

5. *Über die Kohärenz in weitgeöffneten Bündeln; von Erwin Schrödinger.*

1. Einleitung.

Eine Reihe theoretischer Erwägungen¹⁾ sprechen dafür, daß wir uns die Aussendung von Licht vielleicht aus *gerichteten* Elementarprozessen zusammengesetzt zu denken haben, derart, daß bei jedem Emissionsakt nur in einen kleinen, eventuell sehr kleinen Raumwinkel gestrahlt wird. Wenn dem so ist, so sollte man glauben, daß das in den Kohärenzverhältnissen der von einem Volumelement eines Selbstleuchters ausgehenden Strahlung zutage treten müßte. Strahlen, welche unter großem Winkel gegeneinander ausgegangen sind, dürften, wenn man sie in geeigneter Weise, unter hinreichend kleinem, die Beobachtung von Fransen ermöglichendem Winkel kreuzt, nicht mehr interferieren. Obwohl nun die Undulationstheorie bekanntlich von jeher das Gegenteil angenommen hat, ohne mit den Tatsachen in Widerspruch zu geraten, scheint die Frage experimentell doch noch nicht genügend geklärt, wie z. B. aus folgender Bemerkung W. Feussens²⁾ hervorgeht, die er an die Darstellung des Fresnelschen Dreispiegelversuches knüpft: „Fresnel macht noch die Bemerkung, daß man die Spiegel einander nähern müsse in dem Maße, als man den Einfall des Lichtes steiler nehme, und schreibt das dem Umstande zu, daß nur solche Strahlen als im Einklang schwingend angesehen werden könnten, welche unter sehr kleinem Winkel gegeneinander von der Lichtquelle ausgegangen seien. *Wir wissen hierüber noch nichts Bestimmtes* . . .“

Überlegt man, wie der Versuch anzustellen sei, so erkennt man sofort, daß die Abmessungen der Lichtquelle, mindestens nach zwei Dimensionen kein allzu großes Vielfaches der Wellenlänge sein dürfen, weil sonst die von den verschiedenen Ele-

1) Vgl. bes. A. Einstein, *Phys. Zeitschr.* 18. S. 121. 1917.

2) Artikel „Interferenz des Lichtes“ in Winkelmanns Handbuch, 2. Auflage, 6, S. 934. 1906.

menten der Lichtquelle erzeugten Fransensysteme nicht koinzidieren, sondern einander größtenteils zerstören, d. h. zu gleichmäßiger Helligkeit ergänzen. Derart kleine Lichtquellen werden nun in der experimentellen Optik sehr häufig benötigt, und zwar im wesentlichen stets aus dem eben angeführten Grunde. Sie werden fast immer verwirklicht durch sehr kleine Löcher oder Spalte in einem undurchsichtigen Schirm, den man von rückwärts beleuchtet. Die Kohärenz von Strahlen, die unter beträchtlichen Winkeln von solch einer kleinen Öffnung ausgehen, ist demnach schon in Tausenden optischer Versuche direkt oder indirekt festgestellt worden; ihr Bestehen — in dem bei den jeweiligen Dimensionen der Öffnung zu erwartenden Ausmaß — kann, glaube ich, über jeden Zweifel erhoben gelten.

Ebenso sicher ist, daß solche Versuche durchaus nichts über die „Gerichtetheit“ oder „Kugelförmigkeit“ der Elementarprozesse aussagen, sondern lediglich die Gültigkeit des Huyghens-Kirchhoffschen Prinzips für den Luftraum beweisen. Nach diesem ist die „Lichterregung“ s_P in einem beliebigen Aufpunkt P diesseits des Schirmes gegeben durch ein über die freie Öffnung zu erstreckendes Oberflächenintegral

$$4\pi s_P = \int \left\{ \frac{\partial s(t - r/c)}{\partial r} \cos(nr) - \frac{1}{r} \frac{\partial s(t - r/c)}{\partial n} \right\} dO.$$

Wie nun auch immer $s(t)$ von der Stelle dO abhängen mag, jedenfalls wirkt dieses Element im Aufpunkt P wie ein Erregungszentrum mit der Schwingung

$$- \left[\left(\frac{s}{r} + \frac{s'}{c} \right) \cos(nr) + \frac{\partial s}{\partial n} \right],$$

also ganz ähnlich wie ein lichtaussendendes Molekül nach der klassischen Theorie.

Der Versuch, die Forderung nach *Kleinheit* der Lichtquelle durch *geometrisch-optische Verkleinerung* zu erfüllen, führt um keinen Schritt weiter. Man erreicht damit zwar, daß die Kohärenz bis zu viel größeren Winkeln erhalten bleibt, und bekanntlich macht man von diesem Prinzip zur Herstellung feiner Lichtpünktchen oder Lichtlinien für Interferenz- oder Beugungsversuche mit Vorteil Gebrauch. Aber wegen des Sinussatzes, der für punktwise Abbildung von Flächenelementen erfüllt sein muß, haben die Strahlen, welche von

dem verkleinerten *Bild* unter jenem größeren Winkel ausgehen, das Original unter so viel kleinerem Winkel verlassen, daß für die in Rede stehende Frage die Zwischenschaltung des optischen Systems gerade genau überflüssig ist.

Es schien mir darum wünschenswert, auch einmal direkt die Interferenzfähigkeit von Strahlen zu prüfen, welche eine Lichtquelle von hinreichend kleinen *Originaldimensionen* unter großen Winkeln verlassen haben. Unter geeigneten Bedingungen erhielt ich positive Resultate bis zu Winkeln von 50—60°. Erst nachträglich wurde mir bewußt, daß damit doch auch wieder ganz und gar nichts für oder gegen die Gerichtetheit des elementaren Emissionsaktes bewiesen ist, sondern wieder nur die Gültigkeit des Huyghens-Kirchhoffschen Prinzips für eine ganz im Luftraum gelegene, den Glühdraht eng umschließende Zylinderfläche. Solange nur die Wellengleichung für den Luftraum als gültig angesehen wird, sind, so glaube ich, der Grad der „Weitwinkelkohärenz“ und die *Kleinheit des leuchtenden Querschnittes* für die durch die beiden Strahlen bestimmte Flächenrichtung ganz ebenso *wechselseitig* aneinander gebunden, ja die Aussagen über beide inhaltlich nicht verschieden, wie das bekanntlich für die von Michelson und von Fabry und Perot untersuchte *Kohärenz bei hohem Gangunterschied* und die *Monochromasie* der Lichtquelle zutrifft.

Wenn ich trotz dieser Skepsis an der Bedeutsamkeit der Versuche für die eingangs berührte Alternative doch kurz darüber berichte, so geschieht es einerseits, weil sie vielleicht an und für sich einiges Interesse beanspruchen dürfen, andererseits, weil sie mir eben doch die einzige Möglichkeit einer direkten experimentellen Prüfung jener Hypothese zu bilden scheinen. Sollen die Elementarprozesse gerichtet sein, so muß das Huyghenssche Prinzip, wenn man zu immer kleineren und kleineren Dimensionen übergeht — schließlich jedenfalls für eine, das einzelne lichtaussendende Molekül umschließende Kugel — versagen. Daß bei den kleinsten herstellbaren Selbstleuchtern noch nichts dergleichen zu bemerken ist, ist deshalb vielleicht doch der einmaligen Feststellung wert.

2. Elementare Theorie der Versuche.

Die Lichtquellen waren elektrisch geglühte Drähte. Das zu prüfende „Strahlenpaar“ wird durch zwei komplanare,

zum Glühdraht parallel und symmetrisch gelegene Spalte ausgeblendet und durch ein unmittelbar hinter der Spaltblende angebrachtes Objektiv unter kleinem Winkel, d. h. in beträchtlicher Entfernung gekreuzt. Untersucht wird mit einer Okularlupe die Lichtverteilung in der zum Glühdraht konjugierten Bildebene. Die Anordnung unterscheidet sich von jener, die Michelson zur Messung der Winkelgröße astronomischer Objekte ausgearbeitet hat¹⁾, nur durch die veränderten Dimensionen und dementsprechend veränderte Lage von Objekt und Bild, wodurch die — hier eben angestrebten — größeren Achsenwinkel beim Objekt bedingt werden. Die elementare Theorie, bei der wir das Objekt als ebenen leuchtenden Streifen ansehen und von der Beugungserscheinung an den Spaltblenden absehen wollen, ist kurz

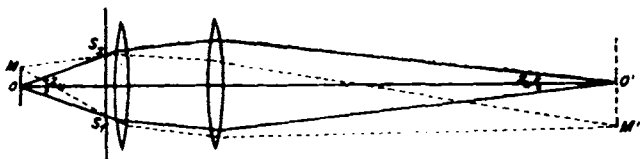


Fig. 1.

die folgende (vgl. Fig. 1, die einen horizontalen Querschnitt senkrecht zu der vertikalen Längsrichtung des Glühfadens und der Spalte darstellt). Die vom Achsenpunkt O der Lichtquelle unter $\angle S_1 O S_2 = 2u$ divergierenden Strahlen kommen im konjugierten Bildpunkt O' unter dem Winkel $2u'$ zum Schnitt. Nach dem Sinussatz ist

$$(1) \quad \frac{\sin u}{\sin u'} = V,$$

die Linearvergrößerung. Andererseits überlegt man leicht, daß zwei unter dem Winkel $2u'$ sich durchkreuzende Wellenzüge von der Wellenlänge λ ein zur Ebene der Wellennormalen senkrechtcs Fransensystem mit sinusförmiger Intensitätsverteilung und der Halbfransenbreite (Abstand vom Maximum zum Minimum)

$$(2) \quad \delta = \frac{\lambda}{4 \sin u'}$$

erzeugen. Hier liegt ein Maximum natürlich bei O' , da dorthin die optischen Wege gleich sind. — Ganz dieselbe Überlegung

1) A. A. Michelson, Phil. Mag. (5) 30. S. 1. 1890; 31. S. 256. 1891.

ist — und zwar wegen der Kleinheit der Querdimensionen von Objekt und Bild mit ungeändertem u und u' — auf den von O um $OM = y$ entfernten Punkt M der Lichtquelle anwendbar. Er erzeugt ein Fransensystem von gleichem δ , nur liegt das Hauptmaximum jetzt bei M' . Sei $O'M' = y'$, so ist

$$(3) \quad \frac{y'}{y} = \mathcal{P} = \frac{\sin u}{\sin u'}.$$

Die Fransen werden bei wachsender Objektbreite zum erstenmal verschwinden, sobald ein *Randelement* der (zur Achse symmetrisch gedachten) Lichtquelle sein Hauptmaximum auf das erste vom zentralen Element herrührende seitliche Minimum entwirft; denn dann ergänzen sich die Fransensysteme paarweise zu gleichförmiger Helligkeit. Die erforderliche *Halbbreite* des Objekts, y , wird gegeben, indem wir δ aus (2) und y' aus (3) gleichsetzen:

$$(4) \quad \frac{\lambda}{4 \sin u'} = y \frac{\sin u}{\sin u'}.$$

Die ganze Breite ist also

$$(5) \quad 2y = \frac{\lambda}{2 \sin u}.$$

(Daß man durch vorherige optische Verkleinerung in Wahrheit nichts gewinnt, erkennt man jetzt sofort, weil dabei $\sin u$ genau in demselben Maße vergrößert, wie y verkleinert wird.) — Wächst die Objektbreite noch weiter, so erscheinen die Fransen wieder, man kann sie erzeugt denken allein durch den über die Verschwindungsbreite (5) hinausragenden Teil des Objekts. Durch die überlagerte gleichförmige Erhellung sind sie natürlich undeutlicher. Für ganze Vielfache von $\lambda/2 \sin u$ verschwinden sie immer wieder völlig, dazwischen finden sich Deutlichkeitsmaxima von zusehends abnehmender Deutlichkeit. Michelson konnte so im Laboratorium mit weißem Licht, wo die Verschiedenheit der λ s stört, bis zu 5, mit „rotem“ Licht bis zu 8 Verschwindungen beobachten.

Wird nicht die Objektbreite, sondern der Spaltenabstand

$$S_1 S_2 = b$$

variiert, so ist, wenn a der Abstand vom Objekt zur Spaltebene

$$\operatorname{tg} u = \frac{b}{2a}.$$

Die Fransen verschwinden, wenn die, jetzt feste, Objektbreite, sagen wir $2y_0$, ein ganzes Vielfaches von (5) ist:

$$2y_0 = \frac{n\lambda}{2\sin u},$$

also wenn

$$(6) \quad \operatorname{tg} u = \frac{b}{2a} = \frac{n\lambda/4y_0}{\sqrt{1 - n^2\lambda^2/16y_0^2}}.$$

Ist das Objekt viele Wellenlängen breit, so sind die ersten Verschwindungswinkel klein, die zugehörigen Spaltdistanzen bilden eine arithmetische Reihe

$$(6') \quad b_n = \frac{n\lambda a}{2y_0}.$$

Später oder bei kleinem Objekt wachsen sie rascher.

Bisher wurden nur die in der einen Symmetrieebene der Anordnung (Papierebene der Fig. 1) gelegenen Objektpunkte

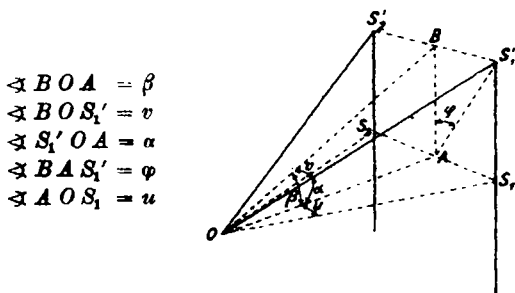


Fig. 2.

und nur der Strahlengang in dieser Ebene betrachtet. Was den ersten Umstand betrifft, so überlegt man leicht, daß die endliche Ausdehnung des Objekts senkrecht zu dieser Ebene nicht stört. Denn was eigentlich in der Bildebene $O'M'$ untersucht wird, sind die durch das optische System zur Deckung gebrachten (Fresnelschen) Beugungsbilder der beiden Spalte. Sind diese nur einigermaßen *lang* gegenüber der Breite des Einzelspalts, so sind die Querdimensionen (*senkrecht* zur Papierebene) des von jedem einzelnen Objektpunkt erzeugten Beugungsbildes verschwindend klein. Die Beugungsbilder *über-einander* gelegener Objektpunkte werden einander daher nicht stören. — Dagegen wird der *Strahlengang außerhalb der Papierebene* berücksichtigt werden müssen, sobald der Aperturwinkel u

nicht sehr klein ist. Es handelt sich im wesentlichen um die Frage nach der *zulässigen Länge der Spalte*.

Betrachten wir (vgl. die perspektivische Fig. 2) ein symmetrisches Strahlenpaar OS_1' und OS_2' , dessen Ebene mit der früher betrachteten den Winkel β macht; v sei der halbe Strahlenwinkel, α der Achsenwinkel eines Strahles, φ der der Azimutwinkel zwischen den Ebenen, in denen β und α gemessen sind. Die entsprechenden Winkel im Bildraum seien v' , α' , β' , während φ ungeändert bleibt. Aus einem sphärischen Dreieck im Bildraum folgt

$$\cos v' = \cos \alpha' \cos \beta' + \sin \alpha' \sin \beta' \cos \varphi.$$

Den Reziprokwert der Vergrößerung V wollen wir mit ε bezeichnen und als kleine Größe behandeln. Nach dem Sinussatz der geometrischen Optik ist

$$\sin \alpha' = \varepsilon \sin \alpha, \quad \sin \beta' = \varepsilon \sin \beta,$$

also mit Vernachlässigung von ε^4

$$\cos v' = 1 - \frac{\varepsilon^2}{2} (\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta) + \varepsilon^2 \sin \alpha \sin \beta \cos \varphi.$$

v' ist also, natürlich, ebenfalls klein und man hat

$$(7) \quad \sin^2 v' = \varepsilon^2 (\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta \cos \varphi).$$

Aus dem konjugierten sphärischen Dreieck des Objektraumes, das bei B einen rechten Winkel hat, folgt

$$\cos \varphi = \sin (BS_1' A) \cdot \cos v; \quad \sin (BS_1' A) = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha},$$

mithin

$$(8) \quad \sin \alpha \cos \varphi = \sin \beta \cos v,$$

ferner

$$(9) \quad \cos \alpha = \cos v \cos \beta; \quad \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 v \cos^2 \beta.$$

(8) und (9) in (7) eingesetzt und vereinfacht:

$$(10) \quad \sin^2 v' = \varepsilon^2 [\sin^2 v + \sin^2 \beta (1 - \cos v)^2].$$

Dies ist der Zusammenhang zwischen den Halbwinkeln des betrachteten Strahlenpaares im Objekt- und im Bildraum. Das von ihnen allein erzeugte Fransensystem kann, wegen der Kleinheit von β' , mit dem früheren als komplanar, natürlich auch als parallel, die Mittelstreifen als koinzidierend gelten.

Seine Halbfransenbreite, δ , ist, analog zu (2), durch $\sin v'$ bestimmt:

$$\delta = \frac{\lambda}{4 \sin v'}.$$

Obwohl nun die beiden, bzw. die unendlich vielen, für alle möglichen Winkel β erzeugten Frontensysteme nicht einfach ihre Intensitäten superponieren (da Kohärenz besteht), wird es doch hinreichend und wohl auch notwendig sein, zu verlangen, daß auch für das größte auftretende β noch merklich $\delta = \delta$. Dabei werden 10–20% Abweichung die Sichtbarkeit der Fransen in der Mitte des Bildes noch nicht völlig zerstören. — Man wird also verlangen, daß $\sin v'$ merklich gleich $\sin u'$, d. h. wegen (10) und $\sin u' = \varepsilon \sin u$, daß

$$(11) \quad \sin^2 v + \sin^2 \beta (1 - \cos v)^2 \simeq \sin^2 u$$

sei. Der Zusammenhang zwischen u und v ist aber offenbar

$$(12) \quad \sin 2v = \sin 2u \cos \beta.$$

Aus (11) und (12) kann man sich ungefähr ein Bild machen von der zulässigen Größe von β . $\beta = u$, d. h. eine Länge der Spalten gleich ihrem Abstand voneinander dürfte selbst für $u = 80^\circ$ noch erlaubt sein. Die linke Seite von (11) bekommt dann den Wert 0,173 ($= 0,171 + 0,002$), die rechte 0,25. Der Unterschied von 80–40% überträgt sich auf die δ nur mit 15–20%. Das wird die Sichtbarkeit in der Mitte noch nicht aufheben.

Über die Modifikationen, welche die oben erörterten Verschwindungsbedingungen in diesem Falle jedenfalls erfahren, könnte nur eine genauere Durchrechnung der Interferenzerscheinung Aufschluß geben. Ich unterlasse sie, weil sie für das Folgende ohne Bedeutung ist, und weil man dann auch die wahre Form des Objekts (Zylinder, nicht ebener Streifen), ferner etwas wie das Lambertsche Kosinusetz in Betracht ziehen müßte — für Interferenzrechnungen eine heikle, auch vom Standpunkte der klassischen Theorie durchaus nicht völlig klarliegende Sache.

3. Versuche mit Photoobjektiven und Wolframdrähten.

Die ersten Versuche wurden mit gewöhnlichen Metallfadenlampen, dann mit einer einfadigen Glühlampe angestellt,

aus dem dünnsten technisch verwendeten Wolframdraht, welchen die Firma Westinghouse gütigst für mich herstellen ließ. Die Spalte, aus schwarzem Papier, 0,44 mm breit, 24 mm lang, waren auf den Gleitstücken eines kleinen Längenkomparators montiert und mit Rechts- und Linksschnecke symmetrisch verschiebbar. Sie konnten einander auf 6 mm genähert werden, beim Öffnen wurde der Zwischenraum durch eine bewegliche Nase aus schwarzem Papier abgedeckt. Um die Verschiebung mit der Hand regieren zu können, ließ ich den Strahlengang an einem guten kleinen Metallspiegel reflektieren, so daß der Beobachter mit der Lupe neben den Spalten zu sitzen kommt.

Hat man den Glühdraht annähernd in die richtige Lage gebracht, so sieht man in der Pointierungsebene der Lupe die verwaschenen Beugungsbilder der beiden Spalte. Die genaue Einstellung wird durch vollständiges Zusammenlegen der beiden Hauptmaxima herbeigeführt, am genauesten bei möglichst großer Spaltendistanz b . Schiebt man die Spalte dann wieder ganz zusammen, so bemerkt man eine sehr deutliche Längsstreifung des Hauptmaximums. Bei Vergrößerung von b entspricht die Erscheinung durchaus der Erwartung. Die Breite der Fransen nimmt ab, ihre Deutlichkeit zeigt periodische Schwankungen, Maxima, die durch Stellen fast völligen Verschwindens getrennt sind. Sofern die Öffnung des Objektivs ausreicht, lassen sich drei bis vier dieser Verschwindungsstellen noch mit leidlicher Schärfe einstellen, wenn sich auch die wiedererscheinenden Fransen immer mehr auf die Mitte des Beugungsbildes beschränken. Darüber hinaus wird die Einstellung auf das Verschwinden unscharf, weil die Fransen in einem größeren b -Intervall unsichtbar werden. Spuren von Interferenz konnten, als ganz zarte, nur an einzelnen Stellen sichtbare Maserung, noch bis über die fünfte Verschwindungsstelle hinaus entdeckt werden.

Solange sie noch deutlicher sind, tritt die Polychromie der Fransen klar hervor, auch lassen sie sich in bekannter Weise spektral zerlegen, indem man sie quer auf den Spalt eines kleinen Handspektroskops auffallen läßt. Man sieht darin dann die bekannten, gegen Rot buketartig divergierenden Längsstreifen. Für die Beobachtung fand ich jedoch die lichtstärkere Erscheinung im unzerlegten Licht günstiger.

Lediglich zur Illustration lasse ich einige Messungsreihen

an verschiedenen Drähten und mit verschiedenen Objektiven folgen. In der letzten Spalte sind aus den b_n die Drahtdicken berechnet, wobei für die Wellenlänge rund $0,6 \mu$ angenommen ist.

Tabelle 1.

Distanz Spaltebene—Bildebene = 6,1 m.

Ordnungs- zahl n	Verschwin- dungsstelle b_n (cm)	$b_n/2a = \operatorname{tg} u_n$ ($= \sin u_n$)	u_n	Berechnete Drahtdicke $n\lambda/2\sin u_n$ in μ	Lichtquelle und Optik; Objektweite
1	0,73	0,0051	$0^\circ 17' 5''$	58,4	{ Metallfadenlampe 50 K, 110 V; Zeiss Protarlinse $f = 59$ cm $a = 71$ cm
2	1,51	0,0106	$0^\circ 37'$	58,4	
3	2,29	0,0161	$0^\circ 55'$	55,8	
4	3,03	0,0213	$1^\circ 13'$	56,2	
2	0,64	0,0112	$0^\circ 39'$	53,4	{ Dieselbe Lampe; zwei Protar- linsen $f = 59$ cm und $f =$ 48 cm; $a = 28,5$ cm
3	0,96	0,0168	$0^\circ 58'$	53,4	
1	1,35	0,0095	$0^\circ 33'$	31,6	{ Metallfadenlampe 25 K, 110 V; Zeiss Protarlinse $f = 59$ cm; $a = 71$ cm
2	2,79	0,0196	$1^\circ 8'$	30,5	
2	1,06	0,0186	$1^\circ 4'$	32,3	{ Dieselbe Lampe; zwei Protar- linsen, $f = 59$ cm und $f =$ 48 cm; $a = 28,5$ cm
3	1,64	0,0288	$1^\circ 39'$	31,3	
2	1,01	0,0177	$1^\circ 1'$	16,9	{ Einfadenlampe; dieselbe Optik; $a = 28,5$ cm
	2,11	0,0370	$2^\circ 7'$	16,2	
1	2,60	0,0183	$1^\circ 3'$	16,4	{ Einfadenlampe; Protar $f =$ 59 cm; $a = 71,2$ cm
1	0,76	0,0188	$1^\circ 5'$	16,0	{ Einfadenlampe; Petzval-Porträt- objektiv, $f = 28,9$ cm; $a =$ 20,2 cm
2	1,52	0,0376	$2^\circ 9'$	16,0	
3	2,30	0,0570	$3^\circ 16'$	15,8	

Nachherige direkte Ausmessung im Mikroskop ergab für die, nicht sehr gleichmäßige, Dicke der Drähte folgende Werte:

	Mikroskopisch	Interferometrisch
50-Kerzenlampe	51—53 μ	55,6 μ
25-Kerzenlampe	29—30 μ	31,4 μ
Einfadenlampe	14,5—16 μ	16,2 μ

Die Übereinstimmung ist, in Anbetracht der unsicheren Annahme über die Wellenlänge, befriedigend; übrigens sind die Abweichungen nach Vorzeichen und Größenordnung durch die Wärmeausdehnung erklärbar.

Wie erwähnt, finden sich Spuren von Kohärenz auch noch bis zu größeren Winkeln u . Den größten Wert erreichte ich mit der Einfadenlampe¹⁾ und dem Petzvalobjektiv mit $a = 20,4$ cm, $b = 4,6$ cm; das entspricht $u = 6^\circ 26'$, $2u = 12^\circ 52'$ und dürfte schon mehr sein, als durch bisher vorliegende Interferenzversuche für Selbstleuchter sichergestellt ist.

4. Die mikroskopische Anordnung.

Die Hauptursache für das Verschwinden der Fransen bei größeren Winkeln ist ohne Zweifel die übergelagerte gleichförmige Erhellung, welche den immer mehr abnehmenden Helligkeitsunterschied zwischen Maximis und Minimis schließlich verdeckt. Um zu größeren Winkeln vorzudringen, mußten also dünnere Drähte und, wenn das gelingt, abbildende Systeme von größerer Apertur benutzt werden (das Petzvalobjektiv hatte etwa $2 \times 8^\circ$ Öffnung, die Protare noch weniger).

Der Versuch, Wollaston-Platindrähte von $2-4 \mu$ Dicke in einer zu diesem Zweck von der Firma Westinghouse freundlichst für mich hergestellten Lampe zum Glühen zu bringen, mißlang im Vakuum völlig; ich glaube wegen der ungleichmäßigen Dicke der Drähte, die beim Mangel jeglichen Wärmeaustausches an einer zufällig besonders dünn geratenen Stelle durchschmelzen, bevor noch ein größeres Stück ins Glühen kommt. In freier Luft dagegen gelingt es leicht, von einem $2-3$ mm langen Stückchen *eine* Stelle (Bruchteile eines Millimeters) zu mäßiger Rotglut zu erhitzen und darin längere Zeit zu erhalten. Die Stelle, die ins Glühen kommt, ist offenbar die dünnste, was für unseren Zweck günstig ist. Die anzulegende Spannung ist etwa $3-5$ Volt für 2 mm Gesamtlänge. Mit der Zeit scheint der Glühdraht zu zerstäuben. Das Glühen wird immer intensiver und zieht sich auf die Mitte zusammen, man muß mehr Widerstand vorschalten, um den Draht zu erhalten. Zum Schluß entsteht ein einziges, intensiv leuchtendes Pünktchen, wohl das Ideal einer punktförmigen Lichtquelle, das sich aber leider nur kurze Zeit erhalten läßt; dann schmilzt der Draht an dieser Stelle durch. Bei starker Vergrößerung im Mikroskop erweisen sich die Enden kegelförmig verjüngt gegen die Rißstelle zu.

1) Ein anderes Exemplar, für welches die b_2 um eine Kleinigkeit größer waren!

Für die Untersuchung in der früher benutzten Anordnung sind die Drähtchen zu lichtschwach — außer etwa im letzten Stadium, das aber viel zu labil ist, um Messungen daran auszuführen. Dagegen drängt sich, da man jetzt mit dem abbildenden System beliebig nahe heran kann, von selbst die Verwendung eines Mikroskopobjektivs auf. Man erzeugt das Streifensystem in der normalen Bildebene und verwendet als Lupe ein passendes Mikroskopokular.

Das anfängliche Bedenken, daß bei der außerordentlich verminderten Bildweite — von 6 m auf etwa 16 cm — die Fransen zu eng werden, erweist sich als unbegründet. Aus theoretischen Gründen muß die *maximale nutzbare Gesamtvergrößerung*, welche zur *numerischen Apertur* $\sin u$ gehört, eben hinreichen, um die Fransen für das Auge zu trennen. Denn nach (1) und (2) ist die Fransenbreite 2δ (Abstand von Maximum zu Maximum)

$$2\delta = \frac{\lambda}{2 \sin u} V,$$

wo V die Objektivvergrößerung. Mit einem beliebigen Okular erscheint also der Abstand der hellen Fransen dem Auge so groß, wie bei gewöhnlicher Verwendungsweise desselben Systems ein Objekt von der Länge $\lambda/2 \sin u$. Das ist aber gerade jene Länge¹⁾, die von der Apertur $\sin u$ eben noch aufgelöst wird und die die Vergrößerung für das Auge trennen, d. h. auf einen Sehwinkel von $2'$ bringen muß, um die Auflösungskraft eben auszunützen. Eine solche Vergrößerung reicht dann auch eben hin zur Trennung der Fransen. Für die Fransen handelt es sich aber dabei natürlich um einen *Minimalwert*; eine stärkere Vergrößerung kann förderlich und wird nötig sein, wenn man z. B. die Lichtverteilung zwischen den Fransen untersuchen wollte. Auch wird man damit rechnen müssen, daß in Wahrheit schon zur deutlichen Sichtbarkeit vielleicht doch etwas mehr als die eben erreichte Trennung benachbarter Maxima nötig sein wird. — Nachstehende kleine Tabelle gibt für kleine und mittlere Aperturen die theoretischen Minimalvergrößerungen ($\lambda = 0,6 \mu$):

$u =$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
$\sin u =$	0,0872	0,1737	0,2588	0,3420	0,4226	0,5000	0,5736	0,6428
Vergr. =	42	84	125	165	208	242	277	310

1) Vgl. z. B. P. Drude, Optik, 2. Aufl., S. 85.

Im einzelnen war die Ausführung diese:

1. *Die Drähte.* An einem auf den Mikroskoptisch passenden Träger wurden in 8 mm Abstand zwei kupferne Zuleitungsdrähte parallel montiert, ihre Enden unter 45° bis auf etwa 3 mm Abstand gegeneinandergebogen. Zwischen ihnen wird in kurzem Bogen ein Stückchen Wollastondraht — natürlich *vor* dem Abätzen — eingelötet. Das Abätzen geschah nach dem Verfahren von Benedicks¹⁾ in heißer konzentrierter Säure, und zwar wird nur der mittlere Teil des Bogens eingesenkt, so daß die Silberhülle an den Enden erhalten bleibt. Die ganze Prozedur dauert kaum 20 Minuten und gelingt fast immer. Verwendet wurden, nach Angabe auf den Spulen, 2μ - und 4μ -Drähte, meistens die letzteren. Aus den oben angeführten Gründen ist die Glühstelle stets noch dünner als dieser Mittelwert.

2. *Die Spalte.* Sie wurden aus Stanniol anfangs aus freier Hand mit dem Taschenmesser geschnitten, später auf der Teilmaschine mit einer Gilette Klinge. Man erhält so sehr schöne Spalte mit vollkommen geraden Rändern und den Spaltenabstand bis auf einige Hundertstel Millimeter nach Wunsch. Ein einziger Schnitt gibt auf Glasunterlage recht gleichmäßig Spaltenbreiten von 0,02—0,03 mm, größere Breiten erreicht man durch zwei parallele Schnitte und vorsichtige Entfernung des Mittelstreifens. Sodann wird das Stanniol auf ein dünnes Deckgläschen gekleistert — natürlich unter Aussparung der Mitte — dieses selbst auf einen passenden Korkring, mit dem es sich auf das Objektiv unter leichter Reibung aufschieben läßt, bis zur Berührung des Deckgläschens mit der Objektivyfassung. Die genaue Zentrierung kann durch leichte seitliche Verdrehung des locker sitzenden Korkringes bewirkt werden, während man durch das Okular auf die erleuchteten Spalte blickt.

3. *Messung der Abstände.* Einige Schwierigkeit macht die Messung des Abstandes a (Objekt — Spaltebene), wenn er klein ist. Für größere a (mehrere Millimeter) genügt ein seitlich aufgestelltes Mikrometerfernrohr, aber bei kleinem a verursacht die unsichere Erfassung der Spaltebene von der Seite her zu große prozentuelle Fehler. In diesen Fällen

1) C. Benedicks, *Phys. Zeitschr.* 17. S. 319. 1916.

wurde aus Stanniol ein Fensterchen mit einem Querbalken geschnitten und in genau derselben Weise, wie sonst der Doppelspalt, auf das Objektiv aufgeschoben. Das Fensterchen läßt das Objektiv frei, bis auf den Querbalken, der die Güte der Abbildung kaum beeinträchtigt. Nun wird ein durchscheinend versilberter Außenspiegel auf den Objektstisch gelegt und einmal auf das Spiegelbild des Stanniolstreifens, dann — durch mikrometrisches Heben des ganzen Tubus — auf die Kratzer im Spiegel scharf eingestellt. Die Höhendifferenz ist offenbar die Hälfte der gesuchten Distanz.

5. Beschreibung der Mikroversuche.

Da die Spaltblenden nur einen kleinen Bruchteil des Objektivs freilassen und das wenige Licht, das eindringt, nicht zu einem scharfen Bilde vereinigt, sondern auf die breiten Beugungsfiguren der beiden Spalte verteilt wird, ist die Erscheinung äußerst lichtschwach und man muß das Zimmer gut abdunkeln und das Auge einige Zeit lang an die Dunkelheit gewöhnen, um überhaupt etwas zu sehen. Bei den stärkeren Vergrößerungen, die wegen der kleineren Objektdistanz und Spaltendistanz auch eine Verringerung der Spaltbreite nötig machen, ist eine leichte Überlastung des Drahtes nötig, der selten mehr als einen Versuch überlebt.

Da das glühende Drahtstückchen in der Regel nicht genau senkrecht zur optischen Achse steht, sieht man zwei Bilder, die sich an jener Stelle, auf die genau eingestellt ist, durchkreuzen. Es sind, wie gesagt, nicht scharfe Bilder des Drahtes, sondern die breiten Mittelmaxima der Beugungsfiguren von den beiden Spalten, wie sie, von den einzelnen Punkten des Drahtes erzeugt, sich zu zwei breiten, verwaschenen, der Form des Drahtes ähnlichen Lichtbändern zusammensetzen. In der Tat sieht man bei hellerer Glut jedes Band beiderseits von vielen schmälern, lichtärmeren parallelen Bändern, den sekundären Maximis, begleitet. (Dreht man die Spalte, die natürlich dem glühenden Stück möglichst genau parallel orientiert sind, um 90° , so sieht man nur mehr *ein* viel schmäleres und schärferes *Bild* des Drahtes.) — Die uns interessierende Interferenzerscheinung, die von dem Zusammenwirken der beiden Spalte herrührt, erscheint als eine ungemein zarte, feine und scheinbar scharfe Längsstreifung im

Inneren der zentralen Maxima, *dort, wo sie sich durchkreuzen*; oder, wenn das Drahtstück zur Achse genau senkrecht steht, so daß es gelingt, die Maxima längs dieses ganzen Stückes zusammenzulegen, dann läuft auch die Streifung diesem ganzen Stück entlang. Bei größeren Winkeln, etwa von $u = 8-10^\circ$ aufwärts, bemerkt man die Erscheinung gewöhnlich nicht sofort; es kommt vor, daß man recht lange hinter dem Apparat sitzt, am Regulierwiderstand und an der Mikrometer-einstellung herumtastet, ohne sie zu finden. Plötzlich wird man sie gewahr, meist dann, wenn man sich entschließt, den Draht doch ein wenig zu überlasten. Das anfangs vergebliche Suchen — bei vollkommen deutlicher Sichtbarkeit der beiden Lichtbänder — mag zum Teil in dem verminderten angularen Unterscheidungsvermögen des Auges bei Dunkeladaptation begründet sein. Daß man sich unterhalb der Schwelle des Tagessehens befindet, erkennt man in diesen Fällen in der Tat an der Farblosigkeit des Bildes („Grauglut“) und an den Schwierigkeiten der Fixation. Sicherlich spielt aber auch die Verminderung der Drahtdicke durch allmähliches Zerstäuben eine Rolle. Bei den Weitwinkelversuchen, etwa von 20° aufwärts, konnte ich die Streifung fast immer erst im letzten Stadium entdecken, wenn der Draht — bei großer Helligkeit an einer Stelle — schon nahe am Durchschmelzen war. Sie erstreckt sich dann nicht über die ganze Breite des Bandes, sondern ist auf die Mitte beschränkt. Auch muß man schon vorher das Stück absuchen und sich die hellste, daher dünnste Stelle auswählen, wo der Riß erfolgen wird. Diese ist dann hervorragend geeignet, um im letzten Stadium die Streifung in voller Deutlichkeit zu zeigen.

In Anbetracht dieser Schwierigkeiten war eine systematische Untersuchung der *Streifendeutlichkeit* bei stufenweiser Änderung der Spaltendistanz b nicht recht ausführbar; jedenfalls nicht ohne ein Mikrospaltenpaar mit mikrometrisch variierbarem Abstand, das ich bis jetzt nicht beschaffen konnte. Ich habe mich darum begnügt, für möglichst große Winkel u die Sichtbarkeit der Interferenzen festzustellen, ohne natürlich behaupten zu wollen, daß ich die obere Grenze erreicht hätte. Meiner Ansicht nach gibt es eine solche Grenze überhaupt nur für bestimmte Objektgröße und in Korrelation zur Unterschiedsempfindlichkeit des Auges für Helligkeiten. — Nach-

folgend stelle ich die Bedingungen zusammen, unter denen die von dem Zusammenwirken der beiden Strahlenbündel erzeugte Interferenzerscheinung mit Sicherheit konstatiert werden konnte. Gesamtvergrößerung und Objektabsstand a gelten für normalen Tubusauszug von 160 mm.

Tabelle 2.

Objektiv	N.A.	Okular	Vergr.	b (mm)	a (mm)	Spalt- breite (mm)	$b/2 a =$ $\text{tg } u$	u
Zeiss, Achromat „A“	0,20	Kompens. 2	30	0,51	8,1	ca. 0,02	0,0315	1° 50'
do.	0,20	Huyghens 2	55	1,30	8,1	0,18	0,802	4° 40'
do.	0,20	„ 4	90	1,59	8,1	0,25	0,0981	5° 40'
do.	0,20	„ 4	90	2,41	8,1	0,19	0,149	8° 30'
do.	0,20	„ 4	90	2,79	8,1	0,27	0,172	9° 50'
Zeiss, Apochr. 16 mm	0,30	„ 2	60	1,29	4,7	0,18	0,137	7° 50'
do.	0,30	„ 4	100	1,70	4,7	0,19	0,181	10° 20'
Leitz, Wetzlar, Nr. 4	ca. 0,5	„ 4	170	1,25	1,86	0,18	0,336	18° 30'
do.	ca. 0,5	„ 4	170	1,58	1,86	0,18	0,425	23° 0'
do.	ca. 0,5	Reichert 12	300	1,79	1,86	0,18	0,481	25° 40'
Zeiss, Apochr. 8 mm	0,65	„ 12	330	0,51	0,62	ca. 0,02	0,411	22° 20'
do.	0,65	Kompens 18	485	0,62	0,62	ca. 0,02	0,500	26° 30'
do.	0,65	„ 18	485	0,68	0,62	0,03	0,548	28° 40'

Als Okular ist immer das schwächste angegeben, das zur Trennung der Fransen für das Auge eben noch hinreicht. Die Okularvergrößerungen sind ungefähr:

Kompens. 2	H. Nr. 2	H. Nr. 4	R. Nr. 12	Komp. 18
2	4	7	10—11	16

Die Gesamtvergrößerung liegt, wie zu erwarten, fast durchwegs zwischen dem Einfachen und Doppelten des früher angegebenen Minimalwertes.

Die Länge des Spaltenpaares war im allgemeinen nicht beschränkt, sie lief über das ganze Objektiv; für den früher mit α bezeichneten Winkel bildet dann die obere Grenze der Aperturwinkel. Nur bei den Versuchen mit Apochromat 8 mm wurde eine Beschränkung der Spalthöhe durch einen breiten Stanniolschlitz auf etwa 0,8 mm versucht und vorteilhaft befunden.

Über die wirkliche Dicke der zum Versuch dienenden Drahtstelle läßt sich aus den oben angeführten Gründen nichts ausmachen; die der Rißstelle benachbarten Teile schätze ich

nach wiederholter Inspektion mit einem Okularmikrometer auf $1-2\mu$ ($\frac{1}{3}$ bis $\frac{2}{3}$ partes, wobei $1 \text{ pars} = 0,0027 \text{ mm}$). Dem würde ein erstes Verschwinden der Fransen bei $\sin u = 0,3-0,15$, $u = 9^\circ-17^\circ$ entsprechen.

6. Schlußbemerkung.

Schon in der Einleitung wurde hervorgehoben, daß die mitgeteilten Versuche für die Frage nach der Beschaffenheit des elementaren Emissionsaktes leider doch nicht mehr beweisen dürften, als die Gültigkeit des Huyghensschen Prinzips im Luftraum. Wenn sich das Feld im Außenraum in der bekannten Weise durch Integration über die Randwerte auf einer den Draht umhüllenden Zylinderfläche berechnen läßt, dann besteht, wie immer die Elementarprozesse beschaffen sein mögen, die Funktion der Lichtquelle, mathematisch gesprochen, nur in der Vorgabe jener Randwerte. Und wenn nur *entweder* die Randwerte der Bedingung genügen, daß bei der zeitlichen Fourierzerlegung des Feldes im Außenraum bloß Glieder eines bestimmten, nicht zu großen Frequenzbereiches auftreten, *oder* aber das perzipierende Organ bloß auf diesen Frequenzbereich anspricht: dann ist, glaube ich, die Zunahme des Grenzwinkels merkbarer Kohärenz mit abnehmendem Zylinderradius eine rein mathematische Folgerung.

Übrigens läßt auch eine *thermodynamische* Erwägung — in Verbindung mit den nicht zu bezweifelnden Gesetzen der *Beugung* an Hindernissen von der Größenordnung der Wellenlänge — den positiven Ausfall unseres Interferenzversuches vorhersehen; und zwar nach dem schönen Abbildungssatz, den M. v. Laue vor einigen Jahren bewiesen hat.¹⁾

Bringen wir unseren Draht, kalt, in eine Hohlraumstrahlung, so läßt sich seine Wirkung als „Hindernis“ bekanntlich so auffassen, daß für jede der ebenen Sinuswellen, in welche sich die Hohlraumstrahlung, rein mathematisch, auflösen läßt, eine Reihe von Sekundärwellen von ihm ausgeht, deren Intensität zwar nicht von der Richtung unabhängig, aber doch — wenn der Drahtradius mit der Wellenlänge vergleichbar — für einen großen Winkelbereich von derselben Größenordnung ist. Diese Sekundärwellen nun *würden* in

1) M. v. Laue, Ann. d. Phys. 43. S. 165. 1914.

unserem Spaltinterferometer ein Fransensystem erzeugen, das sich freilich, bei wirklich allseitiger Beleuchtung, wegen der relativ großen allgemeinen Helligkeit der Beobachtung entziehen dürfte. (Wenn man einen geeigneten Teil der beleuchtenden Bündel wegläßt — bei „Dunkelfeldbeleuchtung“ — würden sie beobachtbar sein). — Bringt man jetzt auch den Draht selbst, und zwar bei derselben Temperatur, zum Glühen, so müssen die Fransen verschwinden, weil das Instrument nun in einen gleichtemperierten Hohlraum hineingerichtet ist. Da aber zwischen der Sekundärstrahlung und der Glühstrahlung des Drahtes sicher *keine* Kohärenz bestehen kann, muß die Glühstrahlung für sich allein ein dem früheren *komplementäres* Fransensystem erzeugen.

(Eingegangen August 1919.)
