

handelt, enthält mancherlei neue Wendungen und Gesichtspunkte (z. B. § 24, 12) die man nicht ohne Genuß lesen wird. Auch die beiden anderen Bücher enthalten viel des Interessanten und Neuen. So sei aus der Sphärik und sphärischen Trigonometrie des zweiten Buches erwähnt, daß sie sich nicht auf den Eulerschen Dreiecks-Begriff beschränkt, sondern auch den allgemeineren Moebiuschen und den noch weiteren Gauß-Studyschen einbezieht. Ein besserer Einblick in die entwickelten Formeln und eine bessere Übersicht über sie wird eröffnet, durch einige gruppentheoretische Betrachtungen.

Aus dem dritten Buche mag hier hervorgehoben werden der neunte Abschnitt; Rauminhalt und Flächeninhalt, zumal § 88 Inhaltsmaß und der zehnte Abschnitt; Dehnungsgruppen und reguläre Körper.

Schon aus diesen wenigen Bemerkungen wird zur Genüge hervorgehen, daß das Buch ganz auf der Höhe der heutigen Forschung steht und allen ihren Anforderungen gerecht wird. Es bringt viele alte Kapitel in einem ganz neuen Gewand und manche neue, den Handbüchern bisher ganz fremde, den Lehrern unserer Mittelschulen und den strebsameren Studenten der Mathematik kann es nicht warm genug empfohlen werden. Aber auch der Beachtung der Philosophen ist es nicht unwert. Wer von ihnen unseren geometrischen Grundbegriffen, die ja die Basis für unsere Naturerkenntnis bilden, das gebührende Interesse entgegenbringt, wird aus dem ersten Buche vielfache Belehrung und Anregung schöpfen.

G. v. E.

Darstellende Geometrie, Erster Teil (Elemente; ebenflächige Gebilde) von Robert Haußner, Prof. a. d. techn. Hochschule in Karlsruhe. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. 207 S. mit 110 Figuren i. Text. Sammlung Götschen. 1904.

Die Anlage ist dieselbe geblieben (Rohn-Papperitz ist Vorbild). Der erste Abschnitt behandelt „die Parallelprojektion ebener Figuren und die Affinität“, der zweite „die schiefe Projektion“, aber nicht bloß für „ebenflächige Gebilde“, sondern auch für „Kegel, Zylinder und Kugel“. Neu hinzugefügt sind hier Bemerkungen über das Zeichnen einer Ellipse, die Ableitung der Brennpunkteigenschaft des ebenen Schnittes eines Drehungszyinders und des Umrisses einer Kugel. Die Konstruktion der Achsen aus konjugierten Durchmessern einer Ellipse ist durch eine andere ersetzt (S. 44) die entschieden umständlicher ist. Die mangelhafte Stelle auf Seite 58 der ersten Auflage ist verbessert. Das Weitere, enthaltend das Grund- und Aufrißverfahren unter vorwiegender Benützung des „Zweispurensystemes“ bis zur Aufsuchung der Schnittfigur zweier Polyeder, ist fast unverändert geblieben.

Das baldige Erscheinen einer zweiten Auflage beweist, daß sich das Büchlein zur Einführung in den behandelten Gegenstand ganz brauchbar erwiesen hat.

Th. Sch.

Anfangsgründe der darstellenden Geometrie für Gymnasien von Fritz Schütte. 42 S. B. G. Teubner, 1905.

Da die Anfangsgründe der darstellenden Geometrie durch die Lehrpläne von 1901 in den Lehrstoff der preußischen Gymnasien eingeführt sind und die mathematischen Lehrbücher noch wenig oder gar keine Rücksicht darauf nehmen, will der Verfasser ein Ergänzungsheft zu diesen Büchern bieten. Der Versuch ist als gelungen zu bezeichnen; das Heft wird seinem Zwecke voll-

kommen entsprechen. Es behandelt die orthogonale, schiefe und zentrale Projektion oder, wie der Verfasser sagt, die Herstellung von „Lothbildern“, „Schrägbildern“ und „Schaubildern“. Die erste Methode betrachtet der Verfasser mit Recht als die wertvollste; freilich werden zur Erklärung derselben bereits Schrägbilder benützt. Die gestellten Aufgaben sind nicht zahlreich, aber recht gut gewählt. *Th. Sch.*

Lezioni di Geometria proiettiva, dettate nella R. Università di Napoli dal Prof. Federico Amedeo. Terza edizione (1^a ed. tipografica) migliorata e aumentata, con 420 figure intercalate nel testo e molti esercizi. Napoli 1905, L. Pierro; 80. XIV u. 456 S. Preis: Lire 12.

Die beiden ersten Auflagen dieses (V. Cerutti gewidmeten) Werkes sind als Autographien herausgegeben worden und haben deshalb im Ausland kaum Verbreitung gefunden. Umso freudiger ist es zu begrüßen, daß nun diese aus langer Lehrerfahrung und eingehenden Spezialuntersuchungen hervorgegangenen Vorlesungen in einer sehr hübschen Ausgabe weiten Kreisen zugänglich gemacht werden. Zur allgemeinen Charakteristik diene, daß die Grundlagen der projektiven Geometrie, von einer vollkommen abstrakten Auffassung dieser Wissenschaft ausgehend, streng entwickelt, zugleich aber viele Einzelheiten unter Benützung zahlreicher Figuren schulgemäß behandelt sind; ferner daß der Verfasser die projektiven Koordinaten einführt und damit manche Sätze auch in analytischer Form darlegt.

Die Grundlagen werden in der Einleitung (63 S.) und im ersten Kapitel des I. Teiles entwickelt, der den „Formen 1. Ordnung“, d. h. den projektiven Verwandtschaften in den Grundgebilden der drei ersten Stufen, gewidmet ist. Die nach und nach eingeführten neun Postulate sind im Wesen mit den sechs Axiomen identisch, auf Grund deren F. Enriques in seinem bekannten Werke die projektive Geometrie aufbaut,¹⁾ womit aber keineswegs eine Abhängigkeit beider Autoren behauptet werden soll. Im einzelnen treten gar manche Verschiedenheiten auf, deren Besprechung zu weit führen würde.

Besonders eigenartig ist das zweite Kapitel des ersten Teiles, das sich mit Sätzen über Projektivitäten in Grundgebilden erster Stufe beschäftigt, die sich zum Teil bei H. Wiener, C. Segre, u. a. finden, zum andern Teil jedoch Eigentum des Verfassers sind und bisher kaum Aufnahme in ein Lehrbuch gefunden haben. Hier sei nur der Einführung der imaginären Elemente gedacht. Der Verfasser geht von der Betrachtung aus, daß eine hyperbolische Projektivität P , etwa auf einer Geraden, jedem Punkte a die Reihe von Punkten $a_1 = aP$, $a_2 = aP^2$, ..., $a_n = aP^n$, ... zuordnet, die einen der Doppelpunkte zur Grenze hat. Vier aufeinanderfolgende dieser Punkte bestimmen in dieser Folge P und eines ihrer Doppelpunkte, in der entgegengesetzten Folge P^{-1} und das andere Doppelpunktelement von P . Für eine elliptische Projektivität definieren analog vier solche Elemente durch ihre Reihenfolge das eine oder andere imaginäre Doppelpunktelement. Die imaginären Elemente sind demnach auf eine auch für reelle Elemente gültig bleibende Art definiert. Es gibt nun eine einzige Involution I , die P in sich selbst transformiert; sucht man zu einem

¹⁾ Vgl. Monatsh. Math. Phys. 16 (1905), p. 13.