

# INDAGINI SULLA NATURA DI ALCUNI EFFETTI GALVANOMAGNETICI

*Memoria di A. SELLERIO* <sup>1)</sup>.

In una memoria pubblicata in questa Rivista (XX, 1920, p. 51) ho descritto alcune esperienze eseguite su lastre rettangolari di bismuto preparate al modo solito per le misure di effetto Hall, ma girevoli intorno alla retta P, che congiunge i punti di attacco degli elettrodi primari I, II. Questa retta, normale come di consueto, alla direzione del campo magnetico uniforme e orizzontale, si supporrà anch'essa orizzontale. L'effetto galvanomagnetico complessivo si scinde in tre, denominati *trasversale* (o effetto Hall *puro*), *assiale*, e *perturbazione*. La natura dei due ultimi è sconosciuta, ed appunto per avere su di essa qualche indicazione, ho intrapresa la presente ricerca.

Per evitare ripetizioni inutili, devo supporre che sia noto quanto ho esposto nel lavoro citato, (o almeno quel poco che ne è riassunto nei *C. R.*, 170, 1920, p. 1570), quantunque l'argomento sia qui ripreso da un punto di vista più generale.

## Parte Prima.

### **Considerazioni geometriche.**

§ 1. — Introduciamo in un campo magnetico un pezzo metallico, del quale siano A, B i *punti d'attacco primari*, cioè connessi rispettivamente agli elettrodi I, II che vanno alla pila; C, D i *punti d'attacco secondari*, cioè connessi rispettivamente ai fili III, IV che vanno al galvanometro. Questo stato di cose si indicherà con

*situazione 1* (I A, III C).

<sup>1)</sup> Lavoro eseguito nell'Istituto fisico della R. Università di Palermo.

Se si fa passare la corrente lungo  $AB$ , il galvanometro dà a campo zero una indicazione, che varierà eccitando il campo.

Ora, se si gira il corpo di un angolo  $\varphi$  intorno all'asse  $P$ , normale come si è detto al campo, la deviazione galvanometrica cambierà, e sarà quindi una funzione  $w$  di  $\varphi$ . Come posizione di partenza,  $\varphi = 0$ , si prenda una delle due nelle quali la retta  $CD$  è orizzontale come il campo.

Essendo  $w$  una funzione periodica a periodo  $2\pi$ , potremo svilupparla in serie di Fourier.

$$\begin{aligned} w &= a_0 + \\ (1) \quad &+ a_1 \sin \varphi + a_2 \sin 2\varphi + a_3 \sin 3\varphi + \dots \\ &+ b_1 \cos \varphi + b_2 \cos 2\varphi + b_3 \cos 3\varphi + \dots \end{aligned}$$

I coefficienti saranno funzioni della corrente  $i$  che traversa il corpo e si possono ritenere ad essa *proporzionali*, giacchè tutti gli effetti galvano e termomagnetici sono proporzionali alla corrente. Inoltre essi dipenderanno, in modo più o meno complicato dal campo  $H$ . Dall'esame del comportamento di dischi, o lastrine di bismuto delle forme usuali, è risultato che l'effetto complessivo  $w$  si può scomporre (loc. cit.) nei tre effetti distinti sopra ricordati, in modo che la serie di Fourier si tronca approssimativamente in

$$(2) \quad \begin{array}{ccc} \text{trasversale} & \text{assiale} & \text{perturbazione} \\ w = A' H i \sin \varphi - B' H i \cos \varphi + (a + b \cos 2\varphi) H^2 i \end{array}$$

ossia

$$(2') \quad w = A H i \sin (\varphi - \varphi_0) + (a + b \cos 2\varphi) H^2 i$$

con

$$(2'') \quad A' = A \cos \varphi_0 \quad B' = A \sin \varphi_0 \quad \text{tang } \varphi_0 = \frac{\text{effetto assiale}}{\text{effetto trasversale}}.$$

Si avverte che l'espressione del terzo effetto, che è la più difficile a determinarsi esattamente con le esperienze, è forse un po' imperfetta, ma in ogni caso, siccome questo effetto non

si inverte col campo, deve essere una funzione *pari* di  $H$ , ed a periodo  $\pi$  rispetto a  $\varphi$  (N. Cim., l. c., p. 75).

Può darsi che con corpi di forma irregolare o con campi molto intensi le cose si complichino e si debba andare avanti nella serie di Fourier e introdurre p. es. termini in  $H^3$ ,  $H^4$  ecc. allontanandosi dalla semplicità formale a cui *noi* cerchiamo sempre di ridurre i fenomeni della natura.

Prendo qui dunque in considerazione il caso più semplice rappresentato dalla (2), ritenendo che i tre effetti menzionati debbano costituire anche nei casi più complessi il primo schema dei fenomeni.

§ 2. — Supponiamo che il corpo geometricamente sia simmetrico <sup>1)</sup> rispetto all'asse  $P$  di rotazione, e simmetrici siano pure i punti  $C$ ,  $D$ ; le rette  $AB$ ,  $CD$  si tagliano ad angolo retto in un punto  $O$ . La figura è vista di profilo cioè è guardata lungo l'asse  $AB$  che si proietta in un punto insieme con  $O$ . Con queste condizioni di simmetria, il corpo, dopo una rotazione di  $180^\circ$  intorno all'asse, si sovrappone a sè stesso, i punti  $C$ ,  $D$  si scambiano fra loro, e nessuno può accorgersi della rotazione fatta; di più, il corpo si trova, ri-

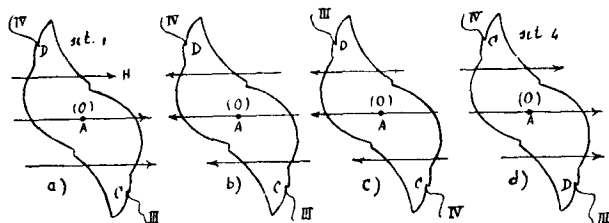


fig. 1

spetto al campo, nella identica situazione di prima. Si pone allora la domanda: Se gli elettrodi III, IV del galvanometro

<sup>1)</sup> Due punti si dicono simmetrici rispetto a una retta, quando il segmento che li congiunge incontra la retta normalmente ed è bisecato da essa. In seguito occorrerà di considerare corpi simmetrici rispetto a due rette or-

una volta si connettono come nella fig. 1 *a*, cioè nella situazione 1, e una volta come nella figura 1 *d*, cioè in una nuova.

*situazione 4* (I A, III D),

L'effetto galvanomagnetico sarà mutato, o no? La questione è importante, perchè se nei due casi il galvanometro accusa deviazioni differenti, poichè fuori il corpo non presenta nessun mutamento, il mutamento deve essere avvenuto *dentro* il corpo; e così si avrà un buon indizio sulla vera natura dei fenomeni.

Per rispondere al quesito, osserviamo anzitutto che si può passare dalla situazione 1 alla situazione 4 invertendo prima il campo (fig. 1 *b*), e poi gli elettrodi secondari; cioè saldando il III con D, e il IV con C (fig. 1 *c*). Basta capovolgere la fig. 1 *c* per accorgersi che siamo arrivati alla situazione 4.

Avendo scambiati gli attacchi del galvanometro, la deviazione galvanometrica ha cambiato segno, quindi: « *il passaggio da 1 a 4 — che chiameremo operazione P — equivale ad invertire il campo e il segno di w* ».

La dimostrazione si poteva fare anche diversamente, fondandosi sull'osservazione (*N. Cim.*, p. 75) che *invertire il campo equivale a girare il corpo di 180°, senza mutare gli attacchi, proposizione che converrà tenere presente per il seguito*.

togonali. Ora si noti che se X, Y, Z sono tre assi ortogonali, un corpo simmetrico rispetto ai primi due, è anche simmetrico rispetto al terzo. Infatti con successive simmetrie rispetto ad X ed Y, si passa, da un punto  $M \equiv (a, b, c)$  del corpo, prima ad  $M_1 \equiv (a, -b, -c)$  e poi ad  $M_2 \equiv (-a, -b, +c)$  che è il simmetrico di M rispetto a Z. Un tale corpo però non è necessariamente simmetrico rispetto al centro, o ai piani coordinati, perchè con la simmetria snpposta, dal punto M si possono ottenere  $M_1$ ,  $M_2$  ed  $M_3 \equiv (-a, +b, -c)$ , ma non si otterrà nè il punto  $(-a, -b, -c)$ , nè il punto  $(a, b, -c)$ .

I corpi sui quali si sperimenta di solito sono lastre rettangolari, esagonali, ottagonali ecc., dischi circolari o ellittici, cilindri, parallelepipedi retti ecc., i quali hanno anche la simmetria centrale come l'ha l'ellissoide e li diremo di forma *regolare* per abbreviare.

Simbolicamente, posto

$$w_1 = f_1(\varphi, H, i) \quad (\text{I A, III C})$$

$$w_4 = f_4(\varphi, H, i) \quad (\text{I A, III D}),$$

il passaggio da 1 a 4, per quanto si è dimostrato, si esprime così:

$$(3) \quad f_4(\varphi, H, i) = -f_1(\varphi, -H, i),$$

o anche

$$(3') \quad f_4(\varphi, H, i) = f_1(\varphi, -H, -i),$$

e quindi si può asserire che: « scambiare fra loro i punti secondari C, D equivale a invertire campo e corrente ». In altri termini, conservando le notazioni dei lavori citati, dove si indicarono con  $(\cdot)$ ,  $(X)$  i due versi del campo e con  $\gg \ll$  i due versi della corrente primaria, le quattro curve  $(\cdot) \gg, X \gg, (\cdot) \ll, (X) \ll$  che rappresentano nella situazione 1 l'effetto in funzione di  $\varphi$ , restano inalterate di forma nella situazione 4, ma si scambiano, cioè divengono rispettivamente  $(X) \ll, (\cdot) \ll, (X) \gg, (\cdot) \gg$ .

Applichiamo queste conclusioni ai tre effetti constatati già sperimentalmente. Se la (2) rappresenta  $w_1$ , per passare alla situazione 4 dovremo cambiare di segno  $i$  ed  $H$ , ed avremo

$$\begin{aligned} w_4 &= A' H i \sin \varphi - B' H i \cos \varphi - (a + b \cos 2\varphi) H^2 i \\ &= A H i \sin (\varphi - \varphi_0) - (a + b \cos 2\varphi) H^2 i. \end{aligned}$$

Si vede così che gli effetti lineari in  $H$  non cambiano, quelli quadratici cambiano segno, ossia *restano fermi l'effetto trasversale (effetto Hall puro), l'effetto assiale, l'angolo  $\varphi_0$ ; si inverte la perturbazione.*

E allora, se in due situazioni 1, 4 identiche esternamente rispetto al campo e alla corrente, la perturbazione presenta segni opposti, si deve concludere che si tratta di un fenomeno dipendente da qualche causa nascosta dentro il corpo, che cambia col cambiare della orientazione delle particelle.

Per conseguenza: « *un metallo perfettamente omogeneo ed isotropo non deve presentare il fenomeno della perturbazione* ».

Quindi questo fenomeno dipende dalla struttura ed è provocato dalla mancanza o di isotropia, o di omogeneità. In un corpo (omogeneo) a struttura cristallina, esso si può presumere che varierà secondo l'angolo che l'asse di simmetria cristallografica forma con la retta P, ed è naturale la domanda: sotto quali condizioni il fenomeno potrà presentarsi? Senza entrare in considerazioni cristallografiche che non sono nel piano del presente lavoro, si possono però applicare subito sia il risultato ottenuto, sia gli altri che troveremo in seguito al caso di un metallo cristallino che abbia un asse di simmetria cristallografica, quale il bismuto che cristallizza nel sistema esagonale.

Un tale corpo presenta le stesse proprietà fisiche in tutte le direzioni normali all'asse principale, quindi tutto dipende dalla posizione di questo, rispetto agli agenti esterni.

Ora in un pezzo di bismuto (della forma prescritta sopra, cioè simmetrica rispetto alla retta AB), se l'asse cristallografico coincide con AB, esso anche dopo fatta l'operazione P ha la stessa posizione, quindi la perturbazione deve presentare lo stesso valore, non essendovi nulla di mutato nè nelle condizioni esterne, nè in quelle interne. Ma poichè, secondo quanto si è visto sopra, la perturbazione cambia segno, essa deve essere nulla. Lo stesso può dirsi nel caso in cui l'asse cristallografico sia normale a P, quindi a complemento di quanto si è visto per i corpi isotropi, concludiamo che *un metallo cristallino non presenterà la perturbazione quando sia tagliato in modo che l'asse cristallografico coincida con AB, o si trovi nel piano normale ad AB.*

§ 3. — Supponiamo ora invece che il corpo sia simmetrico rispetto alla retta S, che congiunge i punti secondari C, D, e domandiamo: Che cosa avverrà quando i punti A, B si permutano fra loro? Qui si tratta di staccare i fili I, II, girare di 180° il corpo intorno alla retta CD, e riattaccare

i fili arrivando così dalla situazione 1 (fig. 2a) ad una

$$\text{situazione 2} \quad (I B, III C), \quad w_2 = f_2(\varphi, H, i)$$

come nella fig. 2b. Il passaggio dalla situazione 1 alla situazione 2 si chiamerà *operazione S*. La questione ha interesse fisico quando si supponga che A, B siano anche essi simmetrici rispetto alla retta CD, in modo che dopo la ro-

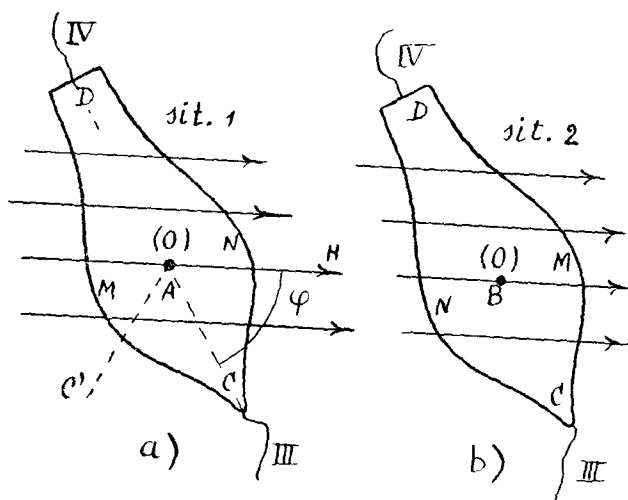


fig. 2

tazione A prenda il posto di B e viceversa, cosicchè *esternamente*, cioè geometricamente non si presenti nulla di mutato.

Il quesito si risolve alla svelta con ragionamento analogo a quello del § 2, dopo d'aver riconosciuto che la situazione 2 (fig. 2b) è caratterizzata dai seguenti dati:

la corrente BA si propaga nel corpo in direzione opposta a quella di 1 che va secondo AB;

le linee di forza magnetiche entrano nel corpo per la faccia CND, mentre nella situazione 1 entravano per la faccia CMD;

l'angolo  $\varphi = HOC$  fra il campo ed OC è eguale nei due casi.

Ora si vede facilmente che a questa medesima condizione di cose si può, partendo da 1, pervenire facendo le seguenti operazioni: 1.° invertire il senso della corrente primaria; 2.° invertire il campo; 3.° far rotare il corpo intorno all'asse P in modo che OC prenda la posizione OC', ossia cambiare  $\varphi$  in  $180^\circ - \varphi$ , quindi si ha:

$$(4) \quad w_2 = f_2(\varphi, H, i) = f_1(180 - \varphi, -H, -i).$$

La (4) si può modificare osservando che cambiar segno al campo equivale, come si disse, ad aggiungere  $\pm 180^\circ$  a  $\varphi$ , quindi

$$(4') \quad f_2(\varphi, H, i) = f_1(-\varphi, H, -i).$$

In parole: « scambiare fra loro i punti primari A, B equivale a invertire la rotazione  $\varphi$  e la corrente  $i$  ».

L'ultima relazione, sapendosi che gli effetti cambiano segno con  $i$ , si può anche scrivere:

$$(4'') \quad f_2(\varphi, H, i) = -f_1(-\varphi, H, i),$$

quindi se l'effetto galvanomagnetico è *funzione dispari* di  $\varphi$ , cioè se la sua espressione (1) è priva della prima e terza riga, il passaggio della situazione 1 alla 2 lo lascia immutato; se è una *funzione pari* cambia solamente segno, e se è mista non avviene nè l'uno, nè l'altro.

Ricordando che  $w'_1$  ha l'espressione (2) ovvero (2'), ne trarremo

$$\begin{aligned} w_2 &= A' H i \sin \varphi + B' H i \cos \varphi - (a + b \cos 2\varphi) H^2 i \\ &= A H i \sin (\varphi + \varphi_0) - (a + b \cos 2\varphi) H^2 i. \end{aligned}$$

Si vede così che l'effetto Hall puro non muta del tutto, mentre invece  $\varphi_0$ , l'effetto assiale, e la perturbazione cambiano segno.

Riguardo alla perturbazione, questo risultato non è che una conferma delle vedute precedenti; riguardo all'effetto assiale, ci dice che anche esso è di natura strutturale, cioè *deve*



*mancare nei metalli perfettamente omogenei ed isotropi. Esso mancherà anche nei metalli cristallini, quando l'asse cristallografico o coincide con CD, o sta in un piano normale a CD.*

§ 4. — Possiamo dire qualche cosa in più, considerando p. es. un pezzo di bismuto che abbia forma simmetrica rispetto a *tutte e due* le rette AB, CD ortogonali, come avviene appunto in particolare per i corpi di forma *regolare*.

Perciò si possono applicare le considerazioni svolte sia per l'operazione P, che per l'operazione S.

Supponiamo che l'asse cristallografico di simmetria, per il modo come è tagliato il corpo sia nel piano ABCD.

Allora, tanto nella situazione 2 che nella situazione 4 esso ha la stessa posizione, e perciò essendo tutto il sistema dentro e fuori del corpo identico, si devono avere gli stessi effetti. E di fatto per la perturbazione si ha:

$$p_2 = -p_1 \quad p_3 = -p_1, \quad \text{da cui } p_2 = p_3.$$

Per l'effetto assiale abbiamo

$$a_2 = -a_1, \quad a_3 = a_1,$$

quindi, dovendo essero  $a_2 = a_3$ , si conclude

$$a_1 = a_2 = a_3 = 0,$$

ossia in parole: *l'effetto assiale manca tutte le volte che l'asse di simmetria cristallografica si trova nel piano ABCD.*

Dunque in una lamina rettangolare di bismuto tagliata lungo l'asse cristallografico, l'effetto mancherà.

§ 5. — Finalmente, sempre se il corpo è simmetrico rispetto ad AB e CD, esso si può sovrapporre a sè stesso anche in un altro modo, cioè con rotazione di 180° intorno al terzo asse (normale ad AB, CD punteggiato in figura), e si ha così una

$$\text{situazione 3} \quad (\text{I B, III D}).$$

Questo non dà niente di nuovo, perchè da 1 a 3 si può passare con una *operazione prodotto* P.S, ma fornisce altra

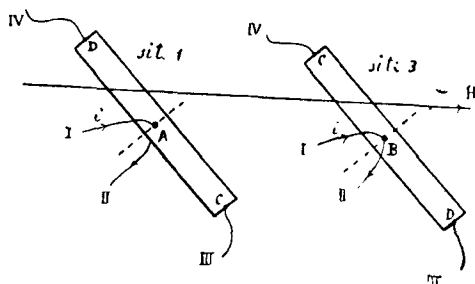


fig. 3

possibilità di controlli sperimentali, dovendosi avere per (3'), (4''):

$$(5) \quad w_3 = f_3(\varphi, H, i) = f_1(-\varphi, -H, i).$$

\* \* \*

*Osservazione.* — Le conclusioni alle quali siamo pervenuti circa i tre effetti studiati sono state ricavate applicando le proposizioni geometriche stabilite alla (2). Ora si vede immediatamente che lo stesso si sarebbe ottenuto anche facendo **ipotesi più generali**, cioè supponendo che i tre effetti avessero espressioni più complicate di quelle date, purchè rispondenti ai seguenti requisiti:

l'effetto trasversale (Hall puro) cambia di segno con  $H$  e con  $\varphi$ ;

l'effetto assiale cambia di segno con  $H$  e non con  $\varphi$ ;

la perturbazione non cambia segno nè con  $H$ , nè con  $\varphi$ .

Quindi in ogni caso gli effetti invertibili devono essere espressi mediante funzioni dispari e quelli non invertibili mediante funzioni pari della rispettiva variabile. Si noti poi che il supporre che un effetto cambi segno o no col campo, equivale (*N. Cim.*, p. 75) a supporre che esso come funzione *periodica* di  $\varphi$  abbia il periodo  $2\pi$ , o il periodo  $\pi$ .

Per completare il quadretto ora prospettato ci vorrebbe un effetto non invertibile col campo e invertibile con  $\varphi$ , come sarebbe ad es.  $H^2 \sin 2\varphi$ , ed effettivamente ne ho trovato tracce in alcune esperienze.

## Parte Seconda.

### Esperienze.

§ 6. — Stabilito il verso della corrente  $i$  che si invia nel corpo da studiare e il verso del campo, l'effetto Hall (*puro*) ha in generale in ogni metallo un segno ben determinato, onde è possibile distinguere i metalli in due categorie, secondo che danno un effetto Hall positivo, o negativo. Invece per l'effetto assiale e per la perturbazione, tale distinzione *non deve* essere possibile, come asseriscono le considerazioni esposte, perchè questi due effetti hanno un segno, o l'opposto secondo la *situazione* del corpo. In altri termini, preso un corpo avente — come si supporrà sempre d'ora in poi — forma *regolare*, si faccia una prima esperienza con certi valori di  $H$ ,  $i$ ,  $\varphi$ , trovando p. es. un effetto assiale positivo. Se ora, all'insaputa dello sperimentatore qualcuno staccasse i 4 attacchi, ribaltasse il corpo su sè stesso e rimettesse gli attacchi, lo sperimentatore vedendo esternamente tutto immutato, crederebbe di trovare di nuovo un effetto assiale positivo: invece, questo sarà negativo, o positivo secondo come fu fatto il ribaltamento. Per verificare questa e le altre previsioni teoriche, si può pensare a prima vista che la cosa più facile sia di mettere una lastrina in posizione orizzontale ( $\varphi = 0$ ), e vedere se nelle 4 *situazioni* la deviazione galvanometrica cambi segno, o no. La cosa però non è così semplice, perchè per  $\varphi = 0$  si annulla l'effetto trasversale, ma l'effetto assiale resta insieme con la perturbazione che deve essere sceverata; in secondo luogo, bastano pochi gradi di inclinazione dati involontariamente alla retta CD rispetto al

campo, perchè si aggiunga un effetto Hall puro che è sempre molto forte ed a rapida variazione.

Prima di esporre le esperienze da me eseguite, concreterò nel quadretto che segue le considerazioni fatte nella parte prima, introducendo notazioni opportune. Diamo all'effetto  $w$  il nome di  $u$  quando il campo ha il senso che si vuol prendere come positivo ( $\cdot$ ), e il nome di  $v$  quando ha senso contrario ( $\times$ ); e mettiamo un apice quando la corrente primaria ha il verso che si vuol prendere come negativo, cioè poniamo:

$$\begin{aligned} u = f(\varphi, H, i) \quad (\cdot) \gg, \quad u' = f(\varphi, H, -i) \quad (\cdot) \ll \\ v = f(\varphi, -H, i) \quad (\times) \gg, \quad v' = f(\varphi, -H, -i) \quad (\times) \ll. \end{aligned}$$

Se indichiamo per brevità i tre effetti con le loro iniziali  $t = A' H i \sin \varphi \quad a = -B' H i \cos \varphi \quad p = (a \mp b \cos 2\varphi) H^2 i$ ,  
abbiamo dalle (3'), (4'), (5):

$$(6) \quad (I A, III C) \quad \left\{ \begin{array}{l} u_1 = t + a + p \\ v_1 = -t - a + p \\ u'_1 = -t - a - p \\ v'_1 = t + a - p \end{array} \right.$$

$$(7) \quad (I B, III C) \quad \left\{ \begin{array}{l} u_2 = t - a - p \\ v_2 = -t + a - p \\ u'_2 = -t + a + p \\ v'_2 = t - a + p \end{array} \right.$$

$$(8) \quad (I B, III D) \quad \left\{ \begin{array}{l} u_3 = t - a + p = v'_2 \\ v_3 = -t + a + p = u'_2 \\ u'_3 = -t + a - p = v_2 \\ v'_3 = t - a - p = u_2 \end{array} \right.$$

$$(9) \quad (I \ A \ III \ D) \left\{ \begin{array}{l} u_i = t + a - p = v'_1 \\ v_i = -t - a - p = u'_1 \\ u'_i = -t - a + p = v_1 \\ v'_i = t + a + p = u_1 \end{array} \right.$$

È conveniente limitare lo studio sperimentale alla regione vicina a  $\varphi_0$ , che è la più interessante e la più suscettibile di determinazioni esatte, giacchè per angoli  $\varphi$  prossimi a  $\varphi_0$ , le quattro curve  $(\cdot) \gg (\times) \gg (\cdot) \ll (\times) \ll$  che rappresentano  $u \ v \ u' \ v'$  in funzione di  $\varphi$  per  $H$  ed  $i$  costanti, si riducono sensibilmente a rette. Esse costituiscono un *quadrilatero caratteristico* — quasi esattamente rombo — che rappresenta e determina tutti i tre effetti (*N. Cim.*, pp. 64, 68.....).

§ 7. — Le esperienze furono eseguite con un cilindretto di bismuto (diametro 27 mm., altezza 13,2 mm.) già usato e descritto in altra occasione <sup>1)</sup>. Dati i nomi ai quattro punti di attacco A, B, C, D e ai quattro fili, si procede così: si stabiliscono le connessioni come prescrive la situazione 1, cioè (I A, III C), indi messo il cilindro nel campo con una certa inclinazione  $\varphi$ , si leggono le 4 deviazioni galvanometriche corrispondenti a  $\pm H$ ,  $\pm i$ . L'inclinazione  $\varphi$  è — conviene dirlo espressamente — l'angolo che la retta congiungente gli attacchi III-IV forma con l'asse dei rocchetti dell'elettrocalamita, preso come positivo in un certo senso. Prendendo  $\varphi$  come ascissa e le 4 deviazioni galvanometriche come ordinate si hanno quattro punti cioè uno per ognuna delle curve  $u_1$ ,  $v_1$ ,  $u'_1$ ,  $v'_1$ . Lo stesso si ripete con altre inclinazioni  $\varphi$ , cosicchè riunendo poi i punti corrispondenti si hanno i quattro frammenti sensibilmente rettilinei delle curve, i quali formano il quadrilatero 1. Se si vuole il quadrilatero 2 bisogna eseguire l'operazione S (staccare i fili, ribaltare intorno alla retta S

<sup>1)</sup> M. La Rosa e A. Sellerio. — *Effet galvanomagnétique parallèle aux lignes de force et normal au courant*. *C. R.*, 170 (1920) pag. 1447.

cioè C D, e riattaccare) e procedere poi come sopra. Così via per 3 e 4. In tal modo si è ottenuta la figura 3. La corrente primaria è circa 10 Amp., il campo  $H = 7000$  in un intraferro di circa 22 mm. Queste esperienze furono dirette più che altro alla verifica qualitativa, perciò ritenni superfluo impiegarvi tutto il rigore indispensabile per determinazioni molto precise, le quali impongono il controllo continuato della costanza di  $H$  ed  $i$ , la misura di  $\varphi$  mediante un cerchio graduato come in esperienze anteriori (*N. Cim.*), mentre qui gli angoli  $\varphi$  furono valutati approssimativamente, e infine la simmetria geometrica *perfetta* del corpo coi suoi attacchi, quale la teoria richiede, cosa difficilissima a raggiungersi interamente in pratica.

Se confrontiamo anzitutto i quadrilateri 1, 4, vediamo chiaro che le quattro curve  $(\cdot) \gg$ ,  $(\times) \gg$ ,  $(\cdot) \ll$ ,  $(\times) \ll$  della situazione 1 cioè  $u_1 v_1 u'_1 v'_1$  coincidono rispettivamente con le  $(\times) \ll$ ,  $(\cdot) \ll$ ,  $(\times) \gg$ ,  $(\cdot) \gg$  della situazione 4, cioè con  $u'_4 v'_4 u_4 v_4$ . E questo è appunto quanto si era previsto

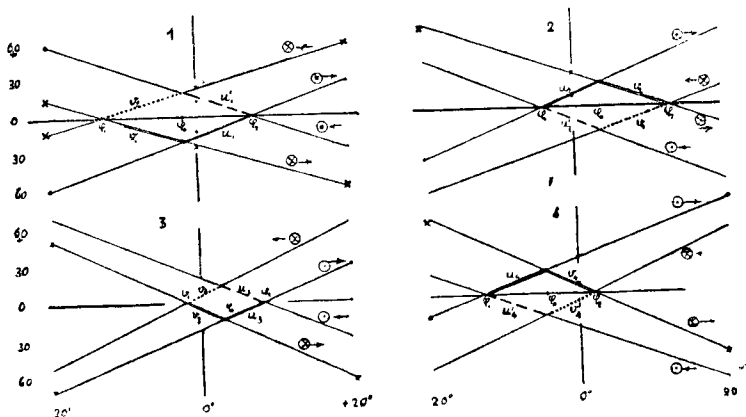


fig. 4

nella parte prima, o nelle (9), e conferma così in modo netto le considerazioni svolte. In particolare, si osservi che è rimasto sensibilmente invariato il centro  $\varphi_0$  del parallelo-

gramma, il che significa, secondo le (2'), che l'effetto assiale non è mutato nè in valore nè in segno. Invece ha cambiato segno la perturbazione, rappresentata per  $\varphi = \varphi_0$  dalla semi-diagonale parallela all'asse delle ordinate, presa col segno  $\pm$  secondo che la curva  $u$  sta sopra o sotto della curva  $v'$ . L'effetto totale si annulla negli estremi  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  dell'altra diagonale: nella situazione 1 l'annullamento si ha dando al cilindretto di bismuto un'inclinazione positiva (circa  $+7^\circ$ ) se il campo ha il verso ( $\cdot$ ), negativa (circa  $-12^\circ$ ) se il campo ha il verso contrario ( $\times$ ). Nella situazione 4 avviene l'inverso. In tutto analogo è il passaggio dalla situazione 2 alla 3: si osserva, a dir vero, che nel caso 3 il parallelogramma si è un po' ristretto. Questo sarebbe un piccolo neo (del resto si può forse imputare a cause di errore), ma ad ogni modo non muta sostanzialmente nulla. L'impiccolirsi del parallelogramma significherebbe che la perturbazione è diminuita; ma l'effetto assiale è rimasto immutato, come ne è prova il fatto che il centro del parallelogramma si è conservato anche qui.

Veniamo ora al passaggio da 1 a 2. Esso è presidiato dalla formola (4'')

$$f_2(\varphi, H, i) = -f_1(-\varphi, H, i),$$

la quale dice che si passa dalle curve relative al caso 1 a quelle relative al caso 2 ribaltandole prima intorno all'asse delle ordinate e poi intorno all'asse delle ascisse: e questo è appunto conforme all'esperienza, come mostra la figura. Qui la perturbazione cambia segno, e cambia segno  $\varphi_0$  e con esso l'effetto assiale.

È degno di nota che i punti in cui l'effetto si inverte cioè  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  non possono coincidere con i due di prima, e si trovano per il caso 2 a circa  $-5^\circ$  e  $+12^\circ$ . Così in tutto si hanno 4 punti di inversione. Questi 4 punti si riducono a 2 nel solo caso in cui il parallelogramma risulti centrato sull'asse delle ordinate, cioè quando manchi l'effetto assiale ( $\varphi_0 = 0$ ).

Il passaggio dalla situazione 3 alla 4 è del tutto analogo a quello ora visto da 1 a 2.

§ 8. — Le cose dette si possono sintetizzare elegantemente tenendo presente che le operazioni P, S col loro prodotto e con l'identità costituiscono un gruppo isomorfo a un gruppo di sostituzioni sulle quattro lettere A, B, C, D cioè:

$$P \equiv (C, D) \quad S \equiv (A, B) \quad PS \equiv (A, B)(C, D) \quad P^2 \equiv S^2 \equiv 1.$$

E allora, esperienze e teoria dicono:

« L'operazione  $P \equiv (C, D)$  fa rotare di  $180^\circ$  il quadrilatero « caratteristico intorno al suo centro nel piano della figura: « l'effetto assiale non cambia, la perturbazione si inverte <sup>1)</sup> »;

« L'operazione  $S \equiv (A, B)$  fa rotare di  $180^\circ$  il quadrilatero « intorno al centro delle coordinate nel piano della figura: si « invertono sia l'effetto assiale che la perturbazione ».

La buona concordanza delle cose mostrate riconosciuta con una semplice ispezione della fig. 4 dispensa dall'esame e dal confronto dei valori di  $t$ ,  $a$ ,  $p$ , che si dovrebbe fare mediante le (6)-(9). A questo metodo di verifica dovremo ricorrere nelle esperienze seguenti.

\* \* \*

§ 9. — Le esperienze precedenti bastavano per dare ragione alle previsioni; ma ho voluto da un canto cercare nuove conferme, e d'altro canto spingere un po' più avanti la ricerca per mettere in maggior luce la natura *strutturale* dei fenomeni: assiale e perturbazione. Immaginiamo di mettere orizzontalmente nel campo magnetico sempre orizzontale un dischetto p. es. di bismuto della grandezza di un soldo, al quale siano stati saldati i 4 fili, due primari e due secondari, lungo due diametri ortogonali, p. es. nella situazione (I A, III C). Si ecciti il campo in uno o nell'altro

<sup>1)</sup> Ciò vale esattamente quando il quadrilatero è esattamente un parallelogramma, figura simmetrica rispetto al punto d'incontro  $\varphi_0$  delle diagonali.



senso, e si notino le deviazioni del galvanometro. Qui interviene il solito ragionamento: tenendo fermi i fili I II III IV si tolgano le saldature, si giri il disco su sè stesso per un certo angolo  $\alpha$  (rotazione in un piano orizzontale, cioè intorno all'asse del cilindro), si rimettano le saldature e si ripeta l'esperienza. Se il disco è perfettamente omogeneo ed isotropo, si debbono avere le stesse deviazioni galvanometriche di prima. Se invece  $v'$  è anisotropia, (o comunque ineguaglianza di struttura) e si ammette che essa sia la ragione d'essere dei fenomeni, la deviazione galvanometrica cambierà, cioè  $w$  in queste condizioni sarà funzione di  $\alpha$ . Questa funzione è da determinarsi sperimentalmente, ma ammetterà certo il periodo  $2\pi$ . In base alle considerazioni fatte innanzi si può prevedere intanto questo: Aumentare  $\alpha$  di  $180^\circ$  equivale a fare l'operazione P S, cioè se una posizione a piacere p. es.  $\alpha=0$  si prende come situazione 1, la posizione  $\alpha=180$  sarà la corrispondente situazione 3. Ora abbiamo

$$u_1 = t + a + p$$

$$u_3 = t - a + p.$$

quindi dopo mezzo giro l'effetto Halle *puro*  $t$  e la perturbazione  $p$  riprendono i loro valori, e l'effetto assiale cambia segno. Allora: i due primi o sono costanti rispetto ad  $\alpha$ , o ammettono il periodo  $\pi$ ; l'effetto assiale *non può* essere costante — perchè cambia segno dopo  $180^\circ$  —, ma dovrà essere per la continuità funzione di  $\alpha$ , a periodo minimo  $2\pi$ , sviluppabile in una serie di Fourier composta *solo di armoniche dispari*.

§ 10. — Per verificare queste deduzioni non potevo pensare certo a eseguire e togliere le saldature ripetute volte su un delicato disco di bismuto, e provvidi nel seguente modo.

Diviso l'orlo del disco in 8 parti eguali, vi si saldarono normalmente alle basi 8 aghetti di rame, di alcuni mm. di

lunghezza, in modo che di ogni aghetto metà sporgesse da una parte del disco e metà dall'altra. Poi in un piattello un po' più grande di ebanite si scavarono 8 pozzetti o alveoli vicino all'orlo in modo che posando il disco di bismuto (spessore 1 mm., diametro 20 mm.) sull'ebanite gli aghetti si alloggiassero negli alveoli. Di essi, 4 a  $90^\circ$  l'uno dall'altro, si riempirono di mercurio mettendoli in comunicazione, mediante fili, con appositi morsetti dove si attaccano la pila (I, II) da un canto, e il galvanometro (III, IV) dall'altro canto. Il piattello di ebanite su un supporto ben isolato si collocò orizzontalmente a stima d'occhio (per diminuire quanto più si può l'effetto Hall puro) nel campo magnetico. Le due

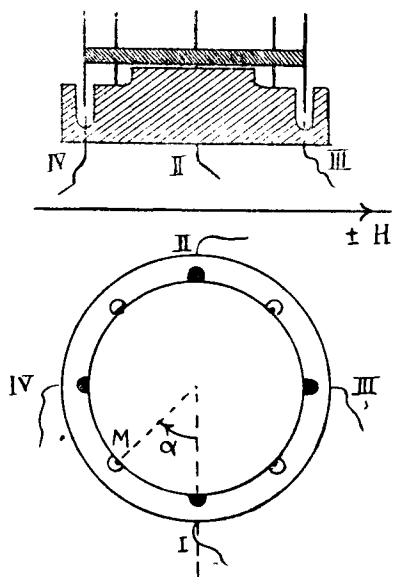


Fig. 5.

facce del disco furono segnate in modo diverso: le chiameremo, per brevità, *bianca* l'una e *nera* l'altra. Inoltre uno a piacere M degli aghetti di rame fu contraddistinto in modo speciale: così fu facile determinare l'azimut  $\alpha$ , cioè l'angolo

fra il raggio fisso  $OI$  e quello mobile  $OM$ , e caratterizzare la posizione del disco. Le posizioni differenti che esso può prendere sono 16, che si corrispondono a 4 a 4 mediante operazioni  $P, S$ ,  $P S$ . Poniamo p. es. sul piattello di ebanite il disco con la faccia bianca all' insù ed  $\alpha \equiv 45^\circ$ , inviamo la

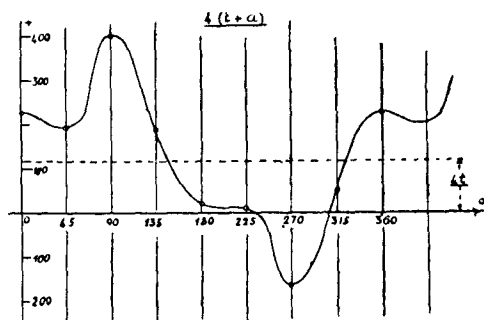


fig. 6

corrente primaria  $\pm i$  attraverso i pozzetti I, II e notiamo gli effetti col campo  $\pm H$ ; indi solleviamo il dischetto di bismuto, giriamolo di  $180^\circ$  in modo che sia  $\alpha \equiv 45 \pm 180$ , e ricollochiamolo, sempre con la faccia bianca all' insù, sopra l'ebanite. Se la posizione di partenza si prende come *situazione* 1, la nuova sarà la 3. Per ottenere la corrispondente 4 bisogna mettere il disco con la faccia nera all' insù ed  $\alpha' \equiv -45$ ; infine si avrà la situazione 2 con faccia nera ed  $\alpha' \equiv -45 \pm 180$ .

Debbo avvertire che in queste esperienze vi sono diverse cause di errore, che possono offuscare i risultati: riconobbi che la più grave proviene dal gioco che gli aghetti di rame hanno necessariamente negli alveoli di ebanite; questo fa sì che le diverse posizioni non sono nettamente definite, tanto più se gli aghetti sono un po' storti e non esattamente normali al piano del disco. Collocato p. es. il disco per  $\alpha = 45^\circ$  e fatte le misure, basta smuoverlo un pochino, perchè le letture cambino parecchio, e ne risente soprattutto la pertur-

bazione, che è a variazione rapida. Accortomi che questo era il difetto principale, vi rimediai raddrizzando quanto meglio possibile gli aghetti e fissando lungo la direzione I II normale al campo due punti che costituivano un *traguardo* sulla cui linea dovevano sempre trovarsi due aghetti. Bastò questa precauzione perchè le esperienze riuscissero qualitativamente perfette e anche soddisfacenti quantitativamente.

La corrente era circa 1 Amp., il campo  $H = 5700$  con una distanza di 28 mm. fra le facce polari.

Ecco i numeri:

TABELLA I.

	$\alpha$	0	45	90	135	180	225	270	315
faccia bianca	$2u$	+254	— 7	+128	+ 79	+157	—100	—140	—34
all' insù	$2v$	+ 26	—223	—264	—125	+130	—116	+ 48	—35

	$\alpha'$	0	45	90	135	180	225	270	315
faccia nera	$2u$	— 3	+ 73	— 11	+101	—104	+102	+269	+185
all' insù	$2v$	—227	— 25	+131	+104	—119	— 62	—138	+ 10

I valori dati corrispondono effettivamente a una media fatta prendendo la corrente nei due sensi, e ciò per com-

pensare in certo modo errori accidentali ed eliminare l'effetto Joule o in generale gli effetti indipendenti dal verso della corrente  $i$ . Per esempio la prima lettura risulta così:

corrente	»»	campo nullo	lettura	+ 120
»	»»	» (.)	»	+ 244
				-----
				effetto $u = + 124$
corrente	««	campo nullo	lettura	- 128
»	««	» (.)	»	- 258
				-----
				effetto $u' = - 130$

Se non vi fossero errori, i due valori dovrebbero essere eguali e di segno contrario; perciò per  $u$  si prese la media dopo d'aver cambiato il segno di  $u'$ , ossia  $2u = 124 + 130 = 254$ , come è scritto nella tabella.

Secondo quanto fu avvertito sopra, è facile ricavare dalla tabella I, i valori di  $u_1, \dots, u_4, v_1, \dots, v_4$  che corrispondono a un medesimo angolo iniziale  $\alpha$ . Per esempio, se si prende come  $2u_1$  quello dato da faccia bianca per  $\alpha = 45$ , cioè  $-7$ , il corrispondante  $2u_4$  sarà dato da faccia nera ed  $\alpha' \equiv -45 + 180 = 135$  e nella tabella I si trova 101.

Ordinando a questo modo, per maggiore comodità, i dati dall'esperienza, si ha la seguente tabella.

TABELLA II

$\alpha$	0	45	90	135	180	225	270	315
$2u_1$	+254	- 7	+128	+ 79	+157	-100	-140	- 34
$2u_2$	-104	+101	- 11	+ 73	- 3	+185	+269	+102
$2u_3$	+157	-100	-140	- 34	+254	- 7	+128	+ 79
$2u_4$	- 3	+185	+269	+102	-104	+101	- 11	+ 73
$2v_1$	+ 26	-223	-264	-125	+130	-116	+ 48	- 35
$2v_2$	-119	+104	+131	- 25	-227	+ 10	-138	- 62
$2v_3$	+130	-116	+ 48	- 35	+ 26	-223	- 264	-125
$2v_4$	-227	+ 10	-138	- 62	-119	+104	+131	- 25

§ 11. — I grandi salti con cambiamenti di segno nei numeri delle tabelle mostrano all'evidenza, anche se non si sapesse nulla di tutto quanto procede, il carattere strutturale dei fenomeni, perchè sbalzi così grandi non si potranno certo attribuire alle lievi imperfezioni nella simmetria *esterna* dell'esperienza.

Procediamo ora all'interpretazione quantitativa. Le espressioni (6), (7), (8), (9) contengono sempre gli stessi numeri  $t$ ,  $a$ ,  $p$ , che non cambiano finchè non si muta o l'inclinazione  $\varphi$ , o il campo  $H$ , o la corrente  $i$ . Se consideriamo per esempio  $u_1$ ,  $v_1$ ,  $u_4$ ,  $v_4$ , abbiamo 4 equazioni fra le tre incognite  $t$ ,  $a$ ,  $p$ .

Ora tre di queste equazioni sono sempre compatibili fra loro, cioè si possono trovare tre numeri  $t$ ,  $a$ ,  $p$  che le soddisfino; ma la quarta non sarà compatibile con le altre, se fra i quattro numeri  $u_1$ ,  $v_1$ ,  $u_4$ ,  $v_4$  ricavati dall'esperienza non vi sia un legame fisso, che rappresenta una legge fisica. Così per le altre  $u$ ,  $v$ . Il legame, se è vero quanto si è esposto, cioè se son vere le (6)-(9), è stabilito dalle relazioni

$$(10) \quad u_1 + v_1 = u_3 + v_3 = -(u_4 + v_4) = -(u_2 + v_2) = 2p,$$

sicchè in sostanza questa verifica si riduce al confronto dei valori di  $p$  nelle 4 situazioni. La tabellina seguente mostra il buon accordo, giacchè i numeri *in una stessa colonna* ricavati dalla tabella II mediante le (10) concordano **in segno**, e quasi quasi in valore.

TABELLA III.

Valori di $4p$	0°	45°	90°	135°	180°	225°	270	315
ricavati da $u_1 v_1$	+280	-230	-136	-46	+287	-216	-92	-69
» $u_2 v_2$	+223	-205	-120	-48	+280	-230	-136	-46
» $u_3 v_3$	+287	-216	-92	-69	+230	-195	-131	-40
« $u_4 v_4$	+230	-195	-131	-40	+223	-205	-120	-48

Questa è una *verifica di coerenza*, cioè si è sicuri che vi sono per ogni valore di  $\alpha$ , tre effetti elementari  $t$ ,  $a$ ,  $p$  che combinati fra loro, secondo le previsioni contenute nelle (6)-(9), danno almeno con buona approssimazione gli otto effetti complessivi  $u_1, \dots, v_4$  (relativi a quel dato  $\alpha$ ), accessibili direttamente all'esperienza.

Inoltre, la tabellina III mostra che  $p$  è effettivamente variabile con  $\alpha$  ed ha il periodo  $\pi$ , cioè contiene solo armoniche pari, come si era previsto.

Per avere i singoli valori di  $t$ ,  $a$ ,  $p$  relativi a un dato  $\alpha$ , si possono prendere, secondo quanto si è visto poc'anzi tre qualunque delle letture  $u_1, \dots, v_4$  (di una stessa colonna della tabella II), quindi avendone a disposizione 8, è possibile compensare gli errori prendendo medie. Per  $p$  basta prendere la media in ogni colonna della tabella III e si ha

$$\begin{array}{rcccl} \alpha = & 0^\circ & 45^\circ & 90^\circ & 135^\circ & 180^\circ & \text{ecc.} \\ 4p = & +255 & -211 & -120 & -51 & +255 \end{array}$$

Per l'effetto Hall puro  $t$ , si ha (6)-(9):

$$8t = (u_1 - v_1) + (u_2 - v_2) + (u_3 - v_3) + (u_4 - v_4),$$

e si trova coi dati della tabella II un valore *quasi costante*  $4t = 115$ , con un accenno non sicuro a una piccola oscillazione a periodo  $\pi$ .

Finalmente, per l'effetto assiale  $a$  si ha sempre da (6)-(9):

$$8a = (u_1 - v_1) - (u_2 - v_2) - (u_3 - v_3) + (u_4 - v_4)$$

e la tabella II fornisce i seguenti valori:

$$\begin{array}{rcccl} \alpha = & 0^\circ & 45^\circ & 90^\circ & 135^\circ & 180^\circ & 225^\circ & 270^\circ & 315^\circ & 360^\circ \\ 4a = & 102 & 94 & 282 & 67 & -102 & -94 & -282 & -67 & 102 \end{array}$$

Si trova cioè, come si era previsto, una funzione periodica di  $\alpha$  che cambia segno (fig. 6), dopo mezzo giro, decomponibile — se si vuole — in due termini del tipo  $\sin \alpha$ ,  $\sin(3\alpha + K)$ .

La determinazione sperimentale esatta di queste curve uscirebbe dalle ragioni e dai limiti del presente studio.

## Parte Terza.

**Critica e conclusioni.**

§ 12. — Rifacendoci un poco indietro, osserviamo che le formole (3), (4), (5), che si possono anche scrivere

$$Pf(\varphi, H, i) = -f(\varphi, -H, i)$$

$$S \cdot f(\varphi, H, i) = f(180 - \varphi, -H, -i)$$

$$P \cdot S f(\varphi, H, i) = f(-\varphi, -H, i)$$

insieme con altre del genere, come quella che traduce l'equivalenza fra inversione di campo e rotazione di lastrina per  $180^\circ$  attorno ad AB

$$f(\varphi \pm 180, H, i) = f(\varphi, -H, i),$$

costituiscono altrettante proposizioni *a priori*, alle quali l'esperienza non può mai contraddire, perchè sono fondate unicamente sulla natura dello spazio; e varrebbero anche se i fosse un flusso di calore, quindi possono avere un'interpretazione più generale. Ad esse si può aggiungere un'altra di natura sperimentale, ma generalmente verificata e cioè

$$f(\varphi, H, -i) = -f(\varphi, H, i).$$

Questo complesso di proposizioni dunque a rigore non ha bisogno di essere verificato sperimentalmente: anzi, al contrario, il grado col quale una esperienza soddisfa a queste proposizioni dà la misura dell'esattezza e dell'attendibilità dell'esperienza stessa.

Applicate queste proposizioni alla funzione (2)

$$f = A'Hi \sin \varphi - B'Hi \cos \varphi + (a + b \cos 2\varphi) H^2 i$$

data dalle esperienze eseguite su diverse lastre di bismuto, e supposta perciò atta a rappresentare in generale con molta approssimazione l'effetto galvanomagnetico complessivo, si



sono fatte alcune previsioni, le quali sono state confermate pienamente dalle esperienze, come abbiamo visto.

Questa conferma significa da un canto che la (2) è valida in generale salvo qualche lieve ritocco, specie all'ultimo termine; d'altro canto obbliga ad ammettere che l'effetto assiale e la perturbazione sono di natura *strutturale*, intendendo con ciò di significare anzitutto che non possono presentarsi in un corpo perfettamente omogeneo ed isotropo. Invece in tale corpo si può presentare benissimo l'effetto Hall puro. Segnatamente notevole è l'esperienza fatta col dischetto (quasi) orizzontale: se esso fosse stato ricavato da una laminetta di bismuto cristallino tagliata normalmente all'asse di simmetria cristallografica, in tutte le 16 posizioni si sarebbero avuti gli stessi numeri. Perciò lo studio di questi effetti ci porta inevitabilmente alla considerazione dell'assetto cristallino del metallo. Per l'effetto Hall puro questo non sembra *logicamente indispensabile*, ma chi può dire che la natura cristallina non vi abbia parte *essenziale*? Chi conosce la connessione dei fenomeni? È certo che l'effetto Hall (puro) è ancora il vero ribelle alla teoria elettronica, è certo che si presenta in grado eminente nei metalli a spiccata struttura cristallina, ed è dimostrato da belle esperienze di van Everdingen che il valore della solita costante  $R$  varia — con leggi da lui stabilite — secondo la orientazione dell'asse cristallografico <sup>1)</sup>,

<sup>1)</sup> Gli elettrodi secondari erano fissi e stavano al solito in un piano normale al campo magnetico: si sperimentava su prismi tagliati sotto angoli differenti da un cristallo di bismuto.

Il prof. van Everdingen mi ha gentilmente inviato una monografia (estratta dagli Archives néerlandaises des Sciences — Harlem) nella quale sono descritte le esperienze e teorie svolte da lui e da Lebet dal 1895 al 1900 sulle relazioni fra la cristallografia del bismuto e l'effetto (Hall) *trasversale* sia puro che perturbato dalla dissimmetria nota. La monografia, del cui contenuto avevo solo notizie sommarie, mi è giunta quando il presente lavoro era già completo e perciò non ho potuto tenerne conto: ritengo che il confronto fra i lavori e i metodi da me svolti e quelli di Everdiugen e Lebet dovrebbe riuscire assai proficuo.

§ 13. — A dir vero, per essere del tutto equanimi, bisogna soffermarsi un momento anche sull'altra delle due ipotesi possibili e già prospettate, vedere cioè se gli effetti assiale e perturbatore possano essere causati da *inomogeneità* del corpo. Questa ipotesi, se non può essere a rigore scartata del tutto in base alle esperienze e deduzioni superiori, ha però una minima parte di probabilità per sè.

Le lastrine con cui fu stabilita la (2) erano preparate fondendo in una capsula del bismuto, versandolo su una lastra di vetro calda e poggiandovi su un'altra lastra calda.

Così si lasciava per alcun tempo fino a raffreddamento. Dalla parte migliore poi si ritagliava il pezzetto da sperimentare e si assottigliava quanto occorreva, raschiando con ogni riguardo.

Ora è difficile pensare che in uno straterello sottile di un metallo, preparato como si è detto possano esistere *forti* inomogeneità. È più difficile poi pensare che queste inomogeneità possano essere tuttavia tali da dare alle esperienze una regolarità così manifesta; è invece più ammissibile che al contrario le piccole inomogeneità inevitabili guastino qua e là le esperienze come cause di errore. Se poi come inomogeneità si dovesse intendere impropriamente il fatto molto possibile che le particelle cristallizzate non siano *tutte* egualmente orientate nel campione in esame, si rientrerebbe nella natura cristallina del fenomeno.

Qui apro una breve parentesi perchè cade in acconcio un'osservazione circa la *purezza chimica* del campione:

Quando si dice p. es. che l'effetto assiale non può presentarsi in un corpo omogeneo ed isotropo, questo vale indifferentemente se si tratta di *metallo puro*, o *impuro* o di una *lega*, purchè le particelle siano uniformemente distribuite. Che se poi si volesse attribuire la causa dell'effetto a una distribuzione non uniforme delle particelle che costituiscono le impurità, o a formazioni microcristalline di esse impurità disse-

minate e orientate ecc. — il che è plausibile — si ricadrebbe anche qui nella tesi cristallina del fenomeno.

Eguale cura fu impiegata per tutti gli altri pezzi studiati. Per esempio, il dischetto del § 9 e seg. fu preparato così: si praticò al tornio, in una lastra di ottone, una cavità cilindrica profonda un paio di mm. e larga 20.

Entro questa forma di ottone si fuse il bismuto che fu poi spianato al tornio nella stessa formetta, finchè il disco venne fuori. Qui sembra quasi cavilloso ricorrere a inomogeneità per spiegare i fenomeni. Quindi, se non con certezza matematica, almeno con la massima probabilità, si può asserire che la causa dei fenomeni assiale e perturbatore — e forse in parte, dell'effetto Hall puro — risiede nel comportamento della struttura cristallina di fronte al campo magnetico.

#### § 14. — *Due obiezioni.*

##### 1.<sup>a</sup> — *Imperfetta uniformità del campo magnetico.*

Di questa possibilità mi son già preoccupato (*Nuovo Cimento*, p. 69), quantunque con una elettrocalamita Weiss terminata da espansioni polari completamente cilindriche (cioè senza smusso) del diametro di 7 cm. tenute a una distanza da 2,5 a 3,5 cm. si può bene aspettare che il campo sia uniforme, almeno nello spazio soggetto all'esperienza, che è contenuto tutto in cilindro di 3 cm. di diametro al più, coassiale ai poli. Costatai l'uniformità sia con la spirulina di Leduc, sia spostando parallelamente le lastre sulle quali sperimentavo: recentemente poi, ricampionando l'elettrocalamita con la spirulina di Leduc, ho trovato che il campo è uniforme dentro un cilindro di 5 cm. o forse più, di diametro.

D'altra parte, avendo trovato (*Nuovo Cimento*) con una lastrina di bismuto  $\varphi_0 = 15^\circ$ , con altra  $\varphi_0 = 40^\circ$ , con altra  $\varphi_0 = 0^\circ$  ecc., come si spiegherebbe che la stessa elettrocalamita, quindi la stessa non uniformità possa produrre effetti assiali tanto diversi? In terzo luogo, si può osservare che sarebbe difficile attribuire alla non uniformità tanto l'effetto as-

siale che si inverte con  $H$ , quanto la perturbazione che non si inverte.

Ma anche senza tutto questo, la seguente osservazione taglia corto: nell'esperienza col disco, poichè esso dopo una rotazione  $\alpha$ , o un ribaltamento riprende rispetto allo spazio e rispetto al campo, *uniforme o no*, la medesima posizione, e la deviazione galvanometrica cambia grandemente, è avvenuto qualche cambiamento grande invisibile, nascosto nel corpo e quindi torna in gioco la struttura.

2.<sup>a</sup> — *Corrente iniziale secondaria.*

È difficile che gli attacchi  $C$ ,  $D$  si trovino a campo nullo sopra una linea equipotenziale, quindi anche prima di eccitare il campo il galvanometro devia, accusando una corrente nel circuito secondario. Si possono attribuire a questa corrente iniziale i due fenomeni assiale e perturbazione? Nelle mie esperienze con lastre rettangolari (*Nuovo Cimento*), appunto per evitare complicazioni o metodi di compenso, riuscivo con molta pazienza a far sì che il galvanometro, chiusa la corrente primaria *restasse fermo* sensibilmente (tutto al più si moveva di qualche divisione della scala, mentre eccitato il campo si avevano centinaia di divisioni in uno o nell'altro senso), quindi  $C$ ,  $D$  si trovavano praticamente su una linea equipotenziale, e in questi casi l'obbiezione cade senz'altro. Occasionalmente poi, mi accorsi in diversi tentativi di esperienze, che quando gli elettrodi non erano esattamente a posto, o quando — essendosi dissaldati gli elettrodi primari — si rinnovava qualche saldatura, o quando ancora per accidente restava alterato l'orlo della lastrina in modo da guastare un po' la simmetria o da produrre comunque corrente iniziale nel galvanometro, i risultati (deviazione col campo, *meno* deviazioni senza campo) non venivano sostanzialmente mutati.

Ma si può approfondire la discussione mediante l'esame dei ribaltamenti. Si disegni una lastrina rettangolare, e si mettano i punti  $C$ ,  $D$  non proprio sulla mediana del rettan-

golo, ma uno da una parte e l'altro dall'altra. Con una simile lastrina, connesso A al posto positivo e B al negativo della pila, C, D non avranno eguali potenziali, ma C per esempio se è più vicino ad A sarà  $+$  rispetto a D e il galvanometro (senza eccitare il campo) darà in questa situazione

$$(I \ A \ III \ C),$$

una deviazione iniziale per esempio positiva. Eccitato il campo si avrà

$$u_1 = t + a + p.$$

Se ora si fa l'operazione P e si passa alla situazione

$$(I \ A \ III \ D),$$

si vede da un canto che si inverte la corrente iniziale di asimmetria, e dall'altro canto l'effetto galvanomagnetico di viene, come sappiamo,

$$u_2 = t + a - p.$$

Dunque l'effetto assiale è rimasto immutato mentre la corrente iniziale ha cambiato segno, e questo conferma quanto si è detto sopra circa l'indipendenza dei due fatti. Veniamo alla perturbazione: qui ha cambiato segno, e anche con l'operazione S cambiano segno l'effetto e la corrente iniziale; invece con l'operazione SP si conservano inalterati tutti e due.

Questa osservazione, malgrado i risultati delle esperienze precedenti, mi insinuò ancora il dubbio di un parallelismo fra i due fatti, ma tronecai decisamente questo scrupolo con nuove esperienze: presi una lastrina girevole intorno ad AB nel suo supporto solito già accuratamente preparato ed usato in altre esperienze, rilevai il quadrilatero caratteristico dove sappiamo che l'effetto assiale e perturbatore si manifestano più fortemente. Poi staccato uno degli elettrodi secondari e risaldatolo in posizione (leggermente) diversa in modo da avere un'altra corrente iniziale secondaria, rilevai di nuovo il quadrilatero caratteristico. E così per diverse volte. Il risultato fu che

l'effetto assiale non varia per nulla, e la perturbazione o è del tutto indipendente dalla corrente iniziale, o se mai risente un'influenza minima, come mostra la seguente tabellina in cui i numeri rappresentano, al solito, divisioni della scala.

corrente iniziale	+ 205	+ 135	+ 30	— 350
perturbazione. .	— 20	— 20	— 21	— 24

Si noti che il cambiamento di segno nella prima riga significa che si è passati da una parte all'altra di una linea equipotenziale e tuttavia si è ottenuta sensibilmente la stessa perturbazione.

\* \* \*

§ 15. — Eliminate così anche le due obiezioni, vediamo quel che resterebbe da fare per chiarire meglio i fenomeni.

*Tipi di esperienze:*

1. — Con lastre di *metalli diversi*, e  $\varphi$  variabile.
2. — Con una stessa lastrina: vedere come variano i tre effetti *in funzione di H*. Questo studio venne in parte già iniziato (*Nuovo Cimento*, p. 76).
3. — Influenza delle dimensioni della lastra. Probabilmente, al pari dell'effetto trasversale, gli altri due dipenderanno dalla *densità di corrente*, e quindi saranno in ragione inversa dello *spessore*.
4. — Con lamine di bismuto *cristallino*, di orientazione ben definita rispetto all'asse cristallografico. Estensione delle esperienze di Everdingen (e anche di Lownds: *Drude's Annalen* 4, 6, 9).
5. — Con cilindretti, o prismetti poligonali, *girevoli* intorno all'asse del cilindro (o del prisma): l'asse si può mettere o come nelle esperienze del § 9, o meglio parallelamente al campo prendendo C, D sui centri delle due basi. Lungo un diametro si farà passare la corrente primaria, attaccando diversi fili sull'orlo in direzione radiale. Questa disposizione

presenta il vantaggio di potere avvicinare molto i pezzi polari creando un forte campo, senza impedire la rotazione del corpo.

Analoghe esperienze si potranno istituire per i fenomeni termomagnetici, dato il parallelismo che esiste coi fenomeni galvanomagnetici: per esempio si hanno tutte le ragioni per prevedere un *effetto assiale termomagnetico*.

§ 16. — Intanto le cose sono a tal punto che la teoria ha basi sufficienti per tentare una spiegazione, o costruire una immagine dei fenomeni. Secondo il mio modesto avviso, la teoria elettronica potrà riuscire in questo tentativo, innestando su sè stessa considerazione di natura cristallografica. E il modo più semplice mi pare questo: Si hanno tre parametri fondamentali  $N$ ,  $l$ ,  $v$ , che entrano in gioco in tutte le questioni. Di questi tre,  $l$  cammino medio libero *deve* essere diverso nelle varie direzioni: cioè la *media* va presa lungo quella tal direzione che si considera. Non vi è infatti ragione alcuna perchè la media presa lungo una direzione debba coincidere con quella presa lungo un'altra. Anzi vi è ragione perchè ciò non sia — tranne nei corpi isotropi — come suggeriscono la conducibilità termica ed elettrica e l'immagine molecolare e atomica suffragata ora dalle esperienze sulla riflessione dei raggi X. La teoria cinetica dei gas può fare a meno di queste considerazioni perchè le pareti contro cui urtano le particelle — a parte le mutue collisioni — sono lontane, ma qui le particelle urtano contro le molecole o gli atomi che sono presenti in tutta la massa. È come se nel recipiente in cui è contenuto il gas si mettesse per esempio un reticolato o un sistema *ordinato* di schermi piani. Il cammino medio è dunque variabile da una direzione all'altra e non è lecito a priori prendere la media in blocco, cioè per tutto l'angolo solido giro. Allora  $l$  *deve* essere considerato come un vettore: gli estremi dei vettori tirati da un punto formeranno un superficie il cui studio è essenziale. Probabilmente sarà al solito una quadrica (finora, in fondo, si è considerata arbitraria-

mente come una sfera). Sotto l'azione del campo, questa superficie si altera (può avvedere deformazione, dilatazione, rotazione ecc.) e nascono vari effetti, col concorso — se si vuole — delle forze elettrodinamiche agenti sugli elettroni liberi. Per esempio, una contrazione uniforme della quadrica sotto l'azione del campo, significa un semplice accrescimento di resistenza eguale in tutte le direzioni, il che non altera la distribuzione delle superficie equipotenziali.

Come mai poi il campo possa far variare la superficie ora considerata, è facile pensare, sol che si tengano presenti i fenomeni di magnetostizione che alterano le distanze delle molecole e le loro azioni reciproche, e si può del resto ammettere un'azione del campo sulle orbite degli elettroni vincolati.

Che se poi si vuole aggiungere l'ipotesi di  $N$  variabile <sup>1)</sup>, cioè l'ipotesi che il campo possa svincolare elettroni da un complesso chiuso e renderli liberi, o viceversa costringerli in servitù, si ha più di quanto occorre per spiegare tutti i possibili fenomeni galvano e termo-magnetici. E altri fenomeni relativi ai metalli forse verranno meglio in chiaro.

Naturalmente, le ipotesi vanno introdotte con garbo e sussidiate dalle esperienze, cominciando coi fatti più semplici. **Ma intanto l'idea che  $l$  sia un vettore mi pare, più che una ipotesi, una necessità.**

Palermo, febbraio 1921.

<sup>1)</sup> La Rosa. — *Nuovo Cimento*, 18, (1919), pag. 26; *ibidem*, pag. 39.