständen entsprechen, die durch größere Zeitintervalle voneinander getrennt sind, in denen also die Wanderung der Ruhelage die Nachwirkung verdeckt. Besonders verhängnisvoll sind in dieser Beziehung Temperaturschwankungen als Ursache der Wanderung der Ruhelage. Deshalb wurden auch die Versuche nicht auf größere Zeiten ausgedehnt.

Bemerkenswert ist, daß auch hier bei so schwachen Kräften sich noch deutlich eine bleibende Nachwirkung bemerkbar macht, trotzdem die Versuche hintereinander in demselben Sinne ausgeführt worden sind.

#### 4. Übertragung und Prüfung der Theorie.

Versuchen wir nunmehr an der Hand der Kurven die Theorie von E. Wiechert zu prüfen, so bemerken wir auf den ersten Blick, daß die gezeichneten Kurven ganz den Typus der elastischen Nachwirkungskurven besitzen. Diese Übereinstimmung ist aber, wie sich sogleich zeigen wird, nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ festzustellen. Es handelt sich zunächst darum, ganz wie bei der elastischen Nachwirkung, die Kurve für unendlich langen Stromschluß, also die Funktion  $\bar{\psi}$  zu konstruieren. Die Methode ist genau dieselbe wie die bei der elastischen Nachwirkung. Wir verwenden die Formel

$$x(T) = \mathcal{F}(\bar{\psi}(T) - \bar{\psi}(T + \tau)),$$

wobei  $\tau$  die Dauer des Stromschlusses ist und  $\mathcal{F}$  einen Faktor bedeutet, der der magnetisierenden Kraft proportional ist und sich im übrigen durch die instrumentelle Anordnung bestimmt. Es wäre nun zu setzen:

$$\mathcal{F} \bar{\psi}(t) = \text{const.} - G t^\gamma.$$

Versucht man diese Formel anzuwenden, so zeigt sich, daß  $\gamma$  sehr klein ist, daß man also in der Nähe des Wendepunktes ist, welcher nach der Wiechertschen Theorie der Funktion  $\psi$ , bezüglich  $\bar{\psi}$  zugeschrieben werden muß. Da die Versuche nicht recht ausreichend erscheinen, um sicher festzustellen, ob ein positiver oder ein negativer Wert besser ist, habe ich einfach  $\gamma = 0$  gesetzt; dann ist zu schreiben:

$$\mathcal{F} \bar{\psi}(t) = \text{const.} - \Gamma \log t.$$

Unter Benutzung der Briggschen Logarithmen fand ich

$$\Gamma = 21.$$

Die Differenzen zwischen Beobachtung und Berechnung sind in den Tabellen des vorigen Abschnittes angegeben. In den Figuren sind des besseren Verständnisses halber die berechneten Kurven mit eingezeichnet. Wie ersichtlich, bewährt sich die Theorie sehr gut, denn abgesehen von den großen Zeiten  $T$ , wo Störungen der Versuche nicht zu vermeiden waren, erscheinen die Kurven der Beobachtung und der Rechnung ein-

ander gleich, nur parallel gegeneinander verschoben, wie es der Mitwirkung der Remanenz entspricht.

Bei der mit  $\times$  bezeichneten Zahl des Versuches d) (Fig. 15) rührt die Abweichung offensichtlich davon her, daß schon hier eine Störung eingetreten ist. Übrigens wanderte zum Schluß dieses Versuches die Nadel durch die anfängliche Nullage hindurch.

Abgesehen von den bleibenden Nachwirkungen, die hier ebenso wie bei der elastischen Nachwirkung von der Theorie nicht mit gegeben werden, ergibt sich also, daß auch die magnetischen Nachwirkungen aus der Theorie im voraus zu berechnen sind, und damit eine Korrektur der Ablesungen irgendwelcher Instrumente ausgeführt werden kann, bei denen Eisen- oder Stahlteile wechselnden magnetischen Induktionen ausgesetzt sind.

Sehr lehrreich ist vor allem Versuch e) im Vergleich mit Versuch a), bei dem die gleiche Dauer des Stromschlusses angewandt wurde. Die Kurven Fig. 12, *a*, *e*, die zu diesen Versuchen gehören, sind fast genau parallel verschoben. Dieser Umstand ist, ebenso wie bei elastischer Nachwirkung ein Kennzeichen dafür, daß einfach bleibende Nachwirkungen mitwirken. Daß letztere bei 12 *e* größer ist als bei 12 *a* rührt davon her, daß die Kurve 12 *e* aufgenommen wurde, nachdem mehrere magnetische Erregungen im entgegengesetzten Sinne vorausgegangen waren.

#### D. Magnetisierungsgesetze für kleine magnetische Kräfte.

##### 1. Vorbemerkung.

Wir kommen jetzt zu einem zweiten Punkte der magnetischen Nachwirkung, der in dieser Arbeit erledigt werden sollte, und der sich auf eine Arbeit von W. Weber<sup>1)</sup> bezieht. W. Weber kommt dort auf eine Methode von Lloyd zu sprechen, die gestattet, die zeitlichen Variationen der Vertikalintensität auf indirektem Wege dadurch zu messen, daß senkrecht gestellte Eisenstäbe wegen ihres im Felde der Erde wechselnden Momentes eine Magnetnadel ablenken und dadurch die Variationen des Erdmagnetismus anzeigen.

1) W. Weber, Gesammelte Werke 2. p. 228 ff.



Es handelt sich hier darum, zu prüfen, ob die Variationen des Eisenmagnetismus denen des Erdmagnetismus genau proportional sind. Bei größeren magnetisierenden Kräften erhält man bekanntlich Hysteresisschleifen, und es ist sofort ersichtlich, daß, wenn auch solche bei Kräften von der Größenordnung der Variationen des Erdmagnetismus vorhanden wären, von einer eindeutigen Bestimmung des letzteren durch die erwähnte Methode keine Rede sein könnte.

## 2. Versuche von W. Weber über induzierten Magnetismus.

Die Versuchsanordnung von W. Weber ist folgende: Der zu untersuchende Stab liegt horizontal parallel dem magnetischen Meridian und so, daß die Verbindungslinie von der Mitte des Stabes bis zur Mitte der Nadel einen Winkel von  $45^\circ$  mit dem Meridian macht. In dieser Lage ist der Ausschlag der Nadel infolge des induzierten Magnetismus ein Maximum.

Es handelt sich zunächst darum, den permanenten Magnetismus, von dem kein Stab frei ist, von dem im Felde der Erde temporär induzierten zu trennen. Hierzu verwandte W. Weber folgendes System von Versuchen:

Bezeichnetes Ende des Stabes	NO u. SW	NW u. SO
Nördlich . . . . .	304,8	267,5
Südlich . . . . .	279,8	300,3

Die eingeschriebenen Zahlen sind die Mittelwerte der Ablenkungen von NO u. SW einerseits und NW u. SO andererseits; der Bogenwert eines Skalenteiles in Teilen des Halbmessers war  $\frac{1}{2960}$ . Der Abstand der Mitte des Stabes von der Mitte der Nadel war 800 mm. Bezeichnen wir mit  $v$  die Ablenkung des veränderlichen, mit  $c$  die des bleibenden Magnetismus, so ist, wie man aus den Zahlen sofort abliest,

$$v + c = \frac{1}{2} \frac{304,8 - 267,5}{2960},$$

$$v - c = \frac{1}{2} \frac{279,8 - 300,3}{2960}.$$

Daraus folgt

$$v = 0,00142, \quad c = 0,00488.$$

Ist  $M$  das von der Erde induzierte Moment des Stabes, so berechnet sich dasselbe aus der Gleichgewichtsbedingung:

$$\frac{3}{2} \frac{M m}{R} \cos v = H m \sin v$$

zu

$$M = \frac{2}{3} R^3 H \operatorname{tg} v,$$

wo  $R$  der Abstand des Stabes von der Nadel,  $m$  die Polstärke der Nadel,  $H$  die Horizontalintensität des Erdmagnetismus ist.

Im Anschluß hieran behandelt Weber die Frage nach der Proportionalität zwischen Erdmagnetismus und Stabmoment.

„Noch wichtiger wäre es, wenn sich nachweisen ließe, daß die Variationen des Eisenmagnetismus denen des Erdmagnetismus genau proportional wären. In der Tat würde dadurch eine bisher häufig angenommene Vorstellung eine Berichtigung erhalten, wonach die Bewegung des Magnetismus auch im weichen Eisen nicht ohne einen der Reibung vergleichbaren Widerstand geschähe.“

Der entscheidende Versuch, den Weber machte, bestand in folgendem.

Es wurden parallel dem magnetischen Meridian in der Horizontalebene der Magnetometernadel symmetrisch zur letzteren zwei Meßplatten gelegt und auf diesen die zu untersuchenden Stäbe so lange verschoben, bis die Ablenkung ein Maximum war.

Die Versuche wurden in der Weise ausgeführt, daß ein Stab eine Zeitlang vertikal dem Felde der Erde ausgesetzt und dann in seine ursprüngliche Lage zurückgebracht wurde, mit dem Nordpol abwechselnd nach Süden und nach Norden.

a) In der Vertikalstellung Lage des Nordpols abwärts.

Bei der Horizontalstellung Richtung des Nordpols nach	Norden $a$	Süden $b$
1	(817,7)	
2		(671,3)
3	(837,7)	
4		561,7
5	867,8	
6		521,9
7	869,8	

b) In der vertikalen Lage Nordpol aufwärts.

Bei der Horizontalstellung Richtung des Nordpols nach	Norden <i>c</i>	Süden <i>d</i>
1	795,0	
2		614,6
3	784,8	

Wird von den eingeklammerten Werten der ersten Beobachtungen abgesehen, so ergeben sich die Mittelwerte:

$$a = 868,8, \quad b = 541,8, \quad c = 789,9, \quad d = 614,6.$$

Es ist also:

$$\frac{1}{2}(a - b) = 163,5, \quad \frac{1}{2}(c - d) = 87,7.$$

$\frac{1}{2}(a - b)$  bedeutet hierbei den permanenten Magnetismus des Stabes, wenn keine Remanenz vorhanden wäre; ebenso  $\frac{1}{2}(c - d)$ . Das Mittel aus beiden Werten ist 125,59. Unter Benutzung dieser Zahl erhält man für den induzierten Magnetismus bei *a*, *b*, *c*, *d*

$$743,22, \quad 667,37, \quad 664,30, \quad 740,16.$$

Wäre kein bleibender Magnetismus durch das Erdfeld bei der Vertikalstellung des Magneten erregt, so müßten diese vier Werte einander gleich sein. Dies ist nicht der Fall; so müssen wir eine Korrektur *d* für den durch das Erdfeld hervorgerufenen bleibenden Magnetismus anbringen:

$$743,22 - d, \quad 667,73 + d, \quad 664,30 + d, \quad 740,16 - d.$$

Die vier Werte werden in der Tat einander gleich, wenn *d* gleich 37,93 gesetzt wird.

Für die Remanenz ergibt sich so rund  $\frac{40}{700} = \text{ca. } 6 \text{ Proz.}$

Weber schließt aus diesen Versuchen: „Hiernach scheint es also, daß der Magnetismus im horizontal liegenden Stabe durch einen der Reibung ähnlichen Widerstand zurückgehalten und verhindert werde, die dem vollkommenen Gleichgewicht entsprechende Verteilung anzunehmen, denn es findet eine merkliche Abweichung stets nach derjenigen Seite statt, nach welcher der Magnetismus durch die vorausgegangene vertikale Stellung bewegt worden war.“

Nichtsdestoweniger glaubt er doch die Vermutung aussprechen zu können, daß bei noch kleineren Kräften eine

bleibende Nachwirkung nicht vorhanden sein werde, denn es heißt weiterhin „— so daß man vermuten kann, daß nach so kleinen Bewegungen, wie sie den Variationen des vertikalen Teiles des Erdmagnetismus entsprechen, jener Einfluß ganz unmerklich sei. Hierauf beruht die Hoffnung, daß das von Hrn. Lloyd angegebene Instrument seinem Zweck genügt, sowie umgekehrt der Erfolg der damit gemachten Beobachtungen hierauf zurückzuschließen gestatten wird.“

### 8. Das Magnetisierungsgesetz für sehr kleine magnetisierende Kräfte.

In diesem Punkte setzt die vorliegende Arbeit ein. Es handelt sich darum, die Vermutung von Weber experimentell zu prüfen, eine Aufgabe, die Weber mit seinen damaligen Hilfsmitteln nicht übernehmen konnte.

Unser Apparat gestattet uns wegen seiner hohen Empfindlichkeit, die Nachwirkungen auch bei so kleinen Kräften, wie sie die Variationen des Erdmagnetismus darstellen, direkt zu messen, aber er leistet noch mehr, indem er es ermöglicht, ganze Hysteresisdiagramme, wie sie die Elektrotechnik für größere Feldstärken in großer Zahl geliefert hat, aufzunehmen.

Zunächst soll es unsere Aufgabe sein, zu zeigen, daß die Vermutung Webers sich in vollem Umfange bestätigt. Es sind zwar in neuerer Zeit einige Beobachtungen über die Induktionen kleiner magnetisierender Kräfte gemacht worden. Die einzige Arbeit jedoch, die so kleine Feldstärken behandelt, wie sie hier vorkommen, ist von Lord Rayleigh veröffentlicht worden.<sup>1)</sup>

Die Versuchsanordnung von Lord Rayleigh war folgende: Ein kleiner Spiegel, an den einige Magnetnadeln geklebt sind, hängt an einem Seidenfaden. Seitlich wird ihm eine Magnetisierungsspule genähert, die das zu untersuchende Material (Eisendrähte) enthält. Die Wirkung der Spule allein wird durch eine Kompensationsspule aufgehoben und die Wirkung der Eisendrähte durch eine zweite Spule, die auf einem Schlitten verschiebbar ist. Charakteristisch ist die Anwendung

1) Lord Rayleigh, *Philosophical Magazine* 1887. Diese Abhandlung kam erst zu meiner Kenntnis, als die vorliegende Untersuchung bereits ausgeführt war.

der zweiten Spule zur Aufhebung des Eisenmagnetismus. Rayleigh überzeugte sich nun indirekt von der Geradlinigkeit der Magnetisierungskurve für sehr schwache Kräfte, indem die Kompensation, wenn sie für eine bestimmte Feldstärke durch Verschieben der zweiten Spule erreicht war, auch für kleinere Werte erhalten blieb. Vorher stellte er durch Versuche fest, daß eine Abweichung vom geradlinigen Gesetz von 1 Proz. einen deutlichen Ausschlag ergeben würde. Da die Empfindlichkeit zunächst nicht ausreichte, so wurden die Ausschläge der Nadel durch Resonanz vergrößert dadurch, daß durch ein mit der Magnetometernadel synchron schwingendes Pendel der Magnetisierungsstrom geschlossen wurde.

Auf diese Weise konnte Rayleigh nachweisen, daß für Eisen für Kräfte von  $\frac{1}{5}$  bis  $\frac{1}{5000}$  der Horizontalintensität des Erdmagnetismus Proportionalität zwischen magnetisierender Kraft und erzeugtem magnetischen Momente des Eisens vorhanden war.

Bei meinem Apparat hat man zur Aufnahme von Magnetisierungskurven nur einfach den Magnetisierungsstrom von Null anfangend in einzelnen Stufen bis zu der gewünschten Größe zu steigern, und kann dann aus der Ablesung des Fernrohres ohne weiteres die Ordinaten der Magnetisierungskurve hinschreiben.

Das Amperemeter wurde hier ohne Nebenschluß benutzt, so daß der Wert eines Skalenteiles  $10^{-6}$  Amp. betrug. Ich steigerte bei dem ersten Versuch den Strom von 0 an stufenweise bis zu 0,0002 Amp., entsprechend ca. 0,004 C.G.S.-Einh., also rund  $\frac{1}{100}$  der Vertikalintensität des Erdmagnetismus.

Ablesung (mm)	Strom in Amp.	Ablenkung $x$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 364,0	—	—	—
297,1	$50 \cdot 10^{-6}$	66,9	+2,4
226,2	100	137,8	+0,8
156,0	150	208,0	+0,0
86,8	200	277,2	+0,0
155,5	150	208,5	-0,5
225,8	100	138,2	+0,4
295,6	50	68,4	+0,9
363,0	0	1,0	-1,0

Tragen wir dieses Resultat graphisch auf, wie dies in Fig. 16 geschehen ist, so finden wir die Magnetisierungskurve mit großer Annäherung als gerade Linie; auf- und absteigender Ast fallen fast genau zusammen. Der Einfluß der Hysterese ist hier also schon merklich verschwunden.

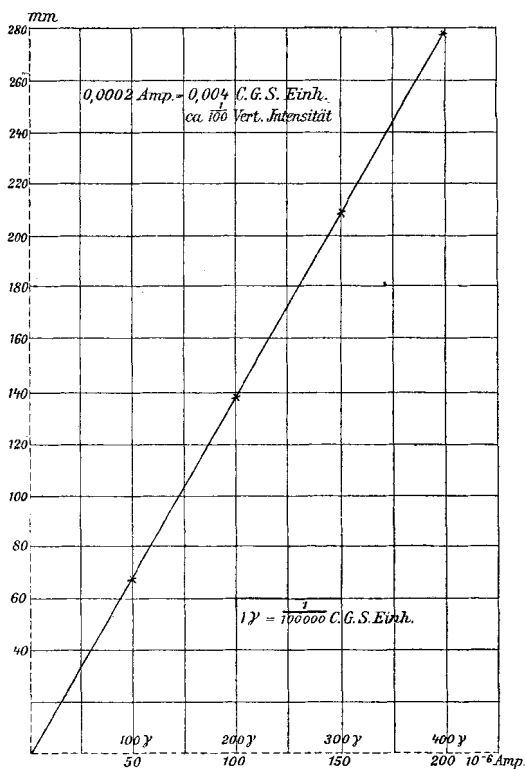


Fig. 16. Weiche Eisenstäbe.

Unter  $\Delta$  sind die Abweichungen von dem geradlinigen Magnetisierungsgesetz angegeben.

Bei einem zweiten Versuch wurde die Stromstärke von 0 an bis auf 0,0004 Amp. gesteigert; die Magnetisierung war entgegengesetzt wie vorher. Es ergab sich folgendes Resultat:

Ablesung (mm)	Strom in Amp.	Ablenkung $x$ (mm)	$\Delta = x_{\text{beob.}} - x_{\text{ber.}}$ (mm)
Ruhelage 415,8	—	—	—
483,6	$50 \cdot 10^{-6}$	67,8	+3,7
555,8	100	140,0	+3,1
627,4	150	211,6	+3,0
697,2	200	281,4	+4,8
772,0	250	356,2	+1,4
845,0	300	429,2	0,0
918,5	350	502,7	-2,0
998,0	400	582,2	-9,8
920,0	350	504,2	-3,5
847,0	300	431,2	-2,0
774,0	250	358,2	-0,5
699,4	200	283,6	+2,6
629,2	150	213,4	+1,2
557,6	100	141,8	+1,3
485,6	50	69,0	+2,5
417,0	5	1,2	-1,2

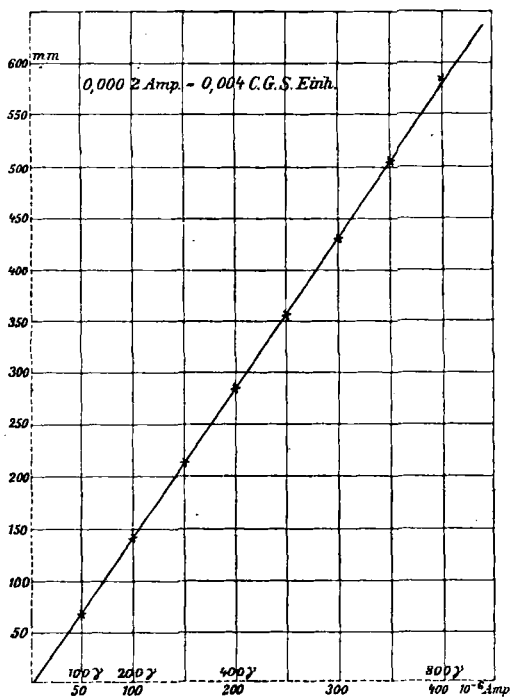


Fig. 17. Weiche Eisenstäbe.

Zur Veranschaulichung diene vorstehende, in etwas kleinerem Maßstabe dargestellte Fig. 17.

Auch hier ergibt sich für den ersten Teil ziemlich genau eine gerade Linie, und zwar mit derselben Neigung gegen die Abszissenachse wie vorhin bei entgegengesetzter Magnetisierung. Die geringe Abweichung der beiden Versuche voneinander rührt wohl davon her, daß es nicht gut möglich ist, das Amperemeter genau auf bestimmte Teilstriche einzustellen; auch mögen kleine Temperaturunterschiede von Einfluß gewesen sein.

Es hat sich somit das Resultat ergeben, daß bei dem hier benutzten weichen Eisen für magnetisierende Kräfte unter  $\frac{1}{50}$  der Vertikalintensität des Erdmagnetismus der Inhalt der Hysteresisschleife praktisch verschwindend ist und eine für messende Zwecke genügend genaue Proportionalität zwischen magnetisierender Kraft und erzeugtem Magnetismus besteht. Da nun die Variationen des Erdmagnetismus sich nach der Erfahrung stets innerhalb dieser Grenzen halten, so sehen wir, daß in der Tat die zeitlichen Variationen des Erdmagnetismus durch die erwähnte indirekte Methode der Induktion weicher Eisenstäbe gemessen werden können.

#### 4. Remanenz und ihre Abhängigkeit von der erregenden Feldstärke.

Zum Schluß dieser Untersuchung soll noch kurz die Abhängigkeit der Remanenz von der benutzten Feldstärke behandelt werden, um die bemerkenswerte Tatsache, daß bei Feldern von der Größenordnung des Erdmagnetismus noch eine deutlich merkbare permanente Nachwirkung besteht, weiter zu untersuchen.

Es ergab sich, daß man zu unerwartet kleinen Feldstärken übergehen muß, um die bleibenden Änderungen auszuschalten. Die mitzuteilenden Zahlen können jedoch, der Natur der Sache gemäß, nur in ganz roher Weise die wirklich vorliegenden Verhältnisse illustrieren, da bei bleibenden Nachwirkungen, wie schon erwähnt, die ganze Vorgeschichte des Materials hineinspielt.

Die folgende Tabelle enthält zu jeder der angegebenen Feldstärken die zugehörigen Remanenzen. Letztere sind in



der Weise beobachtet, daß der Strom auf einige Sekunden geschlossen und dann die zurückbleibende Abweichung von der Ruhelage notiert wurde. Es sind stets die Mittelwerte der Remanenzen aus den bei öfterem Kommutieren des Stromes gewonnenen Werten genommen worden. Eine Formel für die Abhängigkeit der Remanenz von der angewandten Feldstärke wurde, da eingehendere Versuche nicht angestellt werden konnten, nicht aufgestellt.

Ampere	Remanenz in mm	Feldstärke in Teilen der Vertikal- intensität des Erd- magnetismus
$45 \cdot 10^{-5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{50}$
250	2,4	$\frac{1}{8}$
500	11,5	$\frac{1}{4}$
800	25	$\frac{4}{10}$
1000	46	$\frac{5}{10}$

Die Kurve, Fig. 18, veranschaulicht dieses Resultat.

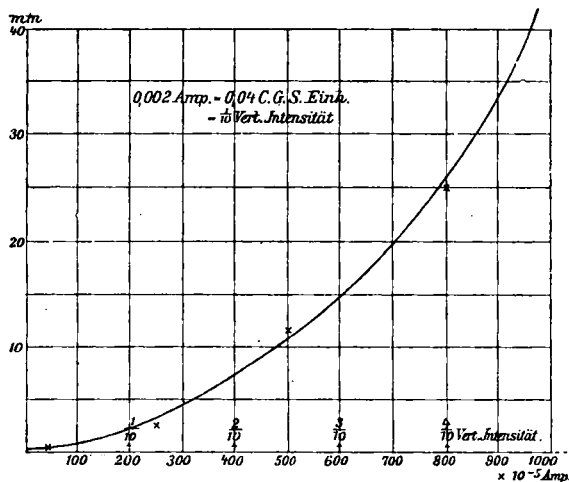


Fig. 18. Bleibende Remanenz in Abhängigkeit von der erregenden Feldstärke.

Man sieht, daß die bleibenden Nachwirkungen viel schneller wachsen als die induzierenden Kräfte. Erst bei Kräften von  $\frac{1}{100}$  der Vertikalintensität des Erdmagnetismus abwärts ist die bleibende Nachwirkung unmerklich geworden; gleichzeitig ergibt sich die Magnetisierungskurve als gerade Linie.

Die obigen Angaben beziehen sich auf weiches Eisen. Versuche, die mit gehärtetem Stahl angestellt wurden, ergaben für die permanente magnetische Nachwirkung Werte von derselben Größenordnung wie für weiches Eisen; für die temporäre Nachwirkung ergab sich jedoch durchweg ein kleinerer Wert, wie dies in derselben Weise für elastische Nachwirkungen gilt. Genauere Untersuchungen für dieses Material konnten jedoch nicht mehr gemacht werden, da bedeutende Störungen der Ruhelage die Resultate trübten, die aus Mangel an Zeit nicht eliminiert werden konnten.

Jedenfalls ergibt sich aus der obigen Untersuchung, daß für Vertikalintensitätsvariometer weiches Eisen ein ganz brauchbares Material ist, da die Hysteresis in ihm bei den hier in Betracht kommenden Feldstärken noch nicht störend eingreift.

Merkwürdigerweise haben die Konstrukteure solcher Apparate<sup>1)</sup> diesen Punkt nie quantitativ untersucht, sondern auf die bloße Vermutung hin, daß ein einfaches Proportionalitätsgesetz zwischen magnetisierender Kraft und erzeugtem Magnetismus bestände, ihre Instrumente gebaut, bei denen dann erst die damit gemachten günstigen Erfahrungen eine gewisse Berechtigung ihres Ansatzes lieferten.

Das neueste und am meisten verbesserte Instrument dieser Art ist wohl das von K. Schering in den Göttinger Nachrichten 1886 beschriebene „Deflektorenbifilarmagnetometer“. Die wesentliche Veränderung, die Schering an diesem Instrumente angebracht hat, ist die, daß er die bisher übliche einfache Magnetometernadel durch ein astatisches Nadelpaar ersetzte und so die Angaben des Instrumentes unabhängig von der Variation der erdmagnetischen Deklination machte. Für die Skalenwertbestimmung benutzte aber Schering unbedenklich die Methode, die induzierten Eisenstäbe im Felde

---

1) z. B. Lloyd 1842; K. Schering, Göttinger Nachrichten 1886.

der Erde umzukehren, was nicht gestattet ist, ohne auf den durch die Erde erregten remanenten Magnetismus Rücksicht zu nehmen.

Demgegenüber schlägt der Verfasser vorliegender Arbeit folgende Änderung des Instrumentes vor.

Man versehe die Weicheisenstäbe des Variometers mit Magnetisierungsspulen oder, was vielleicht noch besser ist, man hülle das ganze Instrument mit einer vertikalen Magnetisierungsspule ein. Dann kann man durch einen durch die Spule geschickten und durch ein Amperemeter gemessenen Strom Feldstärken von der Größenordnung der Variationen des Erdmagnetismus künstlich herstellen und durch Messung mit Spiegel und Skala das Instrument in direkter Weise eichen, ohne komplizierte Versuche und Rechnungen für die Skalenwertbestimmung ausführen zu müssen, wie dies bei dem Scheringschen Instrumente der Fall ist.

#### Schlußbemerkungen.

Die vorstehend beschriebenen Versuche haben zu folgenden Resultaten geführt:

In bezug auf die elastische Nachwirkung ist die von E. Wiechert aufgestellte Theorie für Spiralfedern aus Stahl in guter Übereinstimmung mit der Erfahrung. Man ist vermöge derselben imstande, den Betrag der elastischen Nachwirkung im voraus anzugeben und seinen Einfluß auf die Ablesungen der Instrumente in Rechnung zu setzen. Hierbei ist nur erforderlich, die bleibenden Deformationen, die die Theorie nicht umfaßt, auf irgend eine Weise auszuschalten oder ihren Betrag zu bestimmen, was bei der großen Variabilität derselben allerdings nicht ganz einfach ist. Doch gelingt es selbst unter Beibehaltung der bleibenden Änderungen leicht, die Nachwirkung auf  $\frac{1}{10\,000}$  der angewandten Deformation in Rechnung zu setzen. Als brauchbarstes Material für Torsionsinstrumente ergaben sich Uhrfedern (Unruhfedern).

Auch die magnetische Nachwirkung gehorcht der Theorie von E. Wiechert. Der oft beobachtete qualitative Parallelismus zwischen elastischer und magnetischer Nachwirkung ist auch quantitativ nachgewiesen worden. Durchgreifende Unterschiede zwischen beiden scheinen nicht zu existieren.

Die Vermutung Webers bezüglich des Magnetisierungsgesetzes für magnetische Kräfte von der Größenordnung der Variationen des Erdmagnetismus hat sich bestätigt.

Was die Benutzung der magnetischen Induktion für die Konstruktion von Vertikalintensitätsvariometern angeht, so ist das früher ohne Beweis angenommene Proportionalitätsgesetz zwischen magnetisierender Kraft und erzeugtem magnetischen Moment durch die Beobachtungen als gültig nachgewiesen worden.

(Eingegangen 27. April 1908.)

---