

La equazione (14) poi in particolare comprende visibilmente il notissimo teorema del prof. Clausius sul viriale, applicato naturalmente ai sistemi, cui quella formola si riferisce ¹⁾.

Livorno, 1° Giugno 1889.



AZIONE DI UNA VIBRAZIONE ELETTRICA RETTILINEA SU UN CIRCUITO AD ESSA VICINO. — FENOMENI D'INDUZIONE PROVOCATI NEI COIBENTI DAI PROCESSI ELETTRICI. — SULLA VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DELLE AZIONI ELETTRODINAMICHE. — SULLE ONDE ELETTRODINAMICHE NELL'ARIA E SULLA LORO RIFLESSIONE. — LE FORZE CHE SI PRESENTANO NELLE VIBRAZIONI ELETTRICHE, TRATTATE SECONDO LA TEORIA DI MAXWELL; H. HERTZ ²⁾.

In un primo studio sulle vibrazioni elettriche molto rapide, (*N. Cim.* XXIV, 183), l'A. trovò che eccitando in un conduttore rettilineo aperto le vibrazioni elettriche che gli son proprie, queste vibrazioni esercitano un'induzione assai forte in un circuito quasi chiuso che sia ad esse avvicinato, purchè la durata di vibrazione di questo circuito sia uguale a quella del circuito eccitatore. Lo studio di quelle oscillazioni e dei fenomeni che esse provocano nei conduttori o nei coibenti vicini, è stato proseguito dall'A. in una serie di ricerche cui si riferiscono le Memorie sopra citate, e che saranno qui riassunte per ordine di pubblicazione.

Il conduttore primario o eccitatore è formato con un filo di rame di 5 mm. di diametro, alle cui estremità son fissate due sfere, di lamiera di zinco, del diametro di 30 cm.; la distanza fra i centri delle due sfere è di 1 m. Il filo è interrotto a metà, ove, con un rocchetto di Ruhmkorff si producono delle scintille di $\frac{3}{4}$ di cm. di lunghezza fra due palline di 3 cm. di diametro. Il rocchetto è lungo 50 cm. ha 20 cm. di diametro, è eccitato da 6 grandi bunsen, ed è munito d'interruttore a mercurio. Quando

1) *Poggend. Annal.* 1870, n.° 9.

2) *Wied. Ann.* XXXIV, pag. 155-170. — *Id.* pag. 273-286, — *Id.* pag. 551-570. — *Id.* pag. 609-620. — *Id.* XXXVI, pag. 1-22.

le due sfere dell'eccitatore son portate a potenziali diversi e poi son lasciate a sè, una forte scintilla scocca fra le due palline, e attraverso l'arco formato dalla scintilla, e che ha poca resistenza, il conduttore rettilineo si scarica indipendentemente dal rocchetto. Si hanno così nel circuito rettilineo delle oscillazioni che si estinguono prima che si produca una nuova oscillazione nel rocchetto, e che si riproducono nello stesso modo ad ogni oscillazione che si compie nel circuito del rocchetto.

Il circuito secondario è formato con filo grosso 2 mm. ed è piegato in modo da farne un circuito circolare quasi chiuso, del raggio di 35 cm. non lasciando fra le due estremità che un intervallo di una frazione di millimetro. Le due estremità son munite di un piccolo spinterometro, col quale si può variare e misurare la distanza esplosiva. Fu scelta la forma circolare perchè fu riconosciuto che la lunghezza delle scintille secondarie dipende dalla posizione che ha, rispetto al circuito primario, il punto del circuito secondario nel quale si producono; e colla forma circolare si può nel modo più comodo portare il punto, ove si voglion produrre le scintille, nella posizione che più ci piace: basta, per questo, fissare il cerchio in modo che sia girevole attorno a un asse che passa pel suo centro e che è normale al suo piano.

Le dimensioni indicate son tali, che il circuito secondario si trova in assai buona risuonanza col primario: la risuonanza perfetta si raggiunge con delle lamine metalliche di grandezza opportuna, applicate ai poli, per cambiarne così la capacità in modo che la lunghezza della scintilla raggiunga il valor massimo. Per la somiglianza che si ha coi fenomeni acustici, e per brevità di linguaggio, questo circuito secondario sarà d'ora innanzi indicato col nome di risonatore.

Le azioni prodotte dalle oscillazioni dell'eccitatore son di due specie: elettrostatiche ed elettromagnetiche. L'Hertz ammette che esse in ogni punto, senza cambiar direzione, crescano o diminuiscano quali funzioni periodiche semplici del tempo, e che tali oscillazioni abbiano in ogni punto fasi uguali. Se un punto qualunque del risonatore si determina per mezzo della sua distanza s dal punto ove han luogo le scintille, e se si chiama Σ la componente della forza elettrica che ad ogni istante agisce nel punto s nella direzione dell'elemento ds del circuito, con lo

sviluppo in serie di funzioni sferiche, e tralasciando i termini di ordine superiore, si potrà porre

$$\Sigma = A + B \cos 2\pi s/S + \dots + B' \sin 2\pi s/S + \dots$$

La forza A agisce nello stesso senso e colla stessa intensità in tutti i punti del circuito del risuonatore; ma le azioni elettrostatiche non contribuiscono per nulla nel valore di A , perchè integrate a tutto il cerchio, il loro integrale è nullo; la A rappresenta l'integrale dell'induzione, e se il campo magnetico in cui si trova il risuonatore è uniforme, A è proporzionale alla componente della forza magnetica che è normale al piano del risuonatore. Dunque A si annullerà se la direzione della forza magnetica sarà nel piano del risuonatore. Alla forza A corrisponde una vibrazione, la cui intensità è indipendente dalla posizione che la scintilla ha sul cerchio: la lunghezza della scintilla corrispondente a questa vibrazione si indicherà con α .

La forza $B' \sin 2\pi s/S$, essendo del tutto simmetrica dalle due parti della scintilla nel risuonatore, non può produrre nessun effetto. Invece, se dividiamo il risuonatore in 4 archi uguali a partire dalla scintilla, la forza $B \cos 2\pi s/S$ agirà diversamente nelle parti vicine che nelle parti opposte alla scintilla, e per effetto di essa nel risuonatore si desterà l'oscillazione fondamentale, che avrà lo stesso senso che avrebbe se la stessa forza agisse solamente nelle due parti opposte alla scintilla.

Se si chiama E la forza totale che agisce nel campo, supposto uniforme, in cui si trova il risuonatore, ω l'angolo che la sua direzione fa col piano del cerchio, e ϑ l'angolo che la proiezione di tal forza su quel piano fa con la retta che dal centro del cerchio va alla scintilla, si avrà approssimativamente

$$\Sigma = E \cos \omega \sin (2\pi s/S - \vartheta)$$

e quindi

$$B = - E \cos \omega \sin \vartheta,$$

e B dipenderà così immediatamente dalla forza totale, elettrostatica ed elettrodinamica; la lunghezza delle scintille potrà rappresentarsi poi con $\beta \sin \vartheta$. È facile vedere in quali casi B sarà nulla o avrà il suo massimo valore; e le esperienze eseguite dal-

l'Hertz hanno mostrato che le deduzioni che si posson trarre da queste formule sono pienamente giustificate.

Infatti, quando il piano del risuonatore è verticale e il suo centro è nel piano orizzontale che passa per l'eccitatore, non si hanno nel risuonatore scintille quando l'interruzione (che indicheremo con m) è, o da una parte o dall'altra, nel piano orizzontale ora detto. Per ogni altra posizione di m si hanno scintille più o meno lunghe, e sono massime (di 2 a 3 mm.) nel punto più alto e nel più basso del cerchio. Se il punto m è il più alto del cerchio e il risuonatore si fa ruotare attorno la verticale che passa pel suo centro, la scintilla divien massima due volte e due volte si annulla, o quasi, in un'intera rivoluzione. Le due posizioni nelle quali la scintilla è massima son quelle per le quali la direzione della forza elettrica è nel piano del risuonatore ($\omega = 0$); le altre due son quelle per cui la forza stessa è normale al piano del risuonatore ($\omega = 90^\circ$); quindi si ha così il modo di stabilire la direzione della forza in un punto qualunque del campo attorno al circuito primario. L'Hertz ha trovato che la distribuzione della forza totale in vicinanza delle oscillazioni rettilinee è molto simile a quella della forza elettrostatica che emana dalle estremità dell'eccitatore: quindi la forza elettrostatica prevale su di quella d'induzione; ma l'influenza dell'induzione si manifesta con uno spostamento delle linee di forza, le quali sembrano respinte dall'asse dell'oscillazione.

Se il piano del risuonatore è orizzontale, e il suo centro è sul prolungamento dell'eccitatore, non si ha scintilla se m è sul prolungamento stesso; mentre si ha assai viva se m è sulla normale all'eccitatore. Muovendo il cerchio risuonatore attorno all'eccitatore, ma tenendolo sempre nel medesimo piano orizzontale, i due punti nei quali si hanno le scintille si spostano sul cerchio, restando sempre alle due estremità di un diametro; ma i due punti ove la scintilla si annulla si avvicinano sempre più a uno di quelli ove la scintilla è massima; e ciò corrisponde alle formule sopra riportate, secondo le quali ora la lunghezza della scintilla deve essere $\alpha + \beta \sin \vartheta$. Se il centro del cerchio si avvicina al punto di mezzo dell'eccitatore, l'espressione $\alpha + \beta \sin \vartheta$ non si annulla più per nessun valore di ϑ , ma varia fra $\alpha + \beta$

e $\alpha - \beta$; e anche l'esperienza mostra che non si hanno più punti di zero, ma bensì se ne hanno di massimo o di minimo della scintilla.

L'Hertz ha ricercato anche come varia la forza colla distanza dall'eccitatore, e ha trovato che a distanze che sorpassano 3 m. la forza è in generale parallela alle oscillazioni primarie. A quelle distanze è attiva soltanto l'azione elettrodinamica, perchè quella elettrostatica è già divenuta insensibile, e infatti tutte le teorie portano a concludere che l'intensità dell'induzione varia in ragione inversa delle distanze, mentre l'azione elettrostatica (quale differenza delle azioni dei due poli) varia in ragione inversa del cubo delle distanze.

Un risultato notevole delle esperienze eseguite nel modo anzi detto è questo; che vi sono delle regioni, attorno all'eccitatore, nelle quali, non è possibile determinare la direzione della forza elettrica. L'Hertz spiega questo fatto ammettendo che la forza elettrostatica e quella d'induzione (che in quelle regioni hanno intensità uguali e direzioni ortogonali fra loro) si propaghino con velocità diversa, e che abbiano raggiunto in quelle regioni una notevole differenza di fase: in tal caso infatti la direzione della loro risultante, la cui intensità non si annullerà mai, descriverà un'intera circonferenza ad ogni vibrazione. Ammettendo questa diversa velocità di propagazione, si viene ad ammettere implicitamente che le azioni elettriche a distanza si trasmettano con velocità finita.

— Con un apparecchio simile al precedente l'Hertz ha poi mostrato che i processi elettrici provocano negli isolanti non solo azioni elettrostatiche, ma anche elettrodinamiche. Per questo si è servito di un eccitatore formato da due lastre quadrate di ottone, di 40 cm. di lato, riunite da un filo di rame lungo 70 cm. e dello spessore di $\frac{1}{2}$ cm. Nel mezzo di questo filo si trova l'interruzione solita, di $\frac{3}{4}$ di cm. ove si producono le scintille primarie, per mezzo del solito rocchetto di induzione. Le oscillazioni che si producono in quest'eccitatore hanno una durata di circa 2 centomilionesimi di secondo. Il circuito secondario che fa da risuonatore è il solito cerchio di 35 cm. di raggio. Se il filo e le lastre del circuito primario si dispongono in un piano oriz-

zontale P e il circuito secondario si dispone in un piano verticale in modo che il centro del cerchio sia sulla retta che è normale alla direzione del filo dell'eccitatore e che, essendo situata nel piano P delle due lastre, passa pel punto di mezzo dell'eccitatore, nel circuito secondario non si ha scintilla quando l'interruzione è nel piano P. Ma se all'eccitatore si avvicina un conduttore qualunque, la scintilla si presenta più o meno viva nel risuonatore, e il punto in cui la scintilla si annulla si sposta. Per ottenere un grande spostamento nella scintilla è bene che i conduttori abbiano la forma di lastre, e si avvicinino alle lastre dell'eccitatore. Ora lo stesso spostamento si avverte avvicinando all'eccitatore degli isolanti, purchè sieno di dimensioni sufficientemente grandi. L'Hertz ha trovato che lo spostamento del punto in cui si ha la scintilla nel risonatore varia da 5 a 20° avvicinando dei grossi blocchi prismatici ($140 \times 60 \times 40$ cm.) di solfo, carta, asfalto, pece, legno, pietra arenaria, paraffina, e anche una cassa piena di petrolio; quindi conclude che anche negli isolanti si hanno azioni elettriche del tutto simili a quelle che si presentano nei conduttori; perchè è impossibile attribuire sempre quei fenomeni a impurità, o a particelle conduttrici, contenute negli isolanti adoprati, perchè almeno la paraffina e il petrolio possan ritenersi isolanti puri.

Non si può nemmeno supporre che l'azione degli isolanti sia puramente elettrostatica, e che consista in uno spostamento delle linee di forza del campo; perchè queste penetrano nell'isolante stesso, il quale, essendo situato in modo che due sue faccie contigue sieno due piani che coincidono con due dei piani delle linee di forza dell'eccitatore, non può disturbare la distribuzione nello spazio che esso non occupa.

L'apparecchio descritto funziona come una bilancia d'induzione, col vantaggio che su questo agiscono anche i coibenti.

— Dopo aver mostrato come si producono e come posson mettersi in evidenza le oscillazioni elettriche rapidissime, l'Hertz ha immaginato una disposizione sperimentale che permette di riconoscere che le azioni che emanano dall'eccitatore, in cui quelle oscillazioni si producono, si propagano per onde che son capaci d'interferire come le onde luminose.

L'eccitatore a lastre, dianzi descritto, ha il suo asse orizzontale e le lastre stanno in un piano verticale. Dietro ad una delle due lastre è situata una lastra uguale B di rame, riunita a un filo pure di rame che è teso prima parallelamente all'eccitatore fino a venire in corrispondenza del punto di mezzo n di questo, poi mediante un arco di 1 m. di lunghezza è condotto a circa 30 cm. al di sopra di n , e di qui è condotto parallelamente all'asse dell'eccitatore fino alla distanza che più conviene; cioè se si vuole che le onde riflesse non abbiano influenza, bisogna farlo comunicare al suolo in un punto molto lontano dall'eccitatore (nelle esperienze di Hertz il filo attraversava la finestra della sala, e comunicava col suolo a 60 m. di distanza); oppure si può tener corto e isolato.

Sia il filo corto e isolato. Le onde che si eccitano nella lastra B si trasmettono pel filo, e, riflettendosi alla sua estremità, producesi un sistema di onde stazionarie: il filo resta quindi diviso in concamerazioni fisse dai nodi di vibrazione, e due concamerazioni consecutive sono ad ogni istante in oscillazioni opposte. Per determinare la posizione dei nodi nel filo, si pone il risonatore, formato dal solito cerchio, nel piano di simmetria dell'eccitatore, coll'interruzione rivolta verso il filo isolato; così è sottratto all'azione diretta dell'eccitatore, ed è sottoposto soltanto all'azione elettromagnetica delle correnti del filo. Queste azioni son nulle all'estremità del filo e a distanze successive di m. 2,8 a partire da tale estremità: quei punti, così determinati, ove l'azione del filo si annulla, corrispondono dunque ai nodi di vibrazione.

Se il risonatore si avvicina al filo isolato, col centro sull'asse dell'eccitatore, in modo che il piano del cerchio sia normale al filo, e l'interruzione ove si produce la scintilla sia intermedia fra il filo e una retta ad esso parallela che si può immaginare condotta al di sotto dell'asse dell'eccitatore, allora questo è soggetto alle forze che son normali al filo, e le scintille si hanno nei nodi, e spariscono nei centri di oscillazione. Se con un conduttore isolato si traggon dal filo delle scintille, queste son più vibrato nei nodi che nei ventri; ma la differenza è piccola, e si avverte soltanto se già si conosce ove sono i nodi e i ventri.

Tagliando il filo in un nodo, i fenomeni restano inalterati

nella parte rimanente; e nella parte separata, se è lasciata in posto, continuano a propagarsi al solito le onde, ma molto meno intensamente.

La mezza lunghezza d'onda essendo stata trovata di m. 2,8 nel filo, e la durata di oscillazione potendo ritenersi di $1,4 \cdot 10^{-8}$ secondi, la velocità di propagazione delle oscillazioni nel filo è 200,000 Km/sec.

Sia ora il filo in comunicazione col suolo in un punto molto lontano. Se il piano del risuonatore è nel piano verticale che passa pel filo, e l'interruzione è in alto, l'azione dell'eccitatore è nulla, e le scintille son provocate soltanto dal filo; se il piano del risuonatore è normale al filo, è nulla l'azione del filo stesso, ed è efficace soltanto l'eccitatore. Se si varia opportunamente la distanza dall'eccitatore alla lastra B unita al filo, le scintille ottenute nei due casi si posson rendere uguali. Per ogni posizione intermedia del risuonatore l'effetto sarà diverso, agendo le due cause simultaneamente, e dipenderà anche dall'inclinazione che avrà sull'asse dell'eccitatore la normale al piano del risuonatore; perchè mentre l'azione dell'eccitatore, che è essenzialmente elettrostatica, non cambia con quell'inclinazione, l'azione del filo, che è elettromagnetica, cambia di segno a seconda della faccia per la quale il flusso di forza attraversa il circuito secondario. Quindi se le azioni si sommano per una posizione della normale, si sottraggono per l'altra posizione simmetrica. L'esperienza mostra che la scintilla riprende la stessa intensità in punti che distano fra loro di 7^m,5; ma se in uno di questi punti la scintilla è massima quando la normale del risuonatore è rivolta verso un'estremità, nel punto consecutivo è massima invece quando quella normale è rivolta verso l'altra estremità dell'eccitatore.

Ora si è veduto che nel filo la mezza lunghezza d'onda è di m. 2,8; e poichè la distanza fra i punti ove le scintille riprendon la stessa intensità è di 7^m,5, si vede che mentre le azioni elettrodinamiche hanno percorso nell'aria una lunghezza di 7^m,5, nel filo hanno percorso soltanto $7,5 - 2,8 = 4^m,7$; dunque il rapporto fra le due velocità di propagazione nell'aria e nel filo è di 75:47, e la mezza lunghezza d'onda delle azioni elettrodinamiche nell'aria è $2,8 \times 75 / 47 = 4^m,5$. Poichè questo spazio è

percorso in $1,4 \times 10^{-8}$ sec., la velocità di propagazione di quelle onde nell'aria è di 320000 Km/sec.

Queste esperienze confermano l'ipotesi di Faraday che la forza elettrica consista in una polarizzazione dello spazio, esistente di per sè, perchè nelle esperienze descritte l'effetto di tal forza sussiste nello spazio anche dopo che la sua causa è cessata. Le forze elettriche non son dunque parti o attributi delle loro cause, ma corrispondono a modificazioni dello spazio nel quale si trasmettono.

L'ipotesi finalmente che le onde trasversali luminose sieno onde elettrodinamiche, acquista valore dal fatto che realmente esistono, nello spazio, delle onde trasversali elettrodinamiche, e che queste si propagano con velocità uguale a quella della luce.

Questi risultati sono poi certamente importanti per lo studio di molti problemi relativi ai circuiti aperti.

— L'interferenza delle onde elettriche provocate nell'aria dalle oscillazioni dell'eccitatore, è stata messa in evidenza dall'Hertz con un'esperienza assai più semplice delle precedenti.

Le lastre e l'asse dell'eccitatore si dispongono verticalmente ad un'estremità della sala, e la parete opposta (che nelle esperienze dell'Hertz era distante 10 m.) è ricoperta di lamiera di zinco in comunicazione col suolo. In queste condizioni le onde provocate dall'eccitatore si riflettono sulla parete metallica, e interferiscono con le onde dirette, producendo delle onde stazionarie separate da nodi fissi. Bisogna però avvertire che, le azioni elettriche essendo elettrostatiche ed elettromagnetiche, si devono avere due sistemi d'onde stazionarie ben distinte fra loro. Le onde elettrostatiche devon riflettersi cioè sulla parete metallica senza cambiamento d'intensità e con cambiamento di segno, perchè la forza elettrica è nulla nell'interno dei conduttori; quindi il primo nodo delle onde elettrostatiche deve esser sulla parete riflettente. Invece le onde elettromagnetiche devono riflettersi senza cangiamento di segno, perchè l'azione elettromagnetica si esercita nell'interno dei conduttori; la superficie riflettente deve perciò corrispondere a un ventre. Se la velocità di propagazione delle due onde è la stessa, i nodi di un sistema devon dunque corrispondere ai ventri dell'altro.

L'esperienza mostra infatti che ciò ha luogo: soltanto si trova che il primo nodo delle onde elettrostatiche e il primo ventre di quelle elettromagnetiche sono un po' al di dietro della parete metallica. La ricerca dei nodi e dei ventri di ciascun sistema è facile a farsi col solito risonatore, rammentando che colla posizione che si dà al suo piano e al punto ove si formano le scintille, si può riconoscere se le scintille son dovute alle azioni elettrostatiche o a quelle elettromagnetiche. L'Hertz ha trovato che due nodi della stessa specie son separati da una distanza di 4^m,5, precisamente come aveva trovato coll'altro metodo dell'interferenza delle onde prodotte in un filo con quelle che si propagavano liberamente nell'aria.

Cambiando le dimensioni dell'eccitatore e del risonatore, l'Hertz ha poi riconosciuto che i fenomeni anzi detti non son determinati dalle pareti della sala ove si fanno le esperienze, ma bensì dalle dimensioni dell'eccitatore.

La riflessione delle onde fu osservata anche in vicinanza di una colonna di ferro che si trovava nella sala delle esperienze, e fu costatato che tale colonna produceva anche un'ombra elettrica ben definita.

Situando l'eccitatore vicino alla parete metallica, e il risonatore non più fra la parete e l'eccitatore, ma al di quà dell'eccitatore, l'Hertz ha potuto studiare le onde progressive che risultano dalla sovrapposizione di quelle dirette con quelle riflesse, ed ha riconosciuto che il fenomeno che così si presenta è del tutto simile a quello che si ha con un diapason avvicinato ad una parete solida, o a quello che si ha usando gli specchi di Fresnel nel modo indicato da Lloyd; tutto porta dunque a concludere che anche le azioni elettriche si propagano per onde come la luce.

Perchè le esperienze sopra descritte possano riuscire, bisogna premunirsi contro l'azione che la luce violetta, o altre scintille elettriche, esercitano sulle scintille studiate. Per queste azioni si posson consultare i lavori di Hertz (che scoprì il fenomeno) e quelli di Wiedemann e Ebert già riassunti in questo Giornale (XXIII, pag. 79) nonchè quelli del prof. Righi (XXIV, pag. 256); ma bisogna anche osservare che la luce violetta che emana da una scintilla, mentre favorisce la produzione della scintilla fra

le sfere dell'eccitatore su cui cada, impedisce invece la produzione delle oscillazioni elettriche che son proprie all'eccitatore.

— Nei lavori precedenti l'Hertz spiegò i fenomeni studiati col risonatore elettrico, supponendo che fossero dovuti alla combinazione delle azioni elettrostatiche con quelle elettrodinamiche. Ma anche la teoria di Maxwell spiega in generale i fenomeni osservati, com'è mostrato dall'Hertz nell'ultima delle Memorie su citate.

L'Hertz parte dalle equazioni date dal Maxwell per la propagazione delle forze elettriche:

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} A \frac{dL}{dt} = \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} \\ A \frac{dM}{dt} = \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx} \\ A \frac{dN}{dt} = \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy} \end{array} \right. \quad (2) \quad \left\{ \begin{array}{l} A \frac{dX}{dt} = \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} \\ A \frac{dY}{dt} = \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz} \\ A \frac{dZ}{dt} = \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx} \end{array} \right.$$

$$(3) \quad \frac{dL}{dx} + \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz} = 0 \quad \frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} = 0$$

nelle quali A è la reciproca della velocità della luce, X, Y, Z son le componenti secondo gli assi coordinati della forza elettrica, L, M, N quelle della forza magnetica, e t è il tempo ¹⁾.

Queste formule furono stabilite attribuendo all'etere le proprietà di un mezzo che potesse polarizzarsi dielettricamente in alto grado; ma si possono considerare anche indipendentemente dal modo con cui furono stabilite, e ritenerle quali formule ipotetiche, da verificarsi coll'esperienza.

Nel caso particolare che la distribuzione delle forze sia simmetrica attorno all'asse delle z in modo che in ogni punto la forza sia nel piano meridiano che passa per esso e per l'asse z , e dipenda soltanto dalla coordinata z del punto e dalla sua distanza $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ dall'asse z , si può anche trovare una soluzione delle precedenti equazioni. Infatti l'Hertz dimostra che se s'indica con R la componente della forza elettrica nella direzione ρ ,

1) Sulle formule del Maxwell vedasi anche Hertz, *Wied. Ann.* 23, 1884; *N. Cim.* 17, pag. 151.

cioè $Xx/\rho + Yy/\rho$, e con P la componente della forza magnetica che è normale al piano meridiano, cioè $Ly/\rho - Mx/\rho$, e se Π è una funzione di ρ, z, t che sodisfi all'equazione

$$(4) \quad A^2 \frac{d^2 \Pi}{dt^2} = \Delta \Pi,$$

e se si pone

$$Q = \rho \frac{d\Pi}{d\rho},$$

una soluzione possibile delle (1) e (2) è rappresentata dal sistema

$$\begin{aligned} \rho Z &= dQ/d\rho & \rho P &= A dQ/dt \\ \rho R &= -dQ/dz & N &= 0. \end{aligned}$$

Le linee secondo le quali le superficie di rotazione $Q = \text{costante}$ tagliano i meridiani sono le linee di forza elettrica, e la loro costruzione fornisce un'idea della distribuzione delle forze ad ogni istante.

Se oltre le coordinate ρ e z s'introducono le altre r e θ definite da $\rho = r \sin \theta$, $z = r \cos \theta$, in cui r indica la distanza contata dall'origine delle coordinate, e se con E s'indica una quantità di elettricità, con l una lunghezza, con $m = \pi/\lambda$ la reciproca di una lunghezza e con $n = \pi/T$ la reciproca di un tempo, si può porre

$$\Pi = El \frac{\sin (mr - nt)}{r},$$

perchè quando si ponga $m/n = T/\lambda = A$, questa espressione di Π sodisfa all'equazione (4) fuori che nell'origine delle coordinate, la quale si trova corrispondere a un doppio punto elettrico. Questa distribuzione rappresenta perciò un'oscillazione elettrica rettilinea, che ha la lunghezza piccolissima l , e ai cui poli si rendono libere le quantità di elettricità $+E$ e $-E$. La forza magnetica normale alla direzione della vibrazione, e nell'immediata vicinanza di essa, è

$$P = -AE \ln \cos nt \sin \theta / r^2.$$

Per ogni altro punto, dal valore di Π si ottiene:

$$Q = Elm \left[\cos (mr - nt) - \frac{\sin (mr - nt)}{mr} \right] \sin^2 \theta,$$

e da qui si posson dedurre con la derivazione le forze Z, R, P .

L'Hertz indica quali sono queste forze per alcuni casi particolari dei più semplici, perchè per il caso generale le formule son troppo complicate, e non si prestano alle verificazioni sperimentali.

Per es. a grandi distanze si posson trascurare le più alte potenze di $1/r$, e si ha:

$$Q = E \ln i \cos (mr - nt) \sin^2 \theta ,$$

e per avere un'idea della distribuzione delle forze l'Hertz ha costruito dei diagrammi che danno le curve $Q = \text{costante}$ per diversi valori di t che differiscono di $\frac{1}{4} T$. Questo sistema di curve concorda con quello che è stato trovato sperimentalmente, cioè che in prossimità della vibrazione le linee di forza hanno il carattere della distribuzione elettrostatica, che la forza si propaga principalmente nel piano equatoriale, e che decresce dapprima rapidamente, poi più lentamente, senza annullarsi mai a distanze medie; soltanto la teoria non concorda coll'esperienza circa la direzione della forza a grandi distanze, perchè secondo la teoria dovrebbe esser sempre normale alla retta che va dal punto all'origine, mentre coll'esperienza si trova parallela alle oscillazioni. Ma l'Hertz attribuisce il disaccordo a perturbazioni prodotte dalle pareti della sala, perchè orientando l'eccitatore in modi diversi, questo disaccordo accenna a sparire.

Quanto ai fenomeni d'interferenza i risultati teorici concordano con quelli sperimentali; invece per la propagazione delle onde nei fili metallici, la velocità di propagazione teorica, che dovrebbe esser quella della luce, non coincide con quella trovata sperimentalmente. Ciò è tanto più notevole, perchè la velocità trovata sperimentalmente sembra che non dipenda dalla natura del filo, essendo stata trovata la stessa per metalli diversi, con fili di sezione diversa tanto per grandezza che per forma, e anche per colonne liquide. Se il filo è avvolto a spirale, la velocità di propagazione cambia assai: per es. con 40 m. di filo avvolto su un cilindro di 1 cm. di diametro e di 1^m,6 di lunghezza, i nodi di vibrazione son distanti 31 cm. mentre nel filo rettilineo distano di m. 2,8. Le cause di tali diversità non sono ben conosciute, e l'Hertz crede che debbano ricercarsi nelle condizioni

ai limiti che nella teoria di Maxwell si pongono per le vibrazioni rapidissime, e che forse non sono applicabili ai conduttori perfetti.



SULLA CALORICITÀ SPECIFICA DELLE SOLUZIONI ACQUOSE
DELL' ACIDO SOLFORICO; NOTA DEL DOTT. PROF. CARLO CATTANEO.

Ho intrapreso a studiare l'argomento della caloricità specifica delle soluzioni acquose dell'acido solforico, in rapporti ponderabili corrispondenti ai pesi molecolari, in vista specialmente delle relazioni che per avventura si potrebbero rintracciare fra le loro diverse proprietà fisiche, quali per esempio la densità, la resistenza elettrica, l'indice di rifrazione ec. ec. L'argomento è già stato studiato, nel caso di alcuni rapporti ponderabili, dal Marignac (*Arch. sc. phys. nouv.* p. 39 pag. 217, 1870), dal Thomsen (*Pogg. Ann.* 142 p. 337, 1871) ¹⁾ ed ultimamente dal Mathias (non sperimentalmente ma dal solo punto di vista teorico) (*C. R.* 107, pag. 524, 1888). Secondo Marignac il calore specifico dell'acido solforico (fra 16° e 20°) sarebbe 0,3315 e della soluzione [H₂SO₄ + 5H₂O] 0,5764. Secondo Thomsen risultò, alla temperatura di 18°, 0,545 per la soluzione [SO₃ + 5H₂O], 0,956 per [SO₃ + 100 H₂O], 0,977 per [SO₃ + 200 H₂O]. Secondo il Mathias infine considerando il caso di soluzioni saline qualunque per le quali il numero *n* degli equivalenti del solvente, per un equivalente del corpo disciolto, è superiore od uguale a 25, il calor specifico γ_n di dette soluzioni è rappresentato esattamente dalla formula:

$$\gamma_n = \frac{a + n}{b + n} \cdot c$$

ove *c* è il calor specifico del solvente ed *a* e *b* sono due costanti; le costanti e la verificaione della formula furono ottenute in base alle esperienze di Marignac e Thomsen. Per SO³,HO + *n*HO il Mathias dà:

$$\gamma_n = \frac{2,5 + n}{7,3 + n}.$$

1) Vedi *Physikalische Chemische Tabellen* von Landolt und Börnstein.