

Bemerkung mit Bezug auf den Aufsatz: Zur Weierstrass'-Cantor'schen Theorie der Irrationalzahlen in Math. Annalen
Bd. XXXIII, p. 154.

Von

GEORG CANTOR in Halle a./S.

Es möge mir gestattet sein, nur *ganz kurz* auf die Bedenken zu antworten, welche Herr Illigens in Bezug auf meine Theorie der Irrationalzahlen ausgesprochen hat. Seine Einwände scheinen mir alle darauf hinaus zu laufen, dass den mit Hülfe von sogenannten Fundamentalreihen eingeführten irrationalen Zahlbegriffen b, b', b'', \dots die Bedeutung einer anschaulichen *Vielheit* nicht zugesprochen werden könne. Darin hat er gewiss Recht; es ist aber auch weder von mir, noch von Anderen jemals behauptet worden, dass die Zeichen b, b', b'', \dots *concrete* Grössen, im eigentlichen Wortsinne seien. Als *abstracte Gedankendinge* sind sie nur Grössen im uneigentlichen oder übertragenen Sinne des Wortes. Für *entscheidend* muss hier angesehen werden, dass man, wie jeder mit meiner Theorie Vertraute weiss, mit Hülfe dieser abstracten Grössen b, b', b'', \dots *eigentliche concrete* Grössen, z. B. geometrische Strecken u. s. w. quantitativ genau zu bestimmen im Stande ist (M. v. Math. Ann. Bd. V, p. 127). Wenn dies gehörig berücksichtigt wird, so fallen alle von Herrn I. gemachten Einwände in Bezug auf die in *übertragenem Sinne* gebrauchten Bezeichnungen des „Grösser“, „Kleiner“ und „Gleichseins“ der verschiedenen Zahlgrössen und ebensowenig wird man Anstoss daran nehmen können, eine Zahlgrösse b in *übertragenem Wortsinne* als Grenze der Glieder der ihr zugehörigen Fundamentalreihe zu bezeichnen.

Dass es aber Herrn I. selbst, welcher am Schlusse seines Aufsatzes ausdrücklich die Irrationalzahlen anerkennt, an einer Definition der letzteren fehlt, erkennt man aus seiner Auflösung der Gleichung $x^2 = 3$, welche vermeintlich durch $\sqrt{3}$ geschieht; während offenbar $\sqrt{3}$ nichts anderes ist, als eine Umschreibung der aufgeworfenen Frage: eine Zahl zu suchen, deren Quadrat 3 ist. $\sqrt{3}$ ist also nur ein Zeichen für eine Zahl, welche erst noch gefunden werden soll, nicht aber deren Definition. Letztere wird jedoch in meiner Weise, etwa durch:

$$(1 \cdot 7, 1 \cdot 73, 1 \cdot 732, \dots)$$

befriedigend gegeben.

Halle, im Januar 1889.