

vielleicht zu empfehlen sein würde, eingedenk des alten Sprichwortes: *festina lente!*<sup>1)</sup>

## Vom Zuwachszprozent.

Die Formel, nach der man den Endwert eines zu  $p\%$  ausgeliehenen Kapitals  $K_0$  nach  $n$  Jahren berechnet, lautet  $K_n = K_0 \cdot 1,0p^n$  oder mit Anwendung der binomischen Reihe

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{n}{1} \cdot 0,0p + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \cdot 0,0p^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 0,0p^3 + \dots\right)$$

Nimmt man zur Berechnung nur die zwei ersten Glieder, so hat man die Rechnung nach einfachen Zinsen; beschränkt man sich auf die drei ersten Glieder, so werden nur die Kapital-Zinsen zu abermaliger Ver-

<sup>1)</sup> Vergl. „Zur forstlichen Dienstleistungsfrage in Preußen. Von D. Kaiser, Regierungs- und Forstrat a. D. Seite 564 ff. dieser Zeitschrift 1903: „Die unter Leitung erfahrener Forstleute, bei tatsächlicher Mitwirkung aller zuständigen Beamten ausgearbeiteten Wirtschaftsgrundlagen für die einzelnen Oberförstereien in einem einfachen, aber übersichtlichen Betriebsplane zusammengestellt, müssen als erstes Erfordernis für eine regelrechte Waldwirtschaft erachtet werden. Erst an der Hand solcher Pläne können die Verwaltungsbeamten eine ersprießliche Tätigkeit entfalten, in die ihnen kein Vorgesetzter eingreifen kann, solange sie genau im Geiste der Vorschriften fortarbeiten usw.“

Daß der Oberförster neben der Regierung noch zwei Vorgesetzte hat: den Forstrat und den Oberforstmeister, ist für alle Teile kein glückliches Verhältnis. Neben dem Mangel bindender Betriebspläne hat er hauptsächlich manche Mißlichkeiten hervorgerufen.

Von den Betriebsplänen wurden bisher nur der jährliche Abnutzungssatz und die Auswahl der Wirtschaftsbestände beobachtet, alle anderen Maßregeln, z. B. die anzubauenden Holzarten, die Reihenfolge der zu nutzenden Abteilungen, die Bestimmung der Hiebsszüge, die Angabe der anzuwendenden Kulturarten usw. konnten bzw. sind bisher beliebig von den beiden Oberbeamten der Regierungen abgeändert worden. Ließ hierbei der Oberforstmeister dem Forstrate freie Hand, dann war dessen Stellung eine leidliche, glaubte er aber die Anträge des Forstrats berichtigen zu müssen, so war die Stellung des letzteren die denkbar unangenehmste. Sie wurde von manchen Beamten wohl nur in der Hoffnung ertragen, daß sie bald in die allein gebietende Stellung einrücken würden. Der Wald mußte bei oft wechselnden Ansichten die Probierfläche abgeben und z. B. erleben, daß unter gleichen Verhältnissen hier 30–40 fm pro Hektar, andernorts 100–150 fm pro Hektar Durchforstungsmassen entnommen wurden usw.“

Leider haben diese und die vielen anderen sachlichen und zutreffenden Anregungen des Altmeisters Kaiser, der sich in seiner langjährigen Tätigkeit ein beachtenswertes Urteil über die forstlichen Verhältnisse Preußens bilden konnte, noch nach keiner Richtung hin Beachtung gefunden. Man hat zur Zeit an maßgebender Stelle anscheinend Wichtigeres zu tun! Gar vieles wird einer Änderung unterworfen. Aber leider kann man von vielen dieser Änderungen nicht mit dem Dichter sagen: „Das Alte stürzt, es ändert sich die Zeit, und neues Leben blüht aus den Ruinen!“

zinsung herangezogen. Es ist dies die Rechnung nach sogenannten beschränkten Zinseszinsen, die Gytelwein 1831 zur Berechnung von Bauholzabfindungen vorschlug und Burckhardt in die Forstwissenschaft übernahm. Diese Art Zinsrechnung hat nur noch historischen Wert; dasselbe gilt von der Rechnung nach sogenannten arithmetischen und geometrischen Mittelzinsen; ebenso ist die Diskontierung bzw. Kapitalisierung nach 3% bzw. 5% der Preussischen Waldwertberechnung 1866 nicht mehr üblich. Solcherlei Auswege wurden erdonnen, weil die Forstwirtschaft mit langen Zeitabschnitten zu rechnen hat, für deren Anfang und Ende man einigermaßen annehmbare Kapitalwerte herausrechnen wollte. Man rechnete einmal mit den zwei ersten Gliedern obiger Reihe und verband damit die Rechnung mit allen Gliedern.

Diese letzte Rechnung, also die Benutzung der ganzen Reihe oder die Berechnung der Formel mit Logarithmen, liefert die wahre Zinseszinsrechnung. In Geldsachen wird abgesehen von den Bestimmungen des B. G.-B. heutzutage nur hiernach gerechnet. Jeder Arbeiter mit 50  $\mathcal{M}$  auf der Sparkasse weiß, daß die nicht abgehobenen Zinsen im folgenden Jahre Kapital sind. Andererseits führt die Rechnung nach einfachen Zinsen bei Geld auf widersinnige Resultate. Eine etwa 60 mal wiederkehrende jährliche Rente von 100  $\mathcal{M}$  würde jetzt einen höheren Wert haben, als die ewige Rente, die bei 4% doch nur  $100:0,04 = 2500 \mathcal{M}$  wert ist; ferner würde eine ewige Rente von 5  $\mathcal{M}$  nach der Formel  $K_n = K_0 \cdot (1 + n \cdot 0,04)$  gar nicht ablösbar sein, da ihr Wert unendlich groß wird. Es läßt sich jedoch die Rechnung mit einfachen Zinsen nicht ganz umgehen, da es Fälle geben kann, wo das Wachstum einer Sache eine Zeitlang in gleichem Maße erfolgt.

Zur Berechnung von  $n$  und  $p$  aus der Zinseszinsformel hat man Logarithmentafeln nötig; ihre Anwendung ist umständlich, deshalb rechnet man in der Forstwirtschaft nach der Näherungsformel

$$p = \frac{K_n - K_0}{K_n + K_0} \cdot \frac{200}{n} \text{ od. } = \frac{W - w}{W + w} \cdot \frac{200}{n} \text{ od. } = \frac{M - m}{M + m} \cdot \frac{200}{n}$$

Diese Formel wird jedoch vielfach mißverstanden. Preßler hat sie, wie er in seiner Forstzukunftskunde 1868 sagt, zuerst in der 2. Aufl. des Meßknechts 1851 empfohlen; sie wird auch nach ihm benannt. In der Schrift: Neue forstwirtschaftliche Tafeln 1857 S. 202 gibt er die Herleitung der Formel so: Um jenen (den mittleren Zuwachs  $\frac{M - m}{n}$ ) im

Prozentsatz von dem mittleren Massenvorrat  $\frac{M + m}{2}$  auszudrücken, kann

man nach der Regel detri oder gleich von vornherein nach der Formel  $\frac{M-m}{M+m} \cdot \frac{200}{n}$  rechnen.

In demselben Sinne scheinen die Formel aufzufassen Runze: Lehrbuch der Holzmesskunst, von Guttenberg in Lorey's Handbuch, Stöger: Waldwertrechnung 1903, Udo Müller, Weise (Leitfaden 1904 S. 92) und andere. Schubert, Eberswalde, kommt mit Hilfe der Integralrechnung auf dieselbe Formel. Bei Borggreve: Forstabschätzung 1888 ist ein Zweifel ausgeschlossen, wie er die Formel auffaßt. Er betrachtet die organische Arbeit in geschlossenen Beständen, jüngeren wie älteren, abgesehen von Störungen und den im Laufe der Jahre sich ausgleichenden Witterungseinflüssen, als eine jahraus jahrein gleiche. Demnach muß nach ihm auch der Volumzuwachs nach einfachen Zinsen erfolgen und daher heißt es auf Seite 37: „Preßler will von vornherein . . . das Volumzuwachsprozent . . . auf den arithmetischen (richtiger wäre immerhin der geometrische. Borggreve) Mittelwert  $\frac{M+m}{2}$  bezogen wissen. Er

hält nämlich — fälschlich — die Zinseszinsrechnung prinzipaliter für Operationen mit dem Volumzuwachsprozent korrekt, vermeidet dieselbe nur im Interesse der Bequemlichkeit der Rechnung usw.“ Es ist nicht meine Sache, auf die Wichtigkeit der rechtzeitigen Durchforschungen hinzuweisen und zu fragen, woher Borggreve seinen Lichtungszuwachs nimmt, es kommt mir nur darauf an, zu zeigen, daß obige Rechnung nichts anderes als eine Zinseszinsrechnung ist.

Die Preßler'sche Formel ergibt sich aus  $M = m \cdot 1,0p^n$  durch Entwicklung der Logarithmen in Reihen; es ist

$$n = \frac{\log\left(\frac{M}{m}\right)}{\log\left(1 + \frac{p}{100}\right)} = \frac{2 \cdot \left\{ \frac{M-m}{M+m} + \frac{1}{3} \left( \frac{M-m}{M+m} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{M-m}{M+m} \right)^5 + \dots \right\}}{\frac{p}{100} - \frac{1}{2} \left( \frac{p}{100} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{p}{100} \right)^3 - \dots}$$

oder mit Vernachlässigung der zweiten und folgenden Glieder

$$n = \frac{M-m}{M+m} \cdot \frac{200}{p}, \text{ also } p = \frac{M-m}{M+m} \cdot \frac{200}{n}$$

Hier sehen wir die Herkunft der Formel deutlich vor uns, und es ist auffallend, daß Preßler in seinen vielen Messnächten, Taschenbüchern und Tafeln und die Schriftsteller nach ihm die vorstehende Herleitung nicht erwähnt haben. Zugleich erkennen wir, weshalb das Ergebnis für p immer kleiner ausfallen muß, als das mit Logarithmen ermittelte. Die zweiten und folgenden Glieder darf man nur fortlassen, wenn die Zahlen danach angetan sind, wie es bei der barometrischen Messung bis

zu Höhenunterschieden von 1000 m der Fall ist. Bei der Berechnung von Volumen- und Wertzuwachsprozenten in der Forstwissenschaft sind jedoch die Differenzen  $M - m$  zu groß. Die forstlichen Schriftsteller erklären meist, daß das nach dieser Formel berechnete  $p$  kleiner ist als das nach einfachen Zinsen gefundenen, sie vergessen aber, daß es noch kleiner ist, als das logarithmisch berechnete Zinseszinsprozent.

Die drei gebräuchlichen Zuwachsformeln lauten

$$p_1 = \frac{M - m}{m} \cdot \frac{100}{n}; \quad p_2 = \frac{M - m}{M + m} \cdot \frac{200}{n}; \quad p_3 = \frac{M - m}{M} \cdot \frac{100}{n}$$

Es ist ohne weiteres ersichtlich, daß  $p_2$  kleiner als  $p_1$  und größer als  $p_3$  ist. So wichtig es ist, den Zuwachs in der nächsten Periode zu kennen, so lassen sich darüber doch nur Vermutungen aufstellen; das Zukunftsprozent  $p_3$  schwebt in der Luft, da  $m$  mit der Folgezeit nichts zu tun hat. Auch über die Richtigkeit von  $p_1$  kann man streiten. Wer sagt uns, daß die Bäume nach einfachen Zinsen wachsen? Könnte man dies ex actis d. h. durch Messungen nachweisen, so wäre die Rechnung nach  $p_1$  die allein richtige. Läßt dagegen jemand die Bäume nach Zinseszins wachsen, wozu er auch Recht hat, so ist das obige  $p_1$  zu groß. Es bleibt demnach nur  $p_2$  übrig, welches aus der Zinseszinsformel hergeleitet, aber durch Vernachlässigung der höheren Potenzen in obiger Reihe zu klein ist und sich dem Zukunftsprozent nähert.

Könnte man sich entschließen, nur nach  $p_2$  zu rechnen, so würde die Lehre der Zuwachsrechnung vereinfacht werden.

Münden.

Dr. Baule.

## II. Mitteilungen.

### Bericht über die VI. Hauptversammlung des deutschen Forstvereins zu Darmstadt 1905.

Vom kgl. Forstamtsassessor Kraußold in Krausenbach.

In den Tagen vom 5.—7. Sept. 1905 fand zu Darmstadt die 6. Hauptversammlung des deutschen Forstvereins im städtischen Saalbau statt.

Aus nah und fern war eine stattliche Anzahl von Festgästen (die offizielle Liste weist 454 Teilnehmer auf) herbeigeeilt.

Am Nachmittag des 4. September trafen sich die schon eingetroffenen Festteilnehmer zu einem Gange durch die zu gleicher Zeit in Darmstadt stattfindende Gartenbauausstellung. Der Abend vereinigte die Gäste im