

Im dritten Kapitel wird die hyperbolische Trigonometrie aufgebaut. Es ergeben sich zuerst Formeln für das rechtwinkelige Dreieck, in denen nicht die Winkel des Dreieckes selbst, sondern die Lote vorkommen, deren Parallelwinkel sie sind. Erst nach Festsetzung des Winkelmaßes werden die Winkel selbst in die Formeln eingeführt. Den Schluß dieses Kapitels bildet der Nachweis, daß im kleinen die euklidische Geometrie gilt, sowie eine darauf beruhende, von Gauß angedeutete Ableitung der nichteuklidischen Geometrien und endlich die Deutung der hyperbolischen Planimetrie als sphärische Geometrie auf einer Kugel vom Radius $i = \sqrt{-1}$. Von den mannigfaltigen Druckfehlern dieses Kapitels sei bloß hervorgehoben, daß der Sinussatz (p. 74, letzte Zeile) unrichtig angeschrieben ist. Auf p. 84, Z. 3 v. o., wird ferner auf „Formeln (1) bis (5)“ verwiesen, die wohl in der ersten Auflage (auf p. 130) vorkommen, in der zweiten aber teilweise weggeblieben und überhaupt nicht nummeriert sind.

Das vierte Kapitel, das Längen- und Inhaltsmessungen behandelt, hat nur geringe Änderungen erfahren (auch in bezug auf die Druckfehler); dagegen sind im fünften Kapitel, wo die analytische Geometrie der hyperbolischen Ebene mit Benützung der Weierstraßschen homogenen Koordinaten entwickelt wird, neu aufgenommen die Cayley-Kleinsche Metrik, sowie die konforme Abbildung der hyperbolischen Ebene, bei welcher den Geraden derselben die Kreise eines Bündels mit reellem Orthogonalkreis entsprechen. (In der ersten Auflage war dieser Abbildung ein eigenes Kapitel gewidmet.) Sehr gekürzt wurde auch die Geometrie der Kegelschnitte in der hyperbolischen Ebene.

Die wesentlichste Änderung, die das sechste Kapitel erfahren hat, ist die Aufnahme der Studyschen Abbildung der Speere des elliptischen Raumes (p. 186—194). Die Schilderung einer Konstruktion auf p. 157 ist wohl etwas allzu knapp ausgefallen und enthält überdies in Z. 6 v. o. einen irreführenden Druckfehler.

Im letzten Kapitel, das einiges aus der nichteuklidischen Mechanik enthält, ist als neu hinzugekommen zu erwähnen die Darstellung der Beziehungen des Relativitätsprinzips zur hyperbolischen Geometrie.

Im ganzen scheint der Verfasser offenbar bestrebt gewesen zu sein, den Umfang des Werkes nach Möglichkeit zu verringern; jedenfalls ist es ihm gelungen, die Seitenzahl um 26 herabzudrücken, freilich nicht selten auf Kosten der Deutlichkeit, die außerdem noch durch eine recht große Zahl von Druckfehlern gestört wird.

Der kundige Leser wird gewiß in dem Buche vieles finden, was ihn interessiert; wir glauben aber nicht, daß der mit dem Gegenstand nicht vertraute Anfänger, der aus dem Buche lernen will — und nach dem Plane der Sammlung Schubert sollte man diese Absicht immerhin für berechtigt halten — jenes Maß von Geduld aufbringen wird, das notwendig ist, sich durch das stellenweise recht dichte Gestrüpp von Versehen, Unklarheiten und sinnstörenden Druckfehlern hindurchzufinden.

H. Rothe.

Leçons de Mathématiques générales. Par L. Zorretti, professeur à la Faculté des Sciences de Caen. Avec une préface de P. Appell, Paris, Gauthier-Villars, 1914. XVI et 753 pages.

Hervorgegangen aus Vorlesungen, welche der Verfasser während dreier Jahre an der Faculté de Grenoble für die Studierenden der „Mathématiques générales des Facultés des Sciences“ hielt, soll das vorliegende Werk hauptsächlich allen jenen dienen, welche für irgend einen Zweck die Mathematik als Hilfswissenschaft brauchen.

Der erste der drei Teile des Buches behandelt die analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, sowie die Theorie der Vektoren, ohne daß die Symbolik der Vektoranalysis eingeführt würde. Der zweite Teil bringt aus der Algebra die Lehre von den komplexen Zahlen, den binomischen Lehrsatz, einiges über Determinanten, numerische Auflösung von Gleichungen und das Wichtigste über numerisches und graphisches Rechnen, ferner die Differentialrechnung nebst ihren Anwendungen auf die Theorie der ebenen und räumlichen Kurven, der Flächen und schließlich auf Probleme der Kinematik des materiellen Punktes und des starren Körpers. Der dritte Teil enthält die Integralrechnung nebst geometrischen und mechanischen Anwendungen, zwei kurze Kapitel über elliptische Funktionen und Fouriersche Reihen, ferner zwei Kapitel über gewöhnliche Differentialgleichungen nebst Anwendungen und schließlich einige Andeutungen über partielle Differentialgleichungen. Diese kurze Inhaltsangabe dürfte vielleicht eine Vorstellung von dem reichen und vielseitigen Inhalt des Werkes geben.

Daß die Darstellung sich dem Zwecke des Buches anpaßt und deshalb keine vollständig strenge sein kann, braucht wohl kaum gesagt zu werden. Der Verfasser hat natürlich auf die Ausführung abstrakter Beweise verzichtet und sich häufig damit begnügt, die Sätze anschaulich plausibel zu machen. Hingegen hat er an wichtigen Stellen, wie z. B. bei der Definition des bestimmten Integrals (p. 502) wenigstens angegeben, was eigentlich noch zu beweisen übrig bliebe. Die unendlich kleinen Größen werden in einwandfreier Weise eingeführt; Grenzwert und Stetigkeit werden offenbar als aus den Elementen bekannt vorausgesetzt.

Es seien noch folgende, einige Einzelheiten betreffende Bemerkungen beigelegt:

p. 3: Die Formeln (1), welche dort Chasles zugeschrieben werden, stammen doch wohl von Möbius.

p. 8, Z. 12 v. u.: Die Bezeichnung *homogene Koordinate* für die *Teilverhältniskoordinate* ist wohl nicht gebräuchlich.

p. 63: Die Seitenüberschrift ist nicht richtig.

p. 96—97: Die Ableitung der Gleichungen für die Ellipse und Hyperbel ist etwas gekünstelt.

p. 100, Z. 14 v. u.: Statt „*sommet*“ lies „*foyer*“.

p. 130, Z. 1 v. u.: Statt „*ellipses*“ lies „*cercles*“.

p. 218, Z. 1 v. u.: Die Bezeichnung „*semikonvergent*“ für „*bedingt konvergent*“ ist nicht gebräuchlich.

p. 240: Fig. 77 ist umzudrehen.

p. 281, von Z. 6 v. u. an: Die Bezeichnung dx und dy müßte erst noch gerechtfertigt werden (vgl. p. 277, Z. 6 v. u.).

p. 317: Fig. 100 ist nicht richtig; die Kurve muß an der y -Achse gespiegelt werden.

p. 322, Z. 3 v. u. ist im allgemeinen nicht richtig.

p. 596, Fig. 171: Die Winkel sind in der Figur anders bezeichnet als im Text.

p. 649—650: Im Beispiel wird nicht, wie angegeben, das gemeinsame Volumen beider Zylinder gerechnet.

p. 709, Z. 9 v. o.: Hier wird die Bezeichnung partikuläres Integral verwendet, aber nirgends erklärt.

p. 730, Z. 5 v. o. ist zu streichen: de révolution.

p. 746, Z. 9—10 v. o. fehlt die Angabe des Geltungsbereiches der Potenzreihen für e^x und $l(1+x)$.

Außerdem finden sich gelegentlich Rechenfehler, z. B. auf p. 60, Beispiel 6, p. 113, Z. 13 und 9 v. u., p. 547, Z. 4 und 1 v. u., etc., und eine nicht geringe Zahl von Druckfehlern. Algebraische und transzendente Kurven werden nicht definiert, doch wird manchmal stillschweigend vorausgesetzt, daß die betrachtete Gleichung $f(x, y) = 0$ eine algebraische Kurve darstellt (p. 299, Z. 3 v. o., und p. 314, Z. 8 v. u.); das Wort „transzendent“ wird auf p. 322 gebraucht. Singuläre Punkte werden nirgends definiert, obwohl von ihnen mehrfach gesprochen wird. Auffallend ist, daß bei den Kurven: Strophoide (p. 317), Zissoide (p. 317), Descartessesches Blatt (p. 318), Lemniscate (p. 319), etc. jede geometrische Definition fehlt; diese Kurven werden bloß durch ihre Gleichungen definiert.

Wenn dieses hübsche Werk wegen seines beträchtlichen Umfanges, seines mannigfaltigen Inhaltes und seiner manchmal immerhin etwas gedrängten Darstellung für ein erstes Studium vielleicht weniger in Betracht kommt, so ist doch sicher anzunehmen, daß es als Ergänzung zu einer Vorlesung, bei der Wiederholung und als Nachschlagewerk sehr gute Dienste leisten wird.

H. Rothe.

Letzte Gedanken. Von Henri Poincaré. Mit einem Geleitwort von Wilhelm Ostwald. Übersetzt von Dr. Karl Lichten-ecker. Leipzig, 1913. Akademische Verlagsgesellschaft. 261 Seiten.

Das vorliegende Buch enthält die in den letzten Jahren seines Lebens von Poincaré veröffentlichten Aufsätze über allgemeinere Fragen. Gleich der erste Aufsatz: „Sind die Naturgesetze veränderlich?“ zeigt uns die charakteristische Art des Verfassers, philosophische Probleme anzufassen. Es ist in den letzten Jahren viel gegen den „Konventionalismus“ gewettert worden; aber wenn man wieder Poincarés so klare, von jeder Übertreibung und Zweideutigkeit, von jedem leeren Wortgepränge freie Sprache vernimmt, verstummen alle Bedenklichkeiten und wir erkennen wieder gern den „Konventionalismus“ als eine Aufklärungsarbeit gegenüber den Scheinproblemen einer bloß grammatikalisch orientierten Scheinphilosophie an.

Ein zweiter Aufsatz: „Raum und Zeit“ bespricht die heute durch die Relativitätstheorie mehr denn je besprochenen Probleme der Relativität von Raum, Zeit und Bewegung in origineller und — man kann die Wiederholung dieses Wortes bei einer Poincarébesprechung nicht vermeiden — aufklärender Weise.

Der dritte Aufsatz, der betitelt ist: „Warum der Raum dreidimensional ist“, sucht in Ausführung einiger schon in dem Buche „Wert der Wissenschaft“ veröffentlichter Gedanken genau festzustellen, welchen sinnlichen Erfahrungen