

schen Methoden entwickeln läßt. Dabei ist der Begriff der synthetischen Methoden im weiteren Sinne des Wortes gefaßt, so daß auch Rechnungen als Hilfsmittel der Untersuchung dienen. Dieser Umstand ermöglicht überall die Wege zu gehen, welche am einfachsten zum Ziele führen und bietet dem Leser den Vorteil, daß er die mannigfachsten Methoden kennen lernt. Naturgemäß hat der Verfasser, der auf dem Gebiete hervorragende Leistungen aufweist, seine eigenen Untersuchungen ganz besonders berücksichtigt, allein auch die wichtigeren Ergebnisse fremder Untersuchungen sind aufgenommen und bei ihrer Entwicklung sind geistvolle Einzelheiten häufig Eigentum des Verfassers.

Der erste Band enthält die Theorie der Beziehungen zwischen unikursalen Trägern, Die Projektivität wird durch eine bilineare Gleichung zwischen den Parametern entsprechender Elemente definiert, späterhin aber auch losgelöst von Maßbeziehungen betrachtet. Sie erfährt sowohl in metrischer als auch in projektiver Richtung eine eingehende Behandlung. Da auch die Einwendungen berücksichtigt sind, so erscheint hier ein wesentlicher Teil der projektiven Geometrie entwickelt. Die mehrdeutigen Verwandtschaften zwischen unikursalen Trägern, die natürlich ebenfalls durch ihre Verwandtschaftsgleichung definiert werden, führen zur Aufstellung des Korrespondenzprinzips das durch eine Diskussion der Vielfachheit der Koinzidenzen präzisiert wird. Die Wichtigkeit des Prinzips tritt durch eine Anwendung zum Beweise der Plücker'schen Formeln und des Satzes von der Gleichheit des Geschlechts zweier ein-eindeutig aufeinander bezogener algebraischer Kurven in das richtige Licht. Ausführlicher behandelt sind speziell die  $(2, 2)$ -Korrespondenzen und die höheren Involutionen. Auch die Lehre von den trilinearen Verwandtschaften wird nebst ihren Anwendungen vorgetragen. Projektivitätsprobleme bilden den Schluß.

Der zweite Band läßt sich inhaltlich als eine erschöpfende Darstellung der Lehre von den projektiven Verwandtschaften der Grundgebilde zweiter Stufe charakterisieren. Die Kollineationen und Korrelationen von ebenen Feldern und zentrischen Bündeln sind hier in projektiver und metrischer Richtung untersucht, wobei auch ihre Erzeugnisse besprochen werden. Beim Studium der linearen Systeme von solchen Verwandtschaften sind mehrfach von anderer Seite analytisch gewonnene Ergebnisse vom Verfasser synthetisch abgeleitet. Die Probleme der Kollineation und Korrelation von Bündeln beschließen den zweiten Band.

Je mehr man sich in die Lektüre der beiden Bände vertieft, um so mehr erkennt man, welch reicher Schatz positiven Wissens in ihnen dargeboten wird. Da auch die Form der Darstellung eine ansprechende ist, hat sich der Verfasser um alle jene sehr verdient gemacht, welche nicht eine bloße Orientierung über allgemeine Gesichtspunkte anstreben, sondern ernsthaft bestrebt sind, den ganzen Gegenstand in sich aufzunehmen. Über die Wichtigkeit des Gegenstandes ist es aber wohl überflüssig ein Wort zu sagen; steht doch die ganze Entwicklung der modernen Geometrie unter dem Zeichen der Lehre von den Transformationen.

**Theorie der algebraischen Zahlen.** Von Kurt Hensel. Erster Band. Leipzig und Berlin. Teubner 1908.

Seine hochinteressanten Unternehmungen über die Reihenentwicklung algebraischer Zahlen gibt Hensel nunmehr auch in systematischer Darstellung

in Buchform heraus. Der bisher vorliegende erste Band enthält in vier Kapiteln die Theorie der systematischen Entwicklungen überhaupt, im fünften eine kurze Übersicht der von der Reihenentwicklung unabhängigen Resultate der Theorie der algebraischen Zahlen, in den folgenden die Anwendung der Reihenentwicklungen auf die algebraischen Zahlen.

Die Henselschen „ $p$ -adischen“ Reihenentwicklungen sind von der Form  $\sum_{k=0}^{\infty} p a_k p^k$ , wo  $p$  eine Primzahl und  $0 < a_k < p$  ist. Sie haben formal die größte Ähnlichkeit mit den unendlichen Dezimalbrüchen, anderseits stellen sie das zahlentheoretische Äquivalent der Potenzreihenentwicklungen dar. Algebraische Zahlen eines Körpers  $k(\alpha)$  werden modulo  $p$  ganz genannt, wenn sie einer Gleichung genügen, deren Koeffizienten keinen Faktor  $p$  in ihren Nennern haben. Für solche Zahlen werden Fundamentalsysteme aufgestellt. Hieraus erhält man die modulo  $p$  reduzierten Zahlen  $\varepsilon$ , für den Körper  $(\alpha)$  dienen nun für die  $p$ -adischen Reihenentwicklungen der Zahlen die Rolle der „Ziffern“  $a_k$  übernehmen. Ist  $p$  im Körper  $k(\alpha)$  keine Primzahl, so tritt an seine Stelle eine algebraische Zahl  $\pi$ , die als ganz vorausgesetzt werden kann und wieder die charakteristischen Eigenschaften der Primzahlen aufweist. Da  $p$  im wesentlichen mit einer Potenz  $\pi^e$  der Primzahl  $\pi$  übereinstimmt, so kann man sagen, die Reihenentwicklung erfolgt in diesem Falle nach gebrochenen Potenzen von  $p$  und daher mit Übertragung eines funktionentheoretischen Ausdruckes  $p$  eine Verzweigungszahl  $e$ ter Ordnung für  $k(\alpha)$  nennen.

*Dr. Lothar Schrutka.*

**Die Geometrie der Lage.** Von Theodor Reye. Zweite und dritte Abteilung. Vierte umgearbeitete und vermehrte Auflage. Stuttgart und Leipzig, Alfred Körners Verlag 1907 und 1910.

Mit dem Erscheinen dieser beiden Bände liegt die Neubearbeitung dieses hervorragenden Werkes abgeschlossen vor. Der eine wie der andere Band unterscheidet sich nicht nur durch die Anordnung des Stoffes, sondern auch durch zahlreiche Zusätze von dem entsprechenden Bande der dritten Auflage. In der zweiten Abteilung fällt vor allem die eingehendere Behandlung der linearen Komplexe und der kubischen Raumkurve ins Auge. Die Zusätze des dritten Bandes betreffen unter anderem Büschel kollinearier Felder, Kegelschnittbüschel und ebene Kurven dritter Ordnung. Es sind insbesondere neuere Entwicklungen des Herrn Jolles, welche der Verfasser neben eigenen neu aufgenommen und in der künstlerischen Weise dargestellt hat, welche ihm eignet. Auch Aufgaben und Lehrsätze des Anhangs haben wertvolle Bezeichnungen erfahren und das neu hinzugekommene Sachregister erleichtert die Orientierung.

Seit ihrem ersten Erscheinen ist Reyes Geometrie der Lage ein unerreichtes Vorbild geblieben für eine systematische Darstellung der projektiven Geometrie nach rein-geometrischen Methoden, seit damals ist es das bevorzugte Lehrbuch unserer studierenden Jugend. Die Neubearbeitung wird dem Werke seine alte Stellung wahren. Denn nicht nur den in die Richtung des Buches fallenden Fortschritten der Wissenschaft ist in ausgezeichneter Weise Rechnung getragen, sondern auch den rigorosen Anforderungen an wissenschaftliche Strenge, welche unsere Zeit mit Recht betont.

*G. K.*