# Note über Primzahlen.

Von **Leopold Gegenbauer** in Innsbruck.

Für die reellen Primzahlen gilt folgendes Theorem:

Man bestimme für alle durch kein Quadrat theilbaren, aus der Einheit und den $(n \geqq) m (\geqq \sqrt{2n})$ nicht überschreitenden ungeraden Primzahlen gebildeten ganzen Zahlen $x$ die in $\frac{2n}{x}$ enthaltene größte ganze Zahl. Ist nun $\alpha$ die Differenz aus der Anzahl derjenigen Quotienten, von einer der zwei Formen $4s+1$, $4s+2$, welche der Anzahl der Primtheiler des zugehörigen Divisors nach dem Modul 2 congruent sind, und der Anzahl der übrigen, so gibt es in dem Intervalle $[m+1] \ldots n$ (mit Einschluss der Grenzen) um $\alpha - 1$ Primzahlen mehr, als in dem Intervalle $[n+1] \ldots 2n$.

Durch Verbindung dieses Satzes mit dem Bertrand'schen Postulate erhält man die Beziehung

$$\theta(n) \geqq \theta(m) + \alpha,$$

welche selbstverständlich nur für ein positives $\alpha$ einen Wert hat.

Wendet man die angegebene Regel beispielsweise auf den speciellen Fall $n = 100$ an und nimmt $m = \sqrt{200} = 14{\cdot}1 \ldots$ so sind die zur Bildung der Divisoren $x$ zu verwendenden Primzahlen

$$3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13$$

und es hat, wie man sofort sieht, $\left[\frac{2n}{x}\right]$ für

$$x = 3.5,\ 3.7,\ 5.7,\ 3.13,\ 11.13;\ 3.5.7,\ 3.5.11,\ 3.5.13$$

die Form $4s+1$, für

$$x = 3,\ 11;\ 3.11,\ 7.11,\ 7.13$$

aber die Form $4s+2$.

Es gibt also zwischen 14 und 100 um zwei Primzahlen weniger, als zwischen 100 und 200; und in der That ersieht man aus den Primzahltafeln, dass diese zwei Anzahlen 19 und 21 sind.