

ACCELERAZIONE TERMODINAMICA DEL MOTO DI ROTAZIONE DELLA TERRA;
W. THOMSON.

(*Journ. de Phy.* 1882).

Il sig. Simmonds ha raccolto le osservazioni delle variazioni diurne delle altezze barometriche fatte nel corso di più anni in 30 punti differenti della superficie terrestre situati a latitudini diverse comprese tra 60° Nord e 45° Sud, e con queste, applicando l'analisi di Fourier ha costruito i primi tre termini della serie che esprime l'eccesso E dell'altezza barometrica sopra la media diurna in funzione del tempo ϕ contato a partire dalla mezzanotte in ragione di 15° per ogni ora media solare, ed ha ottenuto la formula :

$$E = R_1 \cos(\phi + C_1) + R_2 \cos(2\phi + C_2) + R_3 \cos(3\phi + C_3)$$

dove, prendendo per unità il centimetro e denotando con θ la latitudine sono:

$$R_1 = 0,08 \cos^2 \theta, \quad C_1 = 60^\circ,$$

R_1 e R_2 sono molto più piccoli di R_3 , e quindi le variazioni semidiurne sono molto più importanti di quelle che hanno il periodo di un giorno e di un terzo di giorno. Non occupandosi di queste ultime, avremo :

$$(1) \quad E = 0,08 \cos^2 \theta \cos 2(\phi + 30^\circ)$$

dalla quale si deducono per i tempi delle massime altezze le ore 10 di mattina e di sera, per quelli delle minime le ore 4, e per quelli delle medie le 1 e le 7.

La causa delle variazioni semidiurne dell'altezza barometrica è il sole; ma non può essere l'attrazione ch'esso esercita sopra l'atmosfera, perchè in tal caso una variazione barometrica maggiore dovrebbe essere prodotta anche dall'attrazione della luna e di questa le osservazioni non danno indizio apprezzabile; dovrà dunque ricercarsi questa causa nell'altra azione che il sole esercita sull'atmosfera riscaldandola differentemente nelle differenti ore del

giorno. Ammesse queste oscillazioni semidiurne dell'atmosfera terrestre dovute al calore solare, dalla teoria dell'attrazione Newtoniana si deduce l'esistenza di una coppia piccolissima la quale deve produrre una variazione nel moto di rotazione della terra e quindi nella durata del giorno siderale.

Se immaginiamo sopra la superficie terrestre una massa μ a due dimensioni colla densità ρ determinata dalla equazione:

$$(2) \quad \rho = \delta \cos^2 \theta \cos 2(\phi + 30^\circ),$$

essendo δ uguale alla densità ρ_m del mercurio moltiplicata per 0,08, la coppia che tenderà a far variare la velocità di rotazione intorno all'asse terrestre, prodotta dall'attrazione del sole sopra la massa μ , sarà equivalente a quella prodotta dall'attrazione del sole sull'atmosfera deformata come risulta dalle variazioni semidiurne delle altezze barometriche determinate da Simmonds.

Per calcolare questa coppia basta determinare il potenziale del sole sopra la massa μ . Sieno: m la massa del sole, P il potenziale cercato, l'asse delle x l'asse terrestre, l'asse delle y la linea che nell'equatore unisce i punti di massima altezza barometrica, l'asse delle z la linea che unisce i punti di minima altezza, A, B, C i momenti d'inerzia della massa μ intorno ai tre assi delle x, y, z rispettivamente, r la distanza del centro della terra da quello del sole, R il raggio terrestre, θ e ψ le coordinate sferiche del centro del sole, avremo:

$$P = \frac{\mu m}{r} + \frac{m}{2r^3} \left\{ (C + B - 2A) \sin^2 \theta + (B + A - 2C) \cos^2 \theta \sin^2 \psi \right. \\ \left. + (A + C - 2B) \cos^2 \theta \cos^2 \psi \right\}$$

e la coppia che tende a variare la velocità di rotazione intorno all'asse delle x sarà:

$$(3) \quad \frac{dP}{d\phi} = \frac{3m(B-C)}{r^3} \cos^2 \theta \sin \psi \cos \psi.$$

Ponendo nella (2):

$$\phi = \psi + 150^\circ$$

avremo:

$$\rho = \delta \cos^2 \theta \cos 2\psi$$

e quindi:

$$B - C = \delta R^4 \int_0^\pi \cos^3 \theta' d\theta' \int_0^{2\pi} \cos^2 \psi' d\psi' = \frac{16}{15} \delta R^4 = \frac{4 \delta R}{5} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{0,32}{5} M R$$

essendo M la massa che avrebbe la terra se possedesse la densità del mercurio. Quindi denotando con ν la massa della terra, poichè il mercurio ha una densità uguale a quella media della terra moltiplicata per 2,5, avremo:

$$B - C = \frac{0,32}{5} 2,5 \nu R.$$

Sostituendo questo valore nella equazione (3), otterremo:

$$\frac{dP}{d\phi} = \frac{3}{5} 0,32 \frac{m \nu R}{r^3} \sin \psi \cos \psi$$

ed essendo $\psi = 30^\circ$, e $\frac{\nu}{R^3}$ uguale a 980,

$$\frac{dP}{d\phi} = 0,21 m \frac{R^3}{r^3} \frac{\nu}{R^3} = 207 m \frac{R^3}{r^3}.$$

Il momento d'inerzia della terra intorno al suo asse nella ipotesi che la densità vi sia distribuita come ha supposto Laplace è uguale a $\frac{1}{2} R^2 \nu$; avremo dunque denotando con ω la velocità di rotazione della terra:

$$\frac{d\omega}{dt} = 621 \frac{m}{\nu} \frac{R^3}{r^3} \frac{1}{R^3}.$$

Ma:

$$\frac{r^3}{R^3} = 12,3 \cdot 10^{14}; \quad \frac{m}{\nu} = 31,9 \cdot 10^4; \quad R = 6,37 \cdot 10^8;$$

Dunque:

$$\frac{d\omega}{dt} = 4 \cdot 10^{-15}.$$

ed essendo:

$$\omega = 72 \cdot 10^{-6},$$

avremo:

$$\frac{d\omega}{dt} \frac{1}{\omega} = 5,5 \cdot 10^{-10}.$$

Quindi in un secolo o in $3150 \cdot 10^6$ secondi, avremo un aumento di celerità di $1,7 \cdot 10^{-9}$ secondi per secondo, cioè come se la velocità di rotazione durante un secolo superasse quella del principio del secolo di $0,8 \cdot 10^{-9}$ secondi per secondo, e se avessimo due cronometri uno A che misurasse il tempo assoluto, e uno B che fosse regolato sul giorno siderale, e che coincidessero al principio del secolo, alla fine di questo il cronometro B avanzerebbe il cronometro A di $2'',7$. Ora Adams ha trovato che per porre d'accordo il valore dell'accelerazione del moto medio della luna dato dalla teoria con quello dato dalla osservazione bisogna ammettere che il cronometro B ritardi di $22''$ sopra il cronometro A, e Delaunay ha attribuito questo ritardo all'attrito delle maree. Tenendo conto dell'accelerazione termodinamica per cui il cronometro B avanza il cronometro A di $2'',7$, l'attrito delle maree dovrà produrre un ritardo di circa $25''$.

Le formule precedenti danno questo risultato quando si supponga di un metro la differenza tra la massima e la minima altezza della marea lunare e quindi si prenda nella (2) :

$$\delta = \frac{50}{0,08 \times 13,593},$$

si ponga $\phi = 87^\circ,30'$ invece di $\phi = 30^\circ$, si sostituisca alla massa m del sole quella della luna, e alla distanza r del sole, quella del centro della luna dal centro della terra.



NOTA AD UNA ESPERIENZA DELL'AMPÈRE.

È la esperienza per il *quarto caso di equilibrio*, descritta dall'Ampère nella *Teoria dei fenomeni elettrodinamici* (*Mémoires de l'Acad. des sciences; année 1823, t. VI. pag. 197-98*) e pure descritta in diversi trattati di Fisica. Come è noto, si dispongono tre correnti circolari, ossia tre fili voltaici piegati circolarmente, sopra uno stesso piano orizzontale e coi loro centri sopra una stessa linea retta. L'anello di mezzo è mobile attorno ad un asse verticale che passa per un punto del prolungamento